多層構造モデルによる複合施設の最適配置

OPTIMAL LOCATION OF FACILITIES COMPLEXES WITH MULTI-LAYERED STRUCTURE

岸 本 達 也*
Tatsuya KISHIMOTO

In this paper, Multi-layered Structure of facilities system and Multi-layered Facilities Location Problems that minimize the sum of travel costs are proposed. To analyze optimal location, 2 facilities complexes location problem on a segment is concerned. Optimal solution is derived analytically, and system configuration to obtain the solution on a segment and characteristics of optimal locations are investigated. Also, a heuristic method of solution is presented, which is applicable to location problem in N-dimensional Euclidean space. Through computational simulations, the effectiveness of presented algorithm is confirmed. Finally, various facilities complexes including obnoxious facilities locations with multi-layered structure are demonstrated, and their optimal locations are investigated.

Keywords : Facilities Location, Multi-layered Structure, Facilities Complexes, Obnoxious Facility, Equity, Optimization

施設配置, 多層構造, 複合施設, 迷惑施設, 公平性, 最適化

1. はじめに

現代では、異なるサービスの複合により様々なタイプの複合施設が計画されている。単一目的の施設から多目的の多様な複合施設の計画が進んでおり、都市はますます多様な様相を示しつつある。そこで本研究では、多目的な複合施設の数理的な配置計画理論の構築を目的として、施設システムの新しいモデルとして多層構造モデルを提案し、それに基づく最適配置の数理計画法を示し、さらに施設システムの構成と施設の最適配置の関係について分析する。

従来、複数種類のサービスを行う施設の配置理論としてヒエラルキー（階級構造^{注(1)}）をもつ施設の計画理論が注目され、数多くの研究がなされてきた。たとえば Christaller¹⁾の中心地理論をルーツとして、ヒエラルキーモデルによる施設システムが古くから検討されており、鈴木²⁾、奥貫・岡部³⁾、Döcmeci⁴⁾、Fisher et al.⁵⁾などによってそれに基づく施設配置の計画法の研究も行われてきた。しかし現在の施設システムは、必ずしも古典的で厳正なヒエラルキーモデルによって記述できるものではない。経済効率の向上のほか、異種サービスの複合的な計画による公平性の確保、地域色のある多様な施設計画、等々の観点から、異種サービスを提供する多様な複合がなされており、ヒエラルキー（階級構造）には必ずしも限定されない複合的な施設計画が行われている。

本研究では、まず、従来のヒエラルキーモデルに限定されない、より多様なシステム構成を許容するシステムモデルとして多層構造

モデルを提案する。多層構造モデルによって施設の多様なサービスシステムの論理的な記述を可能とするとともに、合理的な施設配置を検討するための基礎を構築する。

次に、多層構造モデルによる施設群の最適配置を分析しその性質を明らかにする。まず単純化した問題として、1次元の線分上の模擬的都市に、3種類のサービス（施設）を複合する2施設を配置する単純な例題を取り上げ、その理論的最適配置を演繹的に導く。また最適配置を線分上に見つけることが可能であるための施設システムの構成要件を明らかにするとともに、システム構成が変わったときに最適配置がどう変化するかを分析してその性質を明らかにする。

さらに、提案した多層構造モデルに基づき施設配置の計画を支援する数理的手法として、サービス数・施設数が大きい大規模な問題でも適用可能な発見的解法を示す。また線分上の問題における理論的最適解との比較を通して、その解法の有効性を検証する。

最後に、施設のシステム構成と最適配置の關係にみられる性質について2次元平面上の配置問題で確認するとともにその洞察を深める。多層構造モデルは一般性のあるモデルであるので、可能性のある全てのシステム構成について施設の最適配置を分析することは不可能である。そのため特徴的な例として、施設の複合程度が異なる場合、施設システムに迷惑施設^{注(2)}を含む場合の2事例においていくつかの最適配置の計算例を示し、最適配置とシステム構成の

* 千葉大学デザイン工学科 助手・博士(工学)

Research Assoc., Department of Design and Architecture, Faculty of Engineering, Chiba University, Dr. Eng.

関係について考察を加える。

なお、予め本研究で用いる用語と記法を定義しておく。施設 (Facility) とは、地域において何らかのサービスを提供する拠点を指す。したがって、施設とは建築に限るものではなく、公園や駐車場等も施設にあたる。また建築内部の「室」も 1 機能を果たす施設といえる。複合施設とは、複数種類のサービスを同時に提供する施設を指す。「複合施設」には様々な形態による施設の複合が考えられるが、2 種類以上のサービスを行う拠点 (施設) を設けた拠点を複合施設と呼ぶ。数学的記述では、施設の総数を n で表し、施設の集合を $X = \{X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n\}$ 、施設 X_i の座標を x_i と表す。サービスの総数を l と表し、サービスの集合を $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_l\}$ と表す。また、施設 X_i で提供されるサービスの集合を B_i と表す。サービスを需要する住民の居場所を需要点、需要点の総数を m 、その座標をそれぞれ y_j ($j = 1, 2, \dots, m$) と表す。また需要点 y_j におけるサービス S_k に対する需要の重みを w_{jk} と表す。

2. 多層構造モデルの提案

複数のサービスを提供する施設群のサービスシステムは、Tien et al.⁶⁾、鈴木²⁾、および奥貫・岡部³⁾では、包含的階級構造 (Successively Inclusive Hierarchy) と排他的階級構造 (Successively Exclusive Hierarchy) の 2 種類のシステムモデルにおいて分類され検討されている^{注3)}。本章ではこれらの知見を踏まえた上で、多層構造モデルというシステムモデルを提案する。

2.1. 包含的階級構造モデル

「下位の施設で行われるサービスは、必ず上位の施設でも行われる」という記述が可能なシステムのモデルを「包含的階級構造」と呼ぶ。つまり施設 X_i で行われるサービスの集合 B_i について、 $i \neq i^*$ なら $B_i \subseteq B_{i^*}$ であることが条件である。サービスシステムの分かり易い包含的階級構造の例を表 1 に示す。たとえば、行政サービス施設における市役所と出張所の関係である。出張所で行われるサービスは、すべて市役所でも行われるが、市役所で行われるサービスの全てが出張所で行われるとは限らないから、市役所を上位施設、出張所を下位の施設とすれば、それらの関係には包含的階級構造がある。

2.2. 排他的階級構造モデル

「ある階級の施設で行われるサービスが、その他の階級の施設では行われない」というシステムのモデルを排他的階級構造と呼ぶ。つまり施設 X_i で行われるサービスの集合 B_i について $i \neq i^*$ なら $\phi = B_i \cap B_{i^*}$ または $B_i = B_{i^*}$ であることが条件である。排他的階級構造の例を表 2 に示す。たとえば、高等学校、中学校、小学校などの関係である。これらはすべて教育施設であるが、小・中・高が異なればサービスの対象となる人々が全く異なっており、サービス内容における共通性は何もない。このような関係を排他的階級構造と呼ぶ。

2.3. 多層構造モデル

上記 2 種類のシステムモデルは、ヒエラルキーモデルを基本としている。システムを合理的に設計するためには非常に分かり易く、その意味で有益である。しかし、既に述べたように、地域施設の多様化という観点からすれば、それだけでは不十分である。現実には施設の複合による経済効率の向上、異種サービスの複合的施設配置による公平性の向上、地域色の豊かな施設計画などの観点から、ヒ

表 1 包含的階級構造の例

サービス	S_1	S_2	S_3
施設 X_1	○	○	○
X_2	○	○	
X_3	○	○	
X_4	○		
X_5	○		
...	...		

表 2 排他的階級構造の例

サービス	S_1	S_2	S_3
施設 X_1			○
X_2		○	
X_3		○	
X_4	○		
X_5	○		
...	...		

表 3 多層構造の例

サービス	S_1	S_2	S_3
施設 X_1	○		○
X_2		○	
X_3	○	○	
X_4	○		
X_5	○		
...	...	...	...

○はサービスが行われることを表す (本論以下同様)。

図 1 施設システムのモデル

エラルキーに限定されない多様な複合施設の計画が行われている。また、現実に計画される施設の多くは複合施設であり、そのサービス内容に共通点があれば相違もある。たとえば単にスポーツ施設といっても、それらは様々なサービス施設の複合によって成立しており、サービス内容にはアスレチックジム・テニスコート・野球場・サッカー場・体育館・プール・スタジオなど多彩である。つまり、スポーツ施設というカテゴリーでは同じでも、複合しているサービスの種類によって施設内容は異なる場合が多い。また、逆にコミュニティセンターと図書館、公民館などの場合は、集会室・研修室など、同じサービス施設を有する場合も多く、カテゴリーでは異なっているとしても施設のサービス内容には共通点が多いのが実状である。つまり、単純に○○施設というカテゴリーで分類して計画しても、現実のサービス内容は異なっていたり、逆に同じであったりする場合も多く、利用者の真の利便性を考えるならば支障のあることが分かる。利用者の真の利便性を考えるならば、計画する施設のサービス内容を細かく分類し、施設相互のサービス内容における共通点および相違点を明確にしておく必要がある。

そのような場合、施設システムを古典的なヒエラルキーモデルを用いて記述することが困難であることは容易に想像できる。より一般的なシステムモデルを用いて記述することが必要となる。

そこで本研究では、包含的階層構造や排他的階層構造をふくむ

一般的なシステムモデルとして「多層構造 (Multi-Layered Structure)」モデルを提案する。多層構造とは、「全ての施設では 1 種類以上のサービスが行われている」施設システムのモデルと定義する。多層構造によるサービスシステムの例を表 3 に示す。多層構造モデルでは、施設相互に上位と下位の関係は必要ない。全ての施設で、1 種類以上のサービスが行われていればよい。すなわち包含階級構造も排他的階級構造も多層構造に含まれる (図 1)。システムの構成において包含的階級構造や排他的階級構造のようにあらかじめ想定された構造はなく、構造上の制約は何もない。一見して、このように何ら制約のないモデルの提案は無意味のように思えるが、ヒエラルキー構造に拘らない多様なシステムを計画する場合、あるいはこれまでにない精緻なシステムの計画を推進する場合には、様々なシステムを記述可能とするため、このような一般化されたシステムモデルは不可欠である。また、さらにそれに基づく計画理論の枠組みも必要であろう。次章以降では、この一般化されたシステムモデルである多層構造モデルの枠組みの中で、複合施設による施設システムの構成とその最適配置について考察していく。

3. 多層的施設システムの最適配置問題

本章では、多層構造を有する施設群の最適配置について検討する。前章で提案した多層構造モデルの枠組みは、サービスの種類が複数の場合の一般化であり、様々な施設配置モデルに対して適用可能である。たとえば岸本^{14,17,18,19)}で、すでに幾つかの施設配置モデルを提案しているが、そのいずれについてもサービスの種類を複数として適用することは可能であろう。ただし紙面の都合があるので、本研究では、最も基本的で歴史的にも重要な施設配置モデルの、「最近隣の施設を利用する場合に利用距離の総和を最小とする最適配置を求める問題 (多点のウェーバー問題)」について、多層構造による施設システムを適用し、以後本研究ではそれを検討していくこととする。

最適配置問題「サービス S_k に対する需要者が、サービス S_k が行われている施設の中で最近隣の施設のみを利用し、その移動費用がユークリッド距離に比例すると仮定した場合、多層構造が所与な施設群をそれぞれどこに配置すれば、利用者の移動費用の総和は最小となるか。全ての需要点 y_j におけるサービス S_k に対する需要者数 (需要点の重み) w_{jk} を所与とする。」

移動費用の総和は、サービスに対する需要点の重み w_{jk} とそのサービスを受けるために必要となる移動費用の積の総和で表されるので、移動費用の総和を最小とする最適配置問題は、(1)のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } F\{x_i, M_{ijk}\} &= \sum_i \sum_j \sum_k M_{ijk} w_{jk} \|y_j - x_i\| \\ \text{subject to } M_{ijk} &= \begin{cases} 1 & \text{if } i = c(j, k) \\ 0 & \text{if } i \neq c(j, k) \end{cases} \\ c(j, k) &= \arg \min_i \{ \|y_j - x_i\|, i | S_k \in B_i \} \end{aligned} \quad (1)$$

ただし M_{ijk} は需要点 y_j におけるサービス S_k の需要が施設 x_i に割り当てられるか否かを 0,1 の整数で表す行列で、 $\arg \min_i \{ \|y_j - x_i\| \}$ で $\|y_j - x_i\|$ を最小とする添え字 i が 2 以上ある場合は、任意の 1 つが選択されることとする。

4. 線分上の 2 施設の最適配置と多層的施設システムの分析

本章では、多層構造モデルをもちいた配置問題の単純な例題を設定し、複合施設による施設システムの構成と最適配置の関係について考察する。サービスシステムの構成が変化した場合に、それぞれの施設の最適配置がどのように変化するのかを把握することは、計画学上の有益な知見となる。ここでは便宜的に、需要点が一様に連続して分布する線分上の模擬都市を仮定し、そこに 2 施設を配置することとする。サービスの種類数を 3 とし、それぞれ S_1, S_2, S_3 とする。需要の重みは全ての需要点で同じと仮定し、サービス S_1, S_2, S_3 に対する需要点の重み w_1, w_2, w_3 の大きさをそれぞれ $\alpha, 1, \beta$ とする。また、第 1 の施設 X_1 ではサービス S_1 と S_2 を行い、第 2 の施設 X_2 では S_2 と S_3 のサービスを行うと仮定する (つまり $B_1 = \{S_1, S_2\}$, $B_2 = \{S_2, S_3\}$)。施設 X_1 , 施設 X_2 とともに複合施設である。この時の多層構造を表 4 に示す。

表 4 2 つの複合施設によるサービスシステム

サービスの種類	S_1	S_2	S_3
需要点の重み	α	1	β
施設 X_1	○	○	
施設 X_2		○	○

図2 線分上の配置問題 (サービス種類3、施設数2)

ここで L, x_1, x_2 を簡単に図2のように定めると、 M_{ijk} は消えて、すべての需要点における移動費用の総和 $F\{x_1, x_2\}$ は、(2)のように表される。これから需要点の重み α, β を変数としたまま、(2)を最小とする x_1, x_2 の値 (最適配置) を求めてみる。

$$\begin{aligned} F\{x_1, x_2\} &= \frac{1+\alpha}{2} x_1^2 + \frac{1+\beta}{2} x_2^2 + \frac{\alpha}{2} (L-x_1)^2 + \frac{\beta}{2} (L-x_2)^2 + \frac{(L-x_1-x_2)^2}{4} \\ \text{ただし, } x_1+x_2 &< L \end{aligned} \quad (2)$$

目的関数はその極値では勾配がゼロとなるから、(2)を展開して x_1, x_2 双方でそれぞれ偏微分してそれらがゼロとなる条件を求めると、簡単な連立方程式(3)となる。

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_1} = \left(\frac{3}{2} + 2\alpha \right) x_1 + \frac{1}{2} x_2 - \left(\frac{1}{2} + \alpha \right) L = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial x_2} = \left(\frac{3}{2} + 2\beta \right) x_2 + \frac{1}{2} x_1 - \left(\frac{1}{2} + \beta \right) L = 0 \end{cases} \quad (3)$$

これを解くと、(4)が成立する時に、 $F\{x_1, x_2\}$ は停留点となる。

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1+3\alpha+\beta+4\alpha\beta}{2(2+3\alpha+3\beta+4\alpha\beta)} L \\ x_2 &= \frac{1+3\beta+\alpha+4\alpha\beta}{2(2+3\alpha+3\beta+4\alpha\beta)} L \end{aligned} \quad (4)$$

なお目的関数 $F\{x_1, x_2\}$ のヘッセ行列は、(5)のようになり、

$$H = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3+4\alpha & 1 \\ 1 & 3+4\beta \end{pmatrix} \quad (5)$$

図3 最適解が線分上に存在するための条件

図4

図5

図4 α, β を変数とした場合の最適解 (x_1, x_2) 図5 α, β を変数とした場合の最適解における2施設の間隔 $(L - x_1 - x_2)$

停留点の判別式は(6),(7),(8)のようになる。

$$\Delta H = \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} = 3\alpha + 3\beta + 4\alpha\beta + 2 \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} = \frac{3}{2} + 2\alpha \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} = \frac{3}{2} + 2\beta \quad (8)$$

つまり、(6) > 0 かつ (7) > 0 かつ (8) > 0 で $F\{x_1, x_2\}$ は最小値を持ち、(6) < 0 かつ (7) < 0 かつ (8) < 0 で $F\{x_1, x_2\}$ は最大値をもつ。また、最小解が線分上に存在するための要件を(6)~(8)を用いて調べ、その条件を α - β 平面上で表すと、図3のようになる。最小解が線分上に存在するためには、 (α, β) が図3における右上の網掛けの領域にある必要がある。

図3によれば、サービス S_1, S_3 に対する需要 α, β が負であっても、 F を最小とする最適配置は線分上に存在する場合があることが分かる。「負の需要」には色々な解釈が可能であろうが、正の需要が正の効果に対する要求であるとすれば、負の需要は負の効果に対

する要求といえるだろう。負の効果には、たとえば下水処理場や清掃工場などで行われるサービスの影響がそれに該当するであろう。これらの施設は、都市には必要不可欠な施設であるが、近隣の住民にとっては悪臭、塵埃、各種汚染など負の効果を持ち、通常の施設とは逆に、近隣の住民はそれらが近くに立地することを好まない。

前章で設定した問題は、あるサービスを得るために必要な移動費用の総和最小化をめざすのであるが、負の効果を持つ施設については、距離の増大とともに減少する負の効果の総和を最小化すると考えればよい。例えば、迷惑施設との距離が小さいことによる「負の効果」を「不満度（あるいは迷惑度）」と解釈とし、逆に好まれる施設への移動距離が大きいことによる「負の効果」を同様に「不満度」と解釈すれば、この問題は「不満度の総和」を最小化する問題とも言い換えることもできる^{注(4)}。図3の結果では、下水処理場や清掃工場といったいわゆる「迷惑施設」の配置計画の場合でも、近くに立地することが好まれる施設と複合した施設を計画すれば、需要分布の存在する領域の内部に最適配置を見つけることができることを意味する。これまで迷惑施設は、他の行政区や他の行政区との境界部の人口が少ない地域に計画され、隣接する他の行政区の住民にとっては一方的に迷惑を押しつけられるケースも多い。そしてそれが問題となるケースが多々としてある。しかし此处での結果は、迷惑施設と好まれる施設の複合を行えば、一定の範囲で自らの行政区内部での最適な迷惑施設の配置計画の可能性があると理論的に示唆している。たとえば、下水処理場と公園との複合や、清掃工場や電力施設にスポーツ施設やコミュニティ施設を複合（あるいは併設）する計画などが考えられるが、これらは市街地に迷惑施設を配置する際にすでに現実に実施されている計画例でもある。

つぎに、 $-0.4 < \alpha < 3.6, -0.4 < \beta < 3.6$ の範囲で $F\{x_1, x_2\}$ を最小値とする x_1, x_2 の最適解を3次元で表すと、図4のような曲面となり、最適解の施設 X_1 と施設 X_2 の間隔 $(L - x_1 - x_2)$ は図5のような曲面となる。

図4.5によれば、 α, β とともに増大すれば x_1, x_2 も増大して $L/2$ に漸近し、中央部分に凝集した配置となることがわかる。共通するサービス S_2 に対する需要は $w_2=1$ で不変であるから、 α, β が大きいということは施設 X_1 と施設 X_2 のサービス内容の共通部分が小さいことになる。つまり、2つの複合施設のサービス内容が相異なる場合には、2施設の間隔は小さく、中央部分への凝集した配置が優れていることになる。また逆に、 α, β が小さい場合には、逆に共通するサービスが大きく、2つの複合施設が類似しているということになる。要するに、施設 X_1 と施設 X_2 が類似した複合施設の場合には、相互に離れた配置が優れており、相異なる複合施設の場合には近接した配置が優れているということがいえる。

参考までに、需要が負の場合の最適配置についてもう少し詳細に分析しておく。より単純に、負の需要に対するサービスは、片方の施設のみで行われることと仮定し、 $\beta=0$ として表5のようなシステム構成の2施設の最適配置を考える。つまり複合施設は X_1 のみ

表5 負の需要に対するサービスが1種類の場合

サービスの種類	S_1	S_2
需要点の重み	α	1
施設 X_1	○	○
施設 X_2		○

である。このときの最適解は(9)となり、

$$x_1 = \frac{1+3\alpha}{2(2+3\alpha)}L, \quad x_2 = \frac{1+\alpha}{2(2+3\alpha)}L \quad (9)$$

$0 \leq x_1, x_2 \leq L$ に最適解が存在する条件を調べてみると、

$$\alpha \geq -1/3 \quad (10)$$

が必要十分条件であることが判る。ちなみに、サービス S_1 の需要量 α を変えたときの最適配置を調べてみると、(9)から

$$\alpha = -1/3 \text{ の場合は、} \quad x_1 = 0, \quad x_2 = L/3 \quad (11)$$

$$\alpha = 0 \text{ の場合は、} \quad x_1 = x_2 = L/4, \quad (12)$$

$$\alpha \rightarrow \infty \text{ の場合は、} \quad x_1 = L/2, \quad x_2 = L/6 \quad (13)$$

となる。

すなわちサービスの重みが負の場合にも $-1/3$ より大きければ、最適配置が領域の内部に定まることになる。この例題では、迷惑施設が距離 1 だけ近くにあるときに増大する不満度が、好まれる施設が距離 1 だけ遠くにある時の不満度の増分に対して対して、 $1/3$ より小さい場合のみ領域内に配置可能であると解釈することもできる。また $1/3$ に近づくほど境界部分に配置しなければならない。

これまで幾つかの論文で、迷惑施設の最適配置とその可能性について幾つかの研究がなされてきたが^{9,10,11,12}、全ての住民に敬遠される施設など、サービスに対する需要の総和が負となる場合には、迷惑施設を単体で配置するとすると、無限遠に配置する時に最適となることが数的に証明されており、有意な立地点を求めることはできず、領域の端でもっとも遠い場所（たとえば他の行政区との境界部など）が最適立地点であるとされてきた⁹。しかしそのように他の行政区の住民に迷惑を押しつけるような計画が好ましくないことは言うまでもない。上の結果は、需要の総和が負であるサービスを行う施設であっても、工夫をして、他の好まれる施設と一体的に計画して複合施設として配置を検討すれば、領域内に最適配置を見つけることが一定の範囲で可能であることを示すものといえる。

また、この種の複合については「施設配置における公平性」という観点からもその有用性を評価できる。従来から、迷惑施設近隣の一部の住民だけが迷惑を被ることに対する不公平感が問題となっているが、迷惑施設と好まれる施設を複合的に計画することにより、迷惑施設が近くにあることによる不公平性を解消可能であるということもできる。施設配置計画における公平性を実現する手法には様々な方策が考えられるが、施設配置において公平性の向上を図る 1 つの手法として、このような複合による方法が有効となりうるということがわかる。

5. 発見的解法

前章では 1 次元の線分上の模擬都市における 2 施設の最適配置とその存在条件を解析的に求めたが、2 次元以上の平面で最適配置を解析的に求めることはできない。そこで再び(1)の問題にもどり、2 次元以上の空間で複数個の施設の最適配置を求める発見的解法を示しておく^{注6)}。(1)の目的関数の $\{x_i\}$ における最急降下方向は、(14)のように表される。

$$-\nabla F\{x_i\} = \sum_i \sum_j \sum_k M_{ijk} w_{jk} \|y_j - x_i\|^{-1} (y_j - x_i) \quad (14)$$

そこで、 x_i を更新する再帰的漸化式として (15)を用いる。

図6 理論的な最適解本研究の解法による収束解

$$x_i(t+1) = x_i(t) + h\varepsilon(t) M_{ijk} w_{jk} \|y_j - x_i(t)\|^{-1} (y_j - x_i(t)) \quad (15)$$

需要点 y_j をランダムな順番で選択して、(15)の漸化式を用いてすべての添え字 k についてランダムな順番で y_j を含む目的関数の構成要素の降下方向へ x_i を移動させる。全ての y_j が一巡して 1 回の学習が終了した時点で M_{ijk} 、 h を更新して繰り返す。学習係数 $\varepsilon(t)$ をゼロに漸近させることで目的関数は極小値に収束する。

この解法で最適解が得られることを検証しておく。前節の問題に適用して、 $\beta=0$ の条件下で α を $-1/3$ から増大する方向に変化させたときに、最適解と一致する解が得られることを示す。 $L=400$ として総数 401 の需要点が線分上に均等に分布するとする。 α の最小値を -0.3 として、0.05 間隔に 5.0 までの解を計算した^{注6)}。図 6 では、理論的最適解を曲線で示し、計算結果をプロットしている。図から明らかなように、上の解法によってほぼ最適解が得られることが確認できる^{注7)}。

6. 2次元平面における最適配置の分析

最後に、2 次元平面における最適配置を例示し、3 章で線分上の最適配置問題の分析によって得られた知見を再確認しておく。2 次元の場合には、1 次元の問題のように解析的に最適配置を演繹することができないので、幾つかの配置例を示して、システム構成と最適配置の関係について洞察を深める。ただし多層構造モデルは一般的なモデルであり、全ての可能な構成に対応して配置例を示してそれを分析することは不可能である。そこで特徴的な例として、①多数のサービスを複合して多様な複合施設を構成しそれらを配置する場合、②負の需要に対するサービスを含む施設システムを構成しそれらを配置する場合の 2 事例において最適配置の計算例を示し、システム構成が異なる時の最適配置の比較を通して、最適配置とシステム構成の関係について考察を加える。

6.1. 多様な複合施設の最適配置

3 つのスポーツ施設の例で考える。まず 3 つの施設で行われるサービスが全て同じで何も複合されていない場合を想定する。例えばそのシステム構成は表 6 のように整理できるとする。ここでは仮に、サービスの内容を公共プールとしよう。

表6 サービスが1種類で施設が全て同じ場合

サービスの種類	公共プール
施設 X_1	○
施設 X_2	○
施設 X_3	○

次に、スポーツ施設が複合施設で、それぞれ特色のある多様なサービスを行っている場合を想定する。その施設内容を詳しく分類して、たとえば表7のような多層構造モデルとして記述できるとしよう。施設 $X_1 \sim X_3$ はどれも複合施設であり、そのサービス内容は互いに異なっている。

表7 複合化により多様な施設システムを構成する場合

サービスの種類	体育館	エアロビクス・スタジオ	公共プール
施設 X_1		○	○
施設 X_2	○		○
施設 X_3	○	○	

表6,7のように施設のサービス構成が異なる場合にそれぞれの最適配置を示し、施設サービスの複合化とそれによる多様化が進むと、最適配置は需要分布の中心部への凝集型となることを例証する。ここでは正方形の領域に需要点は均等に分布していると仮定し、需要の重みは全てのサービスについてどの需要点でも1であると仮定する。最適配置は、それぞれ図7,8のように求められる^{注9)}。

まず表6のように施設が全て同じ場合では、図7のように3施設がほぼ均等に配置されるような最適配置となる。一方、表7のように、1つの施設で数種類のサービスを行い、それぞれの施設でサービス内容の異なる特色のある施設としてシステムを構成する場合では、最適配置は図8のように、図7の配置に比べてやや中心部への凝集型の配置となっている。つまり、3章で明らかにしたように、各施設で行われるサービスの共通部分が相対的に小さくなるように施設の多様化・複合化がなされると、施設の配置は中心部で近接した凝集型の配置の方が優れた配置となるという性質があることが確認できる^{注9)}。

図7 表6のシステムの最適配置

図8 表7のシステムの最適配置

6.2. 迷惑施設を含む最適配置

まず表8のような施設システムを仮定する。3施設を配置する場合に1施設のみ負の需要に対するサービスも行うこととする。すなわち複合施設は X_1 だけである。

サービス種類を $\{S_1, S_2\}$ とし、3つの施設でこれらのサービスを提供する。ただしサービス S_2 については、すべての需要点で負の需要があるとする。公共プールに対する需要の重みは全ての需要点で

1、清掃工場に対する需要は全ての需要点で α ($\alpha < 0$) とする。この問題設定は、需要点から距離1のプールに対する不満度を1、距離1の清掃工場に対する不満度を α と設定したと解釈しても良い。

表8 1施設で負の需要のサービスを行う場合

サービスの種類	公共プール (S_1)	清掃工場 (S_2)
需要点の重み	1	α
施設 X_1	○	○
施設 X_2	○	
施設 X_3	○	

まず $\alpha = -0.1$ と設定した場合の最適配置を図9に示す。ゴミ処理場を複合する施設では領域の端の方に最適配置が定まる。さらに $\alpha = -0.14, -0.15$ に設定した場合の最適配置を図10,11に示す。 $\alpha = -0.14$ ではゴミ処理施設を併設する施設はさらに端の方に最適配置が定まる。 $\alpha = -0.15$ にすると最適配置は領域の内部には求められない^{注10)}。

つぎに、表9のように施設2でも負の需要に対するサービスを行う場合の最適配置を求める。複合施設は X_1, X_2 の2施設である。

表9 2施設で負の需要のサービスを行う場合

サービスの種類	公共プール (S_1)	清掃工場 (S_2)
需要点の重み	1	α
施設 X_1	○	○
施設 X_2	○	○
施設 X_3	○	

$\alpha = -0.10, \alpha = -0.15, \alpha = -0.30$ の場合の最適配置を図12,13,14に示す。この場合は、 $\alpha = -0.30$ でも領域内に最適配置が定まることが分かる。このように、一般に負のサービスを行う施設数がその他の施設数に比べて少ない場合には、 α の値がより狭く限定された範囲でしか最適配置を見つけれないのに対し、負のサービスを行う施設数が多い場合には、最適配置を計画する際に α の大きさの

図9 $\alpha = -0.1$ の最適配置 図10 $\alpha = -0.14$ の最適配置 図11 $\alpha = -0.15$ の最適配置

(表8による負の需要と正の需要に対する3施設の最適配置)

図12 $\alpha = -0.1$ の最適配置 図13 $\alpha = -0.15$ の最適配置 図14 $\alpha = -0.3$ の最適配置

(表9による負の需要と正の需要に対する3施設の最適配置)

許容範囲が大きくなることが分かる。したがって、喜ばれる施設との複合化によって迷惑施設の最適配置を見つけようとするれば、そのためには負の需要に対するサービス機能を分散し、つまり巨大な迷惑施設を1カ所にまとめて建設するのではなく小さな迷惑施設を数カ所に分けて建設する方が、最適な配置を見つけられる可能性が高いことが分かる。

7. おわりに

本研究では、施設配置計画のシステムモデルにおいて多層構造モデルを提案し、多層構造を有する施設群の施設配置についてその数理的計画法を提案するとともに、複合施設の構成とその最適配置に関係について分析した。本研究による成果を要約すると、

1. 古典的なヒエラルキーモデルに限定されない多様な施設配置計画を可能とするモデルとして多層構造モデルを提案したこと。

2. 多層構造モデルを用いた施設配置問題として、多点のウェーバー問題に多層構造モデルを適用した場合の最適配置について、数理的計画法を示したこと。

3. 施設システムと施設の最適配置の分析として、第1に、施設の複合化による多様化が進むと都市の中心部への凝集的な配置が優れた配置となる傾向があることを例証し、第2に、迷惑施設と喜ばれる施設を複合的に計画・配置する工夫によって、迷惑施設の限られた領域での最適配置が可能であることを例証したこと。

などが挙げられる。

好まれる施設と迷惑施設を複合（あるいは近接）して配置するという方法は、不公平感を解消する手段として現実にも行われている計画手法であるが、本研究では、数理的観点からもそれが計画可能であることを論証し、その可能範囲を例示した。このような計画手法は、施設配置において公平性を実現する方法の1つとなりうるものであり、その観点からも注目できる。もちろん施設配置において公平性を実現する方法は、このような方法が唯一というわけではなく、そのほかにも様々な計画方法が考えられる。別稿では、配置計画における公平性について、他の方法による可能性を含めて体系的に論じて報告する予定である。

<補注>

- (1) 英語の“Hierarchy”について、国内では一般に「階層」という訳語が当てられてきた。しかし日本語の「階層」という言葉は曖昧で、“Hierarchy”の他にも“Stratum”、“Layer”などの意味もある。英語の“Hierarchy”はツリー・ネットワークで記述される「階級構造」だけを表し、その他の意味は含まれないので注意を要する。本研究では、より厳密に「階級」という訳語を用いている。
- (2) 大気汚染・騒音・危険性などの要因により近くに立地することが疎まれる施設を「迷惑施設：Obnoxious Facility」と呼ぶ。
- (3) その他に、Mirchandani, P.B.⁹⁾では、階級構造の一般化モデルとして地域的包含・排他階級構造(Locally Inclusive-Successively Exclusive Hierarchy Model)という、ある地域内では包含階級的でありながら地域間では排他階級的な施設システムのモデルの提案があるが、単なる対象領域の拡大による一般化であるので省略している。
- (4) このモデルを現実の迷惑施設の配置計画に援用するためには、不満度（あるいは迷惑度）の定量方法等についても具体的に検討する必要があるだろう。
- (5) 基本的に岸本^{14,17)}でその有効性が確かめられた解法の拡張による。本稿では学習係数 ϵ (t)、調整係数 h など説明を省略しているが、詳しくは岸本¹⁷⁾を参照されたい。

- (6) 学習係数は $0.95 / (1 + t / 8000000)$ とし、学習回数 1000 回に設定にした。
- (7) 最適解との微妙なズレがあるのは、理論解は一樣連続な需要分布を仮定しているのに対して、計算例では需要点を離散的に配置しているからである。
- (8) 正方形の領域に合計 1600 点の需要点が 40×40 のグリッド状に均等に分布しているとした。図 7~14 では表示を省略している。
- (9) 上で示した最適配置の例は、各サービスに対する需要が全て均等に分布していると仮定した場合の計算結果であって、地域ごとにサービスの種類によって需要が異なる場合には凝集する傾向はもう少し穏やかに顕れるであろう。
- (10) この設定では最適解は求められなかった。ここでは便宜的に、境界部を含む対象領域内部に施設を配置するように制約条件を加えて最適解を求めている（図 11）。

<参考文献>

- 1) Christaller, W., Die Zentralen Orte in SudDeutschland, Verlag von Gustav, 1933, (都市の立地と発展, 江沢譲爾訳, 大明堂, 1969)
- 2) 鈴木勉, 施設の最適な階層構造に関する考察, 日本都市計画学会学術研究論文集, 25, 1990, 331-336
- 3) 奥貫圭一, 岡部篤行, 包含階層構造を持つ施設システムの最適化, 日本都市計画学会学術研究論文集, 30, 1995, 565-570
- 4) Dökmeci, V.F., An Optimization Model for A Hierarchical Spatial System, Journal of Regional Science, 13, 3, 1973, 439-451
- 5) Fisher, H.B., and Rushton, G., Spatial efficiency of service locations and the regional development process, Papers of the Regional Science Association Papers, 42, 1979, 83-97
- 6) Tien, J.M., El-Tell, K., and Simons, G.R., Improved Formulations to the Hierarchical Facility Location-Allocation Problem, IEEE Transactions on System, man, and Cybernetics, SMC-13, 6, 1983, 1100-1128
- 7) Narula, S.C., Hierarchical location-allocation problems: A classification scheme, European Journal of Operational Research, 15, 1984, 93-99
- 8) Mirchandani, P.B., Generalized Hierarchical Facility Locations, Transportation Science, 21, 2, 1987, 123-125
- 9) Tellier, L.-N., Economie spatiale: rationalite economique de l'espace habite, Chicoutimi, Quebec: Gaetan Morin, 1985.
- 10) Tellier, Luc-Normand and Boris Polanski, The Weber problem : frequency of different solution types and extension to repulsive forces and dynamic process, Journal of Regional Science, 29, 1989, 387-405
- 11) Drezner, Z., Wesolowsky, G.O., The Weber Problem on the Plane with negative weights, INFOR, 29, 1990, 87-99
- 12) Chen, P.-C., et al., Weber's Problem with Attraction and Repulsion, Journal of Regional Science, 32, 4, 1992, 467-486
- 13) 大澤義明, グループ利用施設の最適配置の頑健性について, 日本オペレーションズ・リサーチ学会論文誌, 30, 3, 1987, 368-395
- 14) 岸本達也, 連続平面上における離散的な需要分布に対する基本的施設配置問題の解法, 日本都市計画学会学術研究論文集, 32, 1997, 109-114
- 15) 笠原一人, 古山正雄, 最短木および階層を有する木の長さに関する考察, 日本建築学会計画系論文集, 504, 1998, 155-161
- 16) 岸本達也, 「連続空間における施設の最適配置問題に関する研究」, 東京大学博士学位論文, 1998
- 17) 岸本達也, 距離のべき乗和を最小化する施設群の最適配置問題とその解法, 日本建築学会計画系論文集, 521, 1999, 301-308
- 18) 岸本達也, 利用者数の総和を最大化する施設の最適配置モデル—空間相互作用モデルを用いた施設の配置計画法その1—, 日本建築学会計画系論文集, 521, 1999, 227-235
- 19) 岸本達也, 期待焼損面積を最小化する消防施設の最適配置, 日本建築学会計画系論文集, 522, 1999, 337-344

(1999年6月10日原稿受理, 1999年11月1日採用決定)