低音域での音場解析における座席面の取扱いに関する基礎的研究

積分方程式法を用いた2次元音場解析による近似境界条件の検討

BASIC RESEARCH ON THE TREATMENT OF AUDIENCE SEATS
FOR SOUND FIELD ANALYSIS AT LOW FREQUENCIESStudy on approximate boundary condition by two-dimensional calculation
using boundary integral equation method

堀之内 吉成*, 古江 嘉弘**

Yoshinari HORINOUCI and Yoshihiro FURUE

Analysis based on the integral equation method is useful to predict the sound field of a large enclosure such as a concert hall at low frequencies. In such cases, however, it is difficult to decide the boundary condition of audience seats because that has complicated shape and multiple materials. In this paper it is proposed that audience seats are approximated by the smooth surface which has unique impedance. Two-dimensional numerical calculation is carried out and some results are presented. So, it is found that such approximation is useful at low frequencies.

Keywords : integral equation method, audience seats, boundary condition, locally reactive, steady sound field

積分方程式, 座席面, 境界条件, 局所作用, 定常音場

1. はじめに

コンサートホールに代表される大規模空間の室内音響設計において、室形状の検討は最重要課題の一つであろう。建物完成後に何らかの音響的障害が現れた場合に、高音域での改善は、例えば室の壁に凹凸を付ける、あるいは内装材料を変更する等により比較的簡単に出来る。しかし、低音域に関しては、室の形状の大きな変更を要し、改善が困難となる場合が多い。したがって、基本設計段階で室空間の形状を決定する際に、低音域音場の予測計算を行い致命的な欠陥の有無などを検討する作業は不可欠であると考えられる。

低音域では音の波動性が無視できなくなり、音線法、虚像法に代表される幾何音響的な方法は適用できない。したがって、例えば積分方程式法¹⁾²⁾などの波動性を考慮した解析法を用いざるをえなくなってくるが、その場合に解決しなければならない問題の一つに座席面の取り扱いがある。実際、座席面の反射吸音特性、特に位相まで考慮して室内音場を解析した例は、幾何音響的な方法のもとより波動音響的な解析においてもほとんど見られない。

積分方程式法のように対象領域の境界面上に計算点をとる解析法においては、均一の材料で構成された壁面では、その壁面上に境

界面をとることが出来る。また、境界条件は局所作用の仮定を用いることにより材料表面のアドミッタンスとして与える方法などが適用できる。しかし、座席部分は形状が複雑で、且つ各種の音響特性を持つ面により構成されているので、これを細かく分割し境界条件を個別に与えることは実用上不可能に近い。そこで、本報では一つの解決策として、座席面を一律なインピーダンスを持ち局所作用が仮定できる仮想的な吸音面（以下では仮想吸音面と呼ぶ）として扱う方法³⁾を提案する。高音域の場合は、当然この様な近似は困難であると予想されるが、低い周波数帯域では、その波長の長さから考えて、上で述べたような近似は十分に成り立つのではないかと考えられる。

本報では、2次元音場において検討を行った。まず、座席面を吸音体が等間隔に置かれた状況（吸音体列）と考え、その周囲の周期的定常音場を計算した。その結果から、吸音体列を仮想吸音面で近似する方法が適用可能な周波数範囲を明らかにした。また、吸音体自身をもつ吸音特性と床面との位置関係から適当な仮想吸音面のインピーダンスを設定する方法についても検討した。さらに、仮想吸音面を導入した計算を行い、導入前の結果との比較を行い近似の

* 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 助手・工修

Research Assoc., Instructor, Dept. of Architecture, Graduate School of Eng., Kyoto Univ., M. Eng.

** 福山大学工学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture, Fukuyama Univ., Dr. Eng.

精度を検討し、この方法が十分に適用可能であること、計算機容量、計算時間の面でも大きなメリットがあることを示した。現実の音場解析は3次元音場において行われるが、本報で示された2次元での結果はその基礎となるものである。

2. 2次元の積分方程式

本報中の計算は全て積分方程式法を用いて行った。ここで採用している基礎式は、Helmholtz-Kirchhoff の積分定理を法線微分した式 (NDF) である。¹⁾²⁾⁴⁾ 境界面S上の点pでの速度ポテンシャルを $\varphi(p)$ とすると次の式が成り立つ。ただし、時間項は $\exp(-i\omega t)$ である。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi(p)}{\partial n_p} = \frac{\varphi_D(p)}{\partial n_p} + \iint_S \left\{ \varphi(q) \frac{\partial^2 G(p,q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \varphi(q)}{\partial n_q} \frac{G(p,q)}{\partial n_p} \right\} dS \quad (1)$$

ここで、 n は単位法線、 φ_D は直接音成分である。2次元計算の場合、基本解 $G(p,q)$ は

$$G(p,q) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr_{pq}) \quad (2)$$

となる。ここで、 $H_0^{(1)}$ は第一種0次ハンケル関数、 k はwave number、 i は虚数単位、 r は2点間の距離である。吸音体の表面では局所作用を仮定し、アドミッタンス近似を用いることとした。吸音体表面のアドミッタンスを $A(\omega)$ とし、(1)式を変形すると、結局解くべき方程式は以下になる。

$$\frac{ikA(\omega)}{2} \varphi(p) + \frac{i}{4} \int_\sigma \varphi(q) \frac{\partial^2 H_0^{(1)}(kr_{pq})}{\partial n_p \partial n_q} d\sigma - \frac{i}{4} \int_\sigma \frac{\partial \varphi(q)}{\partial n_q} \frac{H_0^{(1)}(kr_{pq})}{\partial n_p} d\sigma = -kH_1^{(1)}(kr_{pq}) \cos(r_{pq}, n_p) \quad (3)$$

離散化およびマトリックスの構成方法は文献2)に示された方法と同様である。また、特異項の扱いは、河井⁴⁾の方法を用い、要素中心からの距離 a が十分小さいとき、以下の式で計算した。

$$\int_0^a \frac{\partial^2}{\partial^2 n} H_0^{(1)}(kr) dr = \frac{2i}{\pi a} \quad (4)$$

また、空間中の点Pでの速度ポテンシャル分布は次の式で計算できる。

$$\varphi(P) = H_0^{(1)}(kr_{pp}) + \frac{i}{4} \int_\sigma \left\{ \varphi(q) \frac{\partial H_0^{(1)}(kr_{pq})}{\partial n_q} - \frac{\partial \varphi(q)}{\partial n_q} H_0^{(1)}(kr_{pq}) \right\} d\sigma \quad (5)$$

3. 座席面の設定および予備検討

本報では、座席面を2次元の音場と考えた。人と椅子を、幅0.4m高さ1.0mの長方形の吸音体と近似し、これが剛な床面から0.2m

上に、0.9m間隔で並んでいるものを座席面とした。まず、近似が成り立つ周波数範囲等のおおよその傾向をつかむために、吸音体の個数は5個とし予備的な検討を行った。(座席等は図1参照)

この吸音体の物性値は、文献²⁾で用いられているものと同じ数値を用いた。この吸音体自身の各周波数におけるアドミッタンスを吸音率に換算した値を表1に示す。なお、床面は剛とした。音源は($x=0.0$, $y=10.0$)の位置にある線音源とした。計算周波数は、31.5、63、125、250、500Hzである。

図2は、座席面上部(図1の $y=1.5$ の線上)での各周波数の音圧分布を示したものである。図中の値は($x=0$, $y=1.25$)の点での音圧を0dBとした相対値(dB)である。図2から、125Hz以下ではほぼ一様な音圧分布になっていることが分かる。また、図3は63Hzの場合の吸音体上部各点での分布を示したものである。吸音体のごく近傍($y=1.25$)ではその他の領域に比べて若干変動が大

図1 吸音体の配列、座席

図2 各周波数の音圧分布 ($y=1.5$ の線上)

図3 各点での音圧分布 (63Hz)

表1 吸音体の吸音率

周波数(Hz)	31.5	63	125	250	500
吸音率	0.152	0.211	0.291	0.397	0.523

図4 Zの分布(上:実部、下:虚部、周波数63Hz)

図5 r_p , Δ の値(63Hz)

きいものの、全体としてはほぼ一様な音圧分布になっている。これらの結果から、おおよそ125Hz以下では一様な吸音面として近似できる可能性があると考えられる。

そこで、63Hzの場合の各計算点で座席面に垂直な向き(y軸に平行な方向)の粒子速度を計算し、さらに

$$Z = (\text{音圧} / \text{粒子速度}) / \rho c$$

図6 Δ (補正值)の値(63Hz)

図7 吸音体の配列、座標(図は一部:全数21個)

の値を示したのが図4である。(ρc は空気の特徴インピーダンス) この値は、その点を仮想吸音面の表面と考えた場合のインピーダンス比に相当するものである。この値を次に示す(6)式を用いて、音圧反射係数 r_p と位相のずれに相当する項 Δ に分けて示したのが図5である。⁵⁾

$$|r_p| \exp(i\Delta) = \frac{z-1}{z+1} \quad (6)$$

ここで、 $\Delta = 2k\delta$ とすると、 Δ は距離 δ の往復分に相当する位相のずれと考えられる。

また、各計算点のy座標の違いを考慮して、次の式で求められる「 Δ (補正值)」の値を示したものが図6である。

$$\Delta (\text{補正值}) = \Delta - 2kd$$

ここで、 d は $y=1.5$ の面(以下では基準面と呼ぶ)とのy座標の差である。したがって、 Δ (補正值)は、(6)式から求められる Δ を基準面との距離の往復分に相当する位相差で補正したものである。

図6を見ると、 Δ (補正值)は、吸音体のごく近傍($y=1.25$)以外ではほぼ同じ値になっている。これらの結果から、例えば63Hzの場合、 $y=1.5$ の位置に r_p が0.7程度、 Δ が約-115度に相当するインピーダンスを持つ仮想吸音面に置き換えて考えることができるといえる。

4. 平面波入射の音場での検討

さらに詳細な検討を行うために、平面波が垂直入射する場合に

図8 r_p , Δ (補正值) の分布 (125Hz) 図9 各周波数での r_p , Δ (補正值) の平均値

ついて、周波数を25Hz～250Hzまでの1/3oct.毎に計算した。また、吸音体列全体の長さが、対象周波数の最大波長以上となるように、吸音体の個数を21個(長さ約18m)とした。吸音体の配列、座標等を図7に示す。ここではより実際の座席列に近づけるために吸音体の底面と右側面は剛であるとした。音源は入射角0度(真上から)

図10 各周波数での Δ (補正值) の平均値 図11 $|r_p| \exp(i\Delta)$ の実部 (上図)、虚部 (下図)

の平面波とした。

ここで、前節と同様に、各計算点で音圧、および座席面に垂直な方向の粒子速度を計算し、 $z = (\text{音圧} / \text{粒子速度}) / \rho c$ の値を求め、音圧反射係数 r_p と位相のずれに相当する項 Δ および Δ (補正值) を計算した。125Hz の場合の r_p と Δ (補正值) を図8に示す。吸音体列の両端を除くとほぼ一樣な値になっている。

そこで、 $y=1.25$ の面と吸音体列の両端4mを除いた範囲の、 r_p 、 Δ (補正值) の各周波数での平均値を図9に示す。(図中では「吸音体列」と表記) また、同図には、 $y=1.2$ の面全体を吸音材とした場合(「吸音面($y=1.2$)」と表記)と、 $y=0$ の位置に剛面のみが存在するとした場合(「剛床面」と表記)についての、 r_p 、 Δ (補正值) の値も示してある。

図 1-2 音圧分布 (125Hz、入射角 $\theta = 0^\circ$) 図 1-3 音圧分布 (125Hz、入射角 $\theta = 30^\circ$) 図 1-4 音圧分布 (125Hz、入射角 $\theta = 45^\circ$)

図 9 において、「吸音体列」の r_p の値は、「吸音面 ($y=1.2m$)」の r_p とほぼ等しい。このことから、仮想吸音面の r_p の値として、吸音体自身が持つ r_p の値を用いても差し支えないと考えられる。また、図 10 において「剛床面」で示される $\bar{\Delta}$ (補正值) の値は $\delta=1.5m$ (床面と基準面との距離) の往復分の位相ずれであり、同図中の「仮想吸音面 ($\delta=1.7m$)」は、 $\delta=1.7m$ の往復分の位相ずれに相当する。この二つの $\bar{\Delta}$ (補正值) と、「吸音体列」の $\bar{\Delta}$ (補正值) と比較した場合、「仮想吸音面 ($\delta=1.7m$)」の方が明らかに良く一致している。これは、「吸音体列」の場合、基準面と床との往復距離分より、さらに $0.2m$ の往復分だけ位相がずれていることを意味している。この理由として、吸音体が床に接しておらず下部空間が空いているため、位相のずれが床面までの距離より大きくなったためと考えられる。

図 1-5 周波数特性 (入射角 0° 、 $x=15$ 、 $y=1.25$) 図 1-6 周波数特性 (入射角 30° 、 $x=15$ 、 $y=1.25$) 図 1-7 周波数特性 (入射角 45° 、 $x=15$ 、 $y=1.25$)

以上のことから、ここで設定した吸音体列を置き換えるための仮想吸音面の特性は、反射波の振幅に関しては吸音体そのものの音圧反射係数を用い、位相に関しては床面よりも更に $0.2m$ 下方に位置する面との位相のずれを用いれば、適当な近似が得られると推測される。この方法に基づいて計算された $|r_p| \exp(i\Delta)$ の値を図示したのが、図 1-11 である。

5. 仮想吸音面による計算

これまでの結果をもとに、仮想吸音面を導入した計算を行い、仮想吸音面を導入しない場合の結果との比較を行った。ここで、仮想吸音面の位置は床面から $1.2m$ 、すなわち吸音体の上面と同じ高さに設定し、 r_p の値は吸音体表面の音圧反射係数を用いた。また、前節の結果をもとに、 δ は $1.2m$ に $0.2m$ 加えた $1.4m$ とした。

計算結果の一部を図 1-2～図 1-7 に示す。以下の結果はすべて、吸音体や仮想吸音面が無く剛な床面だけがある状態との相対レベルで表してある。また、図中では、吸音体列で計算したものを Method.1 (M.1)、仮想吸音面を用いて計算したものを Method.2 (M.2) と表示している。

図 12 に 125Hz、平面波垂直入射 (入射角 0°) の場合について、

各受音点での計算結果を示す。図中の x 、 y は、図 7 に示す座標値である。何れの点においても、両方法での結果は良好な一致を示している。したがって、垂直入射音場に関しては仮想吸音面を用いた近似が十分な精度を持つことが分かる。

図 13、14 は、各々、入射角が 30° 、 45° の場合について同様の分布を描いたものである。仮想吸音面に近い部分、すなわち $y=1.25$ の位置では良い一致が得られるが、面から離れるにしたがって両者の差異が大きくなる。また、peak、dip の位置に関してはおおむね一致しているが、その大きさに関しては十分な一致が得られていない。しかし、実際にホールの音場解析等に用いる場合、予測値が最も要求されるは、客席の耳に近い領域、すなわち仮想面に近い部分における値なので、ここで提案した近似方法でも十分に適用可能であるといえる。

図 15～図 17 に、 $x=15.0$ 、 $y=1.25$ の点における周波数特性を示す。これらによると、垂直入射の場合の両計算値は一致していると言えるが、入射角が 30° 、 45° の時には両計算値の差が大きくなる場合がある。しかし、周波数特性のおおよその傾向を予測するには十分な結果が得られているといえる。

なお、今回行った計算は、一辺 0.1m の線要素に分割して計算したが、全要素数は、吸音体列の場合 (Method.1) で 588 要素、仮想吸音面の場合 (Method.2)、208 要素となった。また、周波数によっても異なるが、計算時間 (CPU time) は、約 $1/10$ になった。計算コストの面からも、仮想吸音面を導入するメリットは充分にあるといえる。

6. まとめ

座席面を 2 次元の吸音体列で近似し、その周期的定常音場を見ることにより、吸音体列をインピーダンス様な仮想吸音面で近似する方法について検討した。その結果、低音域においては、吸音体列を座席と見なした面を様な仮想吸音面として取り扱える可能性を示すとともに、限定された条件下ではあるが、吸音体そのものの音響特性と剛床面との幾何的關係から仮想吸音面の特性を設定する方法についても述べた。

座席面を吸音体列と見なして計算した音場と、様な仮想吸音面で近似して計算した音場を比較し、その近似の妥当性、適用可能な範囲について検討した。音源が平面波の場合、垂直入射に関しては良好な結果が得られた。斜め入射に関しては面から離れた領域では両計算値の差は大きくなるが、面に近い領域では十分に一致した。また、仮想吸音面に置き換えることによって、必要とされる計算機容量、計算時間も大幅に削減されることが明らかになった。

本報で示したのは 2 次元の場合のみであるが、今後、3 次元音場の場合も含めてさらに検討をすすめる予定である。また、ここでは、吸音体の表面での物性値が既知の場合に、その値と床面との幾何的關係から近似的に与えられるインピーダンスを持つ仮想吸音面が導入できることを示したにすぎない。今後は、ホール内の実音場を再現するために、座席面として具体的にどのような値を用いれば良いか等を実測も含めて検討していく予定である。

謝辞

本研究の一部は、平成 9 年度文部省科学研究費補助金 (奨励研究

(A) 研究代表者：堀之内吉成) の助成を受けている。また、本研究を行うにあたって、卒論生松本貴之君 (現：旭化成ホームズ)、大学院生多田浩一君 (現：竹中工務店) には多大なご協力をいただいた。深く謝意を表します。

注) 本論文は以下の研究発表の内容を修正し新たな考察を加えてまとめたものである。

- 1) 堀之内吉成、古江嘉弘：積分方程式を用いた音場解析における座席面の境界条件の検討、日本音響学会平成 8 年度秋季研究発表会講演論文集 II、pp775-776、1996.9
- 2) 堀之内吉成、古江嘉弘：積分方程式を用いた音場解析における座席面の境界条件について — 2 次元の数値計算による検討 —、日本音響学会平成 9 年度春季研究発表会講演論文集 II、pp841-842、1997.3
- 3) 堀之内吉成、古江嘉弘：積分方程式を用いた音場解析における座席面の境界条件について — 吸音体列への平面波入射音場による検討 —、日本音響学会平成 9 年度秋季研究発表会講演論文集 II、pp805-806、1997.9

【参考文献】

- 1) Terai, Toshio : On Calculation of Sound Fields Around Three Dimensional Objects by Integral Equation Method. , J. Sound Vib. , 69(1), pp. 71-100, 1980
- 2) 池田雅弘、古江嘉弘、堀之内吉成、寺井俊夫：積分方程式による音響インテンシティの計算とその表現方法、日本建築学会計画系論文集第 479 号、pp. 7-15、1996.1
- 3) 堀之内吉成、寺井俊夫、古江嘉弘：積分方程式によるホールステージ上の音圧分布、およびインテンシティ場の計算、日本建築学会大会学術講演梗概集 D 環境工学、pp. 297-298、1993
- 4) Y. Kawai and T. Terai, Calculation of sound fields over audience seats by using integral equation method, Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 113, 22-27, 1991
- 5) 前川純一：建築環境音響学、共立出版、pp. 77、1990

(1997年12月8日原稿受理、1998年5月21日採用決定)