煙流動二層ゾーンモデルの流量仮定法による計算法

CALCULATION METHOD OF TWO ZONES MODEL OF SMOKE MOVEMENT BY MEANS OF THE FLOW RATE ASSUMING METHOD

松下敬幸*, 寺井俊夫**

Takayuki MATSUSHITA and Toshio TERAJ

The basic equations of two zones model of smoke movement are derived by the basic theory of flow and these are expressed by the incidence matrix and the loop matrix of graph theory. If the air temperature is constant and $dP/dt=0$ in all rooms, then some different equations are derived by the combination of the basic equations. However when the approximation of $[T_s][I]\{w_s\} \approx [I]\{wT_s\}$ is permitted, it is possible to ignore the differences.

The calculation methods by means of the Pressure Assuming Method and the Flow Rate Assuming Method are considered by the representation of the incidence matrix and the loop matrix in the condition of two zones smoke flow. When the net flows in all branches are used, it is able to adapt simply the calculation method of one zone perfect mixing model. It is not necessary to change the graph of the one zone model and it is efficient to adapt the calculation method by means of the Flow Rate Assuming Method for two zones model of smoke movement because of the preservation of the advantage of the reduced computing times.

Keywords: Smoke Movement, Flow Rate Assuming Method, Two Zones Model, Incidence Matrix, Loop Matrix

煙流動, 流量仮定法, 二層ゾーンモデル, インシデンス行列, ループ行列

1. はじめに

火災初期や開口が大きい場合には、燃焼によって生じた高温の煙と室内に流入してくる常温の空気とは二層を形成する傾向を有する。このような場合には二層流としての取り扱いが可能となり、建物全体の煙伝播予測においても二層流に対応した計算を行なう必要がある。

火災時における二層を形成した室の開口よりの煙の流の取り扱いについては、各種方法がある。水理学における堰の流れとの相似性に基づいた取り扱いをする方法¹⁾や、二層流であっても同一水平面内での流れを適用する方法^{2,3)}などがある。堰との類似性を考慮した方法では、開口での煙境界高さにより流量の極大値が存在するのに対し、同一水平面内での流れの方法では境界面が床面に来たときに流量が最大になる点で異なっている。ただし、実用的には微小開口の流れを適用する方法が許容される¹⁾。

従来の二層ゾーンの取り扱いにおいては流れは同一水平面内で生じるとする場合が多いこと、完全混合の場合の考え方⁴⁾がそのまま拡張できることおよび火災初期に対

象とする場合には取り扱い方法の差が問題にならないことにより、二層流としての開口部での流れには同一水平面内での流れの方法を採用して検討することにする。

同一水平面内での流れを適用した建物内での二層流としての煙伝播に関する取り扱いについては、既に田中³⁾が定式化しており、圧力仮定法に基づいた計算法を示している。しかし、完全混合の場合における流量仮定法による計算において検討した⁴⁾ように、建物全体での煙流動計算において流量仮定法が有利になる場合が多くあるにもかかわらず、二層ゾーンモデルの流量仮定法による計算法については従来検討されていない。完全混合の場合についてインシデンス行列及びループ行列⁵⁾を用いた表現⁸⁾が避難時の開口条件の変化に対して有用である⁴⁾ので、ここでは煙流動二層ゾーンモデルに対してインシデンス行列及びループ行列を用いる方法を示した。さらに、変数として開口部での煙流と空気流とを加え合わせた正味流量を用いることにより計算が簡単になり、完全混合の場合の手法をそのまま適用できることを示した。

* 神戸大学工学部建設学科 助手・博士(工学)

Research Assoc., Dept. of Architecture and Civil Eng., Faculty of Eng., Kobe Univ., Dr. Eng.

** 近畿大学工学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Eng., Kinki Univ., Dr. Eng.

2. 煙流動計算における基礎式

建築火災時における建物内部での煙流動計算における流れの場の決定に用いる基本式は、(1) 理想気体の状態方程式、(2) 質量収支式、(3) 内部エネルギー収支式（熱収支式）および(4) 運動エネルギー収支式、である。また、煙の濃度の計算が必要な場合には、(5) 濃度収支式、を追加する必要があるが、煙濃度は流れに従属的に伝播され、流れの場に影響しないと考えることができる。これらの式は、それぞれ以下のように表わされる。

(1) 状態方程式

建築火災時における煙は空気と同等に取り扱うことができ⁶⁾、完全ガスと考えてよい。従って、次の理想気体の状態方程式を使用する。

$$P = \rho RT \quad (1)$$

(2) 質量収支

領域内部での連続の式は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \rho \boldsymbol{u} \quad (2)$$

である⁷⁾から、これを領域全体について積分し、右辺第1項に発散定理（グリーンの公式）

$$\iiint \nabla \cdot \rho \boldsymbol{u} \, dV = \iint \rho \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} \, dS \quad (3)$$

を用いることによって、次式が得られる。

$$\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV + \iint \rho \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} \, dS = 0 \quad (4)$$

通常の輸送理論ではこの形で扱うことが普通であるが、煙流動二層ゾーンモデルの場合には煙層及び空気層体積の時間変化を考慮しなければならないため、(4)式の変形を行なう。境界面の移動速度を u_b とすると、

$$\frac{d}{dt} \iiint \rho \, dV = \iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dV + \iint \rho u_b \cdot \boldsymbol{n} \, dS$$

の関係があるから、これを(4)式に代入することにより、境界面の移動がある場合の式として次式を得る。

$$\frac{d}{dt} \iiint \rho \, dV + \iint \rho (u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS = 0 \quad (5)$$

領域内を均一とすることができる場合には、 $\frac{d}{dt} \iiint \rho \, dV = \frac{d(\rho V)}{dt}$ が成立するから、次式を得る。

$$\frac{d(\rho V)}{dt} + \iint \rho (u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS = 0 \quad (6)$$

一層完全混合の場合のように境界面の移動がない場合には $u_b=0$ であり $\frac{dV}{dt}=0$ であるから、次式を得る。

$$V \frac{d\rho}{dt} + \iint \rho \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} \, dS = 0 \quad (7)$$

(3) 内部エネルギー収支

領域内部での発生 Q を考慮するとき、輸送理論における内部エネルギー式の通常の形は次式である⁷⁾。

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} = -\nabla \cdot \rho U \boldsymbol{u} - (\nabla \cdot \boldsymbol{q}) - P(\nabla \cdot \boldsymbol{u}) - (\boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{u}) + Q \quad (8)$$

これを、領域全体について積分し、質量収支の場合と同様に考えると、領域境界の移動を考慮した場合の関係式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \iiint \rho U \, dV + \iint \rho U (u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS \\ &= -\iint \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \iiint Q \, dV - \iiint P \nabla \cdot \boldsymbol{u} \, dV - \iiint \boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{u} \, dV \end{aligned} \quad (9)$$

領域内部及びそれを取りまく環境の絶対圧力 P の時間変化 dP/dt は無視できないが、係数としての絶対圧力は変化量が P の値そのものと比べて十分小さい場合には近似的に一定と取り扱うことができる。この場合には、(9)式の右辺第3項を変形して、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \iiint \rho U \, dV + P \frac{dV}{dt} + \iint (\rho U + P)(u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS \\ &= -\iint \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \iiint Q \, dV - \iiint \boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{u} \, dV \end{aligned} \quad (10)$$

領域内を均一とすることができる場合には次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{d(\rho UV)}{dt} + P \frac{dV}{dt} + \iint (\rho U + P)(u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS \\ &= -\iint \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \iiint Q \, dV - \iiint \boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{u} \, dV \end{aligned} \quad (11)$$

さて、内部エネルギー U については、ある基準状態からの差で考えればよい。ここで扱う気体はすべて理想気体と考えることができるとき、比熱が温度に独立に一定とすると次の関係がある。

$$U = C_v T, \quad U + \frac{P}{\rho} = C_p T, \quad R = C_p - C_v$$

ただし、 C_p は定圧比熱、 C_v は定積比熱、 R はガス定数である。これらの関係式を用いて整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{d(\rho C_p TV)}{dt} + P \frac{dV}{dt} + \iint \rho C_p T (u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS \\ &= -\iint \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \iiint Q \, dV - \iiint \boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{u} \, dV \end{aligned} \quad (12)$$

この関係式を、状態方程式を用いて変形して、次式のように表わすこともできる。

$$\begin{aligned} & \frac{C_v V}{R} \frac{dP}{dt} + \frac{C_p P}{R} \frac{dV}{dt} + \iint \rho C_p T (u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS \\ &= -\iint \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \iiint Q \, dV - \iiint \boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{u} \, dV \end{aligned} \quad (13)$$

なお、完全混合の場合のように境界面の移動がない場合の温度を用いた表現は、(13)式より次式となる。

$$\begin{aligned} & \frac{C_v V}{R} \frac{dP}{dt} + \iint \rho C_p T u \cdot \boldsymbol{n} \, dS \\ &= -\iint \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \iiint Q \, dV - \iiint \boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{u} \, dV \end{aligned} \quad (14)$$

(4) 運動エネルギー収支

運動エネルギーの輸送方程式は、次式で与えられる⁷⁾。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = -\nabla \cdot \frac{\rho u^2}{2} \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u} \cdot \nabla p - \boldsymbol{u} \cdot [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] + \rho \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{g} \quad (15)$$

これを、領域全体について積分し、前と同様にして領域境界の移動を考慮した場合の関係式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \iiint \frac{\rho u^2}{2} \, dV + \iint \frac{\rho u^2}{2} (u - u_b) \cdot \boldsymbol{n} \, dS \\ &= \iiint \rho \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{g} \, dV - \iiint \boldsymbol{u} \cdot \nabla p \, dV - \iiint \boldsymbol{u} \cdot [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] \, dV \end{aligned} \quad (16)$$

領域境界の移動がなく、領域内を均一とすることができる場合には次式を得る。

$$\frac{d(\frac{\rho u^2}{2}V)}{dt} + \iint \frac{\rho u^2}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \quad (17)$$

$$= \iiint \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{g} dV - \iiint \mathbf{u} \cdot \nabla P dV - \iiint \mathbf{u} \cdot [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] dV$$

ところで、ある高さを基準とした高さ方向の座標を z で表すとする、

$$\rho \mathbf{g} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{g} \mathbf{z}), \quad P = P_0 - \rho_0 g z + p$$

ただし、 P_0 : 静止外気の基準高さにおける圧力 (基準圧力)
 p : P と同じ高さでの静止外気圧基準の圧力
 g : 垂直方向の重力加速度
 ρ_0 : 外気の基準密度

の関係がある。これらの関係を(17)式の右辺に用いて、次式を得る。

$$\frac{d(\frac{\rho u^2}{2}V)}{dt} + \iint \frac{\rho u^2}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = - \iint \{(\rho - \rho_0)gz + p\} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \quad (18)$$

$$+ \iiint \{(\rho - \rho_0)gz + p\} \nabla \cdot \mathbf{u} dV - \iiint \mathbf{u} \cdot [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] dV$$

(5) 濃度収支

領域内部での発生を考慮した関係式は、次式となる。

$$\iiint \frac{\partial \rho C}{\partial t} dV + \iint \rho C \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \iiint W_c dV \quad (19)$$

(2)で行なったのと同様に考えると、領域境界面の移動を考慮して、結局次式を得る。

$$\frac{d}{dt} (\iiint \rho C dV) + \iint \rho C (\mathbf{u} - \mathbf{u}_b) \cdot \mathbf{n} dS = \iiint W_c dV \quad (20)$$

領域内部が均一の場合には、次式を得る。

$$\frac{d\rho CV}{dt} + \iint \rho C (\mathbf{u} - \mathbf{u}_b) \cdot \mathbf{n} dS = \iiint W_c dV \quad (21)$$

境界の移動がない場合の関係式は次式となる。

$$V \frac{d\rho C}{dt} + \iint \rho C \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \iiint W_c dV \quad (22)$$

3. 二層ゾーン煙流動計算に用いる基礎式

通常の建築火災に上記の一般的な基礎式を適用する場合、次のような仮定を行うことが許容される。

- 一区画または一室 (以後『節点』という) 内部での空気または煙の層内は均質である。
- 各節点内部での流速は小さいとして無視し、節点内部での運動エネルギーは考えない。
- 節点内部の水平方向の圧力は等しく、瞬時に平衡するものとする。
- 節点の内部エネルギー収支において、摩擦によるエネルギー消散は他の項と比べて小さいので無視する。
- 開口部 (以後『枝』という) の体積は0とするが、流れに対する抵抗は持つものとする。従って枝については運動エネルギー収支のみを考える。

以上の仮定により、節点については(1),(6),(13),(21)式を、また枝については(18)式のみを基礎式として用いることができる。

ところで、(18)式の消散項 (右辺第3項) は圧力損失の形で表わされるとし、さらに枝の体積が0の仮定を導入して右辺第2項を無視すると、ベルヌーイの式に圧力損

失項を加えた形になり、換気計算で用いられるような枝の圧力差 (隣り合う節点間の圧力差) と正味流量 (枝の規定された方向を正としたときの正負の流れの和) との関係式に帰せられる。二層流の場合でも、枝の正味質量流量は、枝圧力差、煙層と空気層の温度および煙境界面高さが与えられれば、解析的に計算できる。そのときの一般的な表現は次のようになる。

$$w = f(p, \rho, Y, \text{開口条件}) \quad (23)$$

例えば、図-1のような場合、 $H_1 \leq h < Y_i$, $Y_i \leq h < Y_j$ および $Y_j \leq h \leq H_2$ の3つの部分に分けてそれぞれの部分について換気計算式を適用して枝の正味質量流量を求めることができる。枝の向きを i 節点から j 節点の方向とすると、各部分の流れをまとめることにより、二層流の計算では最大4種類の流れ (i 節点から j 節点に流出する煙流 w_s^+ , j 節点から i 節点に流入する煙流 w_s^- , i 節点から j 節点に流出する空気流 w_a^+ , j 節点から i 節点に流入する空気流 w_a^-) の和として求められ、正味質量流量は次のように表現できる。

$$w = w_s^+ - w_s^- + w_a^+ - w_a^- \quad (24)$$

図-1 二層流の考え方

従って、煙流動計算における流れの場を決定するため、節点に関しては(1),(6)および(13)式を、枝に関しては(23)式を基本式として用いればよい。また、濃度の計算には、節点において(21)式を用いる。

二層流の場合にも室全体をひとつの節点と考えることができるが、節点内部で煙と空気層の二つの層があるので、各層の体積が変化することを考慮することが必要となる。一つの節点内の二つの層の境界面では $\mathbf{u} = \mathbf{u}_b$ である。

(A) 節点での質量収支式

煙層及び空気層の体積が時間的に変化することを考慮する場合の、建物全体の節点および枝の接続関係を与えるインシデンス行列 $[I]$ を用いた表現を行なう。

(6)式より、煙層に対して次式を得る。

$$\left\{ \frac{d\rho_s V_s}{dt} \right\} + [I] \{w_s\} = \{W_s + \hat{w}\} \quad (25)$$

ただし、 W_s は火災時の分解生成物、燃焼生成物の煙層への流入量であり、一般には無視される。 $\hat{w}$ は節点内部の境界面を通して空気層から煙層に流入する質量流量であり、ここでは火災プルームのみを考える。なお、同一節点内での空気層から煙層に流入する火災プルームなどの水平断面積は床面積に比べて無視できるものとする。

空気層については、同様に次の関係式を得る。

$$\left\{ \frac{d\rho_a V_a}{dt} \right\} + [I]\{w_a\} = \{-\dot{w}\} \quad (26)$$

(B) 節点での体積の関係

通常の建築火災においては、室の体積変化を考えることはほとんどなく、煙層体積 V_s 、空気層体積 V_a と室の全体積 V との間には次の関係が成立する。

$$V_s + V_a = V = \text{const.} \quad (27)$$

(C) 節点での熱収支

節点における熱収支に関しても、(A)の質量収支と同様に考える。(13)式より、粘性による発熱項を無視して、次式を得る。

$$\left\{ \frac{C_p V_s}{R} \frac{dP}{dt} \right\} + \left\{ \frac{C_p P}{R} \frac{dV_s}{dt} \right\} + C_p [I]\{\overline{wT}_s\} = \{Q_s + \hat{Q}\} \quad (28)$$

ただし、 $C_p \overline{wT}_s$ は煙層境界面を通しての正味の熱流出量であり、枝の向きが節点から節点の方向であるとき、 i 節点の煙温度を T_{s_i} 、 j 節点の温度を T_{s_j} とすると、 $\overline{wT}_s = w_i T_{s_i} - w_j T_{s_j}$ で定義される。 Q_s は火災による発熱量と境界面からの熱伝導による熱流入とを加えたものを意味している。また $\hat{Q}$ は同一節点内で空気層から煙層に流入する火災発熱以外のエネルギー量であり、火災ブルームのみの場合には $C_p \hat{wT}_a$ で表される。

空気層についても同様に考え、次の関係式を得る。

$$\left\{ \frac{C_p V_a}{R} \frac{dP}{dt} \right\} + \left\{ \frac{C_p P}{R} \frac{dV_a}{dt} \right\} + C_p [I]\{\overline{wT}_a\} = \{Q_a - \hat{Q}\} \quad (29)$$

なお、煙層と空気層とを加えて、(B)の条件（節点の全体積が一定の関係）を用いると、節点全体の収支式を得る。

$$\left\{ \frac{C_p V}{R} \frac{dP}{dt} \right\} + C_p [I]\{\overline{wT}_s + \overline{wT}_a\} = \{Q_s + Q_a\} \quad (30)$$

(D) 節点での煙濃度収支

濃度収支に関しても同様に考えることができ、(21)式より、煙層に関して次の関係式を得る。

$$\left\{ \frac{d\rho_s C_p V_s}{dt} \right\} + [I]\{\overline{wC}_s\} = \{W_s\} \quad (31)$$

(E) その他の関係

床面から天井までの高さを H 、床面から煙層境界面までの高さを Y 、床面積を A とすると、

$$V_s = A(H-Y) \quad (32)$$

$$V_a = AY \quad (33)$$

である。

(F) 一般の場合の構成式

(F-1) 一般構成式の誘導

一般の場合、未知数は ρ_s 、 ρ_a 、 T_s 、 T_a 、 Y 、 P の6個である。従って、この場合の問題を解くには独立な関係式を6個必要とする。なお、 w_s 、 w_a も未知数であるが、温度、圧力が与えられた場合には一意に決定し得る関数形が与えられるために、ここでは従属的なものとし、独立変数としては扱わない。また、通常の建築火災では $dP/dt=0$ とした取り扱いが許容されるので、この場合の構成式につ

いても述べる。

ここでは、2個の状態方程式の他に、(25)式、(26)式および(28)、(29)、(30)式の内から(28)、(30)式の合計6つを独立な式として選択する。なお、(29)、(30)式の組合せでも、(28)、(30)式の組合せと同一の式を得ることが出来る。

基礎式誘導の流れを図-2に示す。

図-2 基礎式誘導の流れ(1)

(30)式より、圧力変化の式を得る。

$$\left\{ \frac{C_p AH}{R} \frac{dP}{dt} \right\} + [I]\{C_p (\overline{wT}_s + \overline{wT}_a)\} = \{Q_s + Q_a\} \quad (34)$$

圧力の時間変化項を無視できるとき、次式となる。

$$[I]\{C_p (\overline{wT}_s + \overline{wT}_a)\} = \{Q_s + Q_a\} \quad (35)$$

(28)式と(34)式より、高さ変化の式を得る。

$$\left\{ \frac{C_p AP}{R} \frac{dY}{dt} \right\} - \left[\frac{Y}{H} \right] [I]\{C_p \overline{wT}_s\} + \left[\frac{H-Y}{H} \right] [I]\{C_p \overline{wT}_a\} = \left\{ -\frac{Y}{H} Q_s + \frac{H-Y}{H} Q_a - \hat{Q} \right\} \quad (36)$$

ただし、 $[Y/H]$ は対角要素が Y/H の対角行列、 $[(H-Y)/H]$ は対角要素が $(H-Y)/H$ の対角行列である。以下では、特別な注意がない限りは、インシデンス行列 $[I]$ の前にかかる行列は全て対角行列であるとする。なお、 $R/P = \rho_s T_s$ または $R/P = \rho_a T_a$ の関係を用いれば、 R/P を消去することができる。圧力の時間変化項を無視できる場合には、(35)式の関係を用いて次式を得る。

$$\left\{ \frac{C_p AP}{R} \frac{dY}{dt} \right\} - [I]\{C_p \overline{wT}_s\} = -\{Q_s + \hat{Q}\} \quad (37)$$

(25)式と(36)式より、煙層密度変化の式を得る。

$$\left\{ C_p T_s A (H-Y) \frac{d\rho_s}{dt} \right\} - \left[\frac{Y}{H} \right] [I]\{C_p \overline{wT}_s\} + \left[\frac{H-Y}{H} \right] [I]\{C_p \overline{wT}_a\} = \left\{ -\frac{Y}{H} Q_s + \frac{H-Y}{H} Q_a - \hat{Q} \right\} - [C_p T_s][I]\{w_s\} + [C_p T_s]\dot{w} \quad (38)$$

(38)式及び状態方程式より、煙層温度変化の式を得ることができる。圧力の時間変化項を無視できる場合には、(35)式を用い、次の煙層の温度変化の式を得る。

$$\{C_p A (H-Y) \rho_s \frac{dT_s}{dt}\} + [I]\{C_p \overline{wT}_s\} = \{Q_s + \hat{Q}\} + [C_p T_s][I]\{w_s\} - [C_p T_s]\dot{w} \quad (39)$$

(26)式と(36)式より、空気層密度変化の式を得る。

$$\left\{C_p T_a A Y \frac{d\rho_a}{dt} + \left[\frac{Y}{H}\right] [I] \{C_p \bar{w} T_a\} - \left[\frac{H-Y}{H}\right] [I] \{C_p \bar{w} T_a\}\right\} \quad (40)$$

$$= \left\{\frac{Y}{H} Q_a - \frac{H-Y}{H} Q_a + \hat{Q}\right\} - [C_p T_a] [I] \{w_a\} - [C_p T_a \hat{w}]$$

煙層の場合と同様にして、圧力の時間変化項を無視できる場合には、次の空気層の温度変化の式を得る。

$$\left\{C_p A Y \rho_a \frac{dT_a}{dt}\right\} + [I] \{C_p \bar{w} T_a\} \quad (41)$$

$$= \{Q_a - \hat{Q}\} + [C_p T_a] [I] \{w_a\} + [C_p T_a \hat{w}]$$

(F-2) 一般構成式の誘導 (別法)

(28),(29),(30)式の中から(28),(29)式の2つを独立な式として選択することにより、図-3のような手順でも、上記のものと同一の式を導くことが出来る。

インシデンス行列表現ではないが、この考え方によって式を誘導したのが、田中が使用した式³⁾である。ただし、田中の式は温度変化・圧力変化の関係式の誘導に、各成分の物質収支を使用しているが、ここでは各成分についての扱いは行わず、全成分の質量収支としてまとめた。

図-3 基礎式誘導の流れ(2)

4. 空気層温度が一定、 $dP/dt=0$ の場合の構成式

通常の建築火災の場合、絶対圧力の時間変化 dP/dt を考慮せず、圧力は瞬時に平衡するとし、その圧力場で発生する微小な圧力差のみが流れの場に影響すると思われるという近似が許されることが多い。また、煙層と空気層との混合が小さく、空気層は放射に対して透明であるとし、また空気層への熱伝達は小さいと仮定して空気層の温度変化を無視してもよい場合が多い。

この場合、絶対圧力については一定とみなしたとしても、流れを引き起こす圧力差を考慮する必要がある。圧力場を決定するための関係式が必要である。従って、圧力は未知数として残ることになる。

圧力が未知数として残るために、未知数は ρ_s 、 T_s 、 Y 、 P の4個であり、状態方程式($\rho_s T_s = \text{const.}$)以外に3個の独立な関係式が必要である。従って、(25)式および(26),(28),(29),(30)式の内のどれか2個が必要である。

この場合、基礎式としては、上記の組み合わせの仕方により、多少の差異を生じた式を得ることになる。組み合わせとしては、少なくとも煙層についての質量収支とエネルギー収支を使用することが条件であるので、①(25),(26),(30)式を用いる場合(節点内全体のエネルギー収支を考慮する方法であり、 Q_a の厳密な決定には(29)式を必要とする)②(25),(26),(28)式を用いる場合(空気層の質量収支を考慮し、空気層のエネルギー収支式を使用しない組み合わせ)や③一般式において $T_a = \text{const.}$ 及び $dP/dt=0$ と置く場合(結果として、空気層の質量収支式を使用せず、煙層と空気層のエネルギー収支を用いる組み合わせであり、(25),(28),(29)式を使用する)、が考えられる。

上記の①～③の3つの場合のうち、空気層のエネルギー収支は暗黙の内に成立しているとする②が最も妥当であると考えられるが、以下で①～③の差異について検討を加える。

図-4のごとき煙層と空気層とが二層を形成した室を考える。火災室でのみ空気層から煙層へのブルームが存在し、また、隣室煙層から流入した煙は空気層には流入せず、その逆に煙層への空気の流れもないとする。また、熱エネルギー収支は節点での壁への熱伝達や燃焼による発熱などの発熱項を含む。その表現法には精粗様々な取り扱いがあるが、ここではその取り扱い方を論ずることが目的ではなく、計算法を示すことが目的なので、完全混合の場合と同様に発熱項は既知とした処理を行う。

(A) 煙層高さの時間変化

煙層高さの時間変化の式としては、(26),(28)または(29)式のいずれかから得られる式を使用すればよい。方法①及び②での(26)式を用いる場合、次式を得る。

$$\left\{A \rho_a \frac{dY}{dt}\right\} + [I] \{w_a\} = \{-\hat{w}\} \quad (42)$$

あるいは、方法②及び③での煙層のエネルギー収支(28)を用いる場合、次式を得る。

$$\left\{AC_p \rho_s T_s \frac{dY}{dt}\right\} = C_p [I] \{\bar{w} T_s\} - \{Q_a\} - [C_p \hat{w} T_a] \quad (43)$$

この式は(36)式に(35)式の関係を用いたものと同一である。

また、方法③では(29)式から得られる式を用いてもよい。

$$\left\{AC_p \rho_a T_a \frac{dY}{dt}\right\} + C_p [I] \{\bar{w} T_a\} = \{Q_a - C_p \hat{w} T_a\} \quad (44)$$

(B) 煙層温度の時間変化

方法②及び③では、煙層の流量収支(25)とエネルギー収

図-4 二層流の取り扱いの概略図

支式(28)とから煙層温度の時間変化についての次式を得る。

$$\left\{ A(H-Y)C_p\rho_s \frac{dT_s}{dt} \right\} = C_p[T_s][I]\{w_s\} - C_p[I]\{\overline{wT}_s\} + \{\hat{Q}_s\} + \{C_p\dot{w}(T_a - T_s)\} \quad (45)$$

これは(39)式に(29)式の関係を用いたものと同一である。

方法①では、(25)式と(26)式とから、次式を得る。

$$\left\{ C_p A(H-Y)\rho_s \frac{dT_s}{dt} \right\} = -[C_p T_s][I]\{w_s\} - [C_p T_a][I]\{w_a\} + \{C_p(T_s - T_a)\dot{w}\} \quad (46)$$

(C) 節点全体での流量収支

流れの圧力場を規定する関係式は、方法①及び③の考え方に従う場合、(30)式を使用する。

$$\{0\} = -C_p[I]\{\overline{wT}\} + \{Q_s + Q_a\} \quad (47)$$

ただし、 $\overline{wT} = \overline{wT}_s + \overline{wT}_a$ である。また Q_a は Q_s よりも値が小さいとして、 $Q_a=0$ が近似的に成立すると考えてよい場合が多い。なお、この式は(35)式と同一である。

この式は、節点に正味に流入するエネルギーと発熱量は釣り合っていること、上下各層の境界移動による仕事については節点全体については打ち消し合うことを意味している。

方法②では、(42)式と(43)式から、次式を得る。

$$\{0\} = -[C_p T_s][I]\{w_s\} - C_p[I]\{\overline{wT}_s\} + \{Q_s\} \quad (48)$$

(D) 枝圧力差 p と節点圧力 P との関係

節点の圧力と開口での圧力差との関係は次式で与えられる。

$$\{p\} + \{p_o\} = [I']\{P\} \quad (49)$$

ただし、 p_o は風圧力やファンなどによる起圧力であり、 $[I']$ は $[I]$ の転置行列である。

(E) 誘導方法の差異による構成式の差異

誘導方法①～③の3つの場合の構成式の相違点は次のようにまとめられる。

②と③とでは、煙層高さおよび煙層温度の変化の式は同一であるが、圧力場を決定するための節点全体の収支式において差異が発生する。また、①と③とでは、圧力場を決定するための節点全体の収支式は同一であるが、煙層高さおよび煙層温度の変化の式に差異がある。なお、次の近似が成立する場合には、①～③は同一となる。

$$[T_s][I]\{w_s\} \approx [I]\{\overline{wT}_s\} \quad (50)$$

空気層温度が一定かつ $dP/dt=0$ を仮定する場合の煙流動計算では、空気層に関してはこの近似は成立すると考えられるので、①～③の組み合わせのどれを用いてもよい。

5. 圧力仮定法による計算法

ここでは空気層温度が一定かつ $dP/dt=0$ の場合について、インシデンス行列を用いた圧力仮定法による非定常二層流煙流動計算の計算の流れを示す。

圧力仮定法により計算を行なうとき、床面圧力の仮定値がもたらす節点での流量収支の誤差の補正を行なうた

めの関係式を必要とする。ここでは、床面圧力の仮定値の補正にはNewton法による方法を用いるものとする。ただし、節点内全体における流量収支式としては、非定常完全混合の場合と同様に、(47)式を用いるものとする。このとき、節点でのエネルギー流量収支誤差 $\{\Delta Q\}$ と節点の床面圧力の誤差 $\{\Delta P\}$ との間には、次の関係が成立する。

(Appendix①参照)

$$\{\Delta P\} = \left([I] \left[\frac{\partial \overline{wT}}{\partial p} \right] [I'] \right)^{-1} \{\Delta Q\} \quad (51)$$

ただし、 $\left[\frac{\partial \overline{wT}}{\partial p} \right]$ は対角行列であり、対角要素は次の値で定義される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{wT}}{\partial p} &= \frac{\partial \overline{wT}_s}{\partial p} + \frac{\partial \overline{wT}_a}{\partial p} \\ &= \left(\frac{\partial w_s^+}{\partial p} T_s - \frac{\partial w_s^-}{\partial p} T_y \right) + \left(\frac{\partial w_a^+}{\partial p} T_a - \frac{\partial w_a^-}{\partial p} T_d \right) \end{aligned} \quad (52)$$

節点全体での流量収支式(47)式が許容範囲内で満足されない場合には(51)式より ΔP を求め、 $\{P - c \cdot \Delta P\}$ により、節点の床面圧力の補正を行なう。ただし、 c は補正係数であり、通常0.6程度の値を使用する。

圧力仮定法による計算の流れを図-5に示す。インシデンス行列の作成は前述の完全混合の場合と全く同様に作成⁹⁾し、初期条件の与え方は完全混合の場合と全く同様でよい。境界面高さ、節点温度の時間的な変化を求めるために例えば(42)、(45)式を使用する。

図-5 圧力仮定法による非定常二層流計算の流れ

6. 流量仮定法による計算法

従来の二層流の煙流動計算法は、前節のインシデンス行列を用いた計算手順に従わないまでも、全てが「圧力仮定法」を用いていた^{3,8)}。これまで、二層流の計算に「流量仮定法」を適用したものはなく、定式化もなされ

ていない。完全混合の場合の計算で検討した⁴⁾ように、煙流動計算においては解くべき連立方程式の元数が計算時間への影響の点で支配的である。圧力仮定法での連立方程式の元数は(節点数-1)であり、流量仮定法での元数は(枝数-節点数+1)である。高層建築物における堅穴での煙流動を正確に取り扱うために堅穴を分割する場合などでは、流量仮定法の方が連立方程式の元数が小さくなるが多いために、流量仮定法が有力かつ有利な計算法となる。

§5の圧力仮定法による定式化で示したように、二層流の場合であっても、基本的な考え方は完全混合の場合と全く同様であり、各時間における温度の条件のもとで、流れの場の釣り合いのみを考えればよい。各時間において節点での体積が一定であり、またループ圧力和の収支が満足されていることが必要であることも非定常完全混合の場合と同じである。完全混合の場合と異なる点は、煙層の高さが時間的に変化することおよび枝での流れの処理が複雑になり、Newton法を適用する場合の関係式が複雑になることのみである。

前述の圧力仮定法による二層流非定常計算の場合と同様に、ここでは空気層温度が一定かつ $dP/dt=0$ の場合を取り扱うものとする。

流量仮定法の定式化のためには、ループ圧力に関する関係式を用いる。(49)式の両辺に左からループ行列 $[L]$ を乗じ、インシデンス行列とループ行列との関係 $[L][I']=[0]$ を考慮すると、次のループ圧力に関する式を得る。

$$\{0\} = [L]\{p + p_o\} \quad (53)$$

また、ループ行列が $[L] = [L_i | E]$ と表現できることを用い、(47)式を変形して次式を得る。ただし、 $[E]$ は単位行列である。(Appendix②参照)

$$C_p \{\bar{w}T\} = C_p [L_i] \{\bar{w}T\} + [I_i]^{-1} \{Q_i\} \quad (54)$$

ただし、 $\bar{w}T$ はループに関する正味エネルギー流量であり、添え字 i はtreeの部分を取り出すことを意味する。この関係式は、ループの正味エネルギー流量と煙層での発熱量とが与えられれば、木を構成する枝の正味エネルギー流量が計算できることを示す。

(54)式を枝圧力差と枝流量との関係と組み合わせることにより、枝の正味エネルギー流量が与えられた場合の枝圧力差を求めることができる。その方法は非定常完全混合の流量仮定法による計算の場合と基本的には同じである。すなわち、枝圧力差 p を仮定値として(23)式を満足する流量 w を逐次近似法によって求め、その値を用いて計算した枝の正味エネルギー流量 $\bar{w}T$ と仮定した $\bar{w}T$ の値とが等しくなるように枝圧力差を補正しなおすという二重の逐次近似を用いれば良い。なお、正味エネルギー流量誤差 $\Delta \bar{w}T$ と仮定値の補正量 Δp との関係は次式である。

$$\{\Delta \bar{w}T\} = \left[\frac{\partial \bar{w}T}{\partial p} \right] \{\Delta p\} \quad (55)$$

ただし $\left[\frac{\partial \bar{w}T}{\partial p} \right]$ は枝数 $\times$ 枝数の対角行列であり、次式で

与えられる対角要素を持つ。

$$\frac{\partial \bar{w}T}{\partial p} = T_{ii} \frac{\partial w_i^+}{\partial p} - T_{ij} \frac{\partial w_j^-}{\partial p} + T_{ai} \frac{\partial w_a^+}{\partial p} - T_{aj} \frac{\partial w_a^-}{\partial p}$$

ループの枝エネルギー流量が誤差 $\Delta \bar{w}T$ を持つと、(54)式の関係からすべての枝流量が誤差を持ち、そのため(23)式から決定される枝圧力差にも誤差を生じ、したがって(53)式のループ圧力和の収支が満足されず誤差 $\Delta \bar{p}$ を生じる。このときの誤差の関係はNewton法を用いて整理すると次のようになる。(Appendix③参照)

$$\{\Delta \bar{w}T\} = \left([L] \left[\frac{1}{\frac{\partial \bar{w}T}{\partial p}} \right] [L]' \right)^{-1} \{\Delta \bar{p}\} \quad (56)$$

この関係式は、ループ圧力和の収支の誤差からループの正味エネルギー流量の仮定値の補正量を求めるのに用いる。 $\frac{\partial \bar{w}T}{\partial p}$ を求めるには、煙層、空気層それぞれ2つずつ、合計最大4個の和になるが、結果として一つにまとめることができるために、基本的には完全混合の場合と同様に考えることができる。この関係式の未知数は枝の正味エネルギー流量であり、これは定常完全混合の場合の未知数の数と同じであり、非定常二層流計算においてもグラフの変更は必要としない。

非定常二層ゾーンモデルの場合の流量仮定法による計算の流れを図-6に示す。

図-6 流量仮定法による非定常二層流煙流動計算の流れ

計算の各時間においては、煙温度と煙境界面高さが既知として、(53)式で表されるループ圧力和が0になる関係を満足する流れの場を求める。すなわち、ループの正味エネルギー流量 $\bar{w}T$ を仮定し、(23)式の関係満足する枝圧

力差を逐次近似によって求め、それがループ圧力差の係(53)式を満たすまでループの正味エネルギー流量の補正を繰り返す逐次近似計算法を用いる。

ループ圧力差の関係を満足する枝圧力差が求まると、この時間でのすべての枝の流量が同時に決定されるので、これらの値を用いることにより、次の時間ステップでの煙層温度および煙境界面高さが例えば(46)および(43)式から計算できる。

7. 結論

建物内の流れの回路いわゆる換気回路を表現するインシデンス行列及びループ行列を用いた煙流動二層ゾーンモデルの定式化を行った。空気層の温度を一定とし、 $dp/dt=0$ とする取り扱いにおいては、用いる基礎式の組み合わせによっては得られる構成式に差を生じるが、この差は $[T_a][I][w_s] \approx [I][\bar{wT}_s]$ の近似が成立する場合には無視しても良いことを示した。

インシデンス行列とループ行列を用いた二層ゾーンモデルの圧力仮定法及び流量仮定法による計算法を示した。二層ゾーンモデルの流量仮定法における未知数は枝の正味エネルギー流量であり、枝での煙流と空気流との和である正味流量を用いることにより完全混合の場合の未知数の数と同じになることを示した。非定常二層流計算においても完全混合の場合の計算からのグラフの変更は一切必要とせず、完全混合の場合の考え方を単純に拡張でき、計算が簡単になる。高層建築物などの建物内部全体での煙流動の予測においては、流量仮定法の方が圧力仮定法よりも解くべき連立方程式の元数が小さいことが多く、計算時間が少なくすむために、流量仮定法の利用が有利となると考えられる。

参考文献

- 1) 松下, 寺井; 火災時の開口部での煙と空気の流れ; 日本建築学会計画系論文集, No.481, 1996.3(掲載予定)
- 2) J.Prahl and H.W.Emmons; Fire Induced Flow through an Opening, Combustion and Flame, 25, 369-385, 1975
- 3) Tanaka; NBSIR 83-2718, 1983
- 4) Matsushita, Fukai and Terai; Calculation of Smoke Movement in Building in case of Fire, Fire Safety Science - Proceedings of the First International Symposium, 1123-1132, 1985
- 5) 服部, 小沢; グラフ理論解説, 昭晃堂, 1974
- 6) 前田, 寺井, 山口; 日本建築学会大会学術講演梗概集, 165-166, 1968.10
- 7) Bird, et.al.; Transport Phenomena, p.323, Wiley Toppan, 1960
- 8) 日本建築センター; 煙流動及び避難性予測のための実用計算プログラム解説, 1990

記号

A : 床面積[m ²]	C : 濃度	C_p : 定圧比熱
C_v : 定容比熱	n : 境界面の外向き垂直ベクトル	
P : 床面圧力[Pa]	p : 圧力差[Pa]	Q : 発熱速度[kW]
q : 境界面での流出熱流[kW/m ²]		R : ガス定数
T : 温度[K]	t : 時間[s]	U : 内部エネルギー
u : 速度[m/s]	u_b : 境界面の移動速度[m/s]	
V : 体積[m ³]	w : 境界面を通しての正味の流出質点[kg/s]	
Y : 煙層高さ[m]		
ρ : 密度[kg/m ³]	τ : 粘性応力テンソル	

下付添え字

a : 空気層

s : 煙層

上付添え字

$+$: 節点 i から節点 j への向き $-$: 節点 j から節点 i への向き

Appendix

①圧力が誤差 ΔP を含むとき、開口での圧力差にも誤差 Δp を生じる。すなわち、

$$\{p + \Delta p\} + \{p_s\} = [I']\{P + \Delta P\}$$

このときの誤差の関係式は、

$$\{\Delta p\} = [I']\{\Delta P\}$$

この圧力差による流量に誤差 Δw を生じ、従ってエネルギー流量にも誤差 $\Delta \bar{wT}$ を生じる。

$$\{\Delta \bar{wT}\} = \left[\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p} \right] \{\Delta p\}$$

ただし、 $\left[\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p} \right]$ は対角行列である。この開口エネルギー流量の誤差により、節点でのエネルギー収支に誤差 $\{\Delta Q\}$ が発生する。

$$\{\Delta Q\} = [I]\{\Delta \bar{wT}\}$$

以上の関係を、節点での流量収支誤差と節点圧力偏差との関係としてまとめると、次式となる。

$$\left[[I] \left[\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p} \right] [I'] \right] \{\Delta P\} = \{\Delta Q\}$$

② $C_p[I]\{\bar{wT}\} = \{Q_s\}$ の変形を行う。ループを構成する枝は一つの補木とそれ以外の木を構成する枝とで構成される。ループのエネルギー流量 $\bar{wT}$ の向きと大きさを補木の向きと流量に等しくとることにする。木を構成する枝におけるエネルギー流量を $w_i T_i$ とする。このとき、 $[I] = [I_i | \bar{I}]$, $\{\bar{wT}\} = \left\{ \frac{w_i T_i}{\bar{wT}} \right\}$ と分解できることを利用すると、

$$[I]\{\bar{wT}\} = [I_i]\{\bar{wT}_i\} + [\bar{I}]\{\bar{wT}\}$$

であるから、次式となる。

$$C_p[I_i]\{\bar{wT}_i\} + C_p[\bar{I}]\{\bar{wT}\} = \{Q_s\}$$

ただし、 $[I_i]$ はインシデンス行列の木の枝に関する部分行列、 $[\bar{I}]$ は補木の部分に関する部分行列である。この式に、 $[L] = [L_i | E]$ と分解できることおよび $[I][L'] = [0]$ すなわち $[L'_i] = -[L_i]^{-1}[I]$ の関係があることを適用すると、次のように変形できる。

$$C_p\{\bar{wT}_i\} = C_p[L'_i]\{\bar{wT}\} + [L_i]^{-1}\{Q_s\}$$

③枝圧力差の誤差 Δp とループ圧力の誤差 ΔP との間には次の関係がある。

$$\{\Delta \bar{p}\} = [L]\{\Delta p\}$$

また、枝圧力差の誤差に伴う枝のエネルギー流量誤差 $\Delta \bar{wT}$ は次式である。

$$\{\Delta \bar{wT}\} = \left[\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p} \right] \{\Delta p\} \therefore \{\Delta p\} = \left[\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p} \right]^{-1} \{\Delta \bar{wT}\}$$

(54)式を全ての枝について書き直し、その誤差の関係を求めると次式となる。

$$\{\Delta \bar{wT}\} = \left[\frac{L'_i}{E} \right] \{\Delta \bar{wT}\} = [L']\{\Delta \bar{wT}\}$$

これらの関係式および $\left[\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p}} \right]$ を考慮して、次式を得る。

$$\left[[L] \left[\frac{1}{\frac{\partial \bar{wT}}{\partial p}} \right] [L'] \right] \{\Delta \bar{wT}\} = \{\Delta \bar{p}\}$$

(1995年8月3日原稿受理, 1995年12月5日採用決定)