計画と条件に適合する長方形分割図の作成方法について

グラフ理論的アプローチによる平面計画の方法 その1

GENERATION OF RECTANGULAR DISSECTIONS
SATISFYING DESIGN REQUIREMENTS

辻 正矩*, 川 窪 広 明**

Masanori TSUJI and Hiroaki KAWAKUBO

The purpose of this study is to develop a logical method generating floor plans by applying Graph Theory.

An outline of the method proposed in this paper is as follows.

- 1) The problem of generating floor plans is formulated as a bunch of sub-problems, such as a problem of transformation from a non-planar graph to a planar one, a problem of embedding inner vertices into faces of a graph, a problem of assigning feasible orientations to each room in a circular graph.
- 2) The method is useful to find out all the plane graphs satisfying given adjacency and out-facing requirements by introducing outer Hamilton graph.
- 3) It is also useful to generate all the floor layout graphs and rectangular dissections efficiently by a searching technique with constraints, that is, feasibility of selecting orientations and of being a rectangular dissection.

Keywords: floor layout graph, floor plan, graph theory, rectangular dissection

室配置グラフ, 平面プラン, グラフ理論, 長方形分割図

1. はじめに

コンピュータを援用した平面計画法の研究はこれまで多く発表されているが, これらの研究では, グラフ理論を応用したものが少なくない。これはトポロジカルなレベルで平面計画を検討するのに都合がよいからである。これらの研究は, 大別すると3つのタイプがある。1つはヒューリスティックな方法で, 与条件から諸室の隣接関係をグラフで表し, これの双対グラフを直感的な方法, あるいは簡単なルールを用いて作成するものである。この方法では室数が少ない場合にはすべてのパターンを網羅することができるが, 室数が多くなると難しい。このタイプの研究の最も初期の例として, Levin¹⁾の研究が挙げられる。

2つめはカタログ型の列挙法によるもので, 長方形セルで構成されるすべての平面パターンを収録したデータ・ファイルが予め作成されており, その中から該当する室数の平面パターンを選び出し, 各セルに各機能を組合せに割り当てる。そしてこれらの割り当てが要求された隣接条件と方位条件を満たしているかを検定し, 条件に合うものだけが採択される。この方法による代表的な例としては Mitchell²⁾, 太田³⁾ や吉田⁴⁾ の研究が挙げられる。

3つめは探索型の列挙法で, 要求された隣接条件と方位条件を満たす平面グラフを一定の手続きにもとづいて形成し, これの双対グラフから平面パターンを作成するものである。この場合は, 条件に合っ

たすべての平面パターンが形成される。このタイプの先駆的な研究としては Grason⁵⁾ の研究があり, 近年では Hashimshony と Roth⁶⁾ ~⁸⁾, 黒沢⁹⁾ や寺田¹⁰⁾ の研究が挙げられる。

すべての平面パターンを予め作成しておくというカタログ型の列挙法は無駄が多いので, 本研究では, 所与の隣接・外面条件を満たす平面グラフを形成し, この中から方位・形状条件を満たす解を探索するという探索型の列挙法を提案している¹¹⁾。

2. 研究の目的と方法

本研究は, 論理的に平面計画を進めることのできる手法を開発するとともに, 専門的知識のない人でもパーソナル・コンピュータの支援によって建築設計の機能的側面を簡便に学ぶことのできるCAIシステムをつくることを目的にしている。

本論では, グラフを用いて平面プランを作成するプロセスを, 次の4段階に分けて考えている。

1) 計画条件のプログラム化

諸室の隣接要求, 外面要求, 方位要求, 寸法・面積要求などを把握し, 計画の目標と制約条件を設定する。

2) 隣接グラフの平面化と室配置グラフの作成

隣接グラフから平面グラフを作成し, さらに方位・形状条件を満たす室配置グラフを作成する。

* 大阪工業大学工学部建築学科 教授・工博

** 大手前女子短期大学生活文化学科 講師・工修

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Osaka Institute of Technology, Dr. Eng.

Lecturer, Dept. of Life and Culture, Otemae Junior College, M. Eng.

3) 長方形分割図とラインプランの作成

室配置グラフから長方形分割図を作成し、さらに寸法・面積をもったラインプランを作成する。

4) 平面図の作成

ラインプランに部材要素、設備要素、家具などを加えて、平面図を完成する。

これまでの研究例は3)をテーマにしたものが多く、1)や2)についての論稿は少ない。本稿では、説明の簡便さと紙数の制約のため平屋建の建物を対象として、1)から3)の計画条件の設定から長方形分割図の作成までのプロセスについて述べる。寸法・面積条件を満たすラインプランの作成の方法や多層階建物に対する適用例については、稿を改めて論じたい。

3. 平面計画のための与条件

平面プランを作成するという行為は、「いくつかの制約条件のもとで、各種のデザイン変数を操作して、所要室を平面上に配置し、設計の目標となる評価基準²⁾を満足する解を見出すこと」と定式化することができる。デザイン変数には近接度、位置、形状、寸法などがある。諸室間の近接度を表すものには距離、隣接度、親近度などがあり、室の位置関係を示す変数には、室の中心の座標値や、室と室の相対的な位置関係（たとえば上、下、左、右）などがある。

これらの変数に対して平面計画のための与条件が設定されるが、グラフ理論的アプローチによって平面プランを作成する場合には、次の5つの条件が必要である。

1) 隣接条件

隣接要求を満足する室配置が可能であるためには、隣接グラフが平面的でなければならない。平面的であるとは、グラフの各辺を頂点以外で交差せずに平面上に描けることである。

2) 外面条件

一般の建物では、居室は健康上もしくは安全上の理由で、外部に面することが条件付けられているが、便所や廊下などのように必ずしも外部に面しなくてもよい室もある。ここでは、外部に面する室を「外部室」、外部に面しない室のことを「内部室」とよぶことにする。各室を配置する場合、外部室は必ず外面させなければならないし、内部室は外面させてはならない。

3) 方位条件

室によっては、ある方位に面することが望ましいものがある。また敷地条件や周辺道路との関係から、ある特定の方位が望ましい場合もある。各室を配置する場合、ある方位に面する、あるいは面しないことが条件付けられた室は、その条件が満足されるように配置されなければならない。

4) 形状条件

室の形状には円形や多角形の室もあるが、ふつうは長方形である。ここでは平面パターンが長方形分割図として表されることを前提にしているため、長方形に限定する。したがって、室の形状は長方形でなければならない。建物の外形はL字形やU字形のような両端の室同士が隣接しない平面形もあるが、環状の平面グラフを用いるこの方法の制約から、ここでは外部室が環状につながった平面パターンに限定する。したがって、長方形分割図の外形は長方形でなければならない。しかし、このことは平面プランの外形を長方形に限定するものではない。

5) 寸法・面積条件

長方形分割図からラインプランをつくる場合、各室の間口・奥行寸法あるいは面積が予め与えられなければならない。この場合、一つの固定した数値ではなく、それらの最大値・最小値といった可能な範囲が与えられることが多い。また建物全体の縦横長や面積の最大・最小値が与えられる場合もある。したがって、各室や建物の寸法は、これらの条件を満たすよう決定されなければならない。

1)から3)は平面上に各室が配置可能な平面グラフとして成り立つためのトポロジカルな条件で、4)と5)は、実際の建築平面として成り立つための幾何学的な条件である。

4. 隣接グラフの平面グラフへの変換の方法

4.1 用語の定義

本論では、グラフ理論の概念や方法を用いているので、これに関する基本的な用語について説明しておこう³⁾。

a) グラフと連結単純グラフ

グラフとは、点の集まりとそれらの点の対を結ぶ辺とからなる図形のことである。より正確に言えば、グラフGは有限な空でない点(vertex)の集合V(G)と、辺(edge)の集合E(G)とから構成され、VはEの接続関係の写像 $\delta^+, \delta^-: E \rightarrow V$ である。グラフGの2つの点vとwを結ぶ辺eがあるとき、点vと点wは隣接している(adjacent)といい、辺eは点v、点wに接続している(incident)という。2つの点を結ぶ辺が2本以上あるものを多重辺といい、同じ点を結ぶ辺のことをループというが、多重辺やループを含まないグラフは単純グラフとよばれる。

また、グラフの各点を通る辺の列で、同じ点を2度通らないものを道(path)といい、道の始点と終点と同じであるものを閉路(circuit)というが、どの2つの点も道で結ばれているようなグラフは連結グラフとよばれる。本論では、有限な連結単純グラフを扱っている。

b) グラフの位数と点の次数

グラフGがp個の点からなるとき、pをグラフGの位数という。また、点vに接続している辺の数のことを、vの次数という。次数が1の点は端点とよばれ、次数がnの点はn次の点とよばれる。

c) 平面グラフと平面的グラフ

平面グラフ(plane graph)とは、どの2つの辺も、それらが接続する点以外では幾何学的に交差しないように平面上に描かれたグラフである。また、平面的グラフ(planar graph)とは、平面グラフに同形なグラフのことである。グラフが同形である(isomorphic)とは、2つのグラフの点の間に一対一対応があり、かつ辺の間にも一対一対応があるものをいう。

d) カット点とブリッジ

連結グラフの中には、たった1個の点または1本の辺を除去するだけで非連結になるようなグラフがある。グラフGのある点vを除去したとき非連結グラフになるならば、この点はカット点とよばれる。また、ある辺eをグラフから除去したとき非連結グラフになるならば、この辺はブリッジとよばれる。

e) 閉路グラフと完全閉路グラフ

連結単純グラフの形はさまざまであるが、大別すると木グラフのように閉路をもたない無閉路グラフと、一部あるいは全体が閉路で構成される閉路グラフとがある(図-1 a, 1 b)。閉路グラフGのどの2点に対しても、それら2点をともに含む閉路が存在するグラフのことを、ここでは完全閉路グラフとよぶことにする(図-1 c)。これは端点やカッ

図-1 連結グラフの形

図-2 領域グラフの種類

ト点、ブリッジを含まない閉路グラフである。

f) ハミルトン・グラフと外ハミルトン・グラフ

連結グラフGの各点をちょうど1度だけ通る閉路が存在するとき、その閉路をハミルトン閉路とよび、Gはハミルトン・グラフとよばれる。ハミルトン・グラフは完全閉路グラフである。ここでは、外部点（外部室に対応する点）のみから構成されるハミルトン閉路を外ハミルトン閉路とよび、そのグラフのことを外ハミルトン・グラフとよぶことにする。このグラフを平面に描くとき、各点をハミルトン閉路の始点から終点まで順番に環状に並べた図を描くと、すべての点が外周閉路上にあるグラフが得られる（図-1 d）。

g) 領域グラフ

ここでは、1つの完全閉路グラフからなるグラフ、またはそれに木グラフが連結するグラフのことを領域とよび、1つの領域からなるグラフを単領域グラフ、複数の領域がカット点またはブリッジによって繋がるものを連鎖領域グラフとよぶことにする（図-2）。

h) 隣接グラフと双対グラフ

室を点で、2室の隣接関係を対応する2点を結んだ辺で表すグラフのことを室隣接グラフまたは単に隣接グラフ（adjacency graph）とよぶ。なお、室と室が「隣接している」とは、室と室が物理的に隣り合うこと、言い換えれば共通の壁をもつことであるが、この壁にドアなどの開口部があり、往き来できる場合を「接続している」ということがある。ここでは、隣接には接続の場合も含むものとする。

平面グラフGの各面Fiの内側に点 v_i^* を描き、隣り合う2つの面の点 v_i^* と v_j^* を、それらの面が共有する辺eと交差する辺 e^* で結ぶ。この手続きによって描かれたグラフG*のことを、Gの双対グラフ（dual graph）という。隣接グラフが平面グラフであるとき、その双対グラフは長方形分割図の原型を与える図となる。

i) 室配置グラフ

各点（室）の面する方位が特定された平面グラフのことを室配置グラフ（floor layout graph）とよぶ。このグラフでは、外部点は必ず4つの方位点（N, E, S, W）のいずれかと辺で結ばれている（図-9）。

4.2 閉路グラフの完全閉路グラフへの変換

本論の方法は、室間の隣接関係がかなり密な状態において、過剰な辺を取り除いていく方法を基本にしているため、完全閉路グラフまたは隣接関係が密な閉路グラフに対して適用される。なお、無閉路グラフや隣接関係が粗な閉路グラフに対しては、辺を付加していく別の方法が適用されるべきであろう。

与えられた隣接グラフが完全閉路グラフでない場合は、これを完全閉路グラフに変換する必要がある。ここでは、単領域グラフの変換方法について説明する（連鎖領域グラフの変換については、文14を参照されたい）。このグラフを平面上に描くときは、閉路を構成しない点や辺はすべて閉路の外に配置するものとする。これらの数が多い

ときは、生成される平面グラフの数が多くなりすぎるので1次の点だけからなる場合に限定する。

なお、方位条件によって外部室が面する方位が定められるが、このとき1つの方位のみに面する室を1方位室とよび、以下、面する方位の数によって2方位室、3方位室、4方位室とよぶことにする。2方位室の場合、面する方位にはNとE、EとSのように隣接する2方位のものと、NとS、EとWのように対向する2方位のものがある。前者を隣接2方位室または隅角室とよび、後者を対向2方位室とよぶ。

a) 1次の点は3方位室を意味するが、これが成り立つのは、この点と連結する外部点に対向2方位室の場合である（図-3 a）。この場合は、対向2方位室を1方位に面する2つの室のつながったものと考え、その点を2点に分割し、それらを辺で結ぶ。さらにそれら2点と1次の点とをそれぞれ結ぶ（図-3 b）。

b) それ以外の場合は、1次の点はその連結外部点の近傍点（外周上で隣接する点）の1つと連結させる。ただし、2つの点の隣接度（後述）が0のときに限る。これにより、その点は2次の点となり、完全閉路グラフが形成される（図-3 c, 3 d）。なお、近傍点は2つあるから、それぞれの点と1次の点を結んだ2つのグラフが得られる。

c) 1つの外部点に連結する1次の点がある場合は、1次の点同士を連結して閉路をつくる。このとき連結外部点に対向2方位室であれば、2つの領域がある

とみなせるので、カット点で連結された連鎖領域グラフと同じ取り扱いになる（図-3 e, 3 f）。

そうでない場合は、これらの点の中から1つを選び、これを連結外部点の近傍点と連結する。この場合、複数のグラフが得られる。

図-3 単領域グラフの完全閉路グラフ化

4.3 隣接グラフの平面グラフへの変換の方法

与えられた隣接・外面条件から平面グラフをつくる手順を図-4のフローチャートに示す。図中、点線で囲ったプロセスは内部点をもつ場合のもので、内部点をもたない場合は手順から除かれる。

(1) 計画と条件の設定

1) 隣接条件については、室同士の隣接要求の強さを次の4段階で与えることにする。すなわち、「隣接しない」、「どちらでもよい」、「隣接が望ましい」、「隣接する」で表し、それぞれに-1, 0, 1, 2の数値を当てる。これらの隣接要求を行列で表したものを隣接要求行列、または単に隣接行列とよぶ。住宅の場合の隣接行列の例を表-1に掲げる。ここでは隣接度0, 1は類似事例の頻度に基づいて定めるもので予めデータベースとして備え、隣接度-1と2はユーザーが要求事項として与えるものとする。

2) 次に諸室の外面条件を与える。これは予めデータベースとして備えておくが、ユーザーが与えてもよい。各室の外面条件は、外部室のとき1、内部室のときは-1で表すことにする。これらの値は隣接行列の下に外面条件を表す行を設け、そこに表示する（表-1下欄）。

3) 方位条件については、各室が面するあるいは面しない方位をユーザーが与える。面する方位を1、面しない方位を-1、それ以外は0と数値化し、各室と4つの方位（N, E, S, W）との対面関係を行列で表現する。これを室方位行列とよぶ（表-2）。

図-4 隣接グラフの平面グラフへの変換のフロー

4) この形式では、特定の方位のみ面に面するあるいは面しない場合を表せない。例えば室方位行列のNの値が1のとき、対面可能な組合せ方位（後述）はN, WN, NE, SWN, WNE, NESであり、面する方位をNだけとか、NEだけとかに特定することができない。そこで、室方位行列の下に方位特定の有無を表す行を設け、特定の方位のみ面に面するまたは面しない場合は1、そうでない場合は0の数値を与える（表-2下欄）。

(2) 隣接グラフの作成

与えられた隣接行列にもとづいて、以下の手順で隣接グラフを作成する。

- 1) 各室を隣接グラフの各点に対応させ、隣接行列の並び順に各点に番号を付ける。
- 2) 各点を番号順に環状に、時計回り方向で等間隔に配置する。次に隣接度が1および2の点同士を辺で結び、隣接グラフをつくる。
- (3) 外ハミルトン・グラフの作成

表-1 住宅の隣接・外面行列

	玄関	居間	台所	廊下	浴室	食堂	居室1	居室2
① 玄関								
② 居間	0							
③ 台所	-1	0						
④ 廊下	2	2	1					
⑤ 浴室	1	-1	1	1				
⑥ 食堂	-1	2	2	0	-1			
⑦ 居室1	0	0	-1	1	-1	0		
⑧ 居室2	1	1	0	1	0	0	1	
外面条件	1	1	1	-1	1	1	1	1

注：④廊下は内部室

表-2 室方位行列

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
N	1	0	0	-1	0	0	1	-1
E	0	0	1	-1	0	1	1	0
S	0	1	0	-1	-1	0	1	0
W	0	0	0	-1	0	0	1	0
特定	1	0	0	0	0	0	0	0

外部点が環状に並びように隣接グラフを平面に描いたとき、円周上での外部点の並び方は、グラフのもつ外ハミルトン閉路の数だけある。したがって、得られた隣接グラフからすべての外ハミルトン閉路を見出し、外部点が外周にくるように図を描けば、同形のすべてのグラフが得られる。外ハミルトン・グラフを作成する手順は次のとおりである。

- 1) 隣接グラフに内部点がある場合は、内部点とそれに接続する辺を一時的にグラフから消去し、外部点のみからなる閉路グラフをつくる。なお、このグラフに閉路がない場合は、内部点の埋め込み（後述）ができないので解がない。内部点をもたない隣接グラフや内部点を除いたあとの隣接グラフが完全閉路グラフでない場合は、「閉路グラフの完全閉路グラフへの変換」の手順にしたがって、これを完全閉路グラフにする。
- 2) このグラフについて、すべてのハミルトン閉路を見出す⁴⁾。
- 3) 得られたハミルトン閉路の配列にしたがって各点を環状に並び、隣接関係のある点同士を結ぶ。

(4) 交差辺の除去

1) 得られた外ハミルトン・グラフの対角辺（外周上にない辺）に交差があるかどうかをチェックし、交差があれば以下のプロセスをたどる。もしなければ、そのグラフは平面グラフであるから、以下のプロセスは省略される。

2) 隣接度2の辺同士がグラフ上で交差する場合は、一方を取り除くことはできないので解がないとし、他の外ハミルトン・グラフについて再び1) から始める。

3) 隣接度2と隣接度1の辺が交差する場合は、隣接度2の辺を残し、隣接度1の辺を取り除く⁵⁾。

4) 隣接度1の辺同士が交差する場合は、除去する辺の数が最も少なくなるよう、次のやり方で交差辺を除去する。

- ①他の集合の辺とは交差するが、同じ集合の辺同士は交差しない、2つ以上の辺集合に分ける⁶⁾。
- ②これらの集合のうち要素の数が最も多い集合に含まれる辺のみを残し、他の辺を除去する。
- ③要素の数が最も多い集合の数が複数あるときは、それぞれの集合の辺のみを残した場合を考える。

(5) 内部点の埋め込み

外ハミルトン・グラフを作成するときに一時的に消去した内部点がある場合は、次のような手順で内部点とその接続辺を平面グラフの埋め込み面に埋め込む。ここでいう埋め込み面とは、内部点が隣接するすべての点を含む最小の閉路によって囲まれた平面グラフの面のことである（図-5 b）。埋め込みとは、一時的に消去した内部点とその接続辺を再びグラフ上に戻すことであるが、具体的には内部点をその埋め込み面内に配置し、その面を囲む閉路上の隣接点と内部点とを辺で結ぶ。なお、埋め込み面は、複数の面で構成されることもあるが、このような場合、2つの面が共有する辺のことを分割辺とよぶことにする。

a) 内部点が1つの場合は、これに対応する埋め込み面を見出し、内部点をこの面に埋め込む。ただし、埋め込み面が三角形の場合は、外部室に長方形でない室が生じるので解がないとする。埋め込み面内に分割辺がある場合は、分割された面のうち内部点との隣接点数が最も多い方の面に埋め込む。もし、この埋め込みによって隣接度2の辺同士が交差する場合は解がない。また隣接度2と1の辺の交差では、1の辺の方を除去する（図-5 d）。隣接度が1の辺同士の交差では、交差辺のいずれか一方の辺を除いた2つのケースを考える（図-5 c）。

b) 内部点が2つ以上で、埋め込み面が同じで埋め込み面内に分割辺がない場合は、これらを同一面に埋め込む。このとき、各内部点に接続する辺同士に交差が生じることがあるが、隣接度2の辺同士が交差する場合は解がない。隣接度2と1の辺の交差では、1の方を除去する。隣接度1の辺同士の交差では、交差する一方の辺を取り除いた2つのケースを考える。なお、埋め込み面が同じで分割辺がある場合は、内部点が1つで分割辺がある場合と同様のやり方で辺の交差を解消する。

a), b) の埋め込みによって内部点の次数が3以下になった場合は、内部室が長方形の室にならないので、解がない。埋め込みの過程が終わると、各辺が交差をもたない平面グラフが得られる。

4.4 隣接グラフの平面グラフへの変換の例

表1に示した住宅の隣接・外面行列を用いて、この方法による変換のプロセスを具体的に説明しよう。

1) 隣接行列の隣接度1および2の室同士を辺で結んで隣接グラフを作る(図-6 a)。なお、グラフの各点に付けられた数字は、表の各室に付けられた番号に対応している。また、細線は隣接度1、太線は隣接度2の辺を示す。

2) 点④は内部室なので、この点とその接続辺を消して、残りの点と辺でグラフを作る(図-6 b)。

3) 得られたグラフは1次の点⑦を含む不完全な閉路グラフなので、点⑦をこれと連結する外部点⑧の近傍点①または②と結び、完全閉路グラフとする。このグラフから得られる外ハミルトン・グラフは図-6 c, 6 dに示すものと、これと同じ点の並びで回り方向が逆のグラフがある。

4) 消去した内部点④をその埋め込み面へ埋め込む。図-6 c, 6 dのグラフでは、この面を分割する辺があるので、④との隣接点が多い分割面A(1-5-3-6-2-8)に埋め込む。このとき分割辺と接続辺が交差するが、いずれも隣接度が1なのでそれぞれ一方を除いた2つのケースがある(図-6 e, 6 f)では接続辺の方を除いた。

その結果、4つの平面グラフが得られた。解としては、このほかにこれらと左右対称の4つのグラフがある。

図-5 内部点の埋め込み

図-6 隣接グラフの平面グラフへの変換

5. 室配置グラフの作成の方法

ここで提案する方法の基本的なアイデアは、グラフが環状構造であることを利用し、「各室を隣接関係を保持したまま環状に並べたとき、割当てられた各室の方位の順序が自然の方位順序と矛盾しないかどうかを検定し、矛盾がなければ室配置グラフとして採用する」というものである。しかし、各室が面することができる方位をすべて数え上げ、それを各室に割当てると膨大な数になる。そこで、効率よく条件を満足する解を得るために、「探索空間を限定するための制約」と「長方形分割図が成立するための制約」の2つの制約条件を設け、プロセスの早い段階で矛盾する室方位の組合せを取り除くよう工夫している。

5.1 組合せ方位行列

各室が面することが不可能な方位を予め取り除いておくことで探索の効率が良いので、室方位行列にもとづき各室が面することができる組合せ方位と面することができない組合せ方位を示す組合せ方位行列を作っておく。なお、組合せ方位とは、N, E, S, Wの4つの主方位とそれを組合せてできる方位のことであるが、4方位すべてに面する室(1室のみの平面)と対向する2方位(NS, EW)に面する室を除く⁷⁾と、全部で12の組合せ方位(N, E, S, W, NE, ES, SW, WN, NES, ESW, SWN, WNE)がある。また組合せ方位行列は、組合せ方位を「列」、所要室を「行」とする行列で、行列要素には、面することができる方位には1、できない方位には0を与える。

5.2 室方位を決定するための制約条件

各室が面することができる方位の組合せをつくる過程で次のような制約条件を用いれば、配置可能な方位の順列のみを得ることができる。

(1) 探索空間を限定するための制約

方位条件を満足する方位順列を求めるプロセスは探索木で表すことができる。効率よく解を求めるためには、その探索木の不可能な枝(組合せ方位)を予め刈り込んでおくことよい。そのための制約として次の2つがある。

1) 室方位要求にもとづく制約

組合せ方位行列の要素の値が0である方位は、その室の面する方位とすることができない。

2) 2次の点の方位選択の制約

室配置グラフの2次の点で表される室は、隅角室か3方位室である。したがって、2次の点は1方位(N, E, S, W)に面することはできない。

(2) 長方形分割図が成立するための制約

次のような制約に反する方位順列は、長方形分割図をつくることできない。

1) 方位並び順の制約

平面グラフの外周上の任意の点を始点として、時計回り方向に隣接する点を順次たどったとき、自然の方位順序(例えばN-NE-E-ES-S-SW-W-WN)を乱してはならない。

2) 方位連続の制約

前の室と次の室の方位順序に断絶があってはならない(例えば前の室の方位がNのとき、次の室の方位として割当て可能なN, NE, WN, NES, SWN)。また、室数が3以上の場合、3方位室が連続することはできない。

3) 多方位室数の制約

2方位室(隅角室)の数をs, 3方位室の数をtとすると、 $s + 2t = 4$ が成り立たなければならない。したがって2方位室数sは4以下、

3 方位室数 t は 2 以下である。

5.3 室配置可能性の検定のアルゴリズム

前節(2)の制約にもとづいて次のような検定を行ない、各室の面する方位を決定する。

(1) 選択可能方位リストによる検定

ある室の方位が既に決まっているとき、次の室の方位として選ぶことができるのは、つぎの組合せ方位の中からである。すなわち、前の室の方位が 1 方位ならば、その方位が含まれる組合せ方位のうち、その方位が左端にくるもの（例えば前の室の方位が N ならば、N, NE, NES）。2 方位室ならば、2 方位並びの右端の方位が含まれる組合せ方位のうち、その方位が左端にくるもの。3 方位室ならば、3 方位並びの右端の方位が含まれる組合せ方位のうち、その方位が左端にくるもので 3 方位室でないもの（例えば前の室の方位が ESW ならば、W, WN）。この手続きを一般化すれば、次のとおりである。

1) 4 つの主方位を w, x, y, z 、前の点の方位を v_0 、次の点がとりえる方位を v_1 で表すとする。 v_0 の方位に対して次の点のとりえる方位 v_1 のリストをつくる。 v_1 が 1 方位 w ならば、選択可能な方位 v_1 の集合 V は (w, wx, wxy) 。 v_0 が 2 方位 wx ならば、 (x, xy, xyz) 。 v_0 が 3 方位 wxy ならば、 (y, yz) 。

2) 次の点の方位として選んだ組合せ方位を V のリストと照合し、この中にあれば選択可能、そうでなければ選択不可と判定する。

(2) 多方位室数による検定

2 方位室または 3 方位室を選択した場合は、今回を含めて選択した 2 方位室数を s 、3 方位室数を t とすると、 $s + 2t \leq 4$ であれば選択可能、 $s + 2t > 4$ であれば選択不可と判定する。

5.4 室配置グラフ作成の手続き

図-7 のような手続きで室配置可能な方位順列を求める。

1) 組合せ方位行列を作成する。組合せ方位行列をつくる手順は、最初に行列のすべての要素の値を 1 とする。次に、室方位行列の要素の値が 1 の方位について、組合せ方位行列の該当する行ベクトルの中の、その方位が含まれない組合せ方位の値を 0 とする（例えば室方位行列の N が 1 のとき、E, S, W, ES, SW, EW, ESW は 0）。

また、室方位行列の要素の値が -1 の方位については、組合せ方位行列の該当する行ベクトルの、その方位が含まれる組合せ方位の値を 0 とする（例えば N が -1 のとき、N, NE, WN, NS, NES, SWN, WNE は 0）。ただし、面する方位が特定された室（特定方位ベクトルの値が 1 の室）は、組合せ方位行列のその方位以外の組合せ方位の値を 0 とする。また、面しない方位が特定された室（特定方位ベクトルの値が -1 の室）は、その方位と同じ組合せ方位の値を 0 とする。

図-7 室配置グラフの作成のフロー

また、2 次の点の方位選択の制約から割当てが不可能な組合せ方位については、組合せ方位行列のその室の行ベクトル中の 1 方位 (N, E, S, W) の値を 0 とする。

2) 外ハミルトン・グラフの各点 (n 個とする) を時計回り方向に探索する。探索を始める点は任意であるが、組合せ方位の数が少ない点から開始したほうが効率的である。始点と定めた点から時計回りに 1, 2, 3, ... とレベル番号を付ける。レベル 0 の点 (レベル 1 の点に先立つ仮定の点) をルート (根) とする $n+1$ のレベルからなる組合せ方位の探索木をつくり、探索の順序 (深さ優先で、左側優先) を決める。

3) レベル 1 の点に対応する室の組合せ方位行列の行ベクトルの中から、要素の値が 1 の組合せ方位を探索の順序に従って 1 つ選ぶ。

4) 次のレベルの点の組合せ方位行列の行ベクトルの中から、要素の値が 1 の組合せ方位を、探索の順序に従って 1 つ選ぶ。もし、値が 1 の組合せ方位が見い出せないならば、1 つ前のレベルの分岐点に戻る。

5) 前の点の方位を参照して、選択した点の方位が、「方位並び順の制約」、「方位連続の制約」および「多方位室数の制約」に反しないかを検定する。検定の結果、すべての制約に反しないならば、この方位を正式な方位として決定する。いずれかの制約に反するならば、1 つ前のレベルの分岐点に戻る。

6) 以下、4) ~5) の手続きをレベル n の点に至るまで繰り返す。レベル n の点の方位が決定したら、その方位がレベル 1 の点の方位と並び順がつながるかを「選択可能方位リストによる検定」のアルゴリズムを用いて検定する。検定をパスすればその方位順列が解となり、そうでなければ解がないことになる。

7) 以上のような探索を残りの (レベル 2 以降の) 未探索の探索枝についても行ない、条件を満足する解を求める。

8) 未探索の探索枝がなくなったら 3) に戻り、7) までの手続きを繰り返す。もし、3) においてレベル 1 の点の選択する組合せ方位がなくなるとき、探索の全プロセスは終了する。

9) 得られた方位順列のそれぞれについて、室配置グラフを作成する。その手順は、まず N, E, S, W の 4 つの方位点を N が上になるように平面上に配置し、隣接する点同士を線で結ぶ。その図の中に、4.3 で得られた平面グラフを N に面する点 (室) が上にくるように描く。次に、各外部点とそれらの点が面する方位点とをそれぞれ線で結ぶ。

5.5 室配置グラフ作成の例

ここでは、先の例の平面グラフ (図-6 e) にもとづいて、表-2 に示す方位条件のもとで、配置可能な室配置グラフの形成を試みた。この平面グラフは内部点をもつがこれは度外視し^{注8)}、このグラフの外周上の各点に対面可能な方位を割当てて。前述の手続きに従い、つぎのような手順で作業を行なった。

1) 与えられた室方位行列から、組合せ方位行列をつくる。このときの組合せ方位行列を表-3 に掲げる。

表-3 組合せ方位行列

	N	E	S	W	NE	ES	SW	WN	NES	ESW	SWN	WNE
①	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
②	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
③	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
④	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⑤	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
⑥	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
⑦	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
⑧	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0

注：④は内部点、⑦は 2 次の点

図-8 方位順列の探索

2) 深さ方向の探索の順序は、①を始点とし、平面グラフの外周の点を時計回りにたどるものとする。また横方向へは、組合せ方位行列の行ベクトルの要素の並び順に従って、左から右へと探索する。

3) 「室配置グラフ作成の手続き」の3) から8) までの手続きに従い、解の探索を行なう。

4) 探索の結果、9つの方位順列が得られた(図-8)。この方位順列にもとづき室配置グラフを形成する。その一例を図-9 a)に示す。

6. 長方形分割図の作成の方法

(1) 長方形分割図が成立するための条件

長方形分割図が描けるためには、もとの平面グラフが次の条件を満たしていなければならない。

a) 点の数が4以上であれば、外部点の数は4以上である。

b) 閉路の辺の数は、3閉路または4閉路である。

なお、a)は室が4つの壁で囲まれている(すなわち長方形である)ための、b)は壁と壁の交差が直角であるための条件である。

(2) 室配置グラフのカラーリング

室配置グラフから長方形分割図を導く方法はいくつかあるが、ここではRothらのカラーリング技法²⁵⁾を用いて、壁の方向を決める。カラーリングというのは、室配置グラフの各辺が南北方向か東西方向かによって、2色に色分けすることである。この方法によれば、可能なすべての長方形分割図を得ることができる。図-9 d)は彩色された室配置グラフの例である。

次のようなルールを用いて、グラフの各辺を彩色する。

a) 方位点NまたはSと結ぶ辺は同一色で、EまたはWと結ぶ辺はそれとは異なる同一色で彩色する。

b) 閉路を構成する辺の彩色は、次の規則に従う。

① 3辺からなる閉路は、そのうち2辺は同じ色で、他の1辺は異なった色でなければならない。

② 4辺からなる閉路は、隣り合う辺同士は異なった色で、離れた辺同士は同色でなければならない。

c) 点の周りの辺の彩色は、次の規則に従う。すなわち、隣り合う同色の辺同士を1つのグループとみなしたとき、4つのグループに分けることが可能でなければならない。

(3) 長方形分割図の作成の手順

先の事例で得られた室配置グラフ(図-9 a)を例にとり、長方形

分割図をつくる手順を説明する。

1) 方位点NまたはSと接続する辺を破線、WまたはEと接続する辺を点線にする(図-9 b)。

2) 3辺からなる閉路の彩色ルールを用いて、外周の辺の彩色を行なう。

3) 3辺および4辺の閉路の彩色ルールと点周辺の彩色のルールを用いて、内部の辺の彩色を行なう(図-9 c)。

4) 彩色ルールを用いても色が決定できない辺は、どちらの色でも彩色可能である。そこで、各辺のとりえる色のすべての組合せを数え上げ、この中から彩色ルールに適合するものだけを採択する(図-9 d)。

5) 彩色された室配置グラフの三角形または四角形の各面内の適当な位置に点を置き、隣り合う面の点同士を結ぶ。このとき、2つの面の共有する辺の色と同じ色で彩色する(図-9 e)。この手続きによって双対グラフが描かれる。なお、双対グラフの破線で表された辺は東西方向の壁を、点線の辺は南北方向の壁を表している。

6) 得られた双対グラフの各辺が水平または垂直になるように変形し、長方形分割図を完成させる。この例の室配置グラフは3通りに彩色され、これと同数の長方形分割図が得られた(図-10)。

7. 試行の結果

この方法では、隣接条件や方位条件などの与え方によっては、解が多過ぎたり、解がないこともある。そこで、これらの条件の与え方について、次のような論証と試行を行なった。

(1) 隣接グラフの最多・最少の辺数について

いま、隣接グラフの点の数(室数)を n 、辺の数(隣接度1と2の辺数の和)を m とする。辺の数の上限については、完全グラフ(各点がそれ以外のすべての点と隣接しているグラフ)の辺の数であること

図-9 室配置グラフのカラーリング

— 方向が不確定な辺

図-10 長方形分割図

図-11 隣接条件と方位条件

表-4 得られたグラフの数

	m_1	m_2	平面グラフ	方位条件を満たすグラフ	室配置グラフ	長方形分割図
CASE1	12	3	288	30	97	199
CASE2	9	6	24	6	19	48
CASE3	6	9	4	0	0	0

は容易にわかる。 n 点からなる完全グラフの辺数 m は $n(n-1)/2$ である。一方、すべての点が外部点であり、かつすべての面が四角形である平面グラフは、長方形分割図が描ける平面グラフのなかでは最も辺数が少ない。このグラフの辺数 m は、 $(3n-4)/2$ (ただし $n \geq 4$)である。

(2) 隣接度2の辺の数と設定方位の数について

隣接度2の辺の数や室の面する方位の設定数と、得られる平面グラフや長方形分割図の数との関係を調べる。

ここでは例として、6個の外部点だけからなる完全グラフについて検討する。隣接グラフの辺の総数を m 、そのうち隣接度1の辺の数を m_1 、隣接度2の辺の数を m_2 とする。このグラフでは m は15であるが、 m_2 については3, 6, 9の3つのケースを考える。また、すべての室に対して面する(または面しない)方位を設定する。このときの隣接条件と方位条件を図-11に示す。各ケースにおいて得られた平面グラフ、方位条件を満たす平面グラフ、室配置グラフ、および長方形分割図の数を表-4に掲げる。CASE1では平面グラフの数は288と多かったが、方位条件を満たす平面グラフは30と意外に少なかった。長方形分割図は199パターン得られた。CASE2では m_2 がCASE1に比べて2倍に増えたため、平面グラフの数は24と少なくなった。このうち方位条件を満たすものは6つあり、これから48の長方形分割図が得られた。CASE3では隣接度2の辺がさらに増えたため、平面グラフは4つしか得られなかった。このうち方位条件を満たすものはなく、長方形分割図は得られなかった。

(1), (2)の結果から次のことが明かになった。この方法で取り扱う隣接グラフは、ある程度の辺数がないと解が得られない。一般に、隣接グラフの辺数が多いほど得られる解の数は多くなるが、同じ辺数のグラフでは隣接度2の辺の割合が多くなると、得られる平面グラフの数が少なくなる。また、全室に対して面する(または面しない)方位が設定された場合は、それを満足するグラフの数は大幅に減少し、場合によっては、長方形分割図が得られないこともある。

8. まとめ

本研究で得られた成果をまとめると、次のようである。

- 1) 隣接、外面、方位、形状、寸法・面積の5つの条件を、グラフを用いた平面計画の必須の条件として設定し、これらの条件を満たす長方形分割図を作成する列挙的な方法を提案した。
- 2) 隣接条件は非平面的グラフの平面グラフ化の問題、外面条件は外

部点の外周配置と内部点の面への埋め込みの問題として、また方位・形状条件は平面グラフの各点への方位割当ての問題として定式化した。

- 3) 外ハミルトン・グラフという新しいグラフの概念を導入し、外部に面する室の配置関係を環状の点の並び順に置き換えることにより、隣接・外面条件に合ったすべての平面グラフを見出す方法を示した。
- 4) 方位・形状条件を満足するすべての室配置グラフを、各種の制約条件を設けることによって効率よく作成できる探索的な方法を示した。

【注】

- 1) 本研究は、文12~文14をもとに加筆修正したものである。
- 2) 評価基準には、延床面積、外周長さ、総交通量、建設費用などが用いられることが多いが、これらを組合せた指標、例えばAccessibility, Visibilityなどを用いることもある。
- 3) 主として文10の定義による。
- 4) ハミルトン閉路は、1つの始点から次々にその隣接点に枝を伸ばした樹状図を描くことによって見出すことができる。
- 5) 外ハミルトン・グラフの交差する対角辺や内部点の埋め込みによって生じる交差辺は、外周上の辺ではない。一方、閉路グラフを完全閉路グラフに変換するときに加えた辺は外周上の辺である。したがって、追加した辺が交差を解消するために、再び除去されることはない。
- 6) Demoucronのカラーリングの方法(文11)が有効である。
- 7) 完全閉路グラフでは2方位の室は対向2方位(NSまたはEW)をとることができない。なぜなら対向2方位室は、完全閉路グラフをつくる過程で2つの1方位室に分割されている。
- 8) 内部点を持つ平面グラフの場合、内部点は環状の閉路の内側にあるので、室方位決定のプロセスとは関わりがない。しかし、解が得られた後で、内部点の隣接関係を復活して室配置グラフを作成しなければならない。

【参考文献】

- 1) P. H. Levin "Use of graphs to decide the optimum layout of buildings" The Architects' Journal, vol.7, pp809-815, 1964
- 2) W. J. Mitchell, J. P. Steadman and R. S. Liggett "Synthesis and optimization of small rectangular floor plans" Environment and Planning B, vol.3, pp37-70, 1976
- 3) J. Grason "A Dual Linear Graph Representation for Space-Filling Location Problems of the Floor Plan Type" in Emerging Methods in Environmental Design and Planning, MIT Press, 1970
- 4) R. Hashimshony, E. Shaviv and A. Wachman "Transforming an Adjacency Matrix into a Planar Graph", Building and Environment, vol.15, pp205-217, 1980
- 5) J. Roth, R. Hashimshony and A. Wachman "Turning a Graph into a Rectangular Floor Plan", Building and Environment, vol.17, pp163-173, 1982
- 6) 太田利彦：動線計画の数学的解析(第1報)、日本建築学会論文報告集、第69号、pp293-296, 1961
- 7) 吉田勝行：計算機による平面計画の自動化に関する研究(1)、日本建築学会大会学術講演梗概集、pp325-326, 1969
- 8) 黒沢和隆：動線条件から平面構成パターンを導く図法を用いた住宅平面型のパターン分析の手法、日本建築学会計画系論文報告集、第392号、pp41-51, 1988
- 9) 寺田秀夫：室空間の隣接関係により定義された長方形分割図を求める方法について、日本建築学会計画系論文報告集、第414号、pp69-80, 1990
- 10) R. J. ウィルソン：グラフ理論入門、近代科学社、1985
- 11) J. M. ムーア, P. M. ガーレ, V. カクラ：コンピュータによるグラフ理論の応用、共立出版、1981
- 12) 川窪広明, 辻正矩：隣接グラフから外面条件を考慮した平面グラフを求める方法について—グラフ理論による室配置計画の研究(その1)、日本建築学会情報システム技術委員会、第17回情報システム利用技術シンポジウム論文集、pp151-156, 1994
- 13) 辻正矩, 川窪広明：平面グラフから方位条件に適合した室配置グラフを求める方法について—グラフ理論による室配置計画の研究(その2)、日本建築学会情報システム技術委員会、第17回情報システム利用技術シンポジウム論文集、pp157-163, 1994
- 14) 辻正矩, 川窪広明：非長方形平面に対応する室配置グラフを求める方法について—グラフ理論による室配置計画の研究(その3)、日本建築学会情報システム技術委員会、第18回情報システム利用技術シンポジウム論文集、pp91-96, 1995

(1996年4月10日原稿受理、1996年10月31日採用決定)