光束伝達法・虚像法・光線追跡法を組み合わせた新照明計算アルゴリズム

FLSS^(注1)(Flexible Lighting Simulation System)の開発 (その1)A NEW LIGHTING CALCULATION ALGORITHM COMPOSED OF THE LUMINOUS
FLUX TRANSFER METHOD, THE IMAGE METHOD AND THE RAY TRACING

Development of "Flexible Lighting Simulation System" Part 1

藤井俊一*, 中村 洋**, 松浦邦男***, 上谷芳昭****, 古賀靖子*****

*Shun-ichi FUJII, Hiroshi NAKAMURA, Kunio MATSUURA,
Yoshiaki UETANI and Yasuko KOGA*

A new lighting calculation algorithm was developed. It is composed of three method, namely, the luminous flux transfer method, the virtual image method, and the ray tracing. The luminous flux transfer method is used for luminance calculation in an anisotropic diffuse reflecting interior. The image method treats the first reflection from mirrored surfaces, and the ray tracing treats the second and after reflections from mirrored surfaces. After lighting calculation, rendering calculation makes the image of luminance distribution by ray tracing.

Keywords: *Lighting calculation, Rendering calculation, Luminance distribution,**The luminous flux transfer method, The image method, Ray tracing*

照明計算、レンダリング、指向性輝度分布、光束伝達法、虚像法、光線追跡法

1. はじめに

建築空間内部の光環境を予測し設計するためには、その空間の光の状態をシミュレートする必要がある、そのための一手法として照明計算による光環境の評価が行われてきた。

安価で高性能なパソコンが普及する以前は、照明計算による光環境の予測手法として、一般的に照度分布や均斉度が用いられてきた。また、相互反射光の計算は、室表面の反射性状を均等拡散性と仮定して行われることが多かった。しかし、VDTが一般に普及しその画面上への光源の映り込みによるグレアが大きな問題となっており、また、側窓教室で通路側前部座席から黒板の側窓寄りの部分を見たときの昼光の映り込みによるグレアは以前から問題となってきた。これらを予測し防除するためには、室表面の指向性輝度分布^(注2)を詳細に求める必要がある。この手法については、既に実現されているものもある。本研究では、光束伝達法による指向性輝度分布の計算に加えて、虚像法と光線追跡法とを組み合わせることにより鏡面反射も扱えるようにした新アルゴリズムを開発したので報告する。

2. 従来の研究

非均等拡散面内の相互反射の研究は、1960年頃より放射伝達の問題として始まり、鏡面反射と均等拡散反射の和で近似する手法な

どが、いくつか発表された¹⁻³⁾。それらと前後して、照明の分野でもO'Brienらによって鏡面を扱う手法が発表された⁴⁻⁷⁾。日本では、松浦が非均等拡散面内の相互反射計算式を導き⁸⁾、2次元の場合および3次元の場合について照度計算を行った^{9,10)}。飯塚らは、1壁面が均等拡散反射成分と鏡面反射成分とをもつ場合の照度計算を行った¹¹⁾。磯村らは、同様の場合について模型実験を行い^{12,13)}、近似計算法を提案した^{14,15)}。

コンピュータの発達により、相互反射計算基本式を離散化して、反復法により連立方程式を解く手法(光束伝達法)が広く用いられるようになった。上谷らは、建築材料の反射指向特性をモデル化し、非均等拡散面内の相互反射輝度計算を光束伝達法により行った¹⁶⁻¹⁸⁾。この手法は、照明計算を効率よく行うことができるが、各要素間の輝度は一定であるという仮定に基づいているため、計算結果として求まるのは各要素内の平均値であり、計算結果を可視化すると不連続な分布となる。また、鏡面反射を効率よく扱うことができない。

長田は、モンテカルロ法を用いて室内照度分布の計算を行った¹⁹⁾。佐々木らは、非均等拡散面内の相互反射の照度計算をモンテカルロ法を用いて行った²⁰⁾。モンテカルロ法は、次数の高いシミュレーションにおいては威力を発揮するが、照明計算はたかだか3次な

* 九州大学工学部建築学科 研究生・工修

** 九州大学工学部建築学科 教授・工博

*** 宝塚造形芸術大学映像造形学科 教授・工博

**** 福山大学工学部建築学科 助教授・工博

***** 九州大学工学部建築学科 助手・工博

Research Student, Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kyushu Univ., M. Eng.

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kyushu Univ., Dr. Eng.

Prof., Media Arts Dept., Takarazuka Univ. of Art and Design, Dr. Eng.

Associate Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Fukuyama Univ., Dr. Eng.

Research Assoc., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kyushu Univ., Dr. Eng.

のであまり適しておらず、精度の高いシミュレーションを行おうとすると、反復法を用いて解く場合に比べて計算時間が膨大になる。

近年、コンピュータグラフィックス（以下CGと略す）の発達が見え、CGの分野では、それらしく見えることが重要視されており、従来は、相互反射光を環境光とよばれる一定の値などで近似していた。しかし、1986年にCohenらによってグローバルキューブを用いた非均等拡散面内の相互反射の計算手法が発表された²¹⁾。藤井らは、実際の建築材料の反射指向特性をグローバル・キューブを用いてモデル化し、非均等拡散面内の相互反射の輝度計算を行って結果を画像にし、均等拡散の近似を用いた場合との比較を行った^{22),23)}。グローバルキューブやセミキューブを用いると、室内の障害物の扱いが容易になり、面の反射指向特性を離散的に扱うことができるといった利点があるが、立体角投射率の計算において大きな誤差が生じるという欠点がある。藤井らは、照明計算をモンテカルロ法で、レンダリングをレイトレーシング法で行う「双方向レイトレーシング法」を開発した²⁴⁾。この手法は、建築内部の指向性輝度分布を画像として表示できるほど詳細に求めることができるが、前述のモンテカルロ法の欠点を持つので相互反射計算に膨大な時間がかかる。

3. 研究目的

従来の照明計算及びCGの研究では、相互反射照明計算を効率的に行うための手法や、計算結果をリアルに見せるための手法が数多く報告されている。しかし、それらは前述のように一長一短を持っており、今回の研究では、それらの手法の長所を組み合わせた新アルゴリズムを作成することを第1目標とした。

非均等拡散面内の相互反射計算を数値解析的に行う場合は、物体表面を有限個の要素に分割するので、各要素から他の要素方向への輝度を求めれば十分である。それには光束伝達法が適しており、グローバルキューブを用いたラジオシティ法では方向分割が細かすぎて無駄がある。さらに、グローバルキューブを用いたラジオシティ法は、障害物の扱いに優れているが、要素どうしの幾何学的関係を求める際に大きな誤差が生じる。また、モンテカルロ法は、非均等拡散面内の相互反射計算を精度よく行うには時間がかかりすぎ、また、物体表面を有限個の要素に分割することには変わりはないので、非均等拡散面内の相互反射計算にはあまり適さない。そこで、本研究では、非均等拡散面内の相互反射の計算は、鏡面成分以外は光束伝達法で計算することにした。

相互反射計算における鏡面の扱いについては、標準的な光束伝達法では計算できない。一方、モンテカルロ法は、光線追跡法の一環なので鏡面の扱いには優れている。本研究では、光線追跡法と虚像法とを組み合わせて鏡面反射の計算を行うことにした。

次に、物体表面の指向性輝度分布を画像として表示する「レンダリング」の手法としては、レイトレーシング法が有効である。この手法は、第1回反射輝度及び鏡面反射輝度の計算を効率よく行うことができ、障害物の影などを正確に表示することができる。本研究でも、この手法を用いることにした。

FLSSでは、次のようなアルゴリズムにより室表面の指向性輝度分布を計算する。

(1)照明計算…基本的に、光束伝達法により非均等拡散面内の相互反射計算を行う。鏡面反射は、虚像法と光線追跡法を組み合わせる手法により扱う。

(2)レンダリング…レイトレーシング法により行う。

第2の目標は、前述のアルゴリズムを組み込んだシステムを開発することである。システムに求められる要件は、(1)任意の反射性状と任意の形状の室空間を扱えること、(2)任意の人工照明および昼光照明について計算ができること、(3)任意反射性状・任意形状の障害物を室内に配置できること、である。

4. 反射モデル

FLSSでは、均等拡散反射光・指向性反射光・鏡面反射光の3種類の光が扱える。建築材料の反射性状のモデル化については、45度入射の反射指向特性及び鏡面反射率の測定結果から得られる簡易モデルとした^{22),23)}。各々のモデルは、以下のような仮定に基づいている。

4.1 均等拡散反射モデル

(1)反射光は層内反射光のみであり、その輝度分布は入射角に無関係に一定である。

(2)反射特性関数は面の法線方向を最大値とするcos則に従う。

均等拡散反射モデルの例を図1に示す。

インシレーションボード

図1 均等拡散反射モデルの例

4.2 均等拡散+指向性反射モデル

(1)面に入射した光束は、境界面で反射される光束と屈折して層内に入る光束とに分かれる。全入射光束のうち境界面で反射される光束の割合を表皮反射率 R_B (boundary reflectance) とよび、この値は、入射角によりフレネルの式に従って変化する。

(2)境界面で反射された光束はすべて表皮反射光となって、正反射方向を最大値とするcosⁿ則(Phongモデル)に従う分布になる。

(3)測定値から求めた反射特性関数の表皮成分 ρ_B を正反射方向を中心軸とする半空間で積分したものが表皮反射率 R_B に等しいとする。数式で表すと、入射角 θ_i のとき、

$$R_B(\theta_i) = \int_{2\pi} \rho_{B0}(\theta_h) \cos^n \theta_h \dots (1) \\ = \frac{2\pi}{n+1} \rho_{B0}(\theta_i)$$

但し、 $\rho_{B0}(\theta_i)$ は、反射特性関数の表皮成分の正反射方向の値。

θ_h は、正反射方向と反射方向とのなす角

(4)層内に入った光束のうち内部で吸収・散乱されたのち再び境界面から出てきて層内反射光となるものの割合を層内反射比 K_L (layer reflection ratio) とよび、入射角に無関係に一定値をとるものとする。

(5) 層内反射光は均等拡散であるとする。

均等拡散+指向性反射モデルの例を図2に示す。

プリント合板

$\rho_{B0}(45^\circ) = 0.43$ $n = 64$

$\rho_{L0}(45^\circ) = 0.12$

図2 均等拡散+指向性反射モデルの例

4. 3 均等拡散+鏡面反射モデル

(1) 面に入射した光束は、境界面で反射される光束と屈折して層内に入る光束とに分かれる。全入射光束のうち境界面で反射される光束の割合を鏡面反射率 R_s (specular reflectance) とよび、この値は、入射角によりフレネルの式に従って変化する。

(2) 層内に入った光束のうち内部で吸収・散乱されたのち再び境界面から出てきて層内反射光となるものの割合を層内反射比 K_L とよび、入射角に無関係に一定値をとるものとする。

(3) 層内反射光は均等拡散であるとする。

5. 基本式

非均等拡散面内の相互反射計算基本式は、以下になる¹⁷⁾。

図3 幾何学的位置関係

図3のような位置関係の場合、

$$L(x, x'') = L_d(x, x'') + \int_S \frac{\cos \theta_o(x') \cos \theta_i(x)}{x' x^2 \cos \theta_o(x)} \rho(x', x; x, x'') L(x', x) dS(x') \quad \dots(2)$$

但し、 $\rho(x', x; x, x'')$ は、反射特性関数。

$L_d(x, x'')$ は、初輝度(面自身が光源である場合の光源の輝度)

$\theta_1(x), \theta_2(x)$ は、点 x における入射角・反射角

$dS(x')$ は、点 x を含む微小要素

また、

$$L(x, x'') = L_d(x, x'') + L_r(x, x'') \quad \dots(3)$$

(3)式を(2)式に代入することにより、 $L_r(x, x'')$ を未知数とする次式が得られる。

$$L_r(x, x'') = L_{r1}(x, x'')$$

$$+ \int_S \frac{\cos \theta_o(x') \cos \theta_i(x)}{x' x^2 \cos \theta_o(x)} \rho(x', x; x, x'') L_r(x', x) dS(x') \quad \dots(4)$$

但し、 $L_{r1}(x, x'')$ は、第1回反射輝度で、次式で表される。

$$L_{r1}(x, x'') = \int_S \frac{\cos \theta_o(x') \cos \theta_i(x)}{x' x^2 \cos \theta_o(x)} \rho(x', x; x, x'') L_d(x', x) dS(x') \quad \dots(5)$$

ここで、面 S_j と面 S_l との間で輝度が一定値をとると仮定して、閉じた面内を N 個の要素に分割し、(4)式を離散化すると、

$$L_{rIK} = L_{r1IK} + \sum_{j=1}^N \frac{\pi c(x_0, S_j) \rho(x'_0, x_0; x_0, x''_0)}{\cos \theta_o(x_0)} L_{rjI} \quad \dots(6)$$

($I = 1, 2, \dots, N; K = 1, 2, \dots, N$)

但し、 x_0, x'_0, x''_0 は、それぞれ要素 I , 要素 J , 要素 K の重心

$c(x_0, S_j)$ は、点 x_0 からみた要素 J の立体角投射率で、次

式で表される。

$$c(x_0, S_j) = \int_{S_j} \frac{\cos \theta_o(x') \cos \theta_i(x_0)}{\pi x' x_0^2} dS_j(x') \quad \dots(7)$$

実際のシミュレーションでは、以下の手順により解く。

(1) 式(5)を用いて第1回反射輝度 L_{r1IK} を求める。

(2) 式(6)を反復法によって解き、全反射輝度 L_{rIK} を求める。

(3) 全反射輝度 L_{rIK} から第1回反射輝度 L_{r1IK} を引いたものに、初輝度 $L_d(x, x'')$ とレンダリングで求めた $L_{r1}(x, x'')$ とを加えたものが全輝度 $L(x, x'')$ となる。

$$L(x, x'') = L_d(x, x'') + L_{r1}(x, x'') + L_{rIK} - L_{r1IK} \quad \dots(8)$$

6. アルゴリズム

6. 1 形状データ

照明計算は有限要素法で行うが、任意形状の室及び障害物を扱えるようにするために、要素の形は三角形または長方形とした。曲面などは三角形要素で近似し、矩形室の壁面などは長方形要素に分割することにした。建築物は平面により構成されることが多いので、データ構造は平面を基本単位とする階層構造とした。C言語で記述すると、表1のようなになる。

表1 形状データのデータ構造

```
typedef struct{
    double x;           // ベクトルの x 座標値
    double y;           // ベクトルの y 座標値
    double z;           // ベクトルの z 座標値
} VECTOR_3D;

typedef struct{
    int sw_tri_rec;      // 三角形か長方形かのスイッチ
    int id[4];           // 各頂点の平面上での順番
    VECTOR_3D jusun;     // 重心
    double l_ave;        // 辺の長さの平均値
    double ed_er;        // 直接照度・間接照度
    double **lrr;        // 各方向への反射輝度
} POLYGON;

typedef struct{
    VECTOR_3D n;         // 法線ベクトル
    int id_zoku;          // 属性の ID
    int vol_vert;         // 頂点数
    VECTOR_3D *vert;      // 頂点の座標値
    int vol_poly;         // ポリゴン数
    POLYGON *polygon;     // ポリゴンデータ
    int vol_div_poly;     // 分割後ポリゴン数
    POLYGON *div_polygon; // 分割後ポリゴンデータ
} PLANE;
```

また、障害物判定及びレイトラシング法における交点探索のアルゴリズムを高速化するために、均等空間分割法(3DDDA法)を用いている。本システムで用いた均等空間分割法のア

を簡単に示すと、以下の通りになる。但し、(1)-(3)は前処理で、(4)-(6)は障害物判定のアルゴリズムである。交点探索のアルゴリズムは、これと若干異なる。

- (1)空間を包含する直方体のドメインを決定する
- (2)ドメインを同じ大きさの小さな小部屋に分割する。小部屋の形は、なるべく立方体に近いものとする。
- (3)各小部屋にどの要素が含まれるかを判定し、含まれる要素のIDを登録する。
- (4)始点と終点とを結ぶ線分が交差する小部屋をサーチする。
- (5)(4)でサーチされた各小部屋に登録された要素と、始点と終点とを結ぶ線分とが交差するかの判定を行う。
- (6)(5)の判定を(4)でサーチされた各小部屋の全要素について繰り返し、1つでも交差すると判定されたら、始点と終点との間には障害物があることになり、処理を打ち切る。

6. 2 第1回反射輝度

室表面を分割した各要素の重心において、光源からの直射光と光源の1次虚像からの直射光による第1回反射輝度を(5)式を用いて計算する。光源の1次虚像からの直射光の扱いは、虚像法により行う。つまり、要素Iが鏡面反射成分を持つ場合、(2)式の初輝度 $L_d(x, x')$ は、光源の1次虚像による輝度をも含むことになる。

第1回反射輝度を求める光の流れを図示すると、図4のようになる。

図4 第1回反射輝度の光の流れ

6. 3 全反射輝度

照明計算部における、非均等拡散面内の相互反射計算のアルゴリズムとして、均等拡散反射光と指向性反射光との扱いには光束伝達法¹⁾を、鏡面反射光の扱いには虚像法と光線追跡法を組み合わせ、筆者独自の手法を用いた。

照明計算の分野では、要素が円形の場合、直径の5倍以上距離が離れていれば、面光源を点光源であると近似して直射照度の計算を行えば1%以内の誤差が期待できるとされている²⁶⁾。そこで、FLSSにおける相互反射計算でも、要素どうしの距離が要素の面積に比べて十分大きい場合には、「要素Jの重心と要素Iの重心との間の固有照度係数を、要素Jと要素Iとについて面積分し、要素Jの面積で除したものが、要素Jから要素Iへの固有光束分布係数である。」として近似することにする。

均等拡散反射光と指向性反射光とを合わせたものを反射特性関数 ρ で表したとき、光束伝達法による相互反射を数式で表すと、式(6)のようになる。この式に鏡面反射光を加えるわけであるが、鏡面反射光の扱いには大きく分けて虚像法と光線追跡法との2つがある。それらの長所・短所を簡単にまとめると、次のようになる。

- ・虚像法---鏡面反射を正確に扱えるが、反射回数が多くなるに従って計算時間が膨大になる。さらに、場合によっては複数虚像空間の広さが無限大になり計算不能となる。

- ・光線追跡法---実際には開き角を持っている光を1つの粒子であるかのように扱うので誤差が生じるが、複次反射が容易に計算できる。

そこで、FLSSでは、これら2通りの手法を組み合わせ、以下のような規則に基づく新アルゴリズムを作成した。

- (1)光源からの直射光による第1回鏡面反射は、すべて虚像法により扱う。
- (2)任意の反射性状の面上の要素Jからの第1回反射以降の反射光が鏡面反射面上の要素Iに当たった場合、要素Jの重心から要素Iの重心に向かう光線が要素I上で鏡面反射するものとする。さらに、要素Iの重心から鏡面反射方向に交点探索をし、一番手前にある要素Kに要素Iからの鏡面反射光束が伝達されるものとする。要素Kが鏡面反射性であれば、要素K上の交点を鏡面反射点として先の過程を繰り返す。
- (3)レンダリング部において、視点からの光線追跡(レイトレーシング)を行う。

第2回以降の反射輝度の光の流れを、簡単な図で表すと図5のようになる。(但し、簡単のため、均等拡散反射+指向性反射のように複数の反射性状を併せ持つ場合については、図に示さなかったが、単一の反射性状しか持たない場合と同様に扱えることを明記しておく。)

図5 第2回以降の反射輝度の光の流れ

6. 4 レンダリング

FLSSでは、照明計算部で一度計算した第1回反射輝度を、レンダリング部でレイトレーシング法によりもう一度計算する。これは障害物による影や指向性反射面への光源の映り込みなどを正確に表示するためには必要不可欠な手法である(図6)。

本システムで用いたレイトレーシング法は、標準的なものであり、レイの流れを図示すると図7のようになる。

計算結果を画像として表示する場合、第1回反射輝度はレイトレーシング法により求めるので連続した滑らかなものとなるが、全反射輝度は要素内における平均値なのでそのまま表示すると不連続なものとなる。そこで、連続した滑らかな画像を得るために、求まった間接照度分布に二次元線形補間を施した。

図6 要素上の任意の点の輝度

$$L(X, Y) = L_d(X, Y) + L_{rIK} - L_{rIK}(X_0, Y_0) + L_{rIK}(X, Y) \dots (9)$$

但し、 $L_{rIK}(X_0, Y_0)$ は、要素 I の重心における要素 K 方向の第 1 回反射輝度で、 $L_{rIK}(X, Y)$ は、要素 I 上の任意の点の第 1 回反射輝度

図7 レイトレーシング法の光の流れ

7. まとめ

本稿では、均等拡散面、指向性反射面、鏡面反射面の混在する建築室内の相互反射輝度計算を光束伝達法、虚像法、光線追跡法を組み合わせたアルゴリズムで行い、レンダリングをレイトレーシング法により行う手法について報告した。特に、鏡面反射光の扱いは、独創的なものである。

FLSSを実際に用いて計算を行った場合の結果については、本稿の続編で扱う。さらに、FLSSの計算精度の確認も今後の課題である。

(注1) C言語などの記述性に優れたプログラミング言語を用いれば、室形状・反射性状・光源などのあらゆる計算条件を扱うことができるプログラムを作ることは可能である。しかし、例えば、均等拡散の近似を用いても誤差が小さい場合や、矩形室などの特殊な室形状の場合などについては、それぞれ、計算精度を落とすことなく計算時間を短縮できる手法が従来の研究で報告されており、これらを用いた方がより高度なシステムの構築が可能になる。FLSSでは、計算条件によっていくつかのアルゴリズムを並列的に選択して用いることにより、計算時間のより一層の短縮、および、システムの順次拡張の容易性を実現している。FLSSの"Flexible"のネーミングの由来は、ここにある。"Lighting Simulation System"とは、文字通り「照明シミュレーションシステム」のことである。

(注2) 本来、輝度は指向性を持つものであるが、ここで特に指向性輝度分布としたのは、一般に均等拡散の仮定の下で「照度に拡散反射率を掛けたものを π で除した値」を輝度として用いることが多く、本稿では、面の反射指向特性を考慮に入れた輝度計算を行っており、輝度を指向性を持つものとして扱っているからである。

(参考文献)

- [1] E.R.G.Eckert, E.M.Sparrow: Radiative Heat Exchange between Surfaces with Specular Reflection, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.3, pp.42-54, (1961).
- [2] J.T.Bevans, D.K.Edwards: Radiation Exchange in an Enclosure with Directional Wall Properties, Journal of Heat Transfer, pp.388-396, (1965).
- [3] A.F.Sarofim, H.C.Hottel: Radiative Exchange among Non-Lambert Surfaces, Journal of Heat Transfer, pp.37-44, (1966).
- [4] P.F.O'Brien, R.P.Bobco: Interreflections in Mirrored Rooms, Illuminating Engineering, vol.59, pp.337-344, (1964).
- [5] P.F.O'Brien: Effective Reflectance of Room Cavities with Specular and Diffuse Surfaces, Illuminating Engineering, vol.61, pp.189-195, (1966).
- [6] P.F.O'Brien, Antulio V.Gomez: Luminous Transfer in Rooms with Semi-Diffuse-Specular Surface, Illuminating Engineering, vol.62, pp.181-186, (1967).
- [7] P.F.O'Brien, Antulio V.Gomez: On Directional Reflectances of Room Surfaces, Illuminating Engineering, vol.64, pp.245-252, (1969).
- [8] 松浦邦男: 正反射成分を含む反射特性関数を用いた不完全拡散面相互反射式, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.33-36, (1968).
- [9] 松浦邦男: フレネル型正反射成分を含む面内の相互反射について, 照明学会全国大会講演論文集, pp.83-84, (1968).
- [10] 松浦邦男, 小西弘高: フレネル型正反射成分を含む天井面を有する片側採光室の作業面間接照度, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.489-490 (1987).
- [11] M.Iizuka, T.Kawashima, K.Ishino: An Illuminance Calculation in Room with both Diffuse and Specular Reflectance Component at the Wall Surface in case of Luminous Panel, Journal of the Illuminating Engineering Institute of Japan, vol.54, pp.123-131, (1970).
- [12] 磯村稔, 山内基海: 拡散と正反射成分を有する1壁面から作業面に入射する光束について(その1), 照明学会誌, 第64巻, 第10号, pp.554-558, (1980).
- [13] 磯村稔, 山内基海: 壁面に鏡面反射を有する矩形室の作業面に入射する光束について, 照明学会誌, 第65巻, 第4号, pp.146-150, (1981).
- [14] 磯村稔: 拡散反射と正反射成分とを有する室内の相互反射の一近似計算法について, 照明学会誌, 第66巻, 第10号, pp.455-458, (1982).
- [15] 磯村稔, 山内基海: 拡散反射と正反射成分とを有する室内の相互反射の一近似計算法について(その2), 照明学会誌, 第67巻, 第10号, pp.509-513, (1983).
- [16] 上谷芳昭: 照明計算における完全拡散でない面内の相互反射の研究, 京都大学工学部博士論文, (1989).
- [17] Y.Uetani, K.Matsuura: A Method of Luminance Calculation in an Anisotropic Diffuse Reflecting Interior, Journal of the Illuminating Engineering Society, Summer 1993, pp.166-175.
- [18] 上谷芳昭, Mojtaba Navvab, 松浦邦男: 非均等拡散面からなる非整形室の輝度計算とその精度の評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集(環境工学), pp.1171-1172, (1993).
- [19] 長田正義: モンテカルロシミュレーションによる凹閉面室内空間の照度分布計算, 照明学会誌, vol.72, pp.596-601, (1988).
- [20] 佐々木毅, 松浦邦男: モンテカルロ法を用いた側窓室内の照度分布計算, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.225-228, (1989).
- [21] David S.Immel, Michael F.Cohen, Donald P.Greenberg: A Radiosity Method for Non-Diffuse Environments, ACM Computer Graphics (1986 Proceedings), vol.20, No.4, pp.133-142, (1986).
- [22] 藤井俊一, 上谷芳昭, 松浦邦男: 完全拡散でない面内の相互反射照明計算とコンピュータ・グラフィックスによる輝度分布の表示, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.29-32, (1990).
- [23] 藤井俊一: 完全拡散でない面内の相互反射の計算及びコンピュータ・グラフィックスによる表示法に関する研究, 京都大学工学部修士論文, (1990).
- [24] S.Chattopadhyay, A.Fujimoto: Bi-directional Ray Tracing, Computer Graphics 1987 (Proceedings of CG International '87), pp.335-343, (1987).
- [25] 照明学会編, ライトニングハンドブック 1987, p.224.

(1997年5月10日原稿受理, 1997年6月24日採用決定)