全ての天空状態の天空輝度分布を表す全天型天空輝度分布モデル

天空輝度分布の分類法の研究 (その3)

ALL SKY MODEL FOR SKY LUMINANCE DISTRIBUTION OF
ALL SKY CONDITIONS

A study on classification method of sky luminance distribution Part 3

井川 憲男*, 中村 洋**, 古賀 靖子***, 古城 真也****, 藤井 俊一*****

Norio IGAWA, Hiroshi NAKAMURA, Yasuko KOGA,
Shinya KOJO and Shunichi FUJII

The sky luminance distribution is the most basic data for the design of indoor daylight environment. There is not suitable data based on the measurement which shows the sky luminance distributions of all sky conditions. Sky luminance distributions are measured only at the few areas in the world. It is necessary to estimate sky luminance distributions by the measured or calculated value except the data of sky luminance distributions. The measured sky luminance distributions were analyzed with the function of the normalized global illuminance. A numerical equation, which shows the relative sky luminance distributions from the clear sky to the overcast sky named "All Sky Model", was obtained. The detailed descriptions on the method and equations are given in this paper.

Keywords: Sky luminance distribution, CIE Standard Clear Sky, CIE Standard Overcast Sky, Normalized global illuminance, All Sky Model

天空輝度分布、CIE 標準晴天空、CIE 標準曇天空、正規化グローバル照度、全天型天空輝度分布モデル

1. はじめに

天空輝度分布は屋光照明設計の最も基礎的資料である。しかし、実測データを基にした、全ての天空状態を表す天空輝度分布の適当な設計資料は提供されていない。また、天空輝度分布は国内外でも数少ない地域でしか測定されていない。したがって、天空輝度分布以外の屋光と日射に関する測定値や計算値から、晴天から曇天空に変移する全ての天空輝度分布を推定する方法が必要と考える。

前報^{1,2}までに、測定で取得した天空輝度分布データを、晴天から曇天空の順に並べる方法を提案した。また、天空輝度分布以外の屋光と日射の測定値や計算値から、水平面グローバル照度に大気路程を乗じて大気圏外法線直射照度で除した値、すなわち、無次元グローバル照度を天空輝度分布推定のための天空指標として選定した。

無次元グローバル照度は、同じ天空状態でも太陽高度により異なった値になる。天空指標は太陽高度に依存せず、天空状態を表すことが望ましい。このため、本報では、測定で得た無次元グローバル照度を、大気透過率を 0.825 としたときの CIE 標準晴天空の無次元グローバル照度の理論値で除し、太陽高度に依存しない天空指標とし、これを正規化グローバル照度と称し、天空輝度分布推定のための最終的な天空指標とする。測定により取得した天空輝度分布データについて正規化グローバル照度の関数として回帰分析を行い、晴天から曇天空に変移する全ての天空の相対天空輝度分布を表す数

式モデルを作成する。これを、全天型天空輝度分布モデル "All Sky Model" と称する。

2. 数式化のための基礎資料とその整理

天空輝度分布の数式化のために、(株)竹中工務店の IDMP³測定所(東京都江東区南砂 2-5-14, 35° 40' 03" N, 139° 49' 23" E)において 1992 年 3 月から 1993 年 9 月で取得したデータを用いる。

取得したデータを、太陽高度 0° から 80° までの間を 5° 間隔に 16 のグループに区分する。この中で、太陽高度 5° 未満のデータは、周辺地物の影響で直射光が遮られる場合が発生するため除外し、太陽高度が 5° 以上の 15 グループのデータを採用する。さらに、同一太陽高度グループの中で、測定により取得したすべての天空輝度分布データを、CIE 標準晴天空および CIE 標準曇天空との相関係数を基に、晴天から曇天空の順に並べ、これを累積出現頻度帯 5% ごとに 20 のグループに区分する。これにより、測定により取得した天空輝度分布データは総計 300 のグループに区分できる。

各グループの天空輝度分布のデータは、同一グループ内の全天空についての同一微小天空要素ごとに平均値を求める。これで、太陽高度帯が 5° ごとで累積出現頻度帯が 5% ごと計 300 個の天空輝度分布の平均データが得られる。以下、300 の個々の天空輝度分布データを個別天空の輝度分布データと称することにする。

* ㈱竹中工務店技術研究所 主任研究員・工博

** 高知女子大学生活科学部 教授・工博

*** 九州大学大学院人間環境学研究所 助教授・工博

**** 西日本技術開発㈱建築部 工修

***** 九州大学工学部建築学科 研究生・工修

Chief Researcher, Research & Development Institute, Takenaka Corp., Dr. Eng.
Prof., Faculty of Human Life and Environmental Science, Kochi Women's University, Dr. Eng.

Assoc. Prof., Graduate School of Human-Environment Studies, Kyushu University, Dr. Eng.

Architecture Dept., West Japan Engineering Consultants, M. Eng.

Researcher, Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kyushu University, M. Eng.

2.1. 無次元グローバル照度の正規化

前報²で、天空輝度分布を晴天から曇天の順に位置付けるための天空指標として、無次元グローバル照度が適当であると判断した。しかし、無次元グローバル照度は、その値が太陽高度により異なる。太陽高度が異なっても、同じ天空状態のときの天空指標は同一な値をとることが望ましい。このため、さらに適正な天空指標となるよう検討を重ねる。

太陽高度ごとに最も晴天に近い、すなわち、累積出現頻度が最も小さい順に 5 個の無次元グローバル照度の平均値を求める。これを図 1 に示す。この値を基準として同一太陽高度の無次元グローバル照度を除すと、基準無次元グローバル照度に対する比として無次元グローバル照度を正規化できそうである。しかし、実測期間中の晴天に最も近いと判断される無次元グローバル照度を基準として使用すると、実測期間特有の気象状況による特性を含んだ基準になる可能性がある。このため、実測により取得した無次元グローバル照度が晴天の無次元グローバル照度の理論値とどのような関係にあるか検討し、適正な天空指標を設定する。

(1) 晴天の全天空照度の理論値

晴天の全天空照度は、CIE 標準晴天^{4,5}を全天にわたり積分し、それに天頂輝度を乗じて求められる。

CIE 標準晴天は、以下の式で表されている。

$$LclR(\gamma_s, \gamma, \xi) = \frac{Lcl(\gamma_s, \gamma, \xi)}{Lzcl(\gamma_s)} = \frac{f(\xi) \cdot \phi(\gamma)}{f(\pi/2 - \gamma_s) \cdot \phi(\pi/2)} \quad [-] \quad \dots (1)$$

$LclR(\gamma_s, \gamma, \xi)$: CIE 標準晴天の天空要素の相対輝度[-]、

$Lcl(\gamma_s, \gamma, \xi)$: CIE 標準晴天の天空要素の輝度[kcd/m²]、

$Lzcl(\gamma_s)$: 晴天の天頂輝度[kcd/m²]、

$f(\xi) = 0.91 + 10 \cdot \exp(-3 \cdot \xi) + 0.45 \cdot \cos^2 \xi$ 、

$\phi(\gamma) = 1 - \exp(-0.32 / \sin \gamma)$ 、

$f(\pi/2 - \gamma_s) = 0.91 + 10 \cdot \exp(-3 \cdot (\pi/2 - \gamma_s)) + 0.45 \cdot \cos^2(\pi/2 - \gamma_s)$ 、

$\phi(\pi/2) = 0.27385$ 、

γ_s : 太陽高度[rad.]、

γ : 天空要素の高度[rad.]、

ξ : 太陽と天空要素の角距離(rad.)。

なお、太陽と天空要素の角距離 ξ は、次の式で求められる。

$$\xi = \arccos(\sin \gamma_s \cdot \sin \gamma + \cos \gamma_s \cdot \cos \gamma \cdot \cos |\alpha_s - \alpha|) \quad \dots (2)$$

α_s : 太陽の方位角[rad. or deg.]、

α : 天空要素の方位角[rad. or deg.]。

CIE 標準晴天の全天にわたる積分は次の式による。

図 1 最も晴天に近い天空の無次元グローバル照度の平均値

$$\frac{Evdcl(\gamma_s)}{Lzcl(\gamma_s)} = \int_{\gamma=0}^{\pi/2} \int_{\alpha=0}^{2\pi} LclR(\gamma_s, \gamma, \xi) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot d\gamma \cdot d\alpha \left[\frac{\text{klx}}{\text{kcd} / \text{m}^2} \right] \quad \dots (3)$$

$\frac{Evdcl(\gamma_s)}{Lzcl(\gamma_s)}$: CIE 標準晴天の全天の積分値 $\left[\frac{\text{klx}}{\text{kcd} / \text{m}^2} \right]$ 、

$Evdcl(\gamma_s)$: CIE 標準晴天の全天空照度の理論値[klx]。

晴天の天頂輝度に関しては、いくつかの提案式がある⁶。ここでは、太陽高度と昼光大気透過率に従属する次の式を用いる⁷。

$$Lzcl(\gamma_s, Pv) = \frac{1}{19.6} \cdot (2.4 - 15 \cdot Pv) \cdot Evo \cdot f(\pi/2 - \gamma_s) \cdot \psi(\gamma_s, Pv) \quad [\text{kcd/m}^2] \quad \dots (4)$$

$f(\pi/2 - \gamma_s) = 0.91 + 10 \cdot \exp(-3 \cdot (\pi/2 - \gamma_s)) + 0.45 \cdot \cos^2(\pi/2 - \gamma_s)$ 、

$$\psi(\gamma_s, Pv) = \frac{Pv^{\cos \gamma_s} - Pv}{1 - \cos \gamma_s}$$

但し、 $(\gamma_s = \pi/2)$ の場合 $\psi(\pi/2, Pv) = Pv \cdot (-\ln Pv)$ 、

$Lzcl(\gamma_s, Pv)$: 晴天の天頂輝度[kcd/m²]、

Pv : 昼光大気透過率[-]、

Evo : 大気圏外における法線直射照度[klx]、($Evo = 133.7$ [klx])。

したがって、晴天の全天空照度の理論値は、次の式で求めることができる。

$$Evdcl(\gamma_s, Pv) = \frac{Evdcl(\gamma_s)}{Lzcl(\gamma_s)} \cdot Lzcl(\gamma_s, Pv) \quad [\text{klx}] \quad \dots (5)$$

$Evdcl(\gamma_s, Pv)$: CIE 標準晴天の全天空照度の理論値[klx]。

(2) 晴天の直射照度の理論値

直射照度の水平面成分の理論値は、太陽と地球との距離の変動を無視すると、次の式で求めることができる。

$$Evshcl(\gamma_s, Pv) = Evo \cdot Pv^m \cdot \sin \gamma_s \quad [\text{klx}] \quad \dots (6)$$

$Evshcl(\gamma_s, Pv)$: 直射照度の水平面成分の理論値[klx]、

m : 大気路程[-]。

(3) 晴天の無次元グローバル照度の理論値

晴天のグローバル照度の理論値は次のように表すことができる。

$$Evgcl(\gamma_s, Pv) = Evdcl(\gamma_s, Pv) + Evshcl(\gamma_s, Pv) \quad \dots (7)$$

$Evgcl(\gamma_s, Pv)$: 晴天のグローバル照度の理論値[klx]。

晴天の水平面グローバル照度の理論値から、無次元グローバル照度の理論値は、次のようになる。

$$Evgm(\gamma_s, Pv) = m \cdot \frac{Evgcl(\gamma_s, Pv)}{Evo} = m \cdot \frac{Evdcl(\gamma_s, Pv) + Evshcl(\gamma_s, Pv)}{Evo} \quad [-] \quad \dots (8)$$

$Evgm(\gamma_s, Pv)$: 無次元グローバル照度の理論値[-]。

(4) 正規化グローバル照度

実測により得られた無次元グローバル照度を累積出現頻度が小さい(晴天に近い)順に 5 個を平均した値と、昼光大気透過率が 0.825 のときの無次元グローバル照度の理論値とを図 2 に示す。

両者は比較的良好一致している。したがって、測定により取得した無次元グローバル照度を正規化して天空輝度分布の数式化の関数とすると、昼光大気透過率が 0.825 の場合の無次元グローバル照度の理論値をその基準無次元グローバル照度とする。

基準無次元グローバル照度と太陽高度との関係は式(9)で表せる。

$$Evgms(\gamma_s) = -0.031 \cdot \gamma_s^5 - 0.232 \cdot \gamma_s^4 + 1.327 \cdot \gamma_s^3 - 2.376 \cdot \gamma_s^2 + 1.943 \cdot \gamma_s + 0.197 \quad \dots (9)$$

$Evgms(\gamma_s)$: 基準無次元グローバル照度[-]。

次いで、無次元グローバル照度を同じ太陽高度の基準無次元グローバル照度で除す。この値を正規化グローバル照度と称する。

$$\text{Nevg} = \text{Evgm} / \text{Evgms}(\gamma_s) \quad \dots (10)$$

Nevg : 正規化グローバル照度[-].

太陽高度ごとと累積出現頻度ごとの正規化グローバル照度を図 3 に示す。各太陽高度において、正規化グローバル照度は晴天天空では 1 に近く、曇天空では 0.2 に近く、比較的良好とまとまっている。したがって、正規化グローバル照度は天空輝度分布を表す数式のパラメータとして使用可能と考える。

以上より、実測により取得した太陽高度ごとと累積出現頻度ごとの 300 個の個別天空の輝度分布データと正規化グローバル照度を数式化のための基礎資料とした。なお、天空輝度分布は太陽の方位線に関して対称と考えることとした。

3. 正規化グローバル照度による天空輝度分布の分類

既報¹で、CIE 標準晴天天空と CIE 標準曇天空の天空輝度分布と実測で取得した天空輝度分布との相関係数による比較を行い天空輝度分布を晴天天空から曇天空に並べる方法について述べた。このときの分類では、特に太陽高度が高い場合、晴天天空として分類した天空の輝度分布の平均は CIE 標準晴天天空とやや異なる傾向がある。このため、正規化グローバル照度の関数として天空輝度分布を数式化するにあたり、測定により取得したデータを整理するときの目安として、正規化グローバル照度による天空輝度分布の分類を行う。

晴天天空と近晴天天空との境界の検討のため、晴天天空の昼光大気透過率 0.75 のときの正規化グローバル照度の理論値を求める。昼光大気透過率 0.75 の正規化グローバル照度は、太陽高度が低い場合は相関係数による晴天天空と近晴天天空との境界と重なり、太陽高度が高い場合は相関係数による近晴天天空と中間天空との境界と重なる傾向がある。ここでは、昼光大気透過率 0.75 の正規化グローバル照度の境界を考慮し、各太陽高度で平均的になるよう晴天天空と近晴天天空との境界の正規化グローバル照度を 0.9 とする。これは、既報²で示した大気混濁因子が 4~5 より小さい領域に相当する。

近晴天天空と中間天空との境界は、大気混濁因子が 4~5 から 7~8 の範囲の領域ならびに晴天天空と近晴天天空との境界とを考慮して、正規化グローバル照度を 0.75 とする。

中間天空と近曇天空との境界は、相関係数による境界の平均的な

表 1 太陽高度ごとと累積出現頻度ごとの正規化グローバル照度と天空輝度分布の分類

		太陽高度 [deg]														
		7.5	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	47.5	52.5	57.5	62.5	67.5	72.5	76.5
累 積 出 現 頻 度 [%]	2.5	0.958	0.984	0.979	0.975	0.985	0.978	1.006	0.994	1.001	1.013	1.011	1.010	1.005	0.982	0.980
	7.5	0.916	0.935	0.936	0.945	0.970	0.967	0.997	0.982	0.987	0.994	0.986	0.991	0.982	0.970	0.965
	12.5	0.891	0.896	0.902	0.920	0.952	0.961	0.993	0.975	0.977	0.978	0.969	0.979	0.967	0.951	0.936
	17.5	0.872	0.862	0.870	0.891	0.927	0.950	0.985	0.965	0.961	0.959	0.953	0.964	0.949	0.924	0.895
	22.5	0.851	0.828	0.834	0.856	0.892	0.928	0.968	0.946	0.936	0.932	0.931	0.944	0.925	0.886	0.844
	27.5	0.823	0.789	0.793	0.811	0.846	0.892	0.937	0.913	0.898	0.895	0.902	0.913	0.890	0.838	0.784
	32.5	0.786	0.744	0.743	0.756	0.789	0.842	0.893	0.866	0.848	0.847	0.862	0.871	0.843	0.781	0.717
	37.5	0.738	0.694	0.687	0.693	0.723	0.778	0.835	0.806	0.785	0.788	0.812	0.818	0.784	0.715	0.647
	42.5	0.681	0.637	0.625	0.623	0.650	0.703	0.765	0.735	0.713	0.721	0.752	0.755	0.716	0.645	0.576
	47.5	0.616	0.577	0.559	0.550	0.574	0.621	0.687	0.656	0.634	0.648	0.685	0.684	0.641	0.572	0.506
	52.5	0.548	0.514	0.492	0.477	0.499	0.537	0.604	0.573	0.553	0.573	0.613	0.609	0.564	0.501	0.441
	57.5	0.479	0.451	0.427	0.407	0.426	0.455	0.521	0.491	0.473	0.498	0.539	0.532	0.487	0.433	0.383
	62.5	0.413	0.391	0.366	0.345	0.361	0.380	0.441	0.414	0.400	0.426	0.467	0.457	0.415	0.372	0.334
	67.5	0.354	0.337	0.313	0.292	0.305	0.315	0.370	0.347	0.336	0.363	0.400	0.388	0.351	0.321	0.294
	72.5	0.304	0.290	0.269	0.251	0.260	0.265	0.309	0.291	0.285	0.308	0.340	0.327	0.298	0.280	0.265
	77.5	0.267	0.253	0.235	0.223	0.229	0.230	0.262	0.250	0.247	0.266	0.291	0.278	0.259	0.251	0.246

[凡例] 相関係数で分類した境界

大気透過率 0.75 による境界

相関係数による分類の境界と大気透過率 0.75 の境界の重なり

注) 表中では、近晴天天空と近曇天空の範囲を で示す。

図 2 実測で得られた晴天天空に近い天空の無次元グローバル照度と昼光大気透過率が 0.825 の無次元グローバル照度の理論値

図 3 太陽高度と累積出現頻度と正規化グローバル照度の関係

表 2 正規化グローバル照度による天空輝度分布の分類

天空の名称	正規化グローバル照度の範囲
晴天天空	$\text{Nevg} \geq 0.9$
近晴天天空	$0.9 > \text{Nevg} \geq 0.75$
中間天空	$0.75 > \text{Nevg} \geq 0.4$
近曇天空	$0.4 > \text{Nevg} \geq 0.25$
曇天空	$\text{Nevg} < 0.25$

値から正規化グローバル照度を 0.4 とする。同様に近曇天空と曇天空との境界は正規化グローバル照度を 0.25 とする。

正規化グローバル照度を天空指標とする天空状態の分類を表 2 に示し、天空輝度分布の数式化、および、今後実測で取得した天空輝度分布データを分類するときの目安とする。

4. 相対天空輝度分布の数式化

相対天空輝度分布の数式は、晴天から曇天空に移る全ての天空状態を同一の天空指標で連続的に表す必要がある。同時に、実測で取得した結果に高精度で適合することが要求される。ここでは、既存の各種天空輝度分布モデルを比較検討し、全ての天空状態を連続的に表すことのできる基本式を導出する。次に、実測で取得した天空輝度分布データについて、基本式により、正規化グローバル照度の関数とする回帰分析を行い、全ての天空状態の天空輝度分布を表す数式を求める。

4.1. 数式化のための基本式

CIE 標準晴天の天空輝度分布は、太陽と天空要素との角距離 ζ をパラメータとした天空要素の散乱インディカトリックスを表す式 $f(\zeta)$ と、天空要素の高度の特性を表す式 $\phi(\gamma)$ との積で構成される式(11)で表わされている。

$$\frac{L_{cl}(\gamma_s, \gamma_z, \zeta)}{L_{zcl}} = \frac{\phi(\gamma) \cdot f(\zeta)}{\phi(\pi/2) \cdot f(\pi/2 - \gamma_s)} \quad \dots (11)$$

L_{zcl} : 晴天の天頂輝度[-], $\phi(\gamma) = 1 - \exp(-0.32/\sin \gamma)$,

$f(\zeta) = 0.91 + 10 \cdot \exp(-3 \cdot \zeta) + 0.45 \cdot \cos^2 \zeta$ 。

散乱インディカトリックスは、任意の天空要素の輝度が、同一天空要素の高度で太陽との角距離 ζ が 90° の天空要素の輝度で除した値を一つの式で表せるとしている。

これまで、晴天から曇天空に至る天空輝度分布を表わすために、式(11)と同様の構成でいくつかの数式が提案されている。

大気混濁因子を主な天空指標とした Kittler, R. の Homogeneous Sky では、散乱インディカトリックスを次のように表している⁸。

$$f(\zeta) = 1 + a \cdot (\exp(-3 \cdot \zeta) - 0.009) + b \cdot \cos^2 \zeta \quad \dots (12)$$

Sky Clearness と Sky Brightness を天空指標とした、Perez, R. の All Weather Model では、任意の天空要素の相対輝度 L_{AWM} を次のように表している⁹。

$$L_{AWM}(\gamma_s, \gamma_z, \zeta) = \{1 - a \cdot \exp(b/\cos \gamma_z)\} \cdot \{1 + c \cdot \exp(d \cdot \zeta) + e \cdot \cos^2 \zeta\} \quad \dots (13)$$

Perraudau, M. による Nebulosity Index を天空指標としたモデルでは、任意の天空要素の相対輝度 L_{PER} を次のように表している¹⁰。

$$L_{PER}(\gamma_s, \gamma_z, \zeta) = \{a - b \cdot \sin^{0.6} \gamma\} \cdot \{c + d \cdot \exp(-3 \cdot \zeta) + e \cdot \cos^2 \zeta\} \quad (14)$$

これらの式は、 a, b, c, d の各係数を決定するために、独自の天空指標を使用しているが、基本的に同じ構成の式になっている。

図4に Kittler, R. の Homogeneous Sky と、すべて天空を5つのカテゴリーに分類している Perraudau, M. の天空輝度分布モデルの晴天(Blue Sky)と、Perez, R. が All Weather Model で8つのカテゴリーに分類している中の晴天(Clear)の場合の散乱インディカトリックスを示す。なお、Homogeneous Sky の晴天は CIE 標準晴天と同じとしている。各散乱インディカトリックスは、大まかな傾向は同様な特性を示しているが、その値はそれぞれの提案者によりやや異なっている。

散乱インディカトリックスの式を一般化すると次式で表せる。

$$f(\zeta) = b + c \cdot \exp(d \cdot \zeta) + e \cdot \cos^2 \zeta \quad \dots (15)$$

b, c, d, e : 散乱インディカトリックスの係数[-]。

CIE 標準晴天やそれ以外の既往の研究から、晴天から曇天空に至るすべての天空の天空要素の輝度を数式化するための散乱インディカトリックスは式(15)を基に設定する。

$\phi(\gamma)$ については、CIE 標準晴天と All Weather Model は同じ構成の式を採用している。この式では $\cos \gamma_z$ は γ_z が 90° のとき 0 であるため除数が 0 になる。また、この式での指数表示では曇天空における天空要素の高度の特性が CIE 標準曇天空とは異なった特性を示すことになる。本研究では天空輝度分布の取得データの中で天空要素の高度が 6° のデータを除外している。この部分の推定を含めて数式化するため、除数が 0 にならないよう、また、晴天から曇天空への連続性を考慮して $\phi(\gamma)$ を次で表わす。

$$\phi(\gamma) = a_0 \{1 + a \cdot (1 - \sin^{0.6} \gamma)\} \quad \dots (16)$$

a : 天空要素の高度に関する係数[-], a_0 : 係数[-]。

本研究では、散乱インディカトリックスを表す式(15)と天空要素の高度による特性を表す式(16)とを組み合わせ、相対天空輝度分布を表す式を構成する。このとき、式(16)と組み合わせることにより式(15)の b を 1 とし、基本的な式を式(17)のようにする。これを、相対天空輝度分布の基本式と称することにする。

$$L(\gamma, \zeta) = \phi(\gamma) \cdot f(\zeta) = a_0 \cdot \{1 + a \cdot (1 - \sin^{0.6} \gamma)\} \cdot \{1 + b \cdot \exp(c \cdot \zeta) + d \cdot \cos^2 \zeta\} \quad (17)$$

a_0, a, b, c, d : 未確定項。

散乱インディカトリックスの天空要素の高度に関する特性を表す係数 a は図5に示すようになる。このとき、 a 以外の係数は CIE 標準晴天の係数を基に図中に示す値を仮定して計算している。

図4 各種モデルの晴天の散乱インディカトリックスの比較

図5 相対天空輝度分布の基本式の係数 a の特性

図6 相対天空輝度分布の基本式の係数 b の特性

係数 a はその値が-1に近い場合に曇天空の天空輝度分布の特性を表し、係数 a が大きくなるにつれて晴天天空に近づくことになる。

すべての天空状態の天空輝度分布を表すために、相対天空輝度分布の基本式の散乱インディカトリックスに関する係数は、晴天から曇天に至る天空輝度分布の連続的変移に対応できる特性が必要である。 a と同様な方法で求めた b 、 c 、 d の特性について次に示す。

係数 b は図 6 に示すように、太陽周辺域の輝度に比例する特性を示し、晴天天空では大きく、曇天に近くなると小さくなる。

係数 c は図 7 に示すが、太陽周辺域の輝度の勾配の変化を示す。太陽周辺の輝度変化の勾配が大きい晴天天空ではこの値は小さく、曇天空では大きくなる。

係数 d は図 8 に示すが、地表面への後方散乱を表現する。この値は、晴天天空では大きく、曇天空に近くなると小さくなる。

以上の検討により、天頂の相対輝度を 1 とする相対天空輝度分布は式(18)で表すことができる。

$$Lv(\gamma, \zeta) = \frac{L(\gamma, \zeta)}{L(\pi/2, \pi/2 - \gamma_s)} \quad \cdots (18)$$

$Lv(\gamma, \zeta)$: 天頂輝度を 1 とした天空要素の相対天空輝度[-]、

$L(\gamma, \zeta)$: 天空要素の相対輝度[-]で $L(\gamma, \zeta) = \phi(\gamma) \cdot f(\zeta)$ 、

$L(\pi/2, \pi/2 - \gamma_s)$: 天頂の相対輝度[-]、

$\phi(\gamma)$: 天空要素の高度による輝度の特性を表す式、

$f(\zeta)$: 散乱インディカトリックス。

式(17)を基本式として、測定により取得した天空輝度分布データの基礎資料について回帰分析を行えば、晴天から曇天に至るすべての天空状態の天空輝度分布を表す数式が得られる。

4.2. 基本式の未確定項の推定

前記の未確定項 a_0 、 a 、 b 、 c 、 d 、 e を確定するために、基礎資料による回帰分析を行う。 $\phi(\gamma)$ を A と置くと $L(\gamma, \zeta)$ は次式で表せる。

$$L(\gamma, \zeta) = A \cdot \{1 + b \cdot \exp(c \cdot \zeta) + d \cdot \cos^2 \zeta\} \quad \cdots (19)$$

未確定項 A 、 b 、 c 、 d 、を確定するために、基礎資料による回帰分析を試みる。まず、300 の個別天空の天空輝度分布の基礎データからそれぞれ独立した回帰分析を行う。その後、300 の回帰分析結果を連成するための回帰分析を行う。

4.2.1. 個別天空の相対天空輝度分布の回帰

実測により取得した天空輝度分布のデータは、天空要素の高度が 6° 、 18° 、 30° 、 42° 、 54° 、 66° 、 78° 、 90° の 8 種類で構成されている。天空要素の高度が 6° の場合は周辺地物の影響が含まれているため、回帰分析にはこれを除いた 7 種類の天空要素の高度のデータを使用する。7 種類の天空要素の高度のデータは、表 3 に示すように、それぞれ回帰分析に使用するデータ数が異なる。回帰分析はデータ数が多いほど信頼性が高くなる。したがって、回帰分析を行うにおいて、天空要素の高度が 18° 、 30° 、 42° 、 54° の 4 種類の回帰分析の結果を優先させて、未確定項の整理・確定を行い、この結果をデータ数の少ない 66° 、 78° 、 90° に展開させて共通の値とする。

同じ天空要素の高度別に式(19)により回帰分析を行い、それぞれの高度別に 7 個の未確定項 A' 、 b' 、 c' 、 d' の値と相関係数 r を得る。得られた 7 個の b' のうち、天空要素の高度が 18° 、 30° 、 42° 、 54° の 4 種類の b' について、相関係数 r の大きい順に 2 つの b' の平均値を b として確定する。

図 7 相対天空輝度分布の基本式の係数 c の特性

図 8 相対天空輝度分布の基本式の係数 d の特性

表 3 天空要素別の測定点数と回帰分析に使用するデータ数

天空要素の高度 [deg.]	測定点数	回帰分析に使用する データ数
6	30	0
18	30	16
30	24	13
42	24	13
54	18	9
66	12	7
78	6	4
90	1	1

確定した b を定数として代入し、基礎資料により 2 回目の回帰分析を行い、天空要素の高度別に 7 個の未確定項 A' 、 c' 、 d' の値と相関係数 r を得る。これを基に、 b と同様の方法で c を確定する。

確定した b 、 c を定数として代入し、基礎資料により 3 回目の回帰分析を行い、同様にして d を確定する。

b 、 c 、 d を確定することにより、個別天空の基本式による散乱インディカトリックスが確定したことになる。

さらに、未確定項 A を確定するため、確定した b 、 c 、 d を定数として代入し、基礎資料により 4 回目の回帰分析を行い、天空要素の高度別に 7 個の未確定項 A' の値と相関係数 r を得る。得られた 7 個の A' は天空要素の高度を関数として、 a_0 、 a を未確定項とする式で表わせる。この段階では、 A' を確定せず個別天空の回帰分析を終了する。

4.2.2. 全ての天空を連成した相対天空輝度分布の回帰

独立した、300 回の回帰分析により得た係数を基に、 a 、 b 、 c 、 d のそれぞれ 300 個の値を、正規化グローバル照度の関数として表す。

天空輝度の勾配を表す b について確定するため、得られた 300 個の b と正規化グローバル照度との関係を回帰分析する。

図 9 に示すように、 b を正規化グローバル照度の関数として次式のように確定する。

$$b(\text{Nevg}) = 122.4 \cdot (2.35 \cdot \text{Nevg})^{10.5} \cdot \exp(-10.81 \cdot \text{Nevg}) \quad \cdots (20)$$

さらに、 A 、 c 、 d を確定するため、 b を正規化グローバル照度の関数として代入し、基礎資料により、300 回の独立した回帰分析を

繰り返す。得られた A、c、d の回帰係数から、c を確定するため、300 個の c と正規化グローバル照度との関係をさらに回帰分析する。

正規化グローバル照度と c との関係は図 10 に示すようになる。図 9 に示したように、正規化グローバル照度が 0.3 以下では b は 0 に近い値である。このため、基本式の構成から正規化グローバル照度が 0.3 以下の場合、c の値はほとんど意味を持たないが 0 に近い値となるように回帰する。

正規化グローバル照度と c との関係は、次式のように確定する。

$$c(\text{Nevg}) = -2.951 \cdot \text{Nevg}^4 + 10.950 \cdot \text{Nevg}^3 - 11.619 \cdot \text{Nevg}^2 + 0.406 \cdot \text{Nevg} - 0.007 \quad \dots (21)$$

さらに、A、d を確定するため、b、c を正規化グローバル照度の関数として代入し、基礎資料により、すべての天空について回帰分析を繰り返す。得られた A、c、d の回帰係数から、d を確定するため、300 個の d と正規化グローバル照度との関係について回帰分析を行う。正規化グローバル照度と d との関係は図 11 に示すようになり、d を次式で示すこととする。

$$d(\text{Nevg}) = -0.304 \cdot \text{Nevg}^3 + 0.975 \cdot \text{Nevg}^2 - 0.252 \cdot \text{Nevg} + 0.013 \quad \dots (22)$$

これで、b(Nevg)、c(Nevg)、d(Nevg) はすべて確定できた。すなわち、正規化グローバル照度の関数として、すべての天空を表す散乱インディカトリックスを確定したことになる。

さらに、A を確定するため、b、c、d を正規化グローバル照度の関数とした式(20)、式(21)、式(22)で求め、基礎資料により、全部の天空について回帰分析を繰り返す。

A は $A = \phi(\gamma) = a_0 \{1 - a \cdot (1 - \sin^{0.6} \gamma)\}$ としたため、 a_0 は回帰分析で得られた天空要素の高度 $\gamma = \pi/2 = 90^\circ$ の時の値になる。これを A_{90} と表わす。得られた天空要素の高度ごとの A_γ を A_{90} で除した値により、次の式により個別天空ごとに回帰分析を行う。

$$\frac{A_\gamma}{A_{90}} = \{1 + a \cdot (1 - \sin^{0.6} \gamma)\} \quad \dots (23)$$

A_γ : 天空要素の高度 γ のときの A [-],

A_{90} : 天空要素の高度 90deg. のときの A [-].

正規化グローバル照度と a との関係により、300 個の個別天空で得られた a について、正規化グローバル照度の関数とする回帰分析を行う。図 12 に示すように、a は正規化グローバル照度の関数とする式(24)で示される。

$$a(\text{Nevg}) = -1.334 \cdot \text{Nevg}^4 + 2.320 \cdot \text{Nevg}^3 + 4.032 \cdot \text{Nevg}^2 - 0.591 \cdot \text{Nevg} - 1.000 \quad \dots (24)$$

以上の回帰分析で、相対天空輝度分布を示す基本式の係数は、 a_0 を除いてすべて確定できた。 a_0 は相対天空輝度分布を表わす式の高天頂が 1 となるよう調整するための係数である。しかし、 a_0 も回帰により得られる値であり、高天頂の相対輝度を完全な 1 にすることは困難である。このため、高天頂輝度を 1 とした天空要素の相対天空輝度 $L_v(\gamma, \zeta)$ は、任意の天空要素の相対輝度 $L(\gamma, \zeta)$ を高天頂の相対輝度 $L(\pi/2, \pi/2 - \gamma_s)$ で除している。 a_0 は $L(\gamma, \zeta)$ と $L(\pi/2, \pi/2 - \gamma_s)$ の双方に共通の係数である。したがって、 a_0 についての回帰分析は不要であり、相対天空輝度分布を表す式(24)の回帰分析を終了する。

4.3. 全天型天空輝度分布モデルの数式

晴天から曇天空に連続的に変移する天空の相対天空輝度分布を数式化した全天型天空輝度分布モデルは次式のように示される。

図 9 正規化グローバル照度と b の関係

図 10 正規化グローバル照度と c の関係

図 11 正規化グローバル照度と d の関係

図 12 正規化グローバル照度と a の関係

$$L_v(\gamma, \zeta) = \frac{L(\gamma, \zeta)}{L(\pi/2, \pi/2 - \gamma_s)} \quad \dots (25)$$

$L_v(\gamma, \zeta)$: 高天頂輝度を 1 とする天空要素の相対天空輝度 [-],

$L(\gamma, \zeta) = \{1 + a \cdot (1 - \sin^{0.6} \gamma)\} \{1 + b \cdot \exp(c \cdot \zeta) + d \cdot \cos^2 \zeta\} [-]$,

$a = -1.334 \cdot \text{Nevg}^4 + 2.320 \cdot \text{Nevg}^3 + 4.032 \cdot \text{Nevg}^2 - 0.591 \cdot \text{Nevg} - 1.000 [-]$,

図 14 全天型天空輝度分布モデルと実測により取得した相対天空輝度分布の比較 (太陽高度 32.5°)

(実線: 全天型天空輝度分布モデル、破線: 実測値)

図中の番号(1)から(20)の順に、晴天空から曇天空に移する天空輝度分布を表す。

$$b = 122.4 \cdot (2.35 \cdot \text{Nevg})^{10.5} \cdot \exp(-10.81 \cdot \text{Nevg}) [-],$$

$$c = -2.951 \cdot \text{Nevg}^4 + 10.950 \cdot \text{Nevg}^3 - 11.619 \cdot \text{Nevg}^2 + 0.406 \cdot \text{Nevg} - 0.007 [-],$$

$$d = -0.304 \cdot \text{Nevg}^3 + 0.975 \cdot \text{Nevg}^2 - 0.252 \cdot \text{Nevg} + 0.013 [-],$$

Nevg : 正規化グローバル照度[-], ($\text{Nevg} = \text{Evgm} / \text{Evgs}(\gamma_s)$),
 Evgm : 無次元グローバル照度[-] ($= m \cdot \text{Ev} / \text{Evo}$),
 Evgs(γ_s) : 基準無次元グローバル照度[-],

$$\text{Evgs}(\gamma_s) = -0.031 \cdot \gamma_s^5 - 0.232 \cdot \gamma_s^4 + 1.327 \cdot \gamma_s^3 - 2.376 \cdot \gamma_s^2 + 1.943 \cdot \gamma_s + 0.197,$$

$\phi(\gamma)$: 天空要素の高度による輝度の特性を表す式,
 $f(\xi)$: 散乱インディカトリックス,
 ξ : 太陽と天空要素との角距離[rad.],
 γ : 天空要素の高度[rad.],
 γ_z : 天空要素の天頂との角度[rad.],
 γ_s : 太陽高度[rad.],
 Evo : 大気圏外の法線直射照度(133,700[lx]),
 m : 大気路程[-],

$$m = 2 \cdot (\sqrt{\sin^2 \gamma_s + 0.0031465} - \sin \gamma_s) / 0.0031465.$$

5. 全天型天空輝度分布モデルの既存モデルと実測値との比較

既存モデルとして、CIE 標準晴天空と Perraudau, M. の式による Blue Sky と Perez, R. の式による Clear Sky とを採り上げた。提案する全天型天空輝度分布モデルは正規化グローバル照度が 1 の場合とした。これらのモデルの比較を図 13 に示す。

- 提案する全天型天空輝度分布モデルは、太陽と天空要素との角距離が 90° 以上の天空では CIE 標準晴天空と非常によく似た傾向を示しているが、太陽と天空要素との角距離が 90° 以下、すなわち、太陽に近い天空では CIE 標準晴天空より輝度が高くなっている。

図 13 天空輝度分布モデルの散乱インディカトリックスの比較

図 15 全天型天空輝度分布モデルと実測により取得した天空輝度分布との相関係数

- Perez, R. のモデルは、太陽と天空要素との角距離が 90° 以上では天空輝度が他に比べて高くなっている。また、太陽と天空要素との角距離が 90° 以下の天空では、 $90^\circ \sim 25^\circ$ の範囲では最も輝度が低い、太陽の近くでは急激に輝度が高くなる特性を示している。
- 全天型天空輝度分布モデルは全体的には Perraudau, M. の Blue Sky に近い特性を示しているが、Blue Sky は太陽と天空要素との角距離が 90° 以上の天空で輝度が低い傾向があり、全天型天空輝度分布モデルの方が妥当な特性を示していると考える。

全天型天空輝度分布モデルと実測により取得した天空輝度分布との、太陽高度 32.5° の場合の比較例を図 14 に示す。晴天空から曇天空に至るまで、全体的に非常によく一致している。

また、実測により取得した太陽高度別累積出現頻度別の相対天空輝度分布と全天型天空輝度分布モデルによる相対天空輝度分布との相関係数を図 15 に示す。ほとんどの天空で相関係数は 0.95 以上になっている。太陽高度が 12.5° 以下で累積出現頻度が 60% 前後（これまでの分類では曇天に近い中間天空）の場合、太陽位置付近の天空で相対天空輝度が実測値よりやや高くなっているが、実用上ほとんど問題はないと考える。

6. まとめ

本報では、すべての天候状態における相対天空輝度とその分布をコンピュータで取り扱うことのできる数式、全天型天空輝度分布モデルを提案した。この数式化で準備した基礎資料と、本研究により得られた、すべての天候状態に対応する相対天空輝度とその分布を表す数式による計算値との誤差は小さい。コンピュータの計算にも容易に適用でき極めて実用的である。したがって、本研究の成果は十分に満足できるものと考えられる。

相対天空輝度分布から絶対値で表す天空輝度分布を求めるには、天頂輝度が必要である。次報において、全天型天空輝度分布モデルに対応した、天頂輝度のモデル化について報告する予定である。

参考文献及び注

- 井川恵男、中村洋、古賀靖子、古城真也、CIE 標準天空との相関係数による天空輝度分布の分類—天空輝度分布の分類法の研究(その1)、日本建築学会計画系論文集、No.494, pp.15-22, 1997.
- 井川恵男、中村洋、古賀靖子、古城真也、天空状態を示す指標と天空輝度分布の関係—天空輝度分布の分類法の研究(その2)、日本建築学会計画系論文集、No.496, pp.23-28, 1997.
- International Daylighting Measurement Programme の略。省エネ設計とその効果予測のための、詳細な昼光と日射のデータ取得と標準資料作成を目的として、CIE により、長期測定を 1991 年から世界各地約 50 ヶ所で実施している。
- Standardization of luminance distribution on clear skies, Pub. CIE No.22(TC-4.2), 1973.
- Spatial distribution of daylight - Overcast sky and clear sky, Pub. CIE DS 003.2, 1994.
- Krochmann, J., Kittler, R., Dogniaux, R., Nakamura, H. などの提案式がある。
- Nagata, T., Luminance distribution on clear skies, Part 2, Theoretical consideration, Trans. A.I.J., No.186, pp.41-50, 1971.
- Kittler, R., Luminance model of homogeneous skies for design and energy performance predictions, Proc. 2, 1986 International Daylight Conference, Long Beach, pp.31-37, 1986.
- Perez, R., Seals, R., Michalsky, J., All-weather model for sky luminance distribution—Preliminary configuration and validation, Solar Energy, Vol.50, No.3, pp.235-345, 1993.
- Perraudau, M., Luminance models, Proc. CIBSE National Lighting Conference, Cambridge, UK, pp.191-192, 1988.

(1997年9月19日原稿受理、1998年1月6日採用決定)