風速と光合成に関する研究

(8) 乱流中で自由振動する時の葉面境界層抵抗値

原 藺 芳 信 ・ 矢 吹 万 寿

(大阪府立大学農学部)

Studies on the Effects of Wind Speed on Photosynthesis

(8) Values of Boundary Layer Resistance for the Model
Leaf Vibrating Freely in a Turbulent Flow

Yoshinobu HARAZONO and Kazutoshi YABUKI

(College of Agriculture, University of Osaka Prefecture,
Mozu-umemachi, Sakai, Osaka)

1. 緒 言

光合成や蒸散など葉面と大気との間で行われる物質輸送や熱伝達の速さは、葉面境界層の状態に大きな影響を受けている。これらの影響については従来多くの研究がなされ、境界層抵抗値、物質輸送係数、熱伝達係数等をパラメーターとして、かなりの知見が得られている。しかし、風速の変化とこれらのパラメーターとの関数関係や自然の風のように気流自体の持つ乱れがパラメーターに及ぼす効果、また、葉の揺らぎがこれらのパラメーターに及ぼす影響等については、個々の成績の間にかかなりの違いが見られる(矢吹ら, 1970; Parlange *et al.*, 1971; Pearman *et al.*, 1972; Schuepp, 1972; Parkhurst and Pearman, 1974; 長谷場, 1975)。

筆者らは、これらの差異は個々の葉面における境界層の状態が十分に検討なされていないことにその一因があると考え、模型葉を用いた実験を行い、境界層を解析して来た。そして、層流中で模型葉を固定したり周期的に振動させた場合の境界層についてはその構造や厚さを調べ物質輸送との関連を論議した(矢吹・原藺, 1978)。しかし、自然状態下の葉は、風速や風向の非定常な乱れに起因して自由振動している場合が多く、乱流中で葉が自由振動する時の葉面境界層の構造等は、層流中で葉を周期的に揺らせた場合とは異なることが考えられる。したがって、乱流条件下における葉面境界層の状態を把握し、境界層における拡散抵抗値との関係を明らかに

することは、自然状態での光合成速度や蒸散速度等と定常条件下(同化箱内等)で得られる値との差異(矢吹ら, 1974)の原因の解明に役立つと同時に、光合成作用に有利な風環境を見出すためにも有意義であると考えられる。

そこで、本論文では前報と同様に水流を用いたモデル実験を行い、非定常な流れの中で模型葉が自由振動する場合の境界層について解析した。そして、境界層の写真解析の結果を基にして境界層抵抗値を求める方法を導き、種々の葉面境界層の状態に対応した拡散抵抗値を算出し、乱流中における葉の自由振動が光合成速度に及ぼす影響等を検討した。また、前報で得た層流条件下での結果についても拡散抵抗値を求め、周縁効果等を再検討した。

2. 実験方法

水流速度を自由に調節できる循環型の回流水槽を用い、水素気泡法によって流れの可視化を行い(矢吹・原藺, 1978)、乱流中で自由振動する模型葉面の境界層を調べた。実験では、主流方向を X 軸、鉛直方向を Y 軸とする座標系で、 $X-Z$ 面(水平面)に模型葉を置き、その上流に水素気泡の発生する陰極線を鉛直に張った。これにより流れに平行な任意の Z の位置での境界層断面($X-Y$ 面)が可視化される。境界層の状態を立体的に把握するために、陰極線の位置を Z 軸方向に平行移動させ数ヶ所の位置($Z=z_i$, $i=5\sim 11$)での境界層断面を可視化した。可視化された流れの現象を秒間約4コマで連続撮影し、得られた写真映像を基に境界層の厚さや構造を解析し

た。

実験においては、水中および空気中での双方の流れの状態が力学的に等しく出現するように、空気中、水中におけるそれぞれの *Reynolds* 数と *Strouhal* 数とを同等に保つことに注意を払った。

可視化された流れの様子が妨げられることなく観察でき、かつ流れ自体の持つ乱れによって模型葉が自由振動するという条件を満足させるために、本実験では主流方向にのみ乱れ成分を持つ一次元の乱流を用いた。これは回流水槽の推進プロペラの駆動をランダムに ON-OFF させることにより発生させたもので、流速が時間に対してランダムに変動する乱流である。ON-OFF の制御は、一次元乱流の平均振動数が風速の乱れの平均振動数約 4 Hz に相当する値で、かつ模型葉が自由振動するように設定して行った。一次元乱流の平均振動数の代表値は Table 1~3 に示した。

模型葉は厚さ 0.02 cm の銅板で作り、振動時に模型葉の先端が境界層構造等に影響を及ぼさないように先端の断面形状を楔形に整えた。主に、長さ 7.5 cm、幅 5 cm の矩形葉を用いたが、葉幅の違いに関して調べる場合には、長さ 10 cm、幅 1, 3, 5, 8, 10 cm の 5 種の矩形葉を用いた。乱流中で模型葉が自由振動できるように、その支持は葉柄部一点のみ、模型葉先端を上流(風上)に向けて固定した。葉柄部は弾力性のある鋼線で作り模型葉中心線上に接着させた。鋼線の太さおよび長さは、模型葉の水中での振動が大気中での葉の振動と同等となり双方の境界層の状態も同等となるように実験的に求めて設定した。これらの値は、広幅の模型葉で直径 0.10 cm、長さ 8.0~12.0 cm、狭幅のもので直径 0.08 cm、長さ 7.5~11.5 cm となった。

3. 写真解析の方法

あとで写真で示すように、模型葉が乱流中で自由振動している状態の葉面境界層は渦の発生と流出が繰り返され、一見極めて複雑である。しかし、瞬間的な境界層を捉えた個々の写真映像においては、その状態を詳しく調べることが可能であり、模型葉外周の主流部分、渦を含めた乱流境界層の領域、流速分布の乱れが少ない層流境界層構造の領域の 3 部分に分けることができる。このうち、模型葉先端に生ずる渦部分は激しく回転運動し、渦外の流体を巻き込む現象が観測されることから、ここでの拡散抵抗値は主流部分と同程度の小さいものと見なせる。したがって、自由振動時の模型葉面の境界層においては、層流構造の領域および乱流境界層の領域が境界層抵抗値の大部分を決める領域になっていると考えられる。本論文ではこの 2 領域を写真映像から求めて定量化した。層

流構造の領域は、渦がそれ以上模型葉面に近づけない位置および流速分布の乱れ具合から乱流境界層と判断できない位置を基準に境界線を決め、これと模型葉面との間とした。この領域は時間的にランダムな変動が見られ、定常条件下で平滑面に生じる層流境界層とは異なる。そこで、この領域を等価粘性底層(equivalent sublayer)領域と呼ぶことにする。他方、乱流境界層の領域は全境界層領域のうち明瞭な回転渦および等価粘性底層を除いた部分とした。

各々の流れの条件下で得られた連続写真一枚一枚について等価粘性底層と乱流境界層との領域の面積を求めた。これらは写真一枚毎に異なる形状、大きさであるが、Fig. 1 に示すように平均厚さ $\bar{\delta}_s$ と $\bar{\delta}_t$ とを求めて表示することによって各条件下の境界層の状態を統一的な尺度で把握できる。この方法は、非定常な境界層状態を単に時間平均化して把握するのではなく、一定時間間隔(約 1/4 秒)毎の個々の境界層状態を全体的に把握し、その前後関係をふまえた Lagrange 的な取扱いが可能な点にその特長がある。

Fig. 1. Definition of mean thicknesses of equivalent sublayer ($\bar{\delta}_s$) and turbulent boundary layer ($\bar{\delta}_t$), when the model leaf fluttered freely under one dimensional turbulent flow condition.

4. 結 果

4.1 自由振動時の葉面境界層

乱流中で模型葉が初期迎え角 $\alpha = 0^\circ$ ($X-Z$ 平面に平行)を中心に自由振動している時の境界層の状態を Fig. 2 に示す。これは模型葉中心線断面の様子で、振動一周間に約 12 枚の割合で写した連続写真の一部である。写真中、水は左から右へ流れる。縦縞の白線は 12 Hz のパルス電流によって発生した水素気泡の列で流速の垂直分布を示している。線と線の間隔の広い部分では流速が速く密な所では遅い。

連続写真を基に、模型葉の振動の様子や乱渦の発生状

況を示すと次のようである。

流速に遅速の乱れ成分を持つ乱流のうち速い流れが模型葉先端に達すると先端が契機となって渦が発生する (Fig. 2-1)。続いて遅い流れが接近すると渦は急激に発達し、流れに逆らって前方へも広がる (Fig. 2-2~4)。この時、渦の回転力が作用し模型葉の振動が加速される。次の速い流れが近づくと渦は後方へ流され模型葉の振動も慣性的に持続する (Fig. 2-5~6)。模型葉後半部では振動のために渦は外圍へ押し出され、先端では次の渦が発生する (Fig. 2-7)。一次元乱流中では、速い流れに続く遅い流れが模型葉近傍に達した時に渦を発達させ振動を励起しており、この現象は流速の違いによらず自由振動する各実験条件下で観察された。

一方、模型葉の境界層構造について見ると、渦の発達

Fig. 2. A series of photographs of water flow revealing the side cross-sectional view of turbulent boundary layer on a fluttering model leaf (7.5 cm in length along the flow direction and 5 cm in transverse width). These are visualized at the middle section of the model leaf by hydrogen bubble technique. In each photograph, a thin line at the right hand side is an artificial stem. Initial incident angle of the model leaf to flow is 0° , mean flow speed ($\bar{U}$) is 4.5 cm/s (equivalent to wind speed (U_{air}) of 52 cm/s), fluctuation number of turbulent flow (f_f) is 0.42 Hz, and vibration number of the model leaf (f_l) is 0.43 Hz.

過程や模型葉の振動毎に流速分布が複雑に乱れ、マクロ的には乱流境界層に遷移していると判断できる。しかし、模型葉近傍の等価粘性底層の局所的な流れの様相は層流境界層内のそれによく似ている。特に渦の前後に極めて安定した層流構造が観察される。

4.2 流速が異なる場合の自由振動

Fig. 3 に低流速時の境界層の連続写真を示す。遅速の速度差が小さいために Fig. 2 のように渦が前方へ廻り込む様子は見られない。Fig. 4 に流速を変えて模型葉を自由振動させた時の揺れの状態を示す。縦軸は模型葉の中立状態 (迎え角 $\alpha = 0^\circ$) から上下への揺れを α の変化として示してあり振幅に相当する。横軸は時間を示しておりこれから振動数が明瞭にわかる。平均流速が速くなると振幅は大きくなる。模型葉の振動は流速の乱れによって発生しているにもかかわらず規則的な正弦波状である。

振動に伴う平均境界層厚さ $\bar{\delta}$ ($\bar{\delta} = \bar{\delta}_s + \bar{\delta}_l$) の変化を調べたが $\bar{\delta}$ は α に無関係にばらつき、渦の移動等の非定常な影響が見られた。主流の乱れの平均振動数 f_f や模型葉の平均振動数 f_l 、および一周期平均の境界層厚さ $\bar{\delta}_p$ 等を Table 1 に示す。これらの厚さは模型葉の振動 2~3 周期にわたって測定したが、各周期毎の偏差は $\bar{\delta}_p$ で約 10%, $\bar{\delta}_{sp}$ でやや大きく約 15% であった。主流の乱れの振動数と模型葉の振動数とはほぼ等しいか、またはその約 2 倍となっており、模型葉の揺れは主流の乱れに同期している。この時の中心線断面の $\bar{\delta}_p$ と後述の (2) 式から求めた理論値 (定常状態の半無限平板に関して得られる値) $\bar{\delta}_0$ とを比べると、 $\bar{U} = 1.4$ cm/s の場合を除いて、 $\bar{\delta}_p$ の方が厚く、中心線断面においては自由振動によって境界層の領域が減少するということは観測されなかった。また、平均流速が 1.4~4.7 cm/s (平均風速 20~56 cm/s)

Fig. 3. Same as Fig. 2. $\bar{U} = 2.6$ cm/s (equivalent to wind speed of 30 cm/s), $f_f = 0.33$ Hz and $f_l = 0.67$ Hz.

と増加しても $\bar{\delta}_p$ は薄くならない。しかし、等価粘性底層の一周期平均厚さ $\bar{\delta}_{sp}$ は平均流速の増加と共に薄くなり、それぞれの値は $\bar{\delta}_0$ に比べ約 1/2 である。

4.3 模型葉の幅が異なる場合の自由振動

長さ 10 cm で幅だけが異なる 5 種の模型葉 ($W=1, 3, 5, 8, 10$ cm) を用いて平均流速 3.6 cm/s (風速約 43 cm/s)、平均の乱れ強さ ($Tu=\sqrt{u'^2}/\bar{U}$) 40 % の流れ条件下で模型葉を自由振動させた。この時の振動の状態を Fig. 5 に、

Fig. 4. Amplitudes and vibration numbers of the fluttering model leaf in the turbulent flow. Experimental conditions are presented in Table 1.

Table 1. Experimental conditions in the one dimensional turbulent flow, and the vibration number and thicknesses of the boundary layers determined at the middle section on the model leaf (7.5 × 5 cm).

$\bar{U}$	U_1	U_2	Tu	Re	f_f	f_l	$\bar{\delta}_p$	$\bar{\delta}_{sp}$	$\bar{\delta}_{tp}$	$\bar{\delta}_0$
4.7	9.0	2.6	69	2800	0.42	0.40	0.90	0.22	0.68	0.47
4.5	6.5	2.5	44	2670	0.42	0.43	0.95	0.27	0.68	0.48
3.7	5.4	2.1	44	2210	0.35	0.55	0.74	0.32	0.42	0.53
2.6	3.5	1.7	35	1550	0.33	0.67	0.88	0.36	0.52	0.64
1.4	2.0	0.9	39	840	0.28	0.63	0.74	0.48	0.26	0.86

In the Table, $\bar{U}$, U_1 and U_2 denote the mean, maximum and minimum water speed [cm/s], respectively; Tu the mean intensity of turbulence of the water flow [%]; Re the Reynolds number based on $\bar{U}$; f_f the fluctuation number of turbulent flow [Hz]; f_l the vibration number of the model leaf [Hz]; $\bar{\delta}_p$, $\bar{\delta}_{sp}$ and $\bar{\delta}_{tp}$ mean thicknesses over one period of leaf fluttering of the total boundary layer, the equivalent sublayer and the turbulent boundary layer [cm], respectively; $\bar{\delta}_0$ the thickness of boundary layer calculated from Eq. (2).

Fig. 5. Same as Fig. 4, but for the model leaves with different widths (W). $\bar{U}=3.6$ cm/s ($U_{air}=40$ cm/s).

測定結果等を Table 2 に示す。

幅 1 cm の模型葉の場合には殆ど振動せず、幅 3 cm, 5 cm の場合に大きい振幅で揺れ、更に模型葉の幅が広がると振幅は小さくなる。模型葉の幅が異なる場合のそれぞれの平均境界層厚さ $\bar{\delta}$ と迎え角 α との関係を調べたが、流速を変えた場合と同様に、 $\bar{\delta}$ の値は α に関係なくばらついていた。

模型葉中心線断面の境界層 幅 1 cm の場合には層流構造となっており、 $\bar{\delta}_p$ および $\bar{\delta}_{sp}$ はともに薄い。幅 3, 5 cm の場合には乱流境界層構造となり $\bar{\delta}_p$ は厚くなったが $\bar{\delta}_{sp}$ は薄く、境界層領域の約 1/2 は乱流構造の領域である。

幅 8, 10 cm の場合にも乱流境界層の状態が見られたが渦や乱れの程度が小さく $\bar{\delta}_p$ は幅 5 cm の場合に比べて薄い。

側端部の境界層 幅 1 cm の模型葉では側端部の境界層を把握することが困難であった。他の場合には側端から中心線寄りに 0.5 cm 内側の境界層断面について調べた。どの場合にも渦は消滅しており境界層は層流構造と判断できる状態であった。側端部では $\bar{\delta}_p$

Table 2. Same as Table 1, when the width of model leaves is varied.

$\bar{U}$	Tu	Re	f_f	f_l	W	$\bar{\delta}_p$	$\bar{\delta}_{sp}$	$\bar{\delta}_u$	$\bar{\delta}_{su}$	$\bar{\delta}_o$
3.6	50	2860	0.36	0.43	1	0.39	0.34	0.26	0.23	0.62
3.0	55	2390	0.42	0.45	3	0.65	0.35	0.34	0.25	0.68
3.5	55	2780	0.37	0.40	5	0.91	0.49	0.55	0.35	0.63
3.8	46	3020	0.38	0.42	8	0.57	0.41	0.41	0.34	0.61
3.3	48	2700	0.37	0.48	10	0.61	0.53	0.47	0.42	0.64

W denotes the width of the model leaf (10 cm in length) [cm]; and $\bar{\delta}_u$ and $\bar{\delta}_{su}$ the uniform thicknesses of the total boundary layer and the equivalent sublayer on the model leaf [cm], respectively. Uniform thicknesses were calculated from mean thicknesses of boundary layer $\bar{\delta}_p$ at the middle section and that at a side end section of the model leaf, by assuming that the cross-section against the flow direction was a convex shape.

と $\bar{\delta}_{sp}$ とがほぼ等しく、また層流条件下で強制的に周期振動させた場合の同断面の平均境界層厚さ(前報)より薄かった。このことから、周期振動時より自由振動時の方が周縁効果が顕著であると判断されている。

葉面全体の一様境界層厚さおよび一様粘性底層厚さ

流れに直角な境界層断面は山形の形状となっている

(前報)ので、模型葉中心部、側端部で求めた $\bar{\delta}_{sp}$ および $\bar{\delta}_p$ を基にして、葉面全体を均一な層と見なした場合の厚さ、一様境界層厚さ $\bar{\delta}_u$ と一様等価粘性底層厚さ $\bar{\delta}_{su}$ とを求めた。 $\bar{\delta}_{su}$ は幅の狭い模型葉ほど薄くなっており周縁効果が顕著である。一方 $\bar{\delta}_u$ は乱流境界層領域も含むため振幅の大きい幅 5 cm の場合が最も厚い。

4.4 迎え角のある場合の自由振動

$\bar{U}=0$ cm/s の時に模型葉 (7.5×5,

10×1 cm) に初期迎え角をつけ、その位置を振動の中心として一次元乱流中で自由振動させた。この時の模型葉中心線で可視化した境界層断面の連続写真の一部を Fig. 6 に、側端付近の様子を Fig. 7 に、また振動の状態を Fig. 8 に、測定結果等を Table 3 に示す。

初期迎え角 30°, 60° の時にはほぼ規則的な振動である

Fig. 6. Same as Fig. 2, but for different initial incident angles (α). $\bar{U}=2.3, 5.2, 6.0$ and 4.1 cm/s are equivalent to wind speeds of 27, 60, 70 and 47 cm/s, respectively.

Fig. 7. Same as Fig. 6, revealing the side cross-sectional view of boundary layer near the side end of the fluttering model leaf.

Fig. 8. Same as Fig. 4, but for different initial incident angles. Experimental conditions are presented in Table 3.

Table 3. Same as Table 1, when the initial incident angles (α) of model leaves are varied. Main model leaf is 7.5×5 cm rectangular shape, and (*) is 10×1 cm narrow one.

$\bar{U}$	Tu	Re	f_f	f_l	α	$\bar{\delta}_{u+}$	$\bar{\delta}_{su+}$	$\bar{\delta}_{u-}$	$\bar{\delta}_{su-}$
2.3	38	1400	0.43	0.45	30	0.34	0.33	0.62	0.47
5.2	50	3100	0.62	0.40	30	0.35	0.32	0.51	0.43
2.0	40	1170	0.48	0.49	60	0.33	0.33	2.01	1.52
6.0	48	3570	0.64	0.45	60	0.29	0.28	2.08	1.46
1.6	40	930	0.41	0.49	90	0.54	0.54	2.75	2.24
4.1	50	2420	0.60	0.42	90	0.39	0.39	2.78	2.05
*3.6	51	3860	0.45	0.37	30	0.23	0.23	0.28	0.25

Suffix sign (+) indicates thickness of lower side boundary layer or equivalent sublayer and (−) that of upper side.

が、 $\alpha=90^\circ$ になると振動は不規則となり振幅も小さい。写真や Table 3 を基に境界層の構造や厚さ等について以下に示す。

迎え角 30° の場合 模型葉の中心線断面を可視化した境界層においては、上面側前縁で乱流の乱れ周期に同期した渦の発生が見られ乱流の境界層構造となっている。しかし、模型葉後半部では側端からの巻き込み流れの影響で乱れは縮小する傾向が見られる。下面側の境界層においては前縁に渦の発生が観察されるがすぐに消滅し、中央部より後半は薄い層流構造となっている。

側端付近(側端より 1 cm 中心寄り)では、上面側前縁に巻き込み渦が見られるが前縁部以外は層流境界層構造である。下面側は全体的に薄い層流構造である。

幅 1 cm の模型葉では $\alpha=0^\circ$ の場合と同様に殆ど振動しなかった。一周周期平均の $\bar{\delta}_{sp}$ 、 $\bar{\delta}_{su}$ 、 $\bar{\delta}_u$ も $\alpha=0^\circ$ の場合とほぼ同等であった。

迎え角 60° 、 90° の場合 模型葉の後(上)面側に主流が侵入できない死水域が発達しており中心線断面の境界層領域は極めて広い。これは流速の遅速によらず同様である。 $\alpha=60^\circ$ の時の下(前)面側は $\alpha=30^\circ$ と同じく剪断流れが生じており $\bar{\delta}_p$ 、 $\bar{\delta}_{sp}$ は薄い。 $\alpha=90^\circ$ の場合には前面側中央部に淀みの領域が見られ $\bar{\delta}_p$ 、 $\bar{\delta}_{sp}$ は厚くなっていた。淀みの領域は流速が増すと減少した。

迎え角 60° 以上の場合には、側端を廻る巻き込み流れが強くなり、側端付近での境界層を正確に把握することは困難であった。このため $\alpha=60^\circ$ 、 90° の場合の $\bar{\delta}_u$ 、 $\bar{\delta}_{su}$ の値は他の場合より測定精度が劣る。

4.5 自由振動時の境界層領域の形状変化

乱流中で自由振動する模型葉の境界層を Fig. 1 の区分に従って、等価粘性底層のみの場合および乱流部分を含めた乱流境界層全域の場合に区分し、その形状を振動の約一周期について重ね合わせた。これを Fig. 9 に示す。乱流境界層領域について見ると、流速の速い場合の各瞬間毎の形状は複雑で個々に異なり、境界層の外囲を示す

境界線の分布幅も広い。しかし、これらの線群の内側領域は流速の速い場合ほど小さくなっている。低流速の場合には自由振動の一周期を通じてほぼ同様の境界層形状となっており、振幅の小さい振動であったことに対応している。

一方、等価粘性底層について見ると、流速の増加と共にその領域が減少していることが明瞭に現われており、従来の報告に見られる光合成等と風速との関連が等価粘性底層領域の大きさに強く依存していることが推測される。また、境界線群の分布幅は各流速の場合とも小さく、乱流域に比べて変動が小さいことがわかる。

Fig. 9には流速を変えた場合のみ示したが、他の実験条件下においても、模型葉が大きく揺れた場合には境界層の外圍線群の分布幅が広くなり、振幅の小さい場合には狭まり、これが $\overline{\delta_p}$ の値に影響していた。また、迎え角のある場合、流れが直接当たる前面側では乱流域が発達せず等価粘性底層領域の外圍線群と乱流境界層領域のそれとはほぼ同じであったが、主流の陰となる背面側では双方の領域の境界線群ともに広い分布幅を持つもので

あった。

5. 考 察

5.1 模型葉の振動と境界層の状態

連続写真の解析結果から、模型葉の自由振動は流速に遅速の乱れがある時に発生し、定常流では自由振動しないことが明らかになった。流速の急激な変動は流体の慣性力と粘性による摩擦力とのバランスを瞬間的に大きく変え、葉面近傍の局所 $Reynolds$ 数をも大きく変化させる。定常流れでは $Reynolds$ 数の増加が境界層の乱流遷移の主要因子とされているが、本研究で取り扱った低流速乱流中($Re < 5000$)の自由振動では、流速変動に基づく局所 $Reynolds$ 数の時間的な変化率($\partial Re_x / \partial t$)の大きさが乱流遷移の要因になっていると推測される。このことはTable 1やFig. 3等の結果において、流速の乱れ強さ Tu よりも最高流速と最低流速との差が大きい場合ほど大きい振幅で模型葉が揺れる傾向が見られることから確認される。

模型葉の振動は規則的な正弦波状であったが、これは葉柄に鋼線を用いたことにより規則性が強化されたとも考えられる。しかし、実際の葉の振動においても風速変動に同期した場合に規則的な振動が観察されており(長谷場, 1975)、流れの場では葉柄が弾性体となって振動系を構成していると考えられる。また、模型葉の振動は主流の乱れに同期していることから、大気中における葉(特に硬葉)の振動は $\partial Re_x / \partial t$ が大きい時に風速の乱れに同期して発生し、その後は減衰しつつ周期振動に移行すると考えることができる。層流中で強制的に周期振動させた場合には、流速、振動数等の条件によって境界層構造が層流状態の時と渦に覆われた状態の時とが観察された(前報)。しかし、自由振動時の境界層の解析結果を含めて検討すると、風速やその変動が小さくなって自由振動から周期振動へ移行した場合の境界層が乱流状態となるのは難しく、自然状態で葉が周期振動する時の境界層は層流構造に近い状態と考えられる。本論文中に比較のために示した周期振動の結果(矢吹・原園, 1978)は層流状態についてのものである。

5.2 葉面境界層の厚さと拡散抵抗値との関連

自由振動時の葉面境界層は、模型葉の揺れが大きくなると共に乱流の領域が拡大し、これを含めた境界層の平均厚さや一様厚さは流速が速い場合でも厚くなる(Table 1)。したがって乱流域を含めた境界層の厚さを基に拡散抵抗値を推定した場合には従来の実験結果とくい違い、流速が速くなくても抵抗値が殆ど低下しないことになる。しかし、Fig. 9でも明らかなように、等価粘性底層領域のみについて見ると、揺れと共に迎え角が変化して

Fig. 9. Outer limit lines of turbulent boundary layer and equivalent sublayer, which are recorded repeatedly over one fluttering period of the model leaf (7.5×5 cm). Experimental conditions are same as those presented in Table 1.

いるにもかかわらず、その外圍境界線は層流境界層のそれに相似であり、流速の増加と共に薄くなっている。これらのことは、自由振動によって乱流境界層に遷移していると判断される場合でもその底層部(等価粘性底層)は層流境界層に極めてよく似た構造、性質を持つと考えてよいことを示している。したがって、自由振動時の境界層抵抗値は等価粘性底層領域の厚さに大きく依存していることが考えられ、抵抗値を求める場合には境界層を等価粘性底層と乱流部分とに分けて取り扱う必要があると考えられる。

そこで、以下のようにして自由振動時の拡散抵抗値を求め、葉面境界層の状態が光合成速度に及ぼす影響について考察する。

等価粘性底層領域 この領域は前述のように層流境界層と同等の構造、機能を持つと見なせるので、物質輸送に関しても層流境界層について得られた知見を援用することによって拡散抵抗値を求めることができる。

半無限平板上の層流境界層の局所厚さ δ_0 は Blasius, Howarth の数値解や Nikurades の実験結果から次式のように与えられる(生井・井上, 1978)。

$$\delta_0 = y_{u/U=0.99} = 5.0 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \quad (1)$$

式中の記号は、平板前縁からの距離 x 、平板の法線方向への距離 y 、主流速度 U 、動粘性係数 ν 、局所流速 u 、である。前縁からの距離 $x=l$ までを同一厚さの層と見なした場合の平均境界層厚さ $\bar{\delta}_0$ は次式のようになる。

$$\bar{\delta}_0 = \frac{1}{l} \int_0^l \delta_0 dx = \frac{10}{3} \sqrt{\frac{\nu l}{U}} \quad (2)$$

層流境界層内における物質輸送は主流と壁面との速度勾配に基づいた剪断応力 τ によって促進され、 τ は次式で定義される運動量厚さ(momentum thickness) θ_0 に反比例する。

$$\theta_0 = \int_0^\infty \frac{u}{U^2} (U-u) dy = 0.664 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \quad (3)$$

前縁からの距離 $x=l$ までの平均運動量厚さ $\bar{\theta}_0$ は

$$\bar{\theta}_0 = \frac{1}{l} \int_0^l \theta_0 dx = 0.443 \sqrt{\frac{\nu l}{U}} \quad (4)$$

一方、流れの場での物質拡散と外力を受けない分子拡散との比である *Sherwood* 数 Sh は流れによる強制的な物質輸送の程度を示しており、半無限平板上の層流境界層を通して行われる物質輸送の場合には *Pohlhausen* の解より次式が成立する。

$$Sh = 0.664 Re_l^{1/2} Sc^{1/3} \quad (5)$$

ここで、*Schmidt* 数 $(\nu/D)Sc$ 、分子拡散係数 D 、である。拡散抵抗は物質輸送係数の逆数として定義されるので(Monteith, 1973)、拡散抵抗値 r と *Sherwood* 数との

関係から次式が得られる(Welty *et al.*, 1976)。

$$Sh = \frac{l}{D\tau} \quad r = 1.51 \frac{l}{D} Re_l^{-1/2} Sc^{-1/3} \quad (6)$$

境界層抵抗値 r_b は前述の平均運動量厚さ $\bar{\theta}_0$ に比例するから、

$$r_b = 3.40 \frac{1}{D} Sc^{-1/3} \bar{\theta}_0 \quad (7)$$

$\bar{\theta}_0$ と $\bar{\delta}_0$ との相似性を考慮して $\bar{\theta}_0$ の代りに実験的に測定可能な境界層厚さを用いると次式のようになる。

$$r_b = 0.452 \frac{1}{D} Sc^{-1/3} \bar{\delta}_0 \quad (8)$$

$\bar{\delta}_0$ の代りに写真解析で求めた一様等価粘性底層厚さ $\bar{\delta}_{su}$ を代入すれば等価粘性底層での抵抗値が求められる。

乱流境界層領域の場合 乱流域における物質輸送も等価粘性底層の場合と同様に剪断応力によって促進されるので、剪断応力を乱流境界層領域の厚さと関連づけることによって乱流域での拡散抵抗値 $r_{b,turb}$ が求められる。

乱流場では速度変動の作用により Reynolds 応力 τ_R が作用し、全剪断応力 τ は次式のように示される(Rotta, 1975)。

$$\tau = \tau_{vis} + \tau_R = \rho \nu \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \quad (9)$$

各々の記号は、粘性応力 $\tau_{vis} = \rho \nu (\partial \bar{U} / \partial y)$ 、主流方向の平均流速 $\bar{U}$ 、主流方向の変動速度成分 u' 、法線方向の変動速度成分 v' 、である。(9)式において、 τ_{vis} は時間平均的な量であり、本実験のような低 *Reynolds* 数の乱流境界層では等価粘性底層の場合と同等と見なせる。したがって、剪断応力は τ_R の寄与する量だけ増加することになり、全剪断応力と反比例の関係にある境界層抵抗値は質的に低下する。等価粘性底層での摩擦応力 τ_s と τ_{vis} とを等しいと仮定すると、乱流境界層部分の抵抗値 $r_{b,turb}$ は近似的に次式で求められる。

$$r_{b,turb} = \frac{\tau_{vis}}{\tau_{vis} + \tau_R} r_{bs} \quad (10)$$

r_{bs} は(8)式で計算される等価粘性底層での抵抗値である。運動量輸送と物質輸送との Analogy を考慮して τ_R を求めるために渦粘性係数 ϵ を用いると

$$|\tau_R| = \rho \epsilon \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right| \quad (11)$$

本解析で取り扱う乱流境界層外部領域では ϵ に関する次の実験式が Clauser によって求められている(生井, 井上, 1978)。 δ^* は排除厚さである。

$$\epsilon = 0.016 \bar{U} \delta^* \quad (12)$$

また、外部領域では次式が近似的に成立する(浅野, 1976)。

$$|\bar{w}'| = l_p \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \quad (13)$$

ここで l_p は Prandtl の混合長さで近似的に $l_p = 0.4y$ の関係が成立する。一方、乱流中における境界層厚さ δ と排除厚さ δ^* との間には Prandtl, White らにより $\delta^*/\delta = 0.125 \sim 0.128$ の関係が知られている(生井・井上, 1978)。いま乱流境界層外部領域について考えているので、 $y = \delta$ 、 $|\bar{w}'| = Tu \cdot \bar{U}$ ($Tu = \sqrt{\bar{w}'^2}/\bar{U}$)、 $\delta^*/\delta = 0.125$ として $|\tau_R|$ を求めると次式ようになる。

$$|\tau_R| = 0.005 Tu \rho \bar{U}^2 \quad (14)$$

(14)、(10)式から各流れ条件毎の乱流境界層部分の抵抗値 $r_{b \text{ turb}}$ が算出でき、境界層全体の抵抗値は

$$r_b = 0.452 \frac{1}{D} Sc^{-1/3} \left(\bar{\delta}_{su} + \frac{\tau_{vis}}{\tau_{vis} + \tau_R} \bar{\delta}_{tu} \right) \quad (15)$$

$\bar{\delta}_{tu}$ は乱流境界層部分の一樣厚さであり、 τ_{vis} は次式による。

$$\tau_{vis} = 0.664 Re_l^{-1/2} \cdot \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2$$

5.3 葉面境界層の CO_2 拡散抵抗値と光合成速度

CO_2 輸送に対する境界層抵抗値 r_{bc} を求めて示したのが Fig.10 である。分子拡散係数 $D = 0.151 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $Sc = 1.04$ (ともに気温 25°C 相当)として計算した。矩形葉 ($7.5 \times 5 \text{ cm}$) を層流中に迎え角 0° で固定した場合、および層流中で周期振動させた場合の結果(前報)から求めた

Fig. 10. Dependence of the boundary layer resistance to CO_2 transfer (r_{bc}) of model leaf ($7.5 \times 5 \text{ cm}$) on the Reynolds number based on mean flow speed ($\bar{U}$). $\circ$ is derived from the present study of free vibration in the one dimensional turbulent flow; $\triangle$ and $\bullet$ from the forced vibration and fixed in the laminar flow (Yabuki and Harazono, 1978). Thin dotted line indicates the theoretical value of resistance for the laminar boundary layer on the flat plate fixed in parallel to laminar flow.

拡散抵抗値 r_{bc} は、従来の報告 (Parlange *et al.*, 1971; 長谷場, 1973; Horie, 1978) に見られるように *Reynolds* 数の -0.5 乗にほぼ比例している。

Pohlhausen の解析によれば、 $0.6 < Sc < 10$ の場合に *Sherwood* 数は *Schmidt* 数の $1/3$ 乗に比例するから、Fig.9 の結果を (5) 式と同様の形で示すと、

$$Sh = 0.70 Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad (\text{層流中固定 } \alpha = 0^\circ) \quad (16)$$

$$Sh = 0.77 Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad (\text{層流中周期振動}) \quad (17)$$

(16)、(17) 式の係数は (5) 式の値に比べそれぞれ 5% 、 15% 大きい。これは実験に用いた $7.5 \times 5 \text{ cm}$ の矩形葉の場合には周縁効果が流速と無関係にはば一様に作用し、 CO_2 輸送量が約 5% 増加することを意味する。また、周期振動による CO_2 輸送の促進効果も流速にそれほど依存していないことがわかる。

一方、一次元乱流中で自由振動する場合の r_{bc} は *Reynolds* 数 $1500 \sim 3000$ の範囲で模型葉固定の場合とはほぼ同等となったが、流速の変化との関連で見ると r_{bc} が Re の約 -0.4 乗に比例する結果となった。これは境界層の乱流部分の領域が振幅と渦の大きさに比例して拡大し、平均流速 $\bar{u}$ と $\bar{\delta}_p$ との関係が層流境界層の場合ほど単純でないためと考えられる。Fig.10 の結果は乱流中での水蒸気輸送量から定量的に求めた境界層抵抗値が風速の -0.5 乗に比例するという報告(長谷場, 1975)や自然大気中での境界層抵抗値が風速の約 -0.5 乗に比例するという Thorpe and Butler (1978) の結果、また、乱流中での物質移動が *Reynolds* 数の 0.8 乗に比例するという *Sherwood* の関係とも異なる。これらとの差異については以下のように考えられる。

本解析結果は一次元乱流中で自由振動する模型葉の乱流境界層構造について拡散抵抗値を求めたものであり、他の乱流条件での結果との単純な比較は困難であること。一次元乱流についてはその構造を明確に把握できたが三次元乱流については困難であり、乱流構造の相違によって等価粘性底層領域や *Reynolds* 応力の大きさが変化すると考えられること。また、 τ_R の評価に流速勾配等に関する仮定を置いたが、低 *Reynolds* 数乱流での仮定の妥当性については更に深い検討が必要と思われること。これらの他に、本実験の流速範囲が群落内外の風速を模擬した極めて遅い乱流であることも、長谷場 (1975) の実験範囲 $0.5 \sim 5 \text{ m/s}$ や高 *Re* 乱流中での *Sherwood* の関係等との違いとして現われたと考えられる。乱流境界層では流速が速くなるほど全剪断応力に占める *Reynolds* 応力の比率が増すことが期待され、高流速域ほど r_{bc} は減少することが予測されるが、装置の制約で平均流速を増した測定は行えず、これらの確認はできなかった。しかしながら、乱流境界層域での拡散抵抗作用は無視でき

る程度に小さいと仮定して、一様等価粘性底層厚さ $\overline{\delta_{su}}$ のみから境界層抵抗値 r_b を求めると、 r_b は風速の約0.7乗に比例する。この場合にはReynolds 応力を無限大に評価することになり問題がある。抵抗作用領域をどこまでの範囲とするかについては更に検討が必要であると思われる。

模型葉の幅を変えた場合の r_{bc} をTable 4に示す。自由振動時には葉幅の違いによって振動の状態も変化するため、振動による r_{bc} の低減効果と周縁効果によるものとを分離して評価できなかった。最も良く振動した幅5 cmの場合を除いて r_{bc} は(8)式で求めた理論値より小さく、葉幅の狭い葉では周縁効果が極めて大きいことがわかる。水稻のような細長い葉はCO₂等のガス交換上優れた形態であると言える。

迎え角のある場合の r_{bc} をFig.11に示す。Fig.11では模型葉下(前)面側の境界層抵抗値を+の添字で、上(背)面側の値を-の添字で示した。また両面の抵抗値の並列和を×印で示した。2点を結ぶ直線の傾きは $\alpha=60^\circ$, 90° の上面側と $\alpha=30^\circ$ の下面側の抵抗値で小さく r_{bc} とReynolds 数との関連も認められない。 $\alpha=60^\circ$, 90° の背面側の r_{bc} は広い死水域を反映して極めて大きい値となっており、両面での並列和も大きい。

境界層抵抗値を小さくする立場から光合成を考えると、両面に気孔を持つ広葉植物では迎え角 30° 位の時が最もCO₂輸送に適した形態と言える。また自然の風における卓越風向を考慮すると、片面にのみ気孔を持つ植物葉であっても全方位に展開した植物体には風の正面に位置する葉と裏側に位置する葉とが同時に存在するから、風に対する葉の迎え角は 30° 位が最も光合成作用に適した植物形態となることが予測できる。

以上、葉が自由振動する場合の葉面境界層の構造や厚

Table 4. Changes in the boundary layer resistance to CO₂ transfer (r_{bc}) for the model leaf with the width (W) and the length of 10 cm, when the leaves were fluttered freely under the one dimensional turbulent flow condition. $\overline{U}=3.6$ cm/s ($U_{air}=43$ cm/s). r_{theory} , is theoretical value of resistance for laminar boundary layer on the flat plate placed in parallel to laminar flow.

W	r_{bc} (s/cm)	r_{bc}/r_{theory}
1	0.72	0.52
3	0.93	0.61
5	1.44	1.03
8	1.16	0.86
10	1.35	0.94

Fig. 11. Same as Fig. 10, but for different initial incident angles. Suffix sign (-) indicates the values of upper surface (+) that of lower surface, and (x) sums of both surface-resistances in parallel.

さを基に境界層抵抗値を求め周縁効果や乱れの効果等を明らかにし、風速と光合成との関連について述べた。しかし、乱流境界層における拡散抵抗値を求める場合には等価粘性底層領域の分離とReynolds 応力の評価が不可欠であり、これらについては更に検討する必要があると考えられる。

6. 総 括

一次元乱流中で模型葉が自由振動する時の葉面境界層を流れの可視化によって解析した。自由振動時の葉面境界層は極めて複雑であったが、その構造等をある程度明らかにすることができ、以下の結論を得た。

1. 流れの乱れの振動数と葉の固有振動数とがほぼ一致した時に規則的な葉の自由振動が生じ乱流境界層となった。異なる境界層状態での光合成速度をより具体的に比較論議するために、実験解析から得た一様等価粘性底層厚さ $\overline{\delta_{su}}$ および一様乱流境界層厚さ $\overline{\delta_{tu}}$ を用いて、境界層拡散抵抗値 r_b を求める式を導いた。

$$r_b = 0.452 \frac{1}{D} Sc^{-1/3} (\overline{\delta_{su}} + \frac{\tau_{vis}}{\tau_R + \tau_{vis}} \overline{\delta_{tu}})$$

式中の記号は、分子拡散係数 D , Schmidt 数 Sc , 粘性応力 τ_{vis} , Reynolds 応力 τ_R , である。

2. 乱流条件下で自由振動する場合の境界層の厚さから求めた拡散抵抗値 r_b は本実験流速範囲でReynolds 数の約0.4乗に比例した。自由振動による等価粘性底層領域の減少は流速の増加と共に顕著となるが、乱流境界層領域は自由振動の揺れが激しくなると共に拡大したた

めの結果である。低流速流れ中の乱流境界層における Reynolds 応力の評価方法、および拡散抵抗値と境界層領域の範囲との関連についてはより深い検討が必要であると思われる。

3. 自由振動時の境界層抵抗値 r_b を他の乱流条件時の結果と単純に比較できないが、定量的に求められた従来の結果とはやや異なった。しかし、模型葉の幅が狭い場合の境界層抵抗値は広い場合に比べて約 50% も低下するなど、境界層の状態の違いによって抵抗値は大きく変動した。

4. 初期迎え角が大きい場合には、乱流中で自由振動している場合でも死水域が発達し、境界層抵抗値は大きくなった。同一模型葉で比較すると、迎え角 30° の時に最も境界層抵抗値が小さくなった。

本研究の結果、葉面境界層の拡散抵抗値が光合成作用の制限因子となる場合には、葉と気流との傾きが約 30° で、葉幅の狭い植物ほど高い光合成能を有する植物形態となり得ることがわかった。

文 献

- 1) 浅野康一, 1976: 物質移動論, 共立出版, 東京, 35-87.
- 2) 長谷場徹也, 1973: モデル群落内の風による葉形湿面の水蒸気輸送係数, 農業気象, **29**, 25-33.
- 3) 長谷場徹也, 1975: 風に揺れる葉形湿面からの水蒸気輸送, 農業気象, **31**, 135-143.
- 4) Horie, T., 1978: Studies on Photosynthesis and Primary Production of Rice Plant in Relation to Meteorological Environments, *J. Agric. Meteorol., Tokyo Japan*, **34**, 125-136.
- 5) 生井武文, 井上雅弘, 1978: 粘性流体の力学, 理工学社, 東京, 99-129.
- 6) Monteith, L. D., 1973: *Principles of Environmental Physics*, Edward Arnold, London, 12-14.
- 7) Parkhurst, D. F., Pearman, G. I., 1974: Convective Heat Transfer from a Semi-Infinite Flat Plate to Periodic Flow at Various Angles of Incidence, *Agric. Meteorol.*, **13**, 383-393.
- 8) Parlange, J. Y., Waggoner, P. E. and Heichel, G. H., 1971: Boundary Layer Resistance and Temperature Distribution on Still and Flapping Leaves I, *Plant Physiol.*, **48**, 437-442.
- 9) Pearman, G. I., Weaver, H. L. and Tanner, C. B., 1972: Boundary Layer Heat Transfer Coefficients under Field Conditions, *Agric. Meteorol.*, **10**, 83-92.
- 10) Rotta, J. C., 1975, 大路通雄訳: 乱流, 岩波書店, 東京, 118-238.
- 11) Schuepp, P. H., 1972: Studies of Forced-convection Heat and Mass Transfer of Fluttering Realistic Leaf Models, *Boundary-Layer Met.*, **2**, 263-274.
- 12) Thorpe, M. R. and Butler, D. R., 1977: Heat Transfer Coefficients for Leaves on Orchard Apple Trees, *Boundary Layer Met.*, **12**, 61-73.
- 13) Welty, J. R., Wicks, C. E., Wilson, R. E., 1976: *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer (2nd Ed.)*, John Wiley, New York, 579-581.
- 14) 矢吹万寿, 宮川秀夫, 石橋 惇, 1970: 風速と光合成に関する研究(1), 農業気象, **26**, 65-70.
- 15) 矢吹万寿, 青木正敏, 鱧谷 憲, 1974: 風速と光合成に関する研究(5), 農業気象, **30**, 101-105.
- 16) 矢吹万寿, 原蘭芳信, 1978: 風速と光合成に関する研究(7), 農業気象, **34**, 87-94.

訂 正

前報(農業気象, **34**, 87-94)において用語の使用に誤りがありましたので以下のように訂正します。

排除厚さ(displacement thickness)〈誤使用〉→
平均境界層厚さ(mean thickness of boundary layer)〈正〉

なお、訂正に伴う論旨上の誤りはありません。

Summary

The structure of leaf boundary layer was experimentally investigated when the model leaves fluttered freely in a one dimensional turbulent flow, by means of a water flow visualization technique (hydrogen bubble technique). The leaf boundary layer resistance r_b was obtained through the measurements of turbulent boundary layer thickness and equivalent sublayer thickness.

1. On the basis of the theoretical and experimental analysis, the following equation was deduced;

$$r_b = 0.452 \frac{1}{D} Sc^{-1/3} (\overline{\delta_{su}} + \frac{\tau_{vis}}{\tau_{vis} + \tau_R} \overline{\delta_{tu}}),$$

where D denotes the molecular diffusion coefficient, Sc the Schmidt number, $\overline{\delta_{su}}$ the uniform

thickness of equivalent sublayer, $\overline{\delta_{tu}}$ the uniform thickness of turbulent boundary layer, τ_{vis} the viscosity stress, and τ_R the Reynolds stress. In this analysis, the Reynolds stress was evaluated using the following equation, under the assumption that the viscosity stress acted in the turbulent boundary layer was equal to that in the laminar boundary layer;

$$\tau_R = 0.005 Tu \rho \bar{U}^2$$

where Tu denotes the mean turbulent intensity of flow, $\bar{U}$ the mean flow speed and ρ the fluid density.

2. When the characteristic vibration number of the model leaf is nearly equal to that of fluctuation number of flow speed, the model leaf started free vibration (fluttering) and the structure of boundary layer changed to turbulent. In this case, the boundary layer resistance decreased in proportion to Reynolds number to the minus 0.4th power.

3. When the model leaf fluttered resonantly with turbulent flow, the area of turbulent boundary layer became wider, so the boundary layer resistance evaluated was larger than that obtained quantitatively by earlier workers. In the case of narrow model leaf, however, the boundary layer resistance obtained experimentally was about 50% of that evaluated by theory, thus it is considered that the feature of boundary layer has great effect upon the diffusion resistance.

4. Even in the turbulent flow, there were dead water area and stagnation area on each surface of the model leaves with large incident angle ($\alpha = 60^\circ, 90^\circ$), so that the magnitude of the boundary layer resistance became large. Compared with boundary layer resistance of a model leaf with different initial incident angles, the value obtained under the condition of 30° was the smallest of all the cases of measurements.

These results suggest that, in the case where the diffusion resistance of leaf-boundary layer is limiting the photosynthetic rate, an ideal leaf type for higher photosynthetic potential is such that the leaf shape is slender and the initial incident angle of the leaf to the wind is about 30° .