有限要素法によるダンパー翼周りの気流解析

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF AIR FLOW
AROUND WINGS OF DAMPERS

橋本幸博*, 登坂宣好**

Yukihiro HASHIMOTO and Nobuyoshi TOSAKA

Airflow in air ducts is advection dominant flow where the Reynolds numbers are between 10^4 and 10^6 . Flow and pressure fields around wings of dampers in air ducts are obtained numerically at high Reynolds numbers by using Petrov-Galerkin FEM and Multi-pass Algorithm for the unsteady incompressible Navier-Stokes equations. Numerical results of pressure coefficients show good agreements with experimental data for parallel-wing dampers.

Keywords : Duct, Damper, Finite Element Method, Exponential Test Functions, CFD, Multi-pass Algorithm

ダクト, ダンパー, 有限要素法, 指数関数型上流化, CFD, Multi-pass Algorithm

1. はじめに

空調・換気ダクト系の設計において、送風機静圧を決定するために風量調整用ダンパーの抵抗係数を予め知ることは必要なことである。ダンパーは、平板を支持軸回りに回転して主流に対する迎角を付けることにより、ダクト系に空気抵抗を付けて風量調節機能を与える装置である。長方形ダクト用のダンパーには、1枚翼のものと多翼のものとがあり、後者には翼の回転方向により、平行翼と対向翼がある。

従来はダンパーの抵抗係数をダクト設計時点で予測するために、詳細な実験に基づくデータが必要であった^{[1][2][3]}。これらの実験では、ダンパー翼の枚数や迎角をパラメーターとして抵抗係数を計測するために、低速風洞に代表される大規模な実験装置と多大な労力が要求される。

また、ダクト系は通常いくつかの枝管に分岐するが、試運転調整時には各枝管で所定の設計風量が得られるように、ダンパー開度を調整する。そのときにダンパー翼の後流が偏流を起こすのを防止するために、ダンパー翼の後流の状態を予測することが必要である。ダクト内気流が偏流を起こすと、ダンパーの下流に設置した吹出口

から均一な吹出風量が得られず室内温度分布が不均一になるという問題を起こすことがある^[4]。また、ダンパー翼の迎角やダクト内気流速度によっては、翼表面から剥離した流れによる気流騒音や、周期的な揚力変動による翼の振動が発生する。そのような騒音や振動が居室に伝播することにより、室内環境を阻害する原因となる。従って、室内温度分布やダンパー翼から発生する気流騒音及び振動を設計時点で事前評価するためには、ダンパー翼周りの気流性状に関する知識が不可欠である。

通常ダクト内部の気流性状を把握するために、気流の可視化が行われる。従来の実験的なダクト内気流の可視化手法には、タフト法、トレーサー法、光学的方法などがある^{[5][6]}。空調・換気ダクト内部の気流速度は5~10m/sec程度であり、いずれの方法を用いても実験手法、撮影技術、画像処理などに高度な熟練技術や多大なコストが必要になるという問題がある。

最近では計算機性能の向上に従って、CFDによるアプローチも可能になってきたため、数値風洞として実験に代わるダクト内気流の性状把握が有望視されている。CFDはパラメトリックな流れの可視化が比較的簡便で安価にできるという利点があり、実験による労

* 東洋熱工業株式会社 技術研究所

** 日本大学生産工学部数理工学科 教授・工博

Technical Research Institute, Tonets Corporation

Prof., College of Industrial Tech., Nihon Univ., Dr. Eng.

力や熟練技術やイニシャル・コストを削減できる。また、ダクト内部は狭隘な空間であり、実験的手法ではセンサーやワイヤなどを挿入することにより、流れ場に影響を与える危険性があるが、CFDを用いればこの危険を回避することができる。ダンパー翼周りの気流解析をするときには、解析領域が複雑形状になるので、非構造格子を用いた有限要素法による解析が有効である。

ところで、ダクト内部の気流はレイノルズ数がおおよそ $10^4 \sim 10^6$ の移流卓越流れであるが、このような高レイノルズ数流れを数値計算するときには、圧力解が数値振動を起こしやすいということが知られている。数値振動を抑えるために、差分法では今までに様々な上流化手法が考えられてきたが、有限要素法でも様々な上流化手法が提案され、高レイノルズ数流れを安定的に数値解析することができるようになった^[7]。通常流れ解析で用いられる有限要素法は、Galerkin 法と呼ばれる手法で、解析領域を有限要素に分割し、補間関数と同一の関数をテスト関数に用いて、得られた積分方程式を近似的に解く方法である。それに対して、Petrov-Galerkin 法は、補間関数とは異なる上流化されたテスト関数を用いて近似解析する方法である^[8]。

空調ダクト内部の気流性状の把握は重要であるにも関わらず、CFDによるダクト内気流解析に関する文献は、著者らが知る限りではほとんどない。そこで、本報では形状適合性に優れた有限要素法を用い、計算の安定化のために指数関数型上流化テスト関数^[9]を用いて、ダクト内部のダンパー翼周りの気流を数値解析した結果を報告する。

以下の定式化に当たり、記号 $(\cdot)$ と $(\dot{\cdot})$ はそれぞれ空間及び時間変数に関する偏微分を表し、また指標については Einstein の総和規約を採るものとする。

2. 有限要素法による定式化

無次元化された以下の 2 次元非定常非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と連続の式を基礎方程式とする。

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} = -p_i + \frac{1}{\text{Re}} u_{i,jj} \quad (1)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $u_i (i=1,2)$ は空間 2 方向の流体の速度、 p は圧力、 Re はレイノルズ数である。レイノルズ数は慣性力と粘性力の比を表す無次元数で、 $\text{Re} = \frac{uD}{\nu}$ 、 u は代表速度、 D は代表長さ、 ν は動粘性係数である。

式(1)に対し fractional-step 分解を用いて速度と圧力を分離し、時間について半離散表現をすると次式を得る。

$$\text{First Step} : \frac{\bar{u}_i - u_i^n}{\Delta t} + u_j^n u_{i,j}^n = \frac{1}{\text{Re}} u_{i,jj}^n \quad (3)$$

$$\text{Second Step} : u_i^{n+1} = \bar{u}_i - \Delta t p_i^{n+1}, u_{i,i}^{n+1} = 0 \quad (4)$$

ただし、 Δt は時間ステップ、 $\bar{u}$ は修正速度である。

ここで、修正速度ポテンシャル $\phi = -\Delta t \cdot p^{n+1}$ を用いると、式(4)は次式ようになる。

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i + \phi_{,i} \quad (5)$$

更に式(5)の発散をとり、連続の式を用いると ϕ に関する次の

Poisson 方程式が得られる。

$$\phi_{,ii} = -\bar{u}_{i,i} \quad (6)$$

式(6)に対応する境界条件のもとで解き、得られた ϕ を用いて、次ステップの圧力と速度を求める。

ここで、式(3)に対し、指数関数型上流化関数 M_α をテスト関数に用いて、Petrov-Galerkin 法により重み付き残差方程式を構成する。なお要素には 4 角形要素を用い、速度・圧力同次補間の双 1 次補間関数 N_α を用いる。

$$\int_{\Omega_i} \left\{ \frac{\bar{u}_i - u_i^n}{\Delta t} + u_j u_{i,j} - \frac{1}{\text{Re}} u_{i,jj} \right\} M_\alpha d\Omega = 0 \quad (7)$$

$$M_\alpha = N_\alpha e^{-a_i(N_j x_j^i - x_i^n)}, i=1,2 \quad (8)$$

ここで、 a_i は次式によって与えられる。

$$a_i = \frac{\alpha_i}{|L_i|} \text{sgn}(u_i), i=1,2 \quad (9)$$

ただし、 α_i は人工粘性係数に対応するスケール・パラメーター、 sgn は符号関数 (signum function) である。

得られた式の時間積分に 2 次精度 Adams-Bashforth 法を用いて、修正速度 $\bar{u}$ について次の有限要素方程式を得る^[10]。

$$M_{\alpha\beta} \frac{\{\bar{u}_i\}_\beta - \{\bar{u}_i\}_\beta^n}{\Delta t} = \frac{3}{2} f_\alpha^n - \frac{1}{2} f_\alpha^{n-1} \quad (10)$$

$$f_\alpha^n = -K_{\alpha\beta} \{\bar{u}_j\}_\beta^n + F_{\alpha\beta} \{\bar{u}_j\}_\beta^n$$

ここで、 $M_{\alpha\beta}$ は質量行列、 $F_{\alpha\beta}$ は境界積分項、 $\bar{u}_i^n = u_{i,j}^n n_j / \text{Re}$ 、 Δt は時間間隔、 n は時間ステップ数である。また、式(10)を次のように書き改める。

$$M_{\alpha\beta} \Phi_\beta = \Delta t \left(\frac{3}{2} f_\alpha^n - \frac{1}{2} f_\alpha^{n-1} \right) \quad (11)$$

式(11)の計算をするときに、逆行列の計算を避けて、陽的に計算を行うために質量行列の対角化がよく行われる。ここでは、対角化による誤差を避けるために J. Donea らによって提案された Multi-Pass Algorithm^[10]を用いる。その考え方は次の通りである^{[10][11]}。

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \Phi_\beta^{(k)} = \Delta t \left(\frac{3}{2} f_\alpha^n - \frac{1}{2} f_\alpha^{n-1} \right) - (M_{\alpha\beta} - \bar{M}_{\alpha\beta}) \Phi_\beta^{(k-1)} \quad (12)$$

ここで、 $\bar{M}_{\alpha\beta}$ は集中質量行列であり、 $\Phi_\beta = \{\bar{u}_i\}_\beta - \{\bar{u}_i\}_\beta^n$ 、 $\Phi_\beta^{(k)}$ 及び $\Phi_\beta^{(k-1)}$ は未知である。

Fig.1 Finite Element Mesh (1,2,4 Wing Attack Angle=20°)

$k=1$ とおくと、

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \Phi_{\beta}^{(1)} = \Delta t \left(\frac{3}{2} f_{\alpha}^n - \frac{1}{2} f_{\alpha}^{n-1} \right) - (M_{\alpha\beta} - \bar{M}_{\alpha\beta}) \Phi_{\beta}^{(0)} \quad (13)$$

ここで、 $\Phi_{\beta}^{(0)} = 0$ とおくと、

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \Phi_{\beta}^{(1)} = \Delta t \left(\frac{3}{2} f_{\alpha}^n - \frac{1}{2} f_{\alpha}^{n-1} \right) \quad (14)$$

となる。 $k=2,3$ とおくと、

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \Phi_{\beta}^{(2)} = \Delta t \left(\frac{3}{2} f_{\alpha}^n - \frac{1}{2} f_{\alpha}^{n-1} \right) - (M_{\alpha\beta} - \bar{M}_{\alpha\beta}) \Phi_{\beta}^{(1)} \quad (15)$$

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \Phi_{\beta}^{(3)} = \Delta t \left(\frac{3}{2} f_{\alpha}^n - \frac{1}{2} f_{\alpha}^{n-1} \right) - (M_{\alpha\beta} - \bar{M}_{\alpha\beta}) \Phi_{\beta}^{(2)}$$

ここで、

$$\Phi_{\beta}^{(3)} = \{ \bar{u}_i \}_{\beta} - \{ u_i \}_{\beta}^n \quad (16)$$

より、全体系の修正速度は

$$\bar{u}_i = u_i^n + \Phi^{(3)} \quad (17)$$

となる。以上の 3-pass による Multi-pass algorithm によって修正速

度 $\bar{u}_i$ を求め、式(6)で与えられた ϕ を定める Poisson 方程式を解く。

Poisson 方程式の計算には、SCG 法（前処理付共役勾配法）を用いる。そして、次ステップの圧力 p^{n+1} と速度 u_i^{n+1} を求め、時間積分を進める。

3. 数値計算結果

ダクト内に平行翼ダンパーを設置し、翼の迎角をパラメーターとして、下記の計算条件に基づく数値計算を行う。

【計算条件】

解析領域： 15.0×1.0（2次元）

要素： 4角形双1次要素

境界条件： ダクト内面とダンパー表面 Non-Slip

流入部 $u=1.0$ 、流出部 $\phi=0$ (Dirichlet 条件)

ダンパーの翼の枚数： 1枚、2枚、4枚

翼の厚さ： 0.01

翼の迎角： 5、10、15、20、30°

レイノルズ数： 10^4

Poisson 方程式の反復回数： 最大 1000 回

スケーリング・パラメーター： 0.2

時間積分法： 2次精度 Adams-Bashforth 法

無次元時間間隔： $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$

時間ステップ： 40000 ステップ

無次元時間： $t=20$

	1枚翼	2枚翼	4枚翼
翼の長さ	1.0	0.5	0.25
総節点数	6834	7035	10317
総要素数	6560	6720	10000
最小メッシュ幅 (翼角度 30° のとき)	0.009492	0.008449	0.004752
クーラン数	0.0526	0.0592	0.1052

Fig.1 に解析領域の有限要素分割を示し、Fig.2 から 4 に無次元時間 $t=20$ における計算結果を示す。

4. 考 察

4.1 計算結果と実測との比較

無次元時間 $t=5$ から 20 まで時間平均した抵抗係数と実測結果の比較を表 1 に示す。抵抗係数 K は次式にて算出する。

$$K = \frac{2\Delta p}{\rho U^2} \quad (18)$$

ただし、 Δp はダンパー翼前後の圧力差、 ρ は流体の密度 ($=1.0$)、 U は初速 ($=1.0$) である。

実測結果は、文献[1]で妥当な抵抗係数であると評価されている Erwin-Idelchik による結果を採用している。2枚翼ダンパーの迎角が 10° のときを除いて実測値に対して $\pm 20\%$ 以内の誤差であり、実用上問題ない程度に一致している。

文献[1]の Erwin-Idelchik の推奨値では、翼の角度が 10° のときを除いて、翼の枚数を増やすと抵抗係数が減少している。文献[1]による計算値では、2枚翼の 10° のときの抵抗係数は 0.33 となっていて、1枚翼のときより減少している。また、文献[3]では、2枚翼の 10° のときの抵抗係数は 0.17 となっている。また、翼の枚数が増加すると、抵抗係数が減少するという傾向に、迎角が 10° のときのみ特異性があるとは考えられない。

2翼 10° のとき抵抗係数は 0.2 近傍で安定しているが、揚力係数はカルマン渦に起因する大きい変化を見せている。本計算では、ダンパー翼を剛体と見なしているが、実際はダクト側面に回転軸で支持された構造の両端支持梁で弾性体である。このモデルの相違が抵抗係数の大きな差の原因になっているものと推定される。

4. 2 圧力の最大値と最小値

Fig.5 に $t=20$ におけるダクト内部圧力の最大値と最小値を、ダンパー翼角度 10° 、 20° 、 30° について示す。ダンパー翼角度が増加するに伴い、いずれの場合も圧力の最大値は増加し、最小値は減少する。また、ダンパー翼枚数が増加するに伴い、最大値は減少するが、最小値は2枚のときに最低となる。

4. 3 抵抗係数の変動

Table 2 に抵抗係数の計算値（無次元時間 5 から 20 まで）3000 個のデータの RMS(Root Mean Square)を示す。ダンパー翼角度が増加するに伴い RMS は増加し、翼の枚数が増加するに伴い RMS が減少することがわかる。

Table 3 に圧力係数の平均変動率を示す。これは、圧力係数の RMS 値を平均値で割った値である。1 枚翼のときは翼の迎角が増加するに伴い平均変動率は減少する。2 及び 4 枚翼のときは迎角が 10° のときより 20° と 30° の方が平均変動率は増加するが、 20° と 30° ではほとんど同じである。

Fig.2 から 4 のように翼の上面では層流状態で気流が流れ、特に迎角が 10° 以上になると翼の下面で流れが激しく変動している。翼の下面では剥離した流れが渦を形成し、翼の後流に渦列が放出されている。ダンパー翼角度が増加すると、またダンパーの翼長が長くなると剥離が促進されるため、圧力係数の変動が大きくなる。

空調ダクトのダンパー翼や空調吹出口から発生する風切音が問題になることがあるが、これは固体の振動ではなく、気流自体から発生する騒音で空気力学的な騒音と呼ばれる^[13]。Fig.2 から 4 で見られるカルマン渦列の放出は、時間的な圧力変動となり、空力騒音の原因になるものと予想される。

Table1. Comparison of Calculated and Measured Pressure Coefficients

(a) 1 Wing

Attack Angle	Calculated	Measured ^[11]	Error Rate
10°	0.35	0.35	0%
20°	1.30	1.25	4%
30°	3.36	3.60	-6%

(b) 2 Wings

Attack Angle	Calculated	Measured ^[11]	Error Rate
10°	0.20	0.40	-50%
20°	0.89	1.10	19%
30°	2.07	2.20	-6%

(c) 4 Wings

Attack Angle	Calculated	Measured ^[11]	Error Rate
10°	0.18	0.22	-18%
20°	0.67	0.73	8%
30°	1.54	1.50	3%

Table 2. RMSs of Calculated Pressure Coefficients

Attack Angle	1 Wing	2 Wings	4 Wings
10°	0.311	0.019	0.005
20°	0.592	0.143	0.083
30°	1.188	0.334	0.171

Table 3. The Magnitude of Fluctuations in Calculated Pressure Coefficients

Attack Angle	1 Wing	2 Wings	4 Wings
10°	89%	10%	3%
20°	46%	16%	14%
30°	35%	16%	11%

Table 4. Nominal Strouhal Numbers of the Flow Fields

Attack Angle	1 Wing	2 Wings	4 Wings
10°	0.20	0.29	0.29
20°	0.34	0.48	0.48
30°	0.49	0.68	0.63

Table5 Actual Strouhal Numbers

Attack Angle	1 Wing	2 Wings	4 Wings
10°	0.17	0.25	0.24
20°	0.22	0.32	0.32
30°	0.25	0.34	0.32

Table 6. The Magnitude of Fluctuations in Calculated Lift Coefficients

Attack Angle	1 Wing	2 Wings	4 Wings
10°	43%	13%	5%
20°	33%	20%	18%
30°	39%	20%	14%

Fig.5 Maximum and Minimum Pressure at $t=20$

4. 4 ストローハル数の比較

Table4 に、流れのストローハル数を示す。ストローハル数は、 $St = fD/u$ で表される無次元数で、流れの中に置かれた物体が放出するカルマン渦の無次元周波数を表す^[12]。ただし、 f はカルマン渦発生周波数、 D はダクト幅 ($=1.0$)、 u は初期流速 ($=1.0$) である。

ストローハル数は、低マッハ数では形状によって変わるレイノルズ数の関数である。これを算出するために、揚力の時間変動データから FFT (高速フーリエ変換) により揚力変動の卓越周波数 f を求めた。Table4 から、ダンパー翼の迎角が増加するに伴い、ストローハル数が大きくなるのがわかる。但し、ここで用いた流速は初期流速 $u=1.0$ であり、ダンパー翼の迎角の増加でダクト内流路が閉塞したことによる正味流速で計算すると、Table5 のように、ストローハル数は 1 枚翼で $0.17 \sim 0.25$ 、2 及び 4 枚翼で $0.25 \sim 0.34$ であることがわかる。表面が滑らかな静止円柱では、レイノルズ数が 500 以上では $St=0.21$ である。その他の形状についても、ストローハル数はこの近傍の値である。

Fig.2 Velocity Vectors and Pressure Contours (1 Wing $Re=10^4$) (Attack Angle : θ)
 (a) $\theta=5^\circ$ (b) $\theta=10^\circ$ (c) $\theta=15^\circ$ (d) $\theta=20^\circ$ (e) $\theta=30^\circ$

Fig.3 Velocity Vectors and Pressure Contours (2 Wings $Re=10^4$) (Attack Angle : θ)

(a) $\theta = 5^\circ$ (b) $\theta = 10^\circ$ (c) $\theta = 15^\circ$ (d) $\theta = 20^\circ$ (e) $\theta = 30^\circ$

Fig.4 Velocity Vectors and Pressure Contours (4 Wings $Re=10^4$) (Attack Angle : θ)
 (a) $\theta=5^\circ$ (b) $\theta=10^\circ$ (c) $\theta=15^\circ$ (d) $\theta=20^\circ$ (e) $\theta=30^\circ$

ストローハル数の逆数を換算流速と呼ぶが、文献[14]によれば、この換算流速が6程度で揚力変動は最大になる。Table3で1枚翼ダンパーの迎角が 10° のとき、抵抗係数の変動率が最大になっているが、Table6に示すように揚力変動もこのときが最大である。このときの換算流速は、Table5に示す正味流速から求めたストローハル数から算出すると約6であり、実際の現象が本解析により再現されていることがわかる。

5. まとめ

1,2,4枚翼の平行翼ダンパー周りの気流を、非構造格子を用い、Multi-Pass Algorithmによる有限要素法解析した結果、次の知見を得た。これらは、本手法による平行翼ダンパーの翼周りの2次元層流解析が有効であることを示している。

- (1) 抵抗係数の計算値の時間平均は、実測結果と比較的よい一致を示した。
- (2) ダクト内部の圧力の最大値は、ダンパー翼枚数が増加するに伴い減少するが、最小値は2枚翼のときが最低になる。
- (3) 抵抗係数の計算値の無次元時間5から20までのRMSは、ダンパー翼の迎角が増加するに伴い増加し、翼の枚数が増加するに伴い減少する。
- (4) カルマン渦放出のストローハル数は、正味流速で算出すると1枚翼のとき0.17から0.25、2及び4枚翼のとき0.25から0.34である。
- (5) 換算流速が約6のとき、抵抗係数の変動率及び揚力変動が最大になる。これは実際の現象と一致する。

謝 辞

本論文における数値計算を実行するに際し、スキームに関して日本大学生産工学部数理工学科角田和彦助教授、アルゴリズムに関して同大学院博士後期課程三浦慎一郎氏から有益な助言を頂くことができたことに深く謝意を表す。

【参考文献】

- [1]五十嵐保、長方形ダクト内平行翼ダンパの抵抗係数、日本機械学会論文集{B編}61巻589号(1995-9)
- [2]五十嵐保、平行翼ダンパの抵抗係数に及ぼす羽根数および羽根角度の影響、日本機械学会論文集{B編}63巻606号(1997-2)
- [3]日本機械学会、技術資料、管路・ダクトの流体抵抗、丸善(1979)
- [4]可視化情報学入門編集委員会編、可視化情報学入門、東京電機大学出版局(1994)
- [5]可視化情報学会編、流れの可視化入門、朝倉書店(1996)
- [6]空気調和・衛生工学会編、空気調和・衛生工学便覧第12版、空気調和・衛生工学会(1995)
- [7]登坂宣好、有限要素法における風上化スキーム、応用数理、Vol.7, No.2, 1997-6
- [8]角田和彦、登坂宣好：非定常非圧縮性流れの指数関数型 Petrov-Galerkin 有限要素法、日本建築学会構造系論文報告集第439号、1992年9月
- [9] J. Donea, S. Giuliani, H. Laval, Time-accurate solution of advection-diffusion problems by finite elements, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 45(1984)
- [10] 橋本、登坂、角田、三浦、Multi-Pass Algorithmによる非圧縮性流体の有限要素法解析、第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集(1997年12月)
- [11] 棚橋隆彦、CFD-数値流体力学、アイピーシー(1993)
- [12] 江守一郎、模型実験の理論と応用、技報堂出版(1985)
- [13] M.J. Lighthill, On Sound Generated Aerodynamically, I. General Theory, Proc. Roy. Soc. Lon., A211(1952)
- [14] 日本流体力学会編、流体力学ハンドブック第2版、丸善(1998)

(1998年7月7日原稿受理、1998年11月12日採用決定)