重合格子法を用いた建築物周辺気流の数値解析

—計算アルゴリズムの開発と基本特性の検討—

AIRFLOW SIMULATION AROUND BUILDINGS USING
OVERSET GRID COORDINATE SYSTEM

—A development of calculation algorithm and studies on its performance—

諏訪好英*, 藤井修二**, 湯浅和博***, 佐野仁美****

Yoshihide SUWA, Shuji FUJII, Kazuhiro YUASA and Hitomi SANO

A calculation technique using overset grid coordinate system has many benefits on airflow analysis around buildings, especially when the buildings have complicated configurations. In this research work, a fundamental calculation algorithm for incompressible viscous flow was studied and a 2-dimensional test program was developed using SIMPLE algorithm and fortified solution method. As the result of test solutions, it was found that this program enabled steady and time-marching calculations for incompressible viscous flow using plural grid coordinate systems.

Keywords : *airflow analysis, generalized curvilinear coordinate system, SIMPLE algorithm, overset grid coordinate system, fortified solution algorithm*
気流解析, 一般曲線座標系, SIMPLE法, 重合格子系, 解強制置換法

1. はじめに

近年, 建築物に作用する風外力の特性評価や建築物周辺での風環境予測の手段として, 気流の数値解析手法がさかんに用いられるようになった。従来から一般的に用いられている流体解析手法には差分法や有限体積法があるが, これらの手法では通常, 単一構造格子系を基本として離散化式を構成する。単一構造格子系による計算では, 隣接格子点の参照が容易であり, 膨大な格子点数を必要とする流体計算には有利な反面, 格子点の粗密に対する柔軟性に乏しいため, 物体まわりなどに格子点を集中させると全体的な計算格子点数が必要以上に増えてしまう問題点があった。また複雑形状を対象とする場合には, 格子点の粗密の関係から計算が不可能となったり, 計算格子を作成すること自体が困難となることもあり得る。

これまで, 複雑形状問題に対応した計算手法としては図1に示すようなさまざまな格子系による方法が開発されており, それぞれの分野で成果を得ている。建築物周辺気流の解析では, 一般に風洞実験を模擬した矩形領域内に建築物を想定することが多く, 対象建築物が複雑な形状の場合

にはその周辺のみ別の格子系とする複合格子系の適用が有利と考えられる。建築分野における複合格子系の適用としては, 何ら¹⁾, 倉淵ら²⁾, Tamuraら³⁾, 石田ら^{4), 5)}による先駆的な研究があり, 前3者では局所細分割格子系の適用により解析領域全体の計算格子数を大幅に削減できることを, 後者では重合格子系の適用により計算領域内での建築物設置方向を任意に設定できることなどを示している。

重合格子系による計算では, 解析対象物体の形状そのも

図1 複雑形状問題に対応した各種計算格子

* ㈱大林組技術研究所数値解析研究室

** 東京工業大学大学院情報理工学研究科
教授・工博

*** 東京工業大学工学部建築科 助手・工博

**** 東京電力㈱工務部建築グループ

Comput. Eng. Dept., Technical Research Inst., Obayashi Corp.
Prof., Graduate School of Information, Sci. and Eng., Tokyo Inst. of Tech., Dr. Eng.
Research Assoc., Dept. of Arch. and Building Eng., Faculty of Eng., Tokyo Inst. of Tech., Dr. Eng.
Arch. Eng. Sect., Construction Dept., Tokyo Electric Power Co. Inc.

のに対する任意性のほか、複数の物体が存在する場合の位置関係の設定についても任意性が高く、連成振動解析や移動物体を含む解析にも応用が可能である。しかしこれまで行われてきた重合格子計算に関する研究の多くは圧縮性流体を対象としており^{6)~9)}、非圧縮性流体に適用した場合の特性や、その適用範囲については明らかとなっていない部分が多い。

本研究では一般座標系を用いた重合格子計算手法を開発し、その特性を考察した。本報では開発した試作プログラムの概要と、2次元試行解析により検討した重合格子計算の特性について報告する。

2. 重合格子計算の非圧縮性流体への適用に関する考察

これまで行われてきた重合格子計算の多くは圧縮性流体を対象としたものであることを1節にも示した。非圧縮性流体への重合格子計算の適用が難しい理由としては、格子系間でのデータ補間アルゴリズムと非圧縮性流体の圧力方程式の解法との整合性の問題が挙げられる。

複数の格子系での計算を連成して行う場合、格子系間でのデータ補間を反復して行うことが必要となるが、圧縮性流体の場合と非圧縮性流体の場合とでは計算アルゴリズムの違いによりデータ補間のタイミングが違ってくる。非定常計算を考えた場合、圧縮性流体ではすべての従属変数の輸送方程式が時間発展型の形式で記述でき、異なる格子系間でのデータ補間を時間ステップごとに行う形で計算アルゴリズムを構成できる。一方、非圧縮性流体では連続の式を満足させるため、各時間ステップにおいて圧力補正のための反復計算が必要となる。MAC系アルゴリズムにより重合格子計算を行っている例^{4),5),10)}では、反復アルゴリズム中にデータ補間操作を加え、反復ごとに格子系間のデータをやりとりしている。この場合、全演算時間のうちデータ補間に費やされる部分がかなり大きな割合を占めることとなる。

本研究では主として定常解を求める場合を想定し、SIMPLE法¹¹⁾による速度・圧力補正アルゴリズムを採用した^[注1]。一般にSIMPLE系アルゴリズムではMAC系アルゴリズムに比べ、同じオーダの残差まで収束させるのに必要な反復回数を小さく抑えることができる。さらに各時間ステップでのデータ補間回数を数回程度以内に抑えることができるならば、データ補間操作を反復アルゴリズムの外側で行い、全体の計算アルゴリズムを簡略化できる可能性もある。試作プログラムの作成にあたっては、これらデータ補間のタイミングについての検討を行えるよう配慮した。

3. 一般曲線座標系による重合格子計算手法の開発

3.1 基礎方程式とその離散化

2次元領域における連続の式および運動量方程式を一般曲線座標系に写像変換すると、以下の各式を得る。

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial \eta} = 0$$

$$\begin{aligned} J \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho u U) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho u V) \\ - \frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} u_{\xi} + q_{12} u_{\eta}) \} - \frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} u_{\xi} + q_{22} u_{\eta}) \} \\ = -J \cdot \left(\xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} J \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho v U) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho v V) \\ - \frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} v_{\xi} + q_{12} v_{\eta}) \} - \frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} v_{\xi} + q_{22} v_{\eta}) \} \\ = -J \cdot \left(\xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} U &\equiv (\xi_x u + \xi_y v) \cdot J, & V &\equiv (\eta_x u + \eta_y v) \cdot J, \\ q_{11} &\equiv \xi_x^2 + \xi_y^2, & q_{12} = q_{21} &\equiv \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y, \\ q_{22} &\equiv \eta_x^2 + \eta_y^2 \end{aligned}$$

ここに u, v は物理速度成分、 U, V は反変速度成分であり、非圧縮性粘性流体を仮定して $\rho = \text{const.}$ である。本研究では定常計算、非定常計算の双方について検討を行ったが、定常計算の場合には運動量方程式の時間微分項を削除して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho u U) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho u V) \\ - \frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} u_{\xi} + q_{12} u_{\eta}) \} - \frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} u_{\xi} + q_{22} u_{\eta}) \} \\ = -J \cdot \left(\xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (2')$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho v U) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho v V) \\ - \frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} v_{\xi} + q_{12} v_{\eta}) \} - \frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} v_{\xi} + q_{22} v_{\eta}) \} \\ = -J \cdot \left(\xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (3')$$

以下同様に、非定常計算の場合のみを示し、定常計算の場合については時間項を削除して考えることとする。

重合格子計算における格子系間のデータ補間では、任意箇所に位置する計算格子の値をこれに隣接する他の格子系の値から補間する。このためスタッガード変数配置のように変数ごとに異なる定義点を用いる方法は得策ではない。ここではいわゆるコロケーション変数配置を採用し、基礎方程式を離散化した。熱対流共存場を計算する場合の熱伝導方程式、 k - ϵ 型など時間平均乱流モデルを用いる場合の k および ϵ に関する輸送方程式も同様の形で表されるので、将来的な展開も考慮し一般従属変数 ϕ により (2) 式、(3) 式を統一的に示すと、基礎方程式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} J \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V \phi) \\ - \frac{\partial}{\partial \xi} \{ \Gamma J (q_{11} \phi_{\xi} + q_{12} \phi_{\eta}) \} - \frac{\partial}{\partial \eta} \{ \Gamma J (q_{21} \phi_{\xi} + q_{22} \phi_{\eta}) \} \\ = -J \cdot S(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (4)$$

図2 計算格子とコントロールボリューム

図2に示すような計算格子のP点においてコントロールボリューム法により(4)式を離散化すると、格子点(コントロールボリューム中心点)の物理速度について次式のような離散化方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \rho \Delta \eta (U_e \langle \phi_e \rangle - U_w \langle \phi_w \rangle) + \rho \Delta \xi (V_n \langle \phi_n \rangle - V_s \langle \phi_s \rangle) \\ & - [\Delta \eta \{ (\Gamma J q_{11} \phi_\xi)_e - (\Gamma J q_{11} \phi_\xi)_w \} \\ & + \Delta \eta \{ (\Gamma J q_{12} \phi_\eta)_e - (\Gamma J q_{12} \phi_\eta)_w \} \\ & + \Delta \xi \{ (\Gamma J q_{21} \phi_\xi)_n - (\Gamma J q_{21} \phi_\xi)_s \} \\ & + \Delta \xi \{ (\Gamma J q_{22} \phi_\eta)_n - (\Gamma J q_{22} \phi_\eta)_s \}] \\ & = J \cdot \left[S_P(\xi, \eta) - \left\{ \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} \right\}_P \right] \Delta \xi \Delta \eta \quad (5) \end{aligned}$$

ここで $\langle \phi_e \rangle$, $\langle \phi_w \rangle$ などはコントロールボリューム界面における移流成分を示し、線形補間して求める。QUICK 法¹²⁾を適用すると界面での値は以下のように補間できる。

$$\begin{aligned} U_w \geq 0; \quad \langle \phi_w \rangle &= \frac{1}{2}(\phi_W + \phi_P) \\ & - \frac{1}{8}(\phi_{WW} + \phi_P - 2\phi_W) \\ & + \frac{1}{24}(\phi_{SW} + \phi_{NW} - 2\phi_W) \quad (6-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_w < 0; \quad \langle \phi_w \rangle &= \frac{1}{2}(\phi_W + \phi_P) \\ & - \frac{1}{8}(\phi_E + \phi_W - 2\phi_P) \\ & + \frac{1}{24}(\phi_S + \phi_N - 2\phi_P) \quad (6-2) \end{aligned}$$

拡散項の各成分については中心差分を適用し、次のように離散化する。たとえば、

$$\begin{aligned} & \Delta \eta \{ (\Gamma J q_{11} \phi_\xi)_e - (\Gamma J q_{11} \phi_\xi)_w \} \\ & = \frac{\Delta \eta}{2 \Delta \xi} \{ (\Gamma J q_{11})_e (\phi_E - \phi_P) - (\Gamma J q_{11})_w (\phi_P - \phi_W) \} \quad (7-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Delta \eta \{ (\Gamma J q_{12} \phi_\eta)_e - (\Gamma J q_{12} \phi_\eta)_w \} \\ & = \frac{1}{4} \{ (\Gamma J q_{12})_E (\phi_{NE} - \phi_{SE}) \\ & - (\Gamma J q_{12})_W (\phi_{NW} - \phi_{SW}) \} \quad (7-2) \end{aligned}$$

また(5)式の右辺にある圧力項および時間項もそれぞれ次のように離散化できる。

$$\begin{aligned} & J \cdot S_P(\xi, \eta) \Delta \xi \Delta \eta \\ & = \frac{J}{2} \{ \eta_x \Delta \xi (p_N - p_S) - \xi_x \Delta \eta (p_E - p_W) \} \quad (8-1) \\ & \quad \dots \phi = u_e \text{ のとき} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & J \cdot S_P(\xi, \eta) \Delta \xi \Delta \eta \\ & = \frac{J}{2} \{ \eta_y \Delta \xi (p_N - p_S) - \xi_y \Delta \eta (p_E - p_W) \} \quad (8-2) \\ & \quad \dots \phi = v_s \text{ のとき} \end{aligned}$$

$$J \cdot \left\{ \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} \right\}_P \Delta \xi \Delta \eta = J \cdot \frac{\rho \Delta \xi \Delta \eta}{\Delta t} (\phi_P - \phi_P^0) \quad (9)$$

ただしここでは時間項の離散化に完全陰解法を用いた。

(6-1) ~ (9) 式により離散化した基礎方程式を再度一般的な形式に書き直すと、格子点での物理速度に関する離散化方程式として次式を得る。

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_\phi + J \cdot S_P(\xi, \eta) \Delta \xi \Delta \eta \quad (10)$$

なお、時間項については(10)式の係数項 a_P および生成項 b_ϕ に組み込んだ形で扱うこととした。

3.2 速度・圧力の補正

先述したように速度・圧力の補正には SIMPLE 法を採用した。まず格子点における物理成分 ϕ_P を(10)式により求める。緩和係数 α_ϕ を導入すると、 ϕ_P は次式により計算できる。

$$\begin{aligned} & \frac{a_P \phi_P^{k+1}}{\alpha_\phi} - \left(\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_\phi \right)^{k+1} \\ & = J \cdot S_P(\xi, \eta) \Delta \xi \Delta \eta + \frac{1 - \alpha_\phi}{\alpha_\phi} a_P \phi_P^k \quad (11) \end{aligned}$$

ここで k は(10)式を緩和収束させるための反復ステップである。本研究ではコロケーション変数配置を採用しているため、チェッカーボード型の振動を避けるためには何らかの対策が必要である。本研究では Rhie and Chow¹³⁾により提案された方法を用いた。以下の展開にはこれと同じ方法を採用している。補正式の導出にはコントロールボリューム界面での値を用いるが、このとき圧力勾配に関与する項と関与しない項との扱いを分離する。まず(11)式を用いて計算した格子点での物理速度 u_P , v_P を $\partial p / \partial \xi$ に関与しない項、

$$u_P^\xi \equiv u_P + \frac{J \Delta \eta \xi_x}{2 a_P} (p_E^* - p_W^*) \quad (12-1)$$

$$v_P^\xi \equiv v_P + \frac{J \Delta \eta \xi_y}{2 a_P} (p_E^* - p_W^*) \quad (12-2)$$

および $\partial p / \partial \eta$ に関与しない項、

$$u_P^\eta \equiv u_P + \frac{J \Delta \xi \eta_x}{2 a_P} (p_N^* - p_S^*) \quad (13-1)$$

$$v_P^\eta \equiv v_P + \frac{J \Delta \xi \eta_y}{2 a_P} (p_N^* - p_S^*) \quad (13-2)$$

に分離してそれぞれ定義する^[注2]。(12-1) ~ (13-2) 式を用いて離散化方程式(10)を変形し、界面での反変速度と

してまとめると以下の各式が得られる。

$$U_e^* = \frac{1}{2} \left[J_P(\xi_x u_P^e + \xi_y v_P^e) + J_E(\xi_x u_E^e + \xi_y v_E^e) - \{J_P(\xi_x f_P^u + \xi_y f_P^v) + J_E(\xi_x f_E^u + \xi_y f_E^v)\} \frac{p_E^* - p_P^*}{\Delta\xi} \right] \quad (14-1)$$

$$V_n^* = \frac{1}{2} \left[J_P(\eta_x u_P^n + \eta_y v_P^n) + J_N(\eta_x u_N^n + \eta_y v_N^n) - \{J_P(\eta_x g_P^u + \eta_y g_P^v) + J_N(\eta_x g_N^u + \eta_y g_N^v)\} \frac{p_N^* - p_P^*}{\Delta\eta} \right] \quad (14-2)$$

$$f_P^u = \frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{a_P} \xi_x, \quad f_P^v = \frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{a_P} \xi_y \\ g_P^u = \frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{a_P} \eta_x, \quad g_P^v = \frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{a_P} \eta_y$$

すなわち (14-1), (14-2) 式では圧力に関する係数項のみ線形補間によって求め、圧力勾配項についてはコントロールボリュームの界面をはさむ2つの格子点の値から直接計算する。Rhie and Chow の方法ではこの操作により圧力解の振動を避けている。なお (14-1), (14-2) 式により計算される値は反変成分についての推定値であるため、添え字 * 付きで示した。

ここで反変速度の真値、推定値および補正量の関係式を次のように仮定する。すなわち、

$$U = U^* + U', \quad V = V^* + V' \quad (15)$$

補正量 U' , V' についても推定値の場合と同様にして以下の各式を得る。

$$U_e' = -\frac{1}{2} \{J_P(\xi_x f_P^u + \xi_y f_P^v) + J_E(\xi_x f_E^u + \xi_y f_E^v)\} \frac{p_E' - p_P'}{\Delta\xi} \quad (16-1)$$

$$V_n' = -\frac{1}{2} \{J_P(\eta_x g_P^u + \eta_y g_P^v) + J_N(\eta_x g_N^u + \eta_y g_N^v)\} \frac{p_N' - p_P'}{\Delta\eta} \quad (16-2)$$

ただし (16-1), (16-2) 式の導出に関しては、界面における法線方向以外の圧力補正量の影響が支配的ではないものと仮定した^[注3]。

連続の式 (1) を離散化したものに (15) 式を代入すると、圧力補正式が次のように求まる。

$$a_P p_P' = a_E p_E' + a_W p_W' + a_N p_N' + a_S p_S' + b \quad (17) \\ a_E = -\frac{\Delta\eta}{2\Delta\xi} \{J_P(\xi_x f_P^u + \xi_y f_P^v) + J_E(\xi_x f_E^u + \xi_y f_E^v)\} \\ a_W = -\frac{\Delta\eta}{2\Delta\xi} \{J_W(\xi_x f_W^u + \xi_y f_W^v) + J_P(\xi_x f_P^u + \xi_y f_P^v)\} \\ a_N = -\frac{\Delta\xi}{2\Delta\eta} \{J_P(\eta_x g_P^u + \eta_y g_P^v) + J_N(\eta_x g_N^u + \eta_y g_N^v)\} \\ a_S = -\frac{\Delta\xi}{2\Delta\eta} \{J_S(\eta_x g_S^u + \eta_y g_S^v) + J_P(\eta_x g_P^u + \eta_y g_P^v)\} \\ a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = \Delta\eta(U_e^* - U_w^*) + \Delta\xi(V_n^* - V_s^*)$$

圧力の補正は緩和係数 α_p を用いて次式により行う。

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (18)$$

さらに定義点での物理速度については、(11) 式により計算した値を予測値として、次のように線形補間して求めた値

$$u'_P = \frac{1}{2J} \{x_\xi(U'_e + U'_w) + x_\eta(V'_n + V'_s)\} \quad (19-1)$$

$$v'_P = \frac{1}{2J} \{y_\xi(U'_e + U'_w) + y_\eta(V'_n + V'_s)\} \quad (19-2)$$

を加えて以下のように補正する。すなわち、

$$u = u^* + u', \quad v = v^* + v' \quad (20)$$

以上、(11) ~ (20) 式までの操作を反復することにより、SIMPLE 法による補正アルゴリズムが構成される。なお (11) 式および (17) 式の計算には5項行列の解法を用いた。

3.3 格子系間のデータ補間

(3.3.a) 格子系間の解の接続

重合格子計算において格子系間での解を接続する方法としては、Fujii ら^[14]が提案した解強制置換法を採用した。解強制置換法では、 $[0, \infty]$ の値をとるパラメータ χ を用いて異なる格子系での解を強制的に置換する。格子系 A の計算において格子系 B の値を置換する場合を考えると、3.2 節の SIMPLE 法アルゴリズムにおいて (11) 式は次のように書き換えられる。

$$(1 + \chi) \frac{a_P}{\alpha_\phi} A \phi_P^{k+1} - A F^{k+1} = A c_\phi + \chi \frac{a_P}{\alpha_\phi} B \phi_P \quad (21) \\ F^{k+1} = \left(\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b_\phi \right)^{k+1} \\ c_\phi = J \cdot S_P(\xi, \eta) \Delta\xi \Delta\eta + \frac{1 - \alpha_\phi}{\alpha_\phi} a_P \phi_P^k$$

ここに格子系 A の値、格子系 B の値をそれぞれ左付きの添え字で区別した。(21) 式は $\chi=0$ のとき (11) 式に帰着し、 $\chi = \infty$ のとき $A \phi_P$ は他の項に関与せず無条件に $B \phi_P$ で置き換えられる。重合格子計算で用いられる解の接続方法には、Steger ら^[6]が用いている Chimera 法なども提案されているが、解強制置換法の利点は χ の値により解を混合する割合が可変となる点にある。なお (21) 式ではマトリクス計算が必要となるが、パラメータ χ を含む項はすべて係数行列の形で組み込まれることとなるため、単一構造格子系の場合と同様にして計算が可能である。

(12-1) 式以降の計算で用いる圧力についてもパラメータ χ を用いて^[注4]、

$$A p_P = \frac{\chi}{1 + \chi} (B p_P - A p_P) + A p_P \quad (22)$$

図3 重合領域における補間対象点と補間係数の算出

(12-1) ~ (16-2) の反変速度に関する各式では, (21) 式, (22) 式で計算した値により格子系での計算に必要な境界値および必要箇所の値が接続される。なおここでは速度については物理成分を未知変数として解くので, 運動量方程式に関して (21) 式により接続するのは物理速度である。

さらに (17) 式についても (21) 式の場合と同様に,

$$(1 + \chi)^A p'_P = {}^A G' + \chi {}^A p'_P \quad (23)$$

$$G' = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b$$

以上の操作により SIMPLE 法の反復計算に解強制置換法を組み込み, 重合する格子系間での解の接続を行った。

(3.3.b) 接続点における補間対象点の検索

重合格子計算では, 各格子系が重なり合う部分での値を相互に補間することにより, それぞれの格子系での解を連成する。このとき重合領域にある計算格子点は任意の位置関係をとるため, 参照すべき格子系の近接格子点から線形補間して各接続点での値を求める。

本研究では一般曲線座標系を採用したが, 各格子点を結ぶ各辺は直線で近似されている。ここでは近接する4つの格子点から構成される4辺形領域(コントロールボリュームとは格子幅の1/2づつずれている)を考え, 着目する格子点が相手側格子系の単位領域を構成する一対ずつの ξ -一定面, η -一定面に囲まれた範囲内にあるか否かによって補間対象点を検索した。図3 a) に示すような重合領域において格子系 A から B への補間を行う場合, 格子系 B の格子点 B1 と関連付けられる格子系 A の格子点 A1, A2, A3, A4 は次の不等式を満足する。

$$\begin{aligned} & \{ (x_{A2} - x_{A1})(y_{B1} - y_{A1}) \geq (y_{A2} - y_{A1})(x_{B1} - x_{A1}) \\ & \quad \text{and} \\ & \{ (x_{A4} - x_{A3})(y_{B1} - y_{A3}) < (y_{A4} - y_{A3})(x_{B1} - x_{A3}) \} \\ & \quad \text{and} \\ & \{ (x_{B1} - x_{A1})(y_{A3} - y_{A1}) \geq (x_{A3} - x_{A1})(y_{B1} - y_{A1}) \\ & \quad \text{and} \\ & \{ (x_{B1} - x_{A2})(y_{A4} - y_{A2}) < (x_{A4} - x_{A2})(y_{B1} - y_{A2}) \} \end{aligned} \quad (24)$$

対象補間点の検索には少なからぬ計算時間を必要とする。ここでは各格子系の位置関係が変化しない問題を対象とするため, あらかじめ次節に示す補間係数とともに算出

図4 試作プログラムのアルゴリズム

図5 ベース領域への χ の設定方法

した値をバッファに保管して使用することとした。

(3.3.c) 格子系間でのデータ補間

(3.3.b) の操作により抽出した接続点と対象補間点との間でのデータ補間には, それぞれの位置関係を考慮して線形補間を行った。接続点と対象補間点との位置関係が図3 b) に示すような状態にあるとき, ξ 方向, η 方向のベクトルを用いて表すと補間係数 α , β は次式で求められる。

$$\alpha \vec{EF} = \vec{EG}, \quad \beta \vec{AB} = \vec{AE}, \quad \beta \vec{DC} = \vec{DF} \quad (25)$$

3.4 試作プログラムの構成

前節までに示した方法を用いて計算プログラムを試作した。図4に試作プログラムのアルゴリズムを示す。本プログラムでの処理の手順は以下のように構成されている。

図6 試行計算における計算対象

a) 重合格子系による計算格子
格子系 A : 51 × 26, 格子系 B : 51 × 26

b) 単一格子系による計算格子 格子数 : 101 × 80

図7 計算に用いた格子系

- (I) 計算に用いる各格子系の座標データを読み込み、それぞれについて変換のメトリックを計算する。
- (II) 格子系間で解の接続を行うための対象補間点と補間係数を求め、バッファに保管する。この操作はそれぞれの格子系の組み合わせについて双方向行い、格子系 A → B, B → A の2種類のデータバッファを作成する。
- (III) 解強制置換法で用いるパラメータ χ を各格子系の格子点に設定する。 χ の設定も格子系 A → B, B → A の双方向について行う。
- (IV) 解強制置換法により解の接続を行いながら SIMPLE 法のアルゴリズムにより各格子系での計算を順次行う。
- (V) 計算を終了し、結果を出力する。

一般に重合格子計算では、解析領域のベースとなる格子系と、その上に配置する局所領域の格子系とが存在する。(III) の操作において、物体まわりなどの局所領域では χ の設定が容易に行えるが、ベース領域での設定はかなり複雑となる。ここでは図5に示すように、ベース領域に設定すべき χ の値をいったん局所領域の格子に配置させ、これを解強制置換のアルゴリズムと同様にしてベース領域に設定し直す方法を用いた。

(IV) における SIMPLE 法の反復計算では、本論文の冒頭にも述べたとおり格子系間での解の接続とのタイミングが問題となる。試作したプログラムでは大きいものから順に次のような反復計算のループがある。すなわち、

- (a) 非定常計算の場合の時間積分のループ
- (b) 解の接続を行いながら各格子点での計算を順次切り換えるループ
- (c) それぞれの格子系において速度・圧力補正を行うアルゴリズム
- (d) (11) 式, (17) 式の行列計算アルゴリズム

表1 想定した境界条件

設定箇所	境界条件
流入側境界面	1/4 乗則プロファイル
流出側境界面	自然流出
上空側境界面 (重合格子系の場合)	$\partial u / \partial y = 0.0$, $v = 0.0$
地表面 および物体表面	Blasius 型 壁関数

表2 重合格子計算における χ の設定

$B_j (B_i = 1 \sim B_{i_{max}})$	A → B χ	B → A χ^*
$B_j = 1, 2$	0.0	10 ⁷
$B_j = 3$	0.0	10.0
$B_j = 4$	0.0	5.0
$B_j = 5$	0.0	1.0
$B_j = 6$	0.0	0.5
$B_j = 7 \sim B_{j_{max}-6}$	0.0	0.0
$B_j = B_{j_{max}-5}$	0.5	0.0
$B_j = B_{j_{max}-4}$	1.0	0.0
$B_j = B_{j_{max}-3}$	5.0	0.0
$B_j = B_{j_{max}-2}$	10.0	0.0
$B_j = B_{j_{max}-1}, B_{j_{max}}$	10 ⁷	0.0

* B → A χ については格子系 B 上でのインデックスにより表示した。

表3 反復計算に関する設定条件

	補間 timing*		緩和係数		ステップ数
	u, v	p	α_ϕ	α_p	
ケース1 (単一格子系)	15	40	0.5	0.8	3000
ケース2	50	100	0.5	0.8	3000
ケース3	15	40	0.5	0.8	3000
ケース4	3	5	0.5	0.8	3000

* 補間 timing はデータ補間までに行う速度・圧力補正の反復回数を表す。

* ケース2～4については格子系 A, 格子系 B と同様の設定とした。

なおここでは単一格子系の場合と同様の方法で (c) の計算アルゴリズムを作成し、各格子系での計算をひとつ外側のループ (b) で順次切り換えて行く形とした。先述した石田らの例によれば、全格子系を連続した1次元配列として (b) および (c) のループを一体化することも可能であるが、ここでは基本的な計算特性の検討を目的としているので、単一格子系の計算アルゴリズムを単純に拡張した形でプログラムを作成している。この方式でプログラミングを行うと (c) の反復アルゴリズムでループを抜けるまでの反復回数を変更することにより、ループ (b) における格子系間のデータ補間のタイミングを変化させることが可能である。すなわち (c) の反復回数を十分大きく設定すれば各格子系での速度・圧力補正は独立して収束するまで実行されるが、反復回数を1回づつとすると速度・圧力の補正アルゴリズム内で格子系間のデータ補間が毎回行われることとなる。以下の説明では (a) および (b) のループを計算ステップ、(c) に設定する反復回数をデータ補間のタイミングと呼び、区別することとする。

4. 試行計算による基本特性の考察

4.1 定常計算に関する問題の設定

試作した計算プログラムを用いて試行計算を行った。対象は図6に示すような境界層流中の半円筒形物体まわりの

図8 重合格子計算による速度場、圧力場の計算結果

図9 物体表面における速度、圧力の法線方向プロファイル

流れ(流れは左側境界面から流入し、右側境界面から流出する)とし、本節では定常計算についての特性を考察した[注5]。ここでは図7 a)に示すような重合格子系による計算と同時に、図7 b)のような単一格子系による計算を行い、それぞれの結果を比較した。計算に用いた境界条件、重合格子計算における χ の設定をそれぞれ表1、表2に示す。

なおプログラムは一般曲線座標系で開発したが、ここでは計算格子の直交性やコントロールボリュームの歪みに起因する要因を排除して計算結果を評価するため、それぞれの格子系は直交座標系および円筒座標系と同一となるよう作成した。

4.2 データ補間のタイミングと計算精度との関係

先述したように非圧縮性流体の重合格子計算では格子系間でのデータ補間のタイミングに任意性を生じる。そこで速度・圧力補正アルゴリズムにおける補間タイミングの設定を表3に示すような組み合わせとし、それぞれの場合についての計算結果を比較した。

レイノルズ数 $Re=10^3$ についてデータ補間のタイミングを変化させて計算した結果を図8および図9に示す。なお図9では物体表面における圧力、速度の法線方向プロファイルを物体の中心点から見た角度ごとに示してある。計算結果を比較すると、各方向の速度成分についてはデータ補間のタイミングによる違いはあまり認められないが、圧力プロファイルは大きく変化していることがわかる。特にデータ補間までの速度・圧力補正反復の回数を大きく設定した場合には、単一格子系での計算結果との差が大きくなる傾向のあることがわかった。図8の圧力分布を比較すると、ケース2の場合には格子系を接続した界面での圧力分布はかなり不連続な状態を示している。

3.3 節に示した解強制置換法では、格子系間での解の接続に1ステップ前の隣接格子系での値を用いている。先述したように補間タイミングまでの補正反復の回数を大きく設定した場合、各格子系における解の収束が独立した形に

図10 計算格子数による圧力プロファイルの違い

近くなるが、重合格子計算では解を接続せずに速度場、圧力場を収束させても物理的な意味はない。各格子系での速度・圧力補正反復をある程度以上独立して行う操作を続けると、相互に物理的に意味のない収束解を連成していることとなり、計算そのものが意味を成さなくなるものと考えられる。

データ補間を行うまで補正反復回数を小さくして行くと、各格子系での計算において格子系間での解の接続が適当に組み込まれることとなり、計算結果は単一格子系での結果と一致してくる。ただし解強制置換法による隣接格子系からの接続値の補間は、特に計算初期において部分的に急激な解の変化を与えることとなる。このためデータ補間を毎反復ごとに行った場合には解が発散した[注7]。このような場合、 χ の設定値をステップごとに变化させて解強制置換法による影響を徐々に加えていくなどの工夫が必要と考えられる。

4.3 格子点数の違いによる影響

各格子系での格子点数が大きくなった場合には速度・圧力補正アルゴリズムにおける解の収束速度が低下するため、補間タイミングまでの補正反復の回数を極端に小さく設定することは危険となる。補間タイミングを表3のケース2に固定し、格子点数のみを変化させた場合についての計算結果を比較した。

図9と同様の方法でまとめた圧力プロファイルの比較を図10に示す。格子点数が大きくなるにつれて、計算結果

図11 比較した計算格子系

図12 格子系1～4による速度場の計算結果

は単一格子系での解に単調に近づいている。これは定常計算の場合、各格子系での1ステップあたりの解の変化量が格子点数の増加に伴い小さくなるためと考えられる。このことから、速度・圧力補正アルゴリズムにおけるデータ補間タイミングの設定は、各ステップでの解の変化量に対する相対的なものとして考える必要があると思われる。

4.4 局所領域への格子系設定範囲に関する考察

図8の結果からもわかるように、本計算対象では物体の後流側に旋回領域を生じる。物体まわりに設定する局所的な格子系の設定範囲によっては、格子系の境界面が旋回領域の中央に位置することとなる。また同一の格子点数で局所的な格子系を作成する場合には、その境界面での格子間隔とベース領域との格子間隔の差が大きくなることもある。ここでは図11に示すように物体まわりの局所的な格子系の設定範囲を変化させ、それぞれの場合についての計算結果を比較した。

図13 圧力プロファイルの比較

4種類の格子系を用いて計算した結果を図12、図13に示す。いずれの場合も表3のケース4の条件で計算を行った。計算の結果、格子系の設定範囲が異なる場合にも物体後流側での旋回領域についての再現性など、計算結果は単一格子系による結果と定量的によく一致することがわかった。比較した4種類の格子系では、重合する部分での局所領域とベース領域との格子間隔の差が1:1～1:4程度まで変化しているが、本試行計算ではいずれの場合にも十分に現象を再現し得ることを確認できた^[注8]。

5. 複数の複雑形状物体を有する非定常問題の試行解析

4節での試行計算により、定常計算における重合格子計算の特性をある程度明らかにできた。ここでは対象領域内に複数の物体を含む問題について非定常計算を行った結果について示す。先述したように本研究では定常解を求めることに重点を置いているが、形式的に非定常計算アルゴリズムを用いることもしばしば行われる。ただしここでは正しく非定常計算が実行されていることを確認するため、時間変化を伴う現象を対象とした。

4節での考察から、定常計算における速度・圧力の反復計算回数に関する特性は、各ステップにおける解の変化量に依存する相対的なものであることがわかった。非定常計算の場合には、各ステップにおける解の変化量が時間増分幅 Δt により規定される。このためデータ補間のタイミングに関する問題は Δt を通常の単一格子計算の場合よりも若干小さく設定することで解決できるものと考えられる。

5.1 問題の設定および計算の方法

対象とした計算領域の格子系を図14に示す。ここではベース領域に3種類の複雑形状物体が存在する問題を想定した。物体まわりの格子系についてはO型グリッドを適用し、代数的な Trans Finite Interpolation¹⁵⁾と Tompson¹⁶⁾

図14 想定した領域と計算格子

図 15 非定常計算の結果

の楕円型方程式による方法とを併用して作成した。なお設定した3種類の物体まわりの格子系はそれぞれ異なるように見えるが、1種類について作成した計算格子を拡大/縮小および重心まわりに回転しただけのものである。重合格子系による計算では、領域内に設定する物体が相似形であれば同一の座標データを若干加工するだけで再度使用できる点にも大きな利点がある。

複数物体を含む系を重合格子系で計算する場合、格子系間での解の接続には、格子系の数を n として $2 \times n C_2$ とおりのデータ補間が必要となる。しかし先述したように、解の接続に必要な補間対象点の検索と補間係数の算出には大きな計算負荷がかかるため、すべての格子系間での解を接続することはあまり得策ではない。ここではベース領域 A を介して各格子系での解を接続することとし、データ補間のシーケンスを $A \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow D \dots$ の形で構成した。したがって各格子系での計算のシーケンスも $A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow A \dots$ の形で構成される。この方法によれば解を接続すべき組み合わせの数は $2(n-1)$ となりとなる。

5.2 試行計算の結果

表4に示すような条件で非定常計算した結果を図15に示す。計算結果では、各物体まわりに形成された流れが非定常に干渉する様子をよく再現しており、圧力の分布状態も各格子系の境界面において連続性を保持している。試行計算の結果、5.2節に示した計算方法で複数物体まわりの流れの非定常解析が可能なのことが確認できた。

6. まとめ

重合格子系を用いた建築物周辺気流解析手法の開発を目的として、その計算手法に関する基礎的な検討を行った。また2次元試作プログラムを作成し、その計算特性を考察した。試作プログラムの特徴は以下の点にある。

(1) 一般曲線座標系で基礎方程式の離散化を行い、解強制置換法により格子系間の解の接続を行った。これにより任意形状の物体まわりの流れについて重合格子系の適用が可能となった。

(2) 非圧縮性流体の速度・圧力補正アルゴリズムとして SIMPLE 法を採用し、反復アルゴリズムにおける格子系間の解の接続を任意のタイミングで行えるようプログラムを構成した。

試作プログラムにより2次元の定常、非定常計算を実施し、その計算特性を考察した結果、以下の知見を得た。

(3) 非圧縮性流体の重合格子計算では、速度・圧力の補正アルゴリズムにおいて適当なタイミングで格子系間の解の接続を行う必要がある。それぞれの格子系での補正反復を厳しい条件で行うと各格子系での解が独立に収束し、格子系間での解の連成に関する整合性が失われる。

(4) 補正反復アルゴリズムにおける適正な解の接続タイミングは、反復計算における解の変化量の大きさに依存する。このため計算格子数が大きな問題では解を接続するまでに行う補正反復の回数を相対的に大きく設定できる。また非定常計算では解の変化量が Δt により規定されるため、 Δt を若干小さく設定することで解の接続タイミングに関する問題を回避できると考えられる。

(5) 複数の物体を含む系での重合格子計算では、必ずしもすべての格子系間での解の接続を行う必要はなく、ベースとなる格子系を介して間接的に解の接続を行うことも可能である。

本研究により、2次元非圧縮性流体解析に重合格子計算を適用した場合の諸特性を明らかにすることができた。今回試作したプログラムでは層流2次元流れを対象としたが、建築分野での実用的な現象解析には乱流モデルの組み込みや3次元解析への展開が必要である。今後、重合格子計算にこれらの展開を行った場合についての特性をさらに検討して行く予定である。

記号

a_P	: 一般化表式の ϕ_P に関する係数項
b_ϕ	: 一般化表式における生成項
J	: 変換の Jacobian
k	: 反復計算のステップ
p	: 圧力
$S_P(\xi, \eta)$	: 運動量方程式の圧力項の一般化表示
t	: 時間

u, v	: 物理速度
u', v'	: 物理速度の補正量
u^*, v^*	: 物理速度の仮定値
u^ξ, v^ξ	: 物理速度の $\partial p/\partial \xi$ に関与しない項
u^η, v^η	: 物理速度の $\partial p/\partial \eta$ に関与しない項
U, V	: 反変速度
U', V'	: 反変速度の補正量
U^*, V^*	: 反変速度の仮定値
x, y	: 物理空間の座標
x_{A1}, y_{A1}	: 点 A1 における x, y 座標
α, β	: 格子系間での解の線形補間に関する係数
α_p	: 圧力補正式の緩和係数
α_ϕ	: 運動量方程式の緩和係数
Γ	: 運動量方程式の拡散項の係数
$\Delta \xi, \Delta \eta$	: 計算空間における ξ, η 方向の格子幅
ϕ	: 独立変数の一般化表示
ϕ^0	: 1 時間ステップ前の ϕ
ϕ_{nb}	: 近接格子点での ϕ の値
A_ϕ, B_ϕ	: 格子系 A, 格子系 B における ϕ
$\langle \phi \rangle$	: コントロールボリューム界面での ϕ の値
ρ	: 密度
ξ, η	: 計算空間の座標
χ	: 解強制置換法における解の接続パラメータ
$A \rightarrow B_\chi$	: 格子系 A から B への解の接続に用いる χ

注

- [注 1] 近年、建築物周辺気流の問題でも LES を用いた非定常計算が盛んに行われている。これらの研究では直方体や円筒形まわりなど比較的単純形状を対象としているが、周辺気流の乱流状態はかなり複雑である。本研究ではこれまで計算が困難であった複雑形状建築物や複数棟から構成される建物群などに関する解析を指向しており、現象解析の立場からは、時間平均的なおおよその現象を把握することから進めるのが妥当と考えている。そのためここで採用した SIMPLE 法、QUICK 法、完全陰解法の選択はいずれも定常解（時間平均解）を求めることを前提とした。
- [注 2] (12-1) ~ (13-2) 式では (11) 式で求めた u_p, v_p を仮の値と考え、 $\partial p/\partial \xi$ または $\partial p/\partial \eta$ に関する項を差し引いたものが u^ξ, u^η などであることを表している。右辺第 2 項の符号が正となるのは、圧力項が運動量方程式の右辺にある場合負の項となるためである。
- [注 3] 反変成分の補正量に関して界面での法線方向以外の圧力補正量の影響が無視できるものとする、
- $$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \{ J_P(\xi_x u_P^\xi + \xi_y v_P^\xi) + J_E(\xi_x u_E^\xi + \xi_y v_E^\xi) \} \\ &= \frac{1}{2} \{ J_W(\xi_x u_W^\xi + \xi_y v_W^\xi) + J_P(\xi_x u_P^\xi + \xi_y v_P^\xi) \} \\ &= \frac{1}{2} \{ J_P(\eta_x u_P^\eta + \eta_y v_P^\eta) + J_N(\eta_x u_N^\eta + \eta_y v_N^\eta) \} \\ &= \frac{1}{2} \{ J_S(\eta_x u_S^\eta + \eta_y v_S^\eta) + J_P(\eta_x u_P^\eta + \eta_y v_P^\eta) \} = 0 \end{aligned}$$
- が成り立つ。これは SIMPLE 法で一般的に採用されている速度補正式の簡略化を一般曲線座標系での反変成分に拡張したものである。
- [注 4] ここでは SIMPLE 法を用いているので、(22) 式により接続される圧力値は (23) 式で補正量を求める際の仮の値である。解強制置換法⁽⁴⁾は圧縮性流体解析で多用される delta form に基づくので $\chi[0, \infty]$ というパラメータを用いるが、 $\theta = \chi/(1 + \chi)$ と変形すれば $\theta[0, 1]$ となり、時間積分で用いられる θ 法と同様の考え方により (22) 式を導出できる。
- [注 5] ここで想定した問題は、あくまで単一格子系と同等の計算が実行できるかを検討するためのものである。対象は半円筒形であるから解が対象性を保ち、定常解が得られることをあらかじめ単一格子系による計算で確認した。
- [注 6] Blasius の法則を層流の壁関数として適用すると、壁面粘性応力 τ は以下のように表される。

$$\tau = 0.0395 \left(\frac{1}{Re} \right)^{1/4} \cdot (\rho u^2)$$

ここに Re は境界層での局所レイノルズ数である。

- [注 7] SIMPLE 法では圧力が運動量方程式の加速度項のみによって補正されるため、修正量が過大評価される傾向がある。このため減速緩和が導入されているが、本計算では格子系間での解の接続によりさらに条件が厳しくなる。この場合に解が発散するのは定式化の問題ではない。緩和係数を小さくするとステップごとにデータ補間することも可能である。
- [注 8] 計算結果を詳細に見ると、後流側での剥離流れの再付着点距離は格子系の違いにより若干異なる。原因としてベース領域である格子系 A の格子幅が粗いことに起因する数値的な粘性効果が考えられるが、本報で論ずる計算手法の妥当性とは本質的に異なる問題と思われる。

参考文献

- 何, 堤ほか: 局所分割メッシュ法による通風時の室内気流分布に関する数値シミュレーション, 日本建築学会計画系論文報告集, 456(1994), 17.
- 倉淵, 鎌田: Multi-Mesh 法を用いた通風時建物内外気流の同時解析, 日本建築学会計画系論文報告集, 426(1991), 1.
- Nozawa, K. and Tamura, T.: A numerical study of vortical flow downstream of a three-dimensional surface-mounted body, Proc. of the 5th. Int. Symp. on Comput. Fluid Dynamics, JSCFD, Vol. II (1993), 375.
- 石田, 村上ほか: 解強制置換法を用いた複合グリッドシステムによる建物内外の気流解析に関する研究, 日本建築学会計画系論文報告集, 451(1993), 55.
- 村上, 持田ほか: 複合グリッドシステムを用いた LES による 2 次元角柱周辺流れの解析, 生産研究, 46, 2(1994), 61.
- Benek, J. A., Buning, P. G. and Steger, J. L.: A 3-D chimera grid embedding technique, AIAA paper 85-1523 (1985).
- Meakin, R. L.: A new method for establishing intergrid communication among systems of overset grids, AIAA paper 91-1586-CP(1991).
- Buning, P. G., Chiu, I. T. et al.: Numerical solution of the intergrid space shuttle vehicle in ascent, AIAA paper 88-4359-CP(1988).
- Ogawa, T. and Fujii, K.: Numerical simulation of compressible flows induced by a train moving into a tunnel, CFD J. 3, 1(1994).
- Jia, 中村: 領域分割法による 3 次元非圧縮性流体の汎用計算プログラムの開発, 第 7 回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (1993), 467.
- Patankar, S. V.: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corp. (1980).
- Leonard, B. P.: A stable and accurate convective modeling procedure based on Quadratic Up-stream Interpolation, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 19(1979), 59.
- Rhie, C. M. and Chow, W. L.: Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, AIAA J., 21, 11(1983), 1525.
- Fujii, K.: Unified zonal method based on the fortified solution algorithm, ISAS report, 648(1992), and J. of Comput. Phys. 118(1995), 92.
- Knupp, P. and Steinberg, S.: Fundamentals of Grid Generation, CRC Press(1993).
- Thompson, J. F.: Numerical Grid Generation, North Holland(1982).

(1995年12月5日原稿受理, 1996年6月7日採用決定)