オフィスビルのエレベータバンク構成に関する数理モデル

—コンベンショナルゾーニング方式のための最適設計—

A MATHEMATICAL MODEL ON DESIGN OF BANKS OF ELEVATORS
IN THE OFFICE BUILDING

—Optimal design for conventional zoning system—

黒澤 俊*, 栗田 治**

Shun KUROSAWA and Osamu KURITA

In this thesis we search for the optimal height of office building and the optimal design of banks of elevators from two viewpoints in the case that the conventional zoning system is adopted: 1) to maximize dwelling area of office building and 2) to maximize profit by constructing office building. The main results are as follows: i) it was shown that the best design of banks of elevators which had been obtained by the model was almost corresponding to those in existing multistory office buildings; ii) it was shown that if we make office building higher too much the dwelling area of the building does decrease.

Keywords : *office building, design of banks of elevators, conventional zoning system, dwelling area of office building, profit by constructing office building*
オフィスビル, エレベータバンク構成, コンベンショナルゾーニング方式,
ビルの有効容積, ビル建設による利潤

1. はじめに

人口や諸機能の大都市への集中は都市の高層化をもたらし、これに呼応して高層ビルに関する様々な議論が為されてきた。奥平[1]はオフィスビルに発生する通勤交通を滞りなく通過させることを想定し、ビルの居住可能な部分の容積(以後有効容積と呼ぶ)、鉛直方向の移動手段であるエレベータの通路面積、そしてエレベータの輸送力を用いた明解なモデルを提案した。そしてビルを過度に高層化してゆくとビルの有効容積は増加すれども頭打ちになってしまうことを都市解析学の立場から示した。

本研究では、現実の高層ビルのエレベータ計画において定番となっているコンベンショナルゾーニング方式(文献[2]参照)に焦点を絞り、数理計画的な観点からその特性を明らかにする。ここで言うコンベンショナルゾーニング方式とは、例えば群 A のエレベータはビルの 1 階ならびに 2 階から 10 階に降り、群 B のエレベータはビルの 1 階ならびに 11 階から 20 階に降り、といった具合にエレベータが特定の階のみにサービスを行なう輸送方式である。また、エレベータの輸送力はエレベータがビル内を往復する所要時間に依存するものとする。所要時間が長くなればエレベータが通勤時間帯にビル内を往復できる回数が少なくなるため、通勤時間帯に通過させることができる人数は減少してしまうのである。

我々のモデルが追求するものは、最適なビルの高さと最適なエレベータバンク構成である。これらは高層オフィスビルの計画には欠かせないものであり、これまで膨大かつ緻密な確率的シミュレーションに基づいて議論されてきたものと考えられる。本研究では、むしろ単純化された(シミュレーションによらない)数理計画モデルを定式化し(2章)、これによってもある水準の設計指針が導き出せることを明らかにしたい。ここで何を以て「最適」とするかについてであるが、本研究では高層オフィスビルを計画する際に重要視されると考えられる 2 つの指標を用いた。一つはビルの有効容積の最大化であり、もう一つはビル建設による利潤の最大化である。

3 章では、ビルの有効容積を最大化するエレベータバンク構成を追求する。そして実在する高層オフィスビルの適切性を議論する。4 章では、ビルの有効容積を最大化するビルの高さを追求する。ここではビルを過度に高層化してゆくと、ビルの有効容積が減少に転じてしまうことが明示される。さらに 5 章では、ビル建設による利潤を最大化するビル高さを、(1)企業が用地を取得し自社ビルを建設する場合と、(2)ディベロッパーが自己所有地に賃貸オフィスビルを建設する場合の 2 つのケースから追求する。そしてオフィスビルの高層化が経済学的な必然であること、しかし高層化には同時に限界が存在することを本モデルの立場から記述する。

* キヤノン(株) 工修

** 慶應義塾大学大学院理工学研究科 助教授・学博

Canon Inc., M. Eng.

Assoc. Prof., Graduate School of Science and Technology, Keio University, Ph. D.

2. 定式化

本章ではコンベンショナルゾーニング方式のモデル化を行なう。

2.1 ビルとゾーニング

ビルを高さ H [m]、底面積 S [m²] の直方体とする。 S は所与とし、 H は可変であるものと想定する。そしてビルを図 1 の如くに N 個の直方体に分割し、これを便宜上ゾーンと呼ぶ。更に上から n 番目のゾーンをゾーン n と呼び

$$h_n = (\text{ゾーン } n \text{ の高さ}) [\text{m}]$$

$$(1 \leq n \leq N)$$

と定義する。ゾーンの高さの総和はビルの高さと一致する：

$$\sum_{n=1}^N h_n = H. \quad (1)$$

ここでビル内のエレベータを図 2 の如くに配置する。即ち、エレベータ群 n ($1 \leq n \leq N$) を構成するエレベータ(以後群 n のエレベータと呼ぶ)は地上階とゾーン n 内の階のみに停止し、他のゾーンは通過するのである。

図2 ビル内のエレベータ。

2.2 ビルの有効容積

まずビル内の就業者の移動に関して次を仮定する：

1 通勤時間帯を想定し、地上階からビルの各階への移動のみを考慮する。ビルに発生する内々の移動も考慮した分析には田口[3]があるが、本研究では通勤時間帯に発生する地上階からビルの各階への移動量が膨大であるため、これに対応できるだけの通路を確保しておけば良いという立場に立つことにする。

2 ビル内の鉛直方向の移動手段はエレベータのみとする。

3 ビル内の水平方向の移動は考慮しない。水平方向の移動ならびに移動に要する廊下も考慮した分析には田口[4]があるが、本研究ではゾーニング方式におけるエレベータバンク構成を主題とする。

さらに

$$\rho = (\text{ビルの居住可能な部分の就業者密度(以後ビルの就業者密度と呼ぶ)}) [\text{人}/\text{m}^3],$$

$$c_n = (\text{エレベータ群 } n \text{ の単位面積通路が通勤時間帯に通過させることができる人数}) [\text{人}/\text{m}^2],$$

$$L_n = (\text{ゾーン } n \text{ のエレベータ通路面積}) [\text{m}^2],$$

$$V_n = (\text{ゾーン } n \text{ の有効容積}) [\text{m}^3],$$

$$V = (\text{ビルの有効容積}) [\text{m}^3]$$

を定義し、次に示す奥平[1]の定式化を踏襲する(本モデルは解析学の枠組みで解を明示することを旨とし、 L_n を連続量で与えている)。

定式化：通勤時間帯に就業者の輸送を完了させるためには、任意の高さのエレベータ通路が通勤時間帯に通過させることができる人数と、その高さよりも上階に居住する就業者数とが少なくとも一致していなければならない。

以上より、ゾーン n の有効容積と群 n の通路面積との関係は

$$\rho h_n (S - L_n) = c_n (L_n - L_{n-1}) \quad (1 \leq n \leq N) \quad (2)$$

と記述できる(便宜上 $L_0 = 0$ と定義する)。(2)式において、左辺はビルの就業者密度 ρ [人/m³] とゾーン n の有効容積 $h_n (S - L_n)$ [m³] との積、即ちゾーン n 内の就業者数を表している(図3参照)。右辺はエレベータ群 n の単位面積通路が通勤時間帯に通過させることができる人数 c_n [人/m²] とエレベータ群 n の通路面積 $L_n - L_{n-1}$ [m²] との積、即ちエレベータ群 n が通勤時間帯に通過させることができる人数を表している(図3参照)。この漸化式を解くと

$$L_n = S \left(1 - \prod_{k=1}^n \frac{c_k}{\rho h_k + c_k} \right) \quad (1 \leq n \leq N) \quad (3)$$

が得られる。よってゾーン n の有効容積 V_n [m³]ならびにビル全体の有効容積 V [m³]は次の如くに算出される：

$$V_n = h_n (S - L_n) = S h_n \prod_{k=1}^n \frac{c_k}{\rho h_k + c_k}$$

$$(1 \leq n \leq N), \quad (4)$$

$$V = \sum_{n=1}^N V_n = S \sum_{n=1}^N h_n \prod_{k=1}^n \frac{c_k}{\rho h_k + c_k}. \quad (5)$$

図3 ゾーン n の有効容積とエレベータ群 n の通路面積。

2.3 エレベータの輸送力

エレベータ群 n の単位面積通路が通勤時間帯に通過させることができる人数 c_n [人/m²] を記述する。先ずビル内のエレベータの運行に関して次を仮定する：

1 エレベータがビル内を往復する(地上階を出発し地上階に戻ってくる)所要時間は一定とする。そしてその所要時間はエレベータ群ごとで異なるとする。長い距離を往復しなければならないエレベータほど所要時間は長くなるのである。

以上より、エレベータ群 n の単位面積通路が通勤時間帯に通過させることができる人数 c_n [人/m²] は、単位面積のエレベータ通路に乗車できる人数と、群 n のエレベータが通勤時間帯にビル内を往復する回数との積で記述できる。具体的に

$$\begin{aligned}\lambda &= (\text{単位面積のエレベータ通路に乗車できる人数}) \\ &\quad [\text{人/m}^2], \\ \tau_n &= (\text{群 } n \text{ のエレベータがビル内を往復する所要時間}) [\text{s}], \\ T &= (\text{通勤時間帯}) [\text{s}]\end{aligned}$$

を定義すると、群 n のエレベータが通勤時間帯にビル内を往復する回数は T/τ_n [回] と表される。よってエレベータ群 n の単位面積通路が通勤時間帯に通過させることができる人数 c_n [人/m²] は次の如くに記述できる：

$$c_n = \frac{\lambda T}{\tau_n} \quad (1 \leq n \leq N). \quad (6)$$

更に群 n のエレベータがビル内を往復する所要時間 τ_n [s] を記述するため

$$\begin{aligned}v_L &= (\text{輸送を行なうゾーン内でのエレベータの速度}) \\ &\quad [\text{m/s}], \\ v_E &= (\text{輸送を行わないゾーン内でのエレベータの速度}) \\ &\quad [\text{m/s}]\end{aligned}$$

を定義する。本研究では輸送を行なうゾーン内と輸送を行わないゾーン内とでエレベータの速度が異なるものと想定する(これらの速度の間には必然的に $v_L < v_E$ の関係が成立する)。このとき群 n のエレベータがビル内を往復する所要時間 τ_n [s] は次の如くに記述できる(図4参照)：

$$\tau_n = 2 \left(\frac{h_n}{v_L} + \frac{H - \sum_{k=1}^n h_k}{v_E} \right) \quad (1 \leq n \leq N). \quad (7)$$

(6)式、(7)式よりエレベータ群 n の単位面積通路が通勤時間帯に通過させることができる人数 c_n [人/m²] は次の如くに記述できる：

$$c_n = \frac{\lambda T}{2 \left(\frac{h_n}{v_L} + \frac{H - \sum_{k=1}^n h_k}{v_E} \right)} \quad (1 \leq n \leq N). \quad (8)$$

図4 群 n のエレベータがビル内を往復する所要時間。

3. 最適なエレベータバンク構成

本章では、作成したモデルにおいてビルの高さを与え、ビルの有効容積を最大化するエレベータバンク構成を追求する。

3.1 ビルの有効容積の最大化問題

(5)式と(8)式から与えられるビルの有効容積 V [m³] は、ゾーンの高さ h_1 [m], h_2 [m], ..., h_N [m] を変数に持つ N 変数関数である。ここでビルの有効容積を最大化する問題(P1)を次の如くに定義する：

$$(P1) \quad \text{maximize} \quad V(h_1, h_2, \dots, h_N)$$

$$\begin{aligned}\text{s.t.} \quad & \sum_{n=1}^N h_n = H, \\ & h_1 \geq 0, h_2 \geq 0, \dots, h_N \geq 0.\end{aligned}$$

この問題は即ち、ビルの高さ H [m] ならびにビルのゾーン数 N が与えられたとき、ビルの有効容積を最大化するゾーンの高さ h_1 [m], h_2 [m], ..., h_N [m] を求める問題である。制約条件はゾーンの高さの総和がビルの高さと一致すること((1)式)、そして各々のゾーンの高さが非負の値をとることである。

更に(P1)の最適解を

$$\begin{aligned}\hat{h}_n &= (\text{ビルの有効容積を最大化するゾーンの高さ}) [\text{m}], \\ \hat{L}_n &= (\text{最適解の下でのゾーン } n \text{ のエレベータ通路面積}) \\ &\quad [\text{m}^2], \\ \hat{V}_n &= (\text{最適解の下でのゾーン } n \text{ の有効容積}) [\text{m}^3], \\ \hat{V} &= (\text{最適解の下でのビルの有効容積}) [\text{m}^3]\end{aligned}$$

とする。最適解 $\hat{h}_n$ [m] が求めれば、ゾーン n のエレベータ通路面積 $\hat{L}_n$ [m²] ならびにエレベータ群 n の通路面積 $\hat{L}_n - \hat{L}_{n-1}$ [m²] を(3)式と(8)式から直ちに算出できる。同様にゾーン n の有効容積 $\hat{V}_n$ [m³] を(4)式と(8)式から、ビルの有効容積 $\hat{V}$ [m³] を(5)式と(8)式から直ちに算出できる。

3.2 パラメータの値

最大化問題(P1)を解析的に解くことは困難であるため、本研究ではこれに逐次二次計画法[5]を適用した。パラメータの値は特に指定しない限りは次の如くに設定した：

$$\begin{aligned}\lambda &= 2.0 \text{ 人/m}^2, \\ \rho &= 0.025 \text{ 人/m}^3, \\ v_L &= 0.70 \text{ m/s}, \\ v_E &= 3.50 \text{ m/s}, \\ T &= 3600 \text{ s}.\end{aligned}$$

オフィスビルにおける実際の計測によれば、定員が24人であるエレベータの外壁も含めた占有面積は12m²程度である。従って単位面積のエレベータ通路に乗車できる人数を $\lambda = 24 \div 12 = 2.0$ 人/m²と設定した。また文献[6]のp.63によれば、オフィスにおける就業者一人当たりの占有面積は10m²/人程度である。ビルの階高が4mであると考えると就業者一人当たりの占有体積は $10 \times 4 = 40$ m³/人である。従ってビルの就業者密度を $\rho = 40^{-1} = 0.025$ 人/m³と設定した。エレベータの速度 v_L [m/s]ならびに v_E [m/s]の値はオフィスビルにおける実際の計測に基づいて設定した(新宿センタービルと新宿三井ビルで計測した)。通勤時間帯 T [s]の値は就業者の通勤の現状を考慮し1時間と設定した。

ところで(5)式と(8)式からわかるように、最適解 $\hat{h}_n$ [m]はビルの底面積 S [m²]によらず決定される。従ってビルの底面積 S [m²]の値は必要に応じて便宜的に設定する。

3.3 最適なエレベータバンク構成と現実例

ビルの高さが $H = 219.3$ m、ゾーン数が $N = 4$ であるときの最適なエレベータバンク構成を表1に示す。このビルの設定は新宿センタービルを模している。よってビルの底面積 S [m²]の値は2650m²と設定した(新宿センタービルの底面積)。

表1 最適なエレベータバンク構成.

$H = 219.3\text{m} \quad N = 4$				
n	ゾーン n の高さ $\hat{h}_n$ [m]	ゾーン n の通路面積率 $100 \times \hat{L}_n / S$ [%]	エレベータ群 n の通路面積率 $100 \times (\hat{L}_n - \hat{L}_{n-1}) / S$ [%]	ゾーン n の有効容積 $\hat{V}_n$ [m ³]
1	43.8	3.31	3.31	112228.08
2	48.9	6.67	3.36	120941.68
3	56.5	10.21	3.54	134438.08
4	70.1	14.39	4.18	159033.42
ビルの有効容積率 $100 \times \hat{V} / (HS)$ [%]				90.61

新宿センタービルのエレベータバンク構成を表2に示す。当ビルは高さ $H = 219.3$ m、底面積 $S = 2650$ m²の直方体であるとみなすことができ、また輸送に関して4つのゾーンに分割されている。当ビルのデータについてであるが、ビルの高さ H [m]、ゾーン n の高さ h_n [m]、そしてゾーン n の通路面積 L_n については実際に計測した値を記した。ビルの底面積 S [m²]については法務局の各階平面図に記載されている値を引用した。

表2 新宿センタービルのエレベータバンク構成.

$H = 219.3\text{m} \quad N = 4$				
n	ゾーン n の高さ h_n [m]	ゾーン n の通路面積率 $100 \times L_n / S$ [%]	エレベータ群 n の通路面積率 $100 \times (L_n - L_{n-1}) / S$ [%]	ゾーン n の有効容積 V_n [m ³]
1	39.0	3.38	3.38	99856.77
2	49.5	6.76	3.38	122307.57
3	53.4	10.14	3.38	127160.89
4	77.4	13.52	3.38	177379.13
ビルの有効容積率 $100 \times V / (HS)$ [%]				90.64

表2から、新宿センタービルでは地上に近いゾーンほどゾーンの高さが高くなっていることが読み取れる。即ち

$$h_1 < h_2 < h_3 < h_4 \quad (9)$$

なる関係が成立している。この傾向は、新宿三井ビルや新宿住友ビルをはじめ多くの高層オフィスビルでも見ることができ、更に作成したモデルにより得られた結果(表1参照)とも一致している。

同じく表2から、新宿センタービルではエレベータ群 n の通路面積率 $100 \times (L_n - L_{n-1}) / S$ [%]がどのエレベータ群でも3.38%と等しくなっていることが読み取れる。これはエレベータ群を構成するエレベータの台数がどのエレベータ群でも等しくなっているためであり、このようなエレベータバンク構成は多くの高層オフィスビルで見ることができる。一方モデルにより得られた結果(表1参照)においても、エレベータ群 n の通路面積率 $100 \times (\hat{L}_n - \hat{L}_{n-1}) / S$ [%]の値には大差が無いように見える(3.31%~4.18%)。このことは、現実の高層オフィスビルの各エレベータ群のエレベータ台数が一定であることの妥当性を、本モデルの立場から担保するものと解釈できる。即ち有効容積の確保に適したエレベータバンク構成法なのである。

但し、モデルにより得られた結果においては、僅かの差ではあるが地上に近いゾーンに輸送を行なうエレベータ群ほど通路面積率が高くなっていることも否めない。即ちエレベータ群の通路面積の間には

$$\hat{L}_1 < \hat{L}_2 - \hat{L}_1 < \dots < \hat{L}_N - \hat{L}_{N-1} \quad (10)$$

なる関係が成立している。高層オフィスビルのエレベータバンク構成を決定する際には、地上に近いゾーンに輸送を行なうエレベータ群の通路面積を広くする、即ちエレベータの台数を増やすべきであることが示唆される。

3.4 ビルのゾーン数とビルの有効容積率

ビルのゾーン数 N の値を変化させて最大化問題(P1)を解き、最適解 $\hat{h}_n$ [m]の下でのビルの有効容積率 $100 \times \hat{V} / (HS)$ [%]を求めた(ビルの高さを $H = 200$ mと与えた)。その結果を図5に示す。図5からビルを輸送に関して多くのゾーンに分割すればビルの有効容積率は高くなることが読み取れる。即ち、ゾーニングによりビルの有効容積を確保できることが示された。

図5 ビルのゾーン数とビルの有効容積率。

しかしビルを輸送に関して多くのゾーンに分割すると、各ゾーンのエレベータ通路面積は減少するが、エレベータを設置するにはある程度の面積が必要であるためビルの分割には限界が存在することを忘れてはならない。

一方実在する高層オフィスビルの有効容積率の例として、高さ200m程度であるビルの有効容積率 $100 \times V / (HS)$ [%] を表3に示す。これらの値は、実際の計測と法務局の各階平面図によるデータから算出したものである。表3から、ゾーン数が多いビルほどビルの有効容積率が上がっていることが読み取れ、モデルにより得られた結果(図5参照)と一致していることがわかる。

表3 高層オフィスビルの有効容積率。

ビルの ゾーン数 N	ビルの 名称	ビルの高さ H [m]	ビル底面積 S [m ²]	ビルの有効容積率 $100 \times V / HS$ [%]
4	新宿センタービル	219.3	2650	90.64
	新宿三井ビル	221.3	2500	90.38
6	新宿野村ビル	194.7	1650	90.97
7	新宿住友ビル	205.1	2700	93.54

3.5 まとめ

通勤時間帯に就業者の輸送を完了させることを前提とした本モデルにより示された最適な(ビルの有効容積を最大化する)エレベータバンク構成は、実在する高層オフィスビルにおけるそれと非常に類似するものであった。現状のエレベータバンク構成はビルの有効容積の確保に適していると言える。現実のビル設計におけるエレベータバンク構成は、膨大なシミュレーションに基いて帰納的に行なわれているものと思われる。すなわち本研究の意義は、数理計画的モデルによる演繹操作によっても、それとほぼ同様な結果が得られることを明示した点にある。

4. ビルの有効容積を最大化するビルの高さ

本章では、作成したモデルにおいてビルの有効容積を最大化するビルの高さを追求する。

4.1 ビルの高さとのビル有効容積

ビルの高さ H [m] の値を変化させて最大化問題(P1)を解き、最適解 $\hat{h}_n$ [m] の下でのビル有効容積 $\hat{V}$ [m³] を求めた(ビルのゾーン数は $N=2, 4, 6$ と与え、ビルの底面積は $S=1\text{m}^2$ と設定した)。その結果を図6に示す。さらに

$$H^* = (\text{ビル有効容積 } \hat{V} \text{ [m}^3\text{] を最大化するビルの高さ}) \text{ [m]}$$

を定義する。図6から、ビルを過度に高層化していくとビル有効容積は減少してしまうという著しい特徴が読み取れる。オフィスビルの高層化には限界が存在することが示されたのである。

またビルを輸送に関して多くのゾーンに分割するならば、ビルの高層化が効果的であることが読み取れる。3.4節で述べたようにビルを輸送に関して多くのゾーンに分割すればビル有効容積を確保できるため、ビルの高層化が可能となるのである。しかし同じく3.4節で述べたようにビルを輸送に関して分割することには限界が存在することも忘れてはならない。

図6 ビルの高さとのビル有効容積。

4.2 まとめ

エレベータの輸送力を考慮した本モデルにより得られた、ビルを過度に高層化していくとビル有効容積が減少してしまうという結果は、奥平[1]による従来の結果よりも更に暗い見通しである。オフィスビルには就業者を速やかに通過させることができるだけのエレベータ通路が必要不可欠である。またゾーニングによりビル有効容積を確保できるが、ビルを輸送に関して多くのゾーンに分割することにも限界が存在する。こういった構造上、オフィスビルの高層化には限界が存在するということを本モデルは示唆していると言える。

5. ビルを建設することによる利潤を最大化するビルの高さ

本章では、作成したモデルにおいてビルを建設することによる利潤を最大化するビルの高さを追求する。以下では、自社ビルを建設するケース(5.1節)と賃貸オフィスビルを建設するケース(5.2節)に場合分けして記述する。

5.1 企業が用地を取得し自社ビルを建設するケース

5.1.1 就業者一人当たりのコスト

企業が用地を取得し自社ビルを建設するケースを想定し、就業者一人当たりの建設コストの最小化問題を定式化する。

就業者一人当たりのコストを記述するため

$$\begin{aligned} a &= (\text{地価}) [\text{円}/\text{m}^2], \\ b &= (\text{ビルの単位容積当たりの建設費}) [\text{円}/\text{m}^3] \end{aligned}$$

を定義する。そしてビルの建設に要するコスト P [円] を

$$P = aS + bHS = (a + bH)S \quad (11)$$

と記述する(即ち用地の取得費 aS [円] とビルの建設費 bHS [円] との和)。実際にこれらの費用は、ビルの建設に要するコストの大半を占める。更にビルに居住できる就業者数 W [人] はビルの就業者密度 ρ [人/ m^3] とビルの有効容積 V [m^3] との積で

$$W = \rho V \quad (12)$$

と記述できる。以上より就業者一人当たりのコスト Φ [円/人] は次の如くに記述できる：

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{P}{W} = \frac{(a + bH)S}{\rho V} \\ &= \frac{a + b \sum_{n=1}^N h_n}{\rho \sum_{n=1}^N h_n \prod_{k=1}^n \frac{c_k}{\rho h_k + c_k}} \quad (\because (1), (5)). \end{aligned} \quad (13)$$

5.1.2 就業者一人当たりのコストを最小化する場合

就業者一人当たりのコストを最小化する場合(P2)を

$$\begin{aligned} \text{(P2)} \quad & \text{minimize} \quad \Phi(h_1, h_2, \dots, h_N) \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{n=1}^N h_n = H, \\ & \quad h_1 \geq 0, \quad h_2 \geq 0, \quad \dots, \quad h_N \geq 0 \end{aligned}$$

と定義し、更に

$$\hat{\Phi} = (\text{最適解 } \hat{h}_n [\text{m}] \text{ の下での就業者一人当たりのコスト}) [\text{円}/\text{人}]$$

を定義する。この問題(P2)は即ち、ビルの高さ H [m] ならびにビルのゾーン数 N が与えられたときに就業者一人当たりのコストを最小化する各ゾーンの高さ h_1 [m], h_2 [m], $\dots$, h_N [m] を求める問題である。ところが(13)式からわかるように就業者一人当たりのコストを最小化するためにはビルの有効容積を最大化すればよいことが自明である。したがって、結局この問題の解は 3.3 節で求めた最適解 $\hat{h}_n$ [m] と一致する。

5.1.3 パラメータの値

パラメータの値は特に指定しない限りは次の如くに設定した：

$$\begin{aligned} a &= 1248000 \quad \text{円}/\text{m}^2, \\ b &= 97500 \quad \text{円}/\text{m}^3. \end{aligned}$$

文献[7]の pp.254-255 では六本木に建設される山王共同ビル(仮称、西暦 2000 年施工予定)の事業収支モデルが構築されているが、路線価は 1248000 円/ m^2 (4160000 円/坪)、ビルの建築費は 390000 円/ m^2 (1300000 円/坪)とされている。本研究でも地価が高い地域にオフィスビルを建設することを想定し、地価を $a = 1248000$ 円/ m^2 と設定した。更にビルの階高が 4m であると考えビルの単位容積当たりの建設費を $b = 390000 \div 4 = 97500$ 円/ m^3 と設定した。

5.1.4 ビルの高さとな業者一人当たりのコスト

ビルの高さ H [m] の値を変化させて最小化問題(P2)を解き、最適解 $\hat{h}_n$ [m] の下での就業者一人当たりのコスト $\hat{\Phi}$ [円/人] を求めた(ビルのゾーン数は $N = 2, 4, 6$ と与えた)。その結果を図 7 に示す。更に

$$H^{**} = (\text{就業者一人当たりのコスト } \hat{\Phi} [\text{円}/\text{人}] \text{ を最小化するビルの高さ}) [\text{m}]$$

を定義する。図 7 から、ビルを輸送に関して多くのゾーンに分割すれば就業者一人当たりのコストは小さくなることが読み取れる。ゾーニングにより企業の利潤を追求できることが示されたと言える。

図 7 ビルの高さとな業者一人当たりのコスト。

5.1.5 地価とな業者一人当たりのコストを最小化するビルの高さ

地価 a [円/ m^2] の値を連続的に変化させて、就業者一人当たりのコストを最小化するビルの高さ H^{**} [m] を求めた(ビルのゾーン数は $N = 2, 4, 6$ と与えた)。その結果を図 8 に示す。図 8 から地価が高ければビルの高層化が経済的であることが読み取れる。企業が地価の高い地域に用地を取得し自社ビルを建設するケースでは、容積率規制の限度まで高層化されるのが常である。ここでの結果は、このことに対する(簡便な数理計画モデルの立場からの)一つの説明原理と言えよう。

図 8 地価と就業者一人当たりのコストを最小化するビルの高さ。

5.2 ディベロッパーが自己所有地に賃貸オフィスビルを建設するケース

5.2.1 ディベロッパーの利潤

ディベロッパーの利潤を記述するため

- p = (ビルの貸室賃料) [円/㎡・月],
- m = (ビルの耐用期間) [月],
- I = (ディベロッパーの収入) [円],
- C = (ディベロッパーの支出) [円],
- B = (ディベロッパーの利潤) [円]

を定義する。なお、上記の p [円/㎡・月] にビルの階高を乗ずれば、ビルの平米・月当たりの賃料となることは言うまでもない。即ち、ここでは専有床面積に比例して賃料が課せられると想定していることに他ならない。そしてディベロッパーの収入 I [円] を、ビルの耐用期間分の貸室賃料 mp [円/㎡] とビルの有効容積 V [㎡] との積で

$$I = mpV \quad (14)$$

と記述する。即ち、賃貸オフィスビルの入居率が常に 100% であると想定し、また利息は考慮しないことにする。更にディベロッパーの支出 C [円] を

$$C = bHS \quad (15)$$

と記述する。すなわちビルの建設費 bHS [円] のみで与えることにする。以上より、ディベロッパーの利潤 B [円] は次の如くに記述できる：

$$B = I - C = mpV - bHS$$

$$= \left(mp \sum_{n=1}^N h_n \prod_{k=1}^n \frac{c_k}{\rho h_k + c_k} - b \sum_{n=1}^N h_n \right) S \quad (16)$$

(・(1), (5)).

5.2.2 ディベロッパーの利潤を最大化する問題

ディベロッパーの利潤を最大化する問題(P3)を

$$(P3) \quad \begin{aligned} &\text{maximize} && B(h_1, h_2, \dots, h_N) \\ &\text{s.t.} && \sum_{n=1}^N h_n = H, \\ &&& h_1 \geq 0, \quad h_2 \geq 0, \quad \dots, \quad h_N \geq 0 \end{aligned}$$

と定義し、更に

$$\hat{B} = (\text{最適解 } \hat{h}_n \text{ [m] の下でのディベロッパーの利潤}) [\text{円}]$$

を定義する。この問題は即ち、ビルの高さ H [m] ならびにビルのゾーン数 N が与えられたとき、ディベロッパーの利潤を最大化するゾーンの高さ h_1 [m], h_2 [m], $\dots$, h_N [m] を求める問題である。ところが(16)式からわかるように、ディベロッパーの利潤を最大化するためにはビルの有効容積を最大化すればよいのだから、結局この問題の解は 3.3 節で求めた最適解 $\hat{h}_n$ [m] と一致する。

5.2.3 パラメータの値

パラメータの値は特に指定しない限りは次の如くに設定した：

$$\begin{aligned} p &= 1875 \quad \text{円/㎡・月}, \\ m &= 600 \quad \text{ヶ月}. \end{aligned}$$

前出の文献[7]における山王共同ビルの場合、ビルの単位床面積当たりの貸室賃料が 7500 円/㎡・月(25000 円/坪・月)とされている。本研究ではビルの階高が 4m であると考え、ビルの貸室賃料を $p = 7500 \div 4 = 1875$ 円/㎡・月と設定した。また文献[8]の p.351 によれば、鉄筋コンクリート造の事務所の法定耐用年数は 50 年である。よってビルの耐用期間を $m = 50 \times 12 = 600$ ヶ月と設定した。

5.2.4 ビルの高さでディベロッパーの利潤

ビルの高さ H [m] の値を変化させて最大化問題(P3)を解き、最適解 $\hat{h}_n$ [m] の下でのディベロッパーの利潤 $\hat{B}$ [円] を求めた(ビルのゾーン数は $N = 2, 4, 6$ と与え、ビルの底面積は $S = 1\text{m}^2$ と設定した)。その結果を図 9 に示す。更に

$$H^{***} = (\text{ディベロッパーの利潤 } \hat{B} \text{ [円] を最大化するビルの高さ}) [\text{m}]$$

を定義する。

図 9 ビルの高さでディベロッパーの利潤。

図9からビルの高層化が経済的である(ビルのゾーン数が $N=6$ であるときを例にとればディベロッパーの利潤を最大化するビルの高さは $H^{***}=599.7\text{m}$ である)ことが読み取れる。ディベロッパーが賃貸オフィスビルを建設するケースでは、オフィスビルの高層化が経済的な必然である。

またビルを輸送に関して多くのゾーンに分割すれば、ディベロッパーの利潤は増加することも読み取れる。ゾーニングによりディベロッパーの利潤を追求できることが明示されたと言える。

5.3 エレベータの速度と利潤を最大化するビルの高さ

エレベータの平均速度 v_E [m/s] の値を変化させて、就業者一人当たりのコストを最小化するビルの高さ H^{**} [m] ならびにディベロッパーの利潤を最大化するビルの高さ H^{***} [m] を求めた(ビルのゾーン数は $N=4$ と与えた)。その結果を図10に示す。図10から、エレベータが高性能であればビルの高層化が経済的であることが読み取れる。言い換えれば、ビルを高層化し利潤を追求するためには高性能のエレベータが不可欠であることが示されたのである。大手のメーカーがエレベータの性能向上に取り組んできた理由もうかがえよう。しかし移動の快適性を考慮するとエレベータの性能向上には限界が存在することを忘れてはならない。

図10 エレベータの速度と利潤を最大化するビルの高さ。

5.4 オフィスビル高層化の限界

(13)式からわかるように、就業者一人当たりのコスト Φ [円/人] はビルの有効容積 V [m³] に関する減少関数である。即ちビルの有効容積を最大化するビルの高さ H^* [m] を超えてビルを高層化していくと、ビルの有効容積は減少に転じ就業者一人当たりのコストは増加してしまう。よってビルの有効容積を最大化するビルの高さ H^* [m] と就業者一人当たりのコストを最小化するビルの高さ H^{**} [m] との間には、地価ならびにビルの建設費の値によらず必然的に次の関係が成立する。

$$H^{**} \leq H^* \quad (17)$$

同じく(16)式からわかるように、ディベロッパーの賃貸ビルからの利潤 B [円] はビルの有効容積 V [m³] に関する増加関数である。即ちビルの有効容積を最大化するビルの高さ H^* [m] を超えてビルを高層化していくと、ビルの有効容積は減少に転じディベロッパーの利潤は減少してしまう。よってビルの有効容積を最大化するビルの高さ H^* [m] とディベロッパーの利潤を最大化するビルの高さ H^{***} [m] との間には、ビルの建設費ならびにビルの貸室賃料の値によらず必然的に次の関係が成立する。

高さ H^* [m] とディベロッパーの利潤を最大化するビルの高さ H^{***} [m] との間には、ビルの建設費ならびにビルの貸室賃料の値によらず必然的に次の関係が成立する。

$$H^{***} \leq H^* \quad (18)$$

4.1 節で述べたように、ビルを過度に高層化していくとビルの有効容積が減少してしまう以上、ビルを高層化し利潤を追求することにも限界が存在するのである。

5.5 まとめ

本モデルにより、オフィスビルの高層化が経済的な必然であることが示された。表3に示したように新宿には200mを超える高層オフィスビルが多く建ち並ぶが、これは利潤追求の理に合っていると見えよう。しかしオフィスビルを高層化し利潤を追求することには限界が存在することも同時に示されたのである。

6. おわりに

本研究で得られた結果は、エレベータの運行ならびにビルへの就業者の到着に関して膨大・緻密なシミュレーションを行ない得られたものではない。しかし高層オフィスビルにおける輸送の骨格のみから作成した簡略な数理計画モデルからも、理論的な裏付けの下にオフィスビルの高さ、そしてエレベータ構成を評価できる可能性を示すことができた。ここに本研究の意義がある。

また本研究では、エレベータが如何なる設置面積をもとりうる想定しており、この点では若干現実から乖離している。現状のエレベータ構成のように、エレベータ群の通路面積がどのエレベータ群でも等しくなっているとして本モデルを再構成することは、今後の課題としたい。

謝辞

事業収支モデルに関する有益な文献をご紹介下さった高田 誠氏(株式会社フジタ・環境創造事業本部)に謝意を表します。本研究は文部科学省科学研究費基盤研究(B)(1)「都市の施設配置および交通に関する数理的並びに定量的研究」(課題番号:11480091)の補助を受けました。研究代表者の伏見正則教授(南山大学)をはじめとするメンバーの先生方にお礼申し上げます。最後になりましたが、エレベータの専門用語や表現の適切性等に関して懇切かつ貴重なコメントを下された匿名の査読者に心より感謝致します。

参考文献

- [1] 奥平耕造: 都市工学読本(彰国社, 1976).
- [2] 西日本工高建築連盟編: 新建築設計ノート・オフィスビル(彰国社, 1989).
- [3] 田口 東: 超々高層ビルにおける内々交通とエレベータ面積, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.37, No.3, pp.232-242 (1994).
- [4] 田口 東: コンパクトな建物, 平成9年度~10年度科学研究費補助金(基盤研究(B)(1))研究成果報告書(1999).
- [5] 炭木俊秀・福島雅夫: 最適化プログラミング(岩波書店, 1991).
- [6] 建築単位の事典研究会編: 建築単位の事典(彰国社, 1992).
- [7] 用途・業態 事業特性データファイル(建築知識, 1996).
- [8] 都市・建築企画開発マニュアル(建築知識, 1999).

(2000年9月10日原稿受理, 2001年8月13日採用決定)