農業気象 (*J. Agr. Met.*) 36 (1): 37–41, 1980

放射冷却型霜柱生長方程式について

金光 達太郎

(千葉大学園芸学部)

On the Long Wave Radiation Type Equation
of Ice-column Growth

Tatutarō KONKŌ

(College of Horticulture, Chiba University)

1. はじめに

地表の霜柱の生長速度を論じたものとしては、北極海の氷の生長を説明する J. Stefan の式、およびその一般解である F. Neumann の式の導入が、藤原(1924)によって唱えられて以来、川野(1932)、田島ら(1942)が、これに続いてきた。

Stefan の式は、氷の表面の温度を θ °C、氷の下の水温を 0 °C とし、その定常状態にある氷の生長を論じたものである。すなわち

$$h^2 = -\frac{2\lambda c\theta}{L}t = -\frac{2k\theta}{\rho L}t \quad (1)$$

ここで、 h : 時刻 t における氷の厚さ、 λ : 氷の温度伝導度、 c : 氷の比熱、 L : 氷の潜熱(ただし原著では C で表わされている)、 k : 氷の熱伝導度、 ρ : 氷の密度である。なお原著では右辺に負号は付されていない。

従来唱えられてきた霜柱生長方程式は、すべて(1)式から出発したものである。したがって、それらを一括して、熱伝導型生長方程式と呼ぶことにする。

これら、熱伝導型生長方程式が、霜柱に満足に適用されるためには、少なくとも、次の3条件が満たされなければならない。

- 1) 霜柱の下底面は、氷柱を通じての熱伝導のみによって熱を失う。
- 2) 地中からの熱伝導は、無視しうほど小さい。
- 3) 霜柱の頂点の温度は、ほぼ一定である。

これらの3条件は、野外に発生する通常の霜柱では、ほとんど満たされることがない。しかも、この式を適用するにあたり、霜柱の表面温度に代えて気温を採用した

ため、更に現実から遠ざかる結果を招いた。

そこで著者ら(1948)は、全く視点を変えて、生長速度を夜間の有効長波放射の関数とする次のような生長方程式をたてた。

$$\frac{dl}{dt} = \frac{iR - k_s \frac{d\theta}{dz}}{L\rho\alpha} \quad (2)$$

ここで、 dl/dt : 霜柱の生長速度、 i : 地表面の射出率、 R : 有効放射、 k_s : 土の熱伝導率、 $d\theta/dz$: 地中の温度勾配(z は下方に向かって正)、 L : 氷の潜熱、 ρ : 氷の密度、 α : 霜柱の密生度(面積 A なる地面に発生した長さ l の霜柱の実体積を V とすれば $\alpha = V/Al$)。

すなわち、霜柱は、地面が有効放射によって失う熱量 iR と、地面が地中から熱伝導によって得る熱量 $k_s(d\theta/dz)$ の差によって氷が作られて生長するというものである。この式および、これから導かれる式を、従来の式と対比させるために、一括して放射冷却型生長方程式と呼ぶことにする。

放射冷却型生長方程式が、快晴の夜空のもとに発生する通常の霜柱の実測値とよく合うことについては、さきに発表した通りであるが、著者はその後、放射冷却型生長方程式を更に検証するため、生長途中の霜柱を取り去って改めて発生させたときの生長曲線、有効放射を遮断したときの生長曲線、雲の出たときの生長曲線などの観測を続けてきた。その結果、これらの生長曲線が、いずれも放射冷却型生長理論を支持することを確認することができた。同時に、放射冷却型生長方程式の適用範囲に関して、かなり明確な知見を得ることができた。本報では、以上について報告する。

昭和54年12月28日 受理

2. 実験の方法

2.1 実験の場所

実験は1953年度から1978年度にかけて、次の2ヶ所で行った。

1953年度～1957年度：茨城県阿見町，茨城大学農学部職員宿舎「若竹荘」の北側空地

1958年度～1978年度：千葉県松戸市松戸，千葉大学園芸学部圃場

2.2 霜柱の生長の測定

霜柱を順調に生長させるためには、常に十分に水を補給する必要がある。そこで、霜柱を立たせようとする地面の下に36 lの容量のタルを埋め、その底に常に一定の水位になるよう水を補給し、この水を厚さ6 cmのポリレン層を通じて、その上の土に吸い上げさせた。

霜柱の生長を連続的に測定するためには、霜柱の頂上の高さを自記する装置によるのが適切である。自記装置は最初に作った1型から最近の4型まで順次改良したものを使用してきたが、原理は何れも同一である。ここでは、4型の構造をFig.1に示すことにする。

Fig.1に於て、Aは直径1.6mm長さ80mmの銅線2本を十字に組合わせ、白エナメルで塗装したものである。これを細い銅線でBから吊下げてある。FEはFGの2倍の長さにしてあるから、霜柱の生長は2倍に拡大されて記録される。Hは1日巻の自記温湿度計の回転円筒である。これで、9 cmまでの霜柱の記録が可能である。なお、十字鉄線Aの自重は2.53 gであるが、重りJによってバランスをとり、Aが霜柱表面を圧する荷重を0.84 gになるようにした。この力が大きすぎるとAが霜柱にめり込む一方、小さすぎると、ペンと記録紙の間の摩擦に負けて梃子が動かなくなる恐れがあるからである。Iは支点Cの高さを調節するための装置である。Kは梃子BDが風で横ゆれするのを防ぐための逆U字型の鉄線である。

2.3 気温、地温その他の測定

気温と湿度は7日巻の自記温湿度計によって測定した。ただし、感温部の高さが地上25 cm，感湿部の中央の高さが地上20 cmになるように設置し、厚さ7mmの白塗した木製カバーで日射と放射を防いだ。

地温は、初期は曲管地中温度計を用い、1960年以降は銅コンスタンタン熱電対を用いて地表面、1，2，5，10，20，30 cmの深さの地温を測定した。

このほか、参考のため必要に応じ、風向、風速、雲形、雲量を記録し、降雨のあったときは雨量を測定した。

3. 実験結果

一連の実験の結果に、若干の考察を加えながら、順次報告しよう。

3.1 快晴の夜の霜柱生長曲線

快晴の夜の霜柱生長曲線は82例を得ているが、Fig.2はその中のごく普通のを示したものである。

夕方から翌朝まで快晴で、風弱く、静かに冷えていく

Fig. 2. Growing curve of ice-column in a clear night.

Fig. 1. A recorder for ice-column growth.

夜の霜柱の生長曲線は、Fig. 2 とほとんど同じ様式であり、次のような共通点をもっている。

- 1) 初期はゆっくりと生長をはじめる。
- 2) やがて次第にスピードを上げ、しばらくの間直線的に生長をつづける。
- 3) その後少しずつスピードをゆるめながら生長をつづける。
- 4) 朝になり、空が明るくなってもなお生長は続くが直射日光を受けるとたちまち溶けはじめる。

(考察-1)

初期の生長速度が小さいのは、そのときはまだ霜柱の下底面が0℃になったばかりで、地面に接する部分の地中温度勾配 $d\theta/dz$ が大きく、そのため(2)式の $iR - k_s(d\theta/dz)$ が小さいためである。

その後、生長速度が一定となるのは、霜柱が発生しはじめてからは霜柱下底面の温度が0℃を維持するようになり、その影響で $d\theta/dz$ が安定し、 $iR - k_s(d\theta/dz)$ が、ほぼ一定になるためである。

だが、そのあと、次第に生長速度が小さくなるのは、霜柱が長くなったため、放射冷却する霜柱頂上面と氷のつくられる霜柱下底面との距離が長くなり、霜柱を通る上向きの熱輸送量の減少および頂上面での放射冷却 iR の効果が大气と霜柱頂上面の間の下向きの熱輸送量の増大に伴って減殺されるためなどであろうと考えられる。

3.2 繰返し発生する霜柱の生長曲線

霜柱の生長速度が気温の関数であれば、同じ一夜の中でも、気温がまだあまり低くないときと、冷えこんで低くなったときとでは、生長速度に大きな差が生ずるはずである。逆に、生長速度が有効放射の関数であるなら、有効放射が安定している限り、生長速度も気温に関係なくほぼ一定になるはずである。

著者は、その何れが正しいかを検証するために、霜柱の生長速度がほぼ一定になった段階で、いままでにできた霜柱を取りさり、新たに発生せしめて2時間後また取り去り、更に2時間毎に取りさるという操作を繰返して生長曲線の記録をとってみた。この種の実験は合計6回行ったが、その一例を示したのがFig. 3 である。

(考察-2)

Fig. 3 に示されたように、22, 24, 2, 4 時からのそれぞれ2時間の間に発生した短い霜柱の生長速度は、それぞれの生長中の気温が-2.1~-3.0℃, -3.0~-4.6℃, -4.6~-5.5℃, -5.2~-5.5℃というように相当な差があったにもかかわらず、いずれも全く同じであった。

同じ方法の実験は、1955年2月16日、1960年1月15日、1976年12月29日、同31日の夜にも行ったが、どれも全く同じ傾向の結果があらわれたのであった。以

Fig. 3. Repetitive growth curves of ice-column in relation to air temperature.

上のことから、次のような法則が成り立っているといえるであろう。

「土壌への給水さえ十分であれば、有効放射の安定した夜に、同一地面から繰返し発生させた霜柱の初期生長速度は気温に関係なく一定である」

このことは、短い霜柱の生長速度が有効放射の関数であることを裏づける有力な根拠となるであろう。

3.3 有効放射を妨げられた霜柱の生長曲線

霜柱の生長の原動力が有効放射であるならば、有効放射を妨げた場合には霜柱の生長が止まるはずである。そのことを検証するために、著者は霜柱の生長の途中に、霜柱の上方30 cmの高さに約1 m四方の木板を水平に支えて霜柱から空への放射を妨げてみた。そうして得られた生長曲線がFig. 4 である。

Fig. 4. A growing curve of ice-column as influenced by shading in the course of growth.

(考察-3)

Fig. 4 に示すように、霜柱の生長速度は、木板で覆われた途端にゼロまたはマイナスになり、その後もなかなか生長していない。しかし、やがて周囲の地面の有効放射によって接地気温が低下するにつれて、徐々に生長をはじめ、次第にその速度を上げていくのであった。

この実験の結果は、次の二つのことを語りかけている。

- 1) 有効放射の変化は、霜柱の生長に極めて鋭敏に、しかも決定的に影響を与える。

2) 屋根の下など有効放射の少ない状況のもとでは、熱伝導型生長方程式を適用する余地がある。

3.4 雲の出た夜の霜柱生長曲線

自然の状況のもとで、霜柱の生長中に夜間放射が強く妨げられる場面といえ、雲の出現がその代表的なものである。Fig. 5 は、本実験以前に得た記録だが、雲の去来した夜の霜柱生長曲線の一つを示したものである。

Fig. 5. A growing curve of ice-column in the intermittently cloudy night.

(考察-4)

図のように、雲の去来は霜柱の生長曲線に微妙な影響を与えている。そして同様に接地気温にもよく似た影響を与えている。その結果、霜柱の生長曲線と接地気温の曲線は x 軸(時間軸)を中心に上下対称形になることさえある。その数例はすでに発表した(金光ら, 1957)のここでは省略するが、このような両者の近似から両者の間に直接の因果関係があると考えるのは誤りである。

両者が相似するのは、両者が共に有効放射に支配されたものだからにすぎない。このことは、Fig. 3, Fig. 4 の結果と、その考察-2 および 3 から明白であろう。

4. 放射冷却型生長方程式の拡張とその限界

天然の短い霜柱の生長曲線は、放射冷却型生長方程式(2)で極めてよく説明できることを三つの異なった条件のもとで検証してみた。

しかし、長い霜柱では、長くなるほど生長速度が減少する傾向が常に見られる。これは、次のような理由によると考えられる。すなわち、放射 iR によって冷却するのは主として霜柱の頂上面であるが、霜柱は氷と水の接触している霜柱下底面に氷が加わることによって生長する。したがって、生長速度を考えるときの熱収支は、この面を基準として考えねばならない。

霜柱が極めて短い場合は、頂上面と下底面は接近しているから、両者を一体と考え、頂上面の放射熱量 iR と

下底面から頂上面に向かって移動した熱量を同一視してもさしつかえない。だが、霜柱が長くなると、頂上面と下底面は厚い氷柱群によって隔てられ、頂上面が放射によって冷却しても、下底面からそこへ向って輸送される熱量は、氷柱群を通じて伝導される熱量が主で、それ以外は多くを考えることはできない。

したがって、生長曲線が初期の直線から中期の曲線に移行してからの説明は、熱伝導型生長方程式による方が理論としては正しいといえよう。しかし、熱伝導型方程式の適用のためには、複雑な構造の氷柱群の熱伝導率の推定その他解明すべき要素が多く残されており、実際には近似値を推定することも困難である。

そこで、少なくとも短い霜柱では実測値とよく適合している放射冷却型生長方程式を、もう少し長い霜柱にも拡張して適用する工夫をした方が、実測値に近い値を推定できそうである。

このような意図によって(2)式を、より長い霜柱に適用できるよう修正したのが次の式である。

$$\frac{dl'}{dt} = \epsilon \frac{dl}{dt} = \epsilon \frac{iR - k_s \frac{d\theta}{dz}}{L\rho\alpha} \quad (3)$$

dl'/dt : 長い霜柱の生長速度

dl/dt : 短い霜柱の生長速度

ϵ : 係数 ($1 \geq \epsilon \geq 0$)

ϵ は、多くの実測値から経験的に定められる値である。

ϵ の値は、霜柱の長さの増加につれて 1 から連続的に減少して 0 に近づくが、著者の実測例のうち特に快晴無風に近い 8 例の生長曲線を分析した結果では、何れも霜柱の長さが 6~7 cm になる頃ほぼ 0 になるという共通の傾向が見られた。

その理由を明確に解くことは困難であるが、少なくとも l と ϵ との関数関係が、より多くのデータから事実上もう少しはっきりしてくると、関東地方で一夜に生長する程度の長さまでの霜柱の生長については、放射冷却型生長方程式によって、およそその推定ができるようになる可能性は十分あると言えよう。

以上から、放射冷却型生長方程式の適用範囲をまとめると次のようになる。

1) 天空に曝された短い(1 cm 以下)霜柱

(完全に適用される)

2) 天空に曝されたやや長い(1~10 cm)霜柱

(適用の可能性あり)

同様に熱伝導型生長方程式は、次の何れかに適用されよう。

1) 長い(およそ 10 cm 以上)の霜柱

2) 天空に曝されていない(屋根の下、森の中、低温

庫内などの霜柱

引用文献

- 1) 藤原咲平, 1924: 霜柱について, 気象集誌Ⅱ, **2**, 55-58.
- 2) 福田仁志・金光達太郎, 1948: 霜柱の生長と熱輻射について, 応用物理, **17**, 21-25.
- 3) 川野昌美, 1932: 霜柱の生長速度の研究, 気象集誌Ⅱ, **10**, 221-225.
- 4) 金光達太郎・久保田治夫・荒川 稔・小林 登, 1957: 霜柱の生長に関連せる数種の実験記録, 茨大農学報, **5**, 97-105.
- 5) 田島節夫ほか6氏, 1942: 霜柱, 中央气象台彙報, **19**, 442-459.