日赤緯・均時差・地球太陽間距離の見積り

ESTIMATION OF SOLAR DECLINATION, EQUATION OF TIME, AND SUN-EARTH DISTANCE

永田 忠彦^{*1}, 藤野 貴仁^{*2}
Tadahiko NAGATA and Takahito FUJINO

In many cases, the position of the sun in the sky at a certain place on the earth at a certain time in a year is calculated by using data on the latitude of the place as well as the solar declination and the apparent solar time at the time. In order to obtain the apparent solar time in Japan, it is necessary to know Japan Standard Time and the equation of time at the time, and the longitude of the place. The intensity of solar radiation on the ground is affected by the distance between the sun and the earth. Among the above-mentioned quantities, as regards the three quantities of solar declination, equation of time, and sun-earth distance, it is not easy to know their sufficiently accurate values at a certain time in a year because they change depending on the time of year.

This paper presents a series of approximate equations for calculating these three quantities as functions of time passage after the vernal equinox or the perihelion.

Keywords : *Solar declination, Equation of time, Sun-Earth distance, Vernal equinox, Perihelion*

日赤緯, 均時差, 地球太陽間距離, 春分点, 近日点

1. はじめに

太陽位置を求める方法はいろいろあるが、検討地点の緯度、及び検討時点における日赤緯（太陽の赤緯）、その時点のその地点における真太陽時の3つをもとにして太陽位置を計算することが多い。真太陽時は、検討時点の日本標準時とその時点の均時差及び検討地点の経度が分かれば求めることができる。また、地上で受ける日射の強さは、年間を通じて変動する地球太陽間の距離に応じて変動する。こうした事情から、今までにも、日赤緯・均時差・地球太陽間距離の見積りに関する研究は少なからず行われている。¹⁾ 日赤緯と均時差、地球太陽間距離は年間を通じて変動していて、しかも、理科年表²⁾ にも示されているように、これらの値は同じ月日であっても年が異なると僅かに異なった値となっている。本研究は、同じ月日であっても年によって僅かに異なり、しかも1日のうちでも僅かに変動する上述の3つの量を、春分からの又は地球が近日点を通過してからの経過時間の関数として簡単に求める方法について検討したものである。

2. 太陽年と近日点年について

本論文では、「春分点」という用語は本来の意味に加えて、「太陽が黄道上の春分点を通過する時点」をも意味するものとし、「近日点」は「地球が公転軌道上の近日点を通過する時点」をも意味するものとする。また、後述の「代用春分点」と「代用近日点」についても同様である。

表1 太陽年の長さ

年	春分点(理科年表)				左の値を 通日で表示	太陽年(翌年の 春分点までの時間)
1991	3月	21日	3時	2分	80.12639	365.24028
1992	3月	20日	8時	48分	80.36667	365.24514
1993	3月	20日	14時	41分	79.61181	365.24097
1994	3月	20日	20時	28分	79.85278	365.24028
1995	3月	21日	2時	14分	80.09306	365.24236
1996	3月	20日	8時	3分	80.33542	365.24444
1997	3月	20日	13時	55分	79.57986	365.25000
1998	3月	20日	19時	55分	79.82986	365.24375
1999	3月	21日	1時	46分	80.07361	365.24236
2000	3月	20日	7時	35分	80.31597	365.24722
2001	3月	20日	13時	31分	79.56319	
平均						365.24368

^{*1} 駒沢女子大学 教授・工博
(福井大学 名誉教授)

^{*2} 富士ソフト ABC ㈱ 工修

Prof., Komazawa Women's University, Dr. Eng.
(Prof. Emeritus, Fukui University)
Fuji Soft ABC, Inc., M. Eng.

太陽年とはある年の春分点から翌年の春分点までの時間をいうが、1991年から2001年の理科年表に掲載されている春分点から太陽年を求めてみると、表1のような値になり、通説となっている365.24219日と一致しない。

これは、通説の太陽年が、地球と月を1つにまとめた仮想の天体（以後「仮想地球」と呼ぶ。）がその質量中心にあって、その仮想地球が太陽のまわりを楕円軌道を描いて公転しているとする理論から導き出された仮想地球に関する太陽年であるからである。地球自体の実際の公転軌道は滑らかな楕円形ではなく、月の引力のために幾分ふらついた軌道となっているからである。

一方、近点年とはある年の近日点から翌年の近日点までの時間をいう。ここで、近日点とは地球太陽間距離 ρ が最小となる瞬間である。理科年表には近日点が具体的に掲載されていないので、まず、理科年表に載っている地球太陽間距離 ρ の値を仮想地球に関するものと見なして、仮想地球の近日点を算出することを試みた。近日点の近くでは単位時間当りの ρ の変動が小さいので、補間で求められる「近日点」には大きな誤差が含まれ易い。一方 $\rho=1$ (AU)となる時点の近くでは単位時間当りの ρ の変動が大きいため、補間で求められる「 $\rho=1$ となる時点」に含まれる誤差は小さくなる傾向がある。そこでまず2001年の地球太陽間距離 ρ が1となる時点を探し、そこから近日点を求めることにした。計算の結果、2001年の $\rho=1$ となる1回目の瞬間は、93.57493日（通日）となった。

また、ケプラーの法則、及び1近点年が365.25964日であること、地球公転軌道の離心率が0.01672であることを使って、近日点から $\rho=1$ となる瞬間までの経過時間を求めると90.34293日となることから、2001年の近日点は、

$$93.57493 - 90.34293 = 3.23200 \text{ 日 (通日)} \quad \dots (1)$$

と求めることができる。

同様に、1991～2000年の理科年表掲載の値から各年の近日点を上述の方法で求め、近点年を必要な倍数だけ加えることによって、2001年の近日点を推定すると、表2の値が得られる。

表2 仮想地球の2001年の近日点

参考年	理科年表より 参考年の近日点	2001年の近日点
1991	3.79388	3.39028
1992	3.84918	3.18594
1993	3.17753	3.25465
1994	3.37799	3.19547
1995	3.61447	3.17231
1996	3.98880	3.28700
1997	3.11613	3.15469
1998	3.61151	3.39043
1999	3.98112	3.50040
2000	3.97191	3.23155
2001		3.23200
平均		3.27225

推定のもととなる年（参考年）によって、2001年の近日点の推定値が幾分変わってしまうことが分かる。

表2に示す1991年から2001年までの各年の近日点から、近点年を求めたものが表3である。補間によって求めた近日点には多少の誤差があることは避けられないが、それにしても、近点年の長さが通説の365.25964日とはかなり異なる値となっている。

このように値が異なる理由は、太陽年の場合と同様に、通説の近点年が、地球と月の質量中心にある仮想地球に関して求められているからであり、地球自体の実際の公転軌道が滑らかな楕円形ではないからである。

表3 近点年の長さ

年	理科年表よりの 近日点 (通日)	近点年 (翌年の 近日点までの時間)
1991	3.79388	365.05530
1992	3.84918	365.32835
1993	3.17753	365.20046
1994	3.37799	365.23647
1995	3.61447	365.37433
1996	3.98880	365.12733
1997	3.11613	365.49539
1998	3.61151	365.36961
1999	3.98112	364.99078
2000	3.97191	365.26009
2001	3.23200	
平均		365.24381

仮想地球は、地球から月の方向に約0.00003 (AU) 離れているので、実際の地球の日赤緯 δ 、 ρ 、真太陽時と仮想地球のそれらとの間には僅かな差異が生ずる。その差異は、月の公転軌道の方角を無視して最大限に見積もっても、 δ で6"、 ρ で0.00003 (AU)、真太陽時で0.43 (s)の程度にしかならない。真太陽時の差異はそのまま均時差 e の差異となる。従って、仮想地球の δ 、 ρ 、 e と実際の地球のそれらとを同一視しても、そうすることによって生ずる実際の地球の δ 、 ρ 、 e の誤差は微細であることが分かる。

既述のような事情を考慮すると、実際の地球のある年の春分点や近日点を「非常に」正確に予測することは困難であることが分かる。建築的実用性からすれば、仮想地球に関して「適当に」決めた春分点や近日点をもとにして求めた仮想地球の日赤緯・均時差・地球太陽間距離が実際の地球に関して十分に精確であれば、それらを用いていいのではないかと考えられる。本研究においては、2001年の仮想地球の近日点として表2に示す3.27225日（通日）を採用し、2001年の仮想地球の春分点として後述のように79.56329日（通日）を採用し、それぞれを近点年及び太陽年の周期の起点（基準点）として採用することにした。どちらの値も、仮想地球の正確な近日点や春分点の値であるとはいえないが、それぞれ、仮想地球の「近日点に極めて近い（具体的には、近日点からの差異が3.27225の値に含まれる誤差に等しい）近点年中の特定の時点」と「春分点に極めて近い（具体的には、春分点からの差異が79.56329の値に含まれる誤差に等しい）太陽年中の特定の時点」にはなっている。本研究においては、これらの特定の時点をそれぞれ「代用近日点」「代用春分点」と呼ぶことにした。

3. 日赤緯 δ

日赤緯 δ は、太陽が天球の黄道上のどの点に位置するかによって決まる。太陽が天球の黄道上を一周する周期は1太陽年(365.24219日)であるから、日赤緯 δ の変動周期もまた1太陽年である。従って、日赤緯 δ の値は、太陽が黄道上の特定地点(例えば春分点)を通過してから経過時間の関数として求めるのがよいと考えられる。

そこで、まず、1997年から2001年までの5年間について、春分の日をそれぞれ30日経過した日の日赤緯として理科年表に載っている値をピックアップし、相互の関係に注目してみた。表4にそれらの値を示したが、一見すると、この表には 11° よりも少し大きな値が無秩序に並んでいるように見えるだけである。

表4 春分の日から30日目の日赤緯

春分点(世界時)	春分点からの経過時間	日赤緯
1997/3/20 13時 55分	29.4201日	$11^\circ 6' 41''$ (11.1114°)
1998/3/20 19時 55分	29.1701日	$11^\circ 1' 33''$ (11.0258°)
1999/3/21 1時 46分	29.9264日	$11^\circ 17' 17''$ (11.2881°)
2000/3/20 7時 35分	29.6840日	$11^\circ 12' 14''$ (11.2039°)
2001/3/20 13時 31分	29.4368日	$11^\circ 7' 5''$ (11.1181°)

図1は、春分経過後30日目の日赤緯として理科年表に載っている値を、太陽が春分点を通過してから経過時間の関数として図示したものである。

理科年表の値を書き移した表4だけを見ると、年によってかなり不規則に見える変動が、図1を見ると、実は、春分点通過後の経過時間に応じて整然と変動していることが分かる。このことから、日赤緯は、春分の日とか1月0日(前年の12月31日)とかからの整数で表わした経過日数の関数としてではなく、太陽年中の特定の時点(例えば春分点)からの経過時間の関数として求めることの妥当性が認められる。

図1 春分経過後30日目の日赤緯

そこで、本研究では、日赤緯 δ (deg) を太陽の春分点通過後の経過時間 x (日)を変数とするフーリエ級数で近似することを試みた。

フーリエ級数の係数は、まず、周期を太陽年として、その周期を96個に等分割したそれぞれの瞬間の日赤緯 δ (deg)を、2001~2002年の理科年表に示されているその瞬間の前後の4時点の値から補間で求め、

それらの値から調和解析の理論³⁾に基づいて求めた。この計算の過程では、理科年表掲載の δ の値を仮想地球の δ の値と見なしている。

日赤緯 δ (deg)を次の関係式(2)で近似することにすれば、そこに現れる係数 a_m ($0 \leq m \leq 48$)と b_m ($1 \leq m \leq 47$)は、調和解析の理論によって、表5に示すように求められる。

$$\delta = a_0 + \sum_{m=1}^{48} a_m \cos\left(\frac{2m\pi}{365.24219}x\right) + \sum_{m=1}^{47} b_m \sin\left(\frac{2m\pi}{365.24219}x\right) \quad \cdots (2)$$

表5 式(2)の a_0 、 a_m 、 b_m の値

a_0	0.378154				
$a_1 \sim a_3$	-0.753300	0.363869	0.019888	-0.007529	-0.000852
$a_4 \sim a_{10}$	0.000269	0.000052	0.000017	0.000023	0.000028
$a_{11} \sim a_{15}$	0.000119	-0.000073	-0.000025	0.000028	0.000016
$a_{16} \sim a_{20}$	0.000022	-0.000007	0.000008	0.000012	0.000008
$a_{21} \sim a_{25}$	0.000003	0.000005	0.000019	0.000010	0.000020
$a_{26} \sim a_{30}$	0.000019	0.000018	0.000014	0.000009	0.000010
$a_{31} \sim a_{35}$	0.000016	0.000030	0.000009	0.000022	0.000024
$a_{36} \sim a_{40}$	0.000026	0.000002	0.000018	-0.000005	0.000014
$a_{41} \sim a_{45}$	0.000008	0.000009	0.000024	0.000005	0.000014
$a_{46} \sim a_{48}$	-0.000006	0.000028	0.000008		
$b_1 \sim b_3$	23.250994	0.112605	-0.170213	-0.002986	0.003400
$b_4 \sim b_{10}$	0.000155	-0.000054	0.000055	0.000062	0.000116
$b_{11} \sim b_{15}$	0.000323	-0.000096	0.000243	-0.000218	-0.000088
$b_{16} \sim b_{20}$	-0.000053	-0.000039	-0.000045	-0.000038	-0.000033
$b_{21} \sim b_{25}$	-0.000028	-0.000024	-0.000028	-0.000005	-0.000018
$b_{26} \sim b_{30}$	-0.000008	0.000002	-0.000008	-0.000012	-0.000013
$b_{31} \sim b_{35}$	-0.000004	0.000005	-0.000004	0.000003	-0.000010
$b_{36} \sim b_{40}$	-0.000004	0.000013	-0.000007	-0.000007	-0.000005
$b_{41} \sim b_{45}$	-0.000022	-0.000012	0.000024	-0.000010	0.000013
$b_{46} \sim b_{47}$	-0.000002	-0.000009			

式(2)中の x (日)としては春分点からの経過時間を採用するのがよいと思われたが、春分点の正確な通日が不明であるため、式(3)で与えられるもので代用することにした。ここに、通日とは世界時の1月0日0時からの経過時間を意味するものとする。

$$x = \text{通日} - \text{その年の代用春分点の通日} \quad \cdots (3)$$

式(2)の精度を調べるために、この式を用いて2001年の日赤緯 δ を求めてみたところ、表6のような値が得られた。この計算の過程では2001年の代用春分点の通日として79.56329 (日)を用いた。この値は理科年表掲載の1日毎の δ の数表から補間で求めたものであるが、これを日時分に換算して分の小数部分を四捨五入すると、春分点として理科年表中の別表に特記されている表1の値と一致する。そこで、本研究においては、正確な値は不明であるが、この値を仮想地球の2001年の春分点として代用することにした。念のために言及すると、ここで採用した2001年の代用春分点の通日79.56329 (日)を仮想地球の真の春分点の通日と見なした場合の誤差がたとえかなり大きかったとしても、前述のように、代用春分点は太陽年中の1つの特定の時点となっていて、その特定の時点に基づいて表5の値が求められているので、代用春分点の真の春分点からの誤差が、式(2)、(4)及び表5から得られる δ の精度を損うことはない。表6から判断すると、この式(2)と表5から求められる δ の値は十分な精度を有すると判断してよさそうである。

表6 日赤緯 δ の誤差の検討

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
2001年3月22日(通日81日)	0° 34' 6"	0° 34' 3"	3"
2001年6月20日(通日171日)	23° 25' 57"	23° 25' 57"	0"
2001年9月18日(通日261日)	1° 55' 39"	1° 55' 39"	0"
2001年12月17日(通日351日)	-23° 20' 54"	-23° 20' 54"	0"

ここで、式(2)中の a_m 、 b_m のうちで、値が小さい a_7 、 b_7 以降を省略すると、

$$\delta = 0.37815$$

$$\begin{aligned} & -0.75330 \cos\left(\frac{2\pi}{365.24219}x\right) + 23.25099 \sin\left(\frac{2\pi}{365.24219}x\right) \\ & + 0.36367 \cos\left(\frac{4\pi}{365.24219}x\right) + 0.11261 \sin\left(\frac{4\pi}{365.24219}x\right) \\ & + 0.01989 \cos\left(\frac{6\pi}{365.24219}x\right) - 0.17021 \sin\left(\frac{6\pi}{365.24219}x\right) \\ & - 0.00753 \cos\left(\frac{8\pi}{365.24219}x\right) - 0.00299 \sin\left(\frac{8\pi}{365.24219}x\right) \\ & - 0.00065 \cos\left(\frac{10\pi}{365.24219}x\right) + 0.00340 \sin\left(\frac{10\pi}{365.24219}x\right) \\ & + 0.00027 \cos\left(\frac{12\pi}{365.24219}x\right) + 0.00016 \sin\left(\frac{12\pi}{365.24219}x\right) \quad \dots (4) \end{aligned}$$

となり、この式(4)から日赤緯 δ を求めてみると表7のようになった。

表7 日赤緯 δ の誤差の検討

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
2001年3月22日(通日81日)	0° 34' 5"	0° 34' 3"	2"
2001年6月20日(通日171日)	23° 25' 57"	23° 25' 57"	0"
2001年9月18日(通日261日)	1° 55' 39"	1° 55' 39"	0"
2001年12月17日(通日351日)	-23° 20' 54"	-23° 20' 54"	0"

この2つの表から、項数の多い式(2)を用いても、項数の少ない式(4)を用いても計算結果に殆ど差がないことが分かる。他の幾つかの時点についても両式の計算結果を比較してみたが、実用上問題となるような差は見られなかった。

従って、日赤緯 δ の関係式としては、式(4)でも十分であると思われる。

4. 地球太陽間の距離 ρ

地球太陽間の距離 ρ は、地球が公転軌道上のどの点に存在するかによって決まり、天文単位(AU)を単位として表示することが普通である。仮想地球の公転軌道は太陽を焦点とする楕円形で、仮想地球の公転周期は1近点年(365.25964日)であるから、 ρ の変動周期もまた1近点年である。従って、 ρ は、仮想地球が地球公転軌道上の特定点(例えば近日点)を通過してからの経過時間の関数として求めるのがよいと考えられる。

そこで、「2. 太陽年と近点年について」において決定した代用近日点(3.27225日)を起点に、既述の δ についてと同様な方法で、 ρ のフーリエ級数による表示を試みると、式(5)と表8の係数が得られる。

$$\rho = a_0 + \sum_{m=1}^{48} a_m \cos\left(\frac{2m\pi}{365.25964}x\right) + \sum_{m=1}^{47} b_m \sin\left(\frac{2m\pi}{365.25964}x\right) \dots (5)$$

表8 式(5)の a_0 、 a_m 、 b_m の値

a_0	1.0001385				
$a_1 \sim a_5$	-0.0166805	-0.0001516	-0.0000056	-0.0000028	-0.0000013
$a_6 \sim a_{10}$	-0.0000014	-0.0000015	-0.0000016	-0.0000016	-0.0000041
$a_{11} \sim a_{15}$	-0.0000054	-0.0000189	0.0000112	0.0000040	0.0000030
$a_{16} \sim a_{20}$	0.0000013	0.0000012	0.0000014	0.0000013	0.0000010
$a_{21} \sim a_{25}$	0.0000006	0.0000009	0.0000010	0.0000035	-0.0000001
$a_{26} \sim a_{30}$	0.0000003	0.0000003	0.0000003	0.0000004	0.0000002
$a_{31} \sim a_{35}$	0.0000002	0.0000002	0.0000004	0.0000002	0.0000006
$a_{36} \sim a_{40}$	0.0000003	0.0000005	-0.0000002	0.0000001	0.0000001
$a_{41} \sim a_{45}$	0.0000001	0.0000001	0.0000000	0.0000001	0.0000001
$a_{46} \sim a_{48}$	0.0000001	-0.0000010	0.0000002		
$b_1 \sim b_5$	0.0000085	0.0000020	-0.0000028	-0.0000020	-0.0000015
$b_6 \sim b_{10}$	-0.0000016	-0.0000014	-0.0000017	-0.0000003	-0.0000009
$b_{11} \sim b_{15}$	-0.0000018	-0.0000045	0.0000023	0.0000017	0.0000002
$b_{16} \sim b_{20}$	0.0000006	-0.0000002	0.0000003	0.0000000	0.0000003
$b_{21} \sim b_{25}$	0.0000000	0.0000002	-0.0000002	-0.0000005	0.0000001
$b_{26} \sim b_{30}$	0.0000001	0.0000001	0.0000000	0.0000001	0.0000000
$b_{31} \sim b_{35}$	0.0000001	-0.0000001	0.0000000	0.0000001	0.0000002
$b_{36} \sim b_{40}$	0.0000001	-0.0000001	0.0000001	0.0000000	0.0000000
$b_{41} \sim b_{45}$	-0.0000001	0.0000000	0.0000000	0.0000001	0.0000000
$b_{46} \sim b_{47}$	0.0000001	0.0000004			

式(5)中の x (日)は式(6)で与えられる。ここで代用近日点を採用しているのは、 δ を求める際に代用春分点を採用したのと同様の理由による。

$$x = \text{通日} - \text{その年の代用近日点の通日} \quad \dots (6)$$

式(5)と表8から得られる ρ の値の精度を2001年について既述と同様な方法で調べてみると、関連する数値が表9のように得られた。この表から、式(5)と表8から得られる ρ の値は十分な精度を有するとしてよさそうである。なお、式(6)中の代用春分点を仮想地球の真の近日点と見なしたときにその誤差がたとえ大きかったとしても、そのことが式(5)と表8から得られる ρ の値の精度を損うことにはならないことはいうまでもない。

表9 地球太陽間距離 ρ の誤差

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
2001年3月22日(通日81日)	0.99645	0.99645	0.00000
2001年6月20日(通日171日)	1.01618	1.01618	0.00000
2001年9月18日(通日261日)	1.00488	1.00488	0.00000
2001年12月17日(通日351日)	0.98412	0.98412	0.00000

また、その式の a_7 、 b_7 以降の係数をすべて0としても十分な精度を保つことも分かる(表10参照)。

表10 地球太陽間距離 ρ の誤差(a_7 、 b_7 以降の係数をすべて0とした場合)

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
2001年3月22日(通日81日)	0.99642	0.99645	-0.00003
2001年6月20日(通日171日)	1.01615	1.01618	-0.00003
2001年9月18日(通日261日)	1.00485	1.00488	-0.00003
2001年12月17日(通日351日)	0.98408	0.98412	-0.00004

なお、 ρ については、井上丰典・鈴木邦弘両氏著の書物にユリウス日を独立変数とする優れた略算式⁴⁾が紹介されているが、ここでは詳述しない。

5. 均時差 e

均時差 e は、地球が公転軌道上を動く速さの影響を強く受けるので、地球太陽間の距離 ρ と同様に、周期を1近点年として、地球が公転軌道上の特定地点（例えば近日点）を通過してからの経過時間 x (日)の関数として表示することがよさそうである。

そこで均時差 e を、前項で求めた2001年の近日点(3.27225)を起点に、周期を近点年として、 δ や ρ についてと同様な方法でフーリエ級数によって表示することを試みた。

均時差 e を次の関係式(7)で近似することにすれば、そこに現れる係数 a_m ($0 \leq m \leq 48$)と b_m ($1 \leq m \leq 47$)は、調和解析の理論によって、表11に示すように求められる。

$$e = a_0 + \sum_{m=1}^{48} a_m \cos\left(\frac{2m\pi}{365.25964}x\right) + \sum_{m=1}^{47} b_m \sin\left(\frac{2m\pi}{365.25964}x\right) \quad \cdots (7)$$

表11 式(7)の a_0 、 a_m 、 b_m の値

a_0	0.00938				
$a_1 \sim a_5$	0.14172	-4.30575	-0.13205	-0.16984	-0.01038
$a_6 \sim a_{10}$	-0.00626	-0.00045	-0.00015	-0.00007	-0.00020
$a_{11} \sim a_{15}$	-0.00007	-0.00102	0.00072	0.00034	0.00028
$a_{16} \sim a_{20}$	0.00010	0.00021	0.00012	0.00008	0.00016
$a_{21} \sim a_{25}$	0.00003	0.00011	0.00011	0.00004	-0.00002
$a_{26} \sim a_{30}$	0.00022	0.00020	0.00003	0.00023	0.00019
$a_{31} \sim a_{35}$	0.00020	0.00013	0.00016	0.00008	0.00008
$a_{36} \sim a_{40}$	0.00010	0.00010	0.00007	-0.00007	0.00017
$a_{41} \sim a_{45}$	0.00019	0.00021	0.00021	0.00007	0.00002
$a_{46} \sim a_{48}$	0.00013	0.00008	0.00008		
$b_1 \sim b_5$	-7.35058	-8.94384	-0.28744	-0.13790	-0.00822
$b_6 \sim b_{10}$	-0.00100	0.00049	0.00073	0.00088	0.00109
$b_{11} \sim b_{15}$	0.00161	0.00560	-0.00314	-0.00095	-0.00087
$b_{16} \sim b_{20}$	-0.00051	-0.00050	-0.00034	-0.00030	-0.00023
$b_{21} \sim b_{25}$	-0.00019	-0.00020	-0.00029	-0.00017	-0.00007
$b_{26} \sim b_{30}$	-0.00016	-0.00011	-0.00004	0.00001	-0.00007
$b_{31} \sim b_{35}$	-0.00005	-0.00018	-0.00005	-0.00010	-0.00015
$b_{36} \sim b_{40}$	-0.00006	-0.00010	0.00007	-0.00002	0.00004
$b_{41} \sim b_{45}$	-0.00007	0.00002	-0.00003	0.00013	-0.00009
$b_{46} \sim b_{47}$	0.00009	0.00003			

式中の x (日)には式(8)から得られる値を用いる。

$$x = \text{通日} - \text{その年の代用近日点の通日} \quad \cdots (8)$$

式(7)の精度を上述と同様の方法で2001年について調べてみると、関連する数値が表12のように得られた。

表12 均時差 e の誤差

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
2001年3月22日(通日81日)	-6 m 59.3 s	-6 m 59.4 s	0.1 s
2001年6月20日(通日171日)	-1 m 26.0 s	-1 m 26.0 s	0.0 s
2001年9月18日(通日261日)	5 m 43.3 s	5 m 43.3 s	0.0 s
2001年12月17日(通日351日)	4 m 4.6 s	4 m 4.6 s	0.0 s

また、式(7)中の a_7 、 b_7 以降の係数をすべて0として均時差 e を求めてみると表13のようになった。

表13 均時差 e の誤差(a_7 、 b_7 以降の係数をすべて0とした場合)

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
2001年3月22日(通日81日)	-6 m 59.6 s	-6 m 59.4 s	-0.2 s
2001年6月20日(通日171日)	-1 m 26.1 s	-1 m 26.0 s	-0.1 s
2001年9月18日(通日261日)	5 m 43.4 s	5 m 43.3 s	0.1 s
2001年12月17日(通日351日)	4 m 4.7 s	4 m 4.6 s	0.1 s

この2つの表から、項数の多い式(7)を用いても、 a_7 、 b_7 以降を省略して項数を減らしても、計算結果に殆ど差がないことが分かる。他の幾つかの時点についても両式の計算結果を比較してみたが、実用上問題となるような差は見られなかった。従って、均時差 e の関係式としては、式(7)の a_7 、 b_7 以降を省略しても精度は十分に保てると思われる。

6. 未来の δ 、 ρ 、 e の推測とまとめ

日赤緯の計算式においては仮想地球の代用春分点を起点とし、地球太陽間距離と均時差の計算式においては仮想地球の代用近日点を起点としたが、仮想地球の未来の代用春分点、代用近日点を求めることは2001年の代用春分点、代用近日点にそれぞれ太陽年、近点年の何倍かを加算すれば求めることができるので、この論文で述べられている計算式を用いれば未来の日赤緯、地球太陽間距離、均時差の予測が十分な精度をもって可能であると考えられる。

本研究で採用した2001年の代用春分点、代用近日点を起点に、太陽年(365.24219日)、近点年(365.25964日)を加算して、未来の代用春分点、代用近日点を予測すると、表14、15のような値が得られる。

表14 仮想地球の未来の代用春分点

通日	暦
2001年 79.56329 日	3月20日13時31分8秒
2002年 79.80548 日	3月20日19時19分54秒
2003年 80.04767 日	3月21日1時8分39秒
2004年 80.28986 日	3月20日6時57分24秒
2005年 79.53205 日	3月20日12時46分9秒
2006年 79.77424 日	3月20日18時34分55秒
2007年 80.01643 日	3月21日0時23分40秒
2008年 80.25862 日	3月20日6時12分25秒
2009年 79.50081 日	3月20日12時1分10秒
2010年 79.74300 日	3月20日17時49分55秒
2011年 79.98519 日	3月20日23時38分41秒

表15 仮想地球の未来の代用近日点

通日	暦
2001年 3.27225 日	1月3日6時32分2秒
2002年 3.53189 日	1月3日12時45分55秒
2003年 3.79153 日	1月3日18時59分48秒
2004年 4.05117 日	1月4日1時13分41秒
2005年 3.31081 日	1月3日7時27分34秒
2006年 3.57045 日	1月3日13時41分27秒
2007年 3.83009 日	1月3日19時55分20秒
2008年 4.08973 日	1月4日2時9分12秒
2009年 3.34937 日	1月3日8時23分5秒
2010年 3.60901 日	1月3日14時36分58秒
2011年 3.86865 日	1月3日20時50分51秒

表14、15に示す予測値は仮想地球に関するものであるから、それらと実際の地球の春分点や近日点との間には、表1、表3から判断すると、最大では、春分点で5分程度、近日点では5時間程度の時間的な差異が生ずることが分かる。これらの差異は自然現象として生ずるものであって、仮想地球の春分点や近日点の推定値とそれらの真の値との間の誤差ではない。これらの差異によって実際の地球の δ 、 ρ 、

e に反映される誤差は、それらの年間変動の様子から判断して、 δ で5"以下、 ρ で0.00006 (AU) 以下、 e で6 (s) 以下と考えられる。

また、念のため、本研究で得られた δ 、 ρ 、 e の近似計算式の精度を過去の1991、1994、1997年について調べてみたところ、それぞれ、表16、17、18のような値が得られた。なお、ここで使用した代用春分点、代用近日点は本研究で採用した2001年の代用春分点、代用近日点からそれぞれ当該太陽年、近日年さかのぼったものである。

表6、9、12、16、17、18などに示されている値や、「2. 太陽年と近日年について」で述べている仮想地球の δ 、 ρ 、 e と実際の地球のそれらとの間の差異、並びにこの直前で述べている仮想地球の代用春分点及び代用近日点と実際の地球の春分点及び近日点との間の差異によって生ずる δ 、 ρ 、 e の誤差などから判断して、これらの式は未来の値の推測に関しても実用に耐える精度を有するものとしてよさそうである。本研究で得られた δ 、 ρ 、 e の近似式から得られる値の誤差は、概ね、 δ では30"以下、 ρ では0.0001 (AU) 以下、 e では6 (s) 以下と考えてよさそうである。

表16 δ の式の精度の検討

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
1991年3月25日 (通日84日)	1° 31' 21"	1° 31' 42"	-21"
1991年6月23日 (通日174日)	23° 26' 4"	23° 26' 13"	-9"
1991年9月21日 (通日264日)	0° 59' 17"	0° 59' 7"	10"
1991年12月20日 (通日354日)	-23° 25' 0.3"	-23° 25' 7"	7"
1994年3月19日 (通日78日)	-0° 44' 15"	-0° 43' 57"	-18"
1994年6月17日 (通日168日)	23° 21' 53"	23° 21' 53"	0"
1994年9月15日 (通日258日)	3° 12' 9.9"	3° 11' 59"	11"
1994年12月14日 (通日348日)	-23° 10' 54"	-23° 10' 54"	0"
1997年3月23日 (通日82日)	0° 57' 1.1"	0° 57' 19"	-18"
1997年6月21日 (通日172日)	23° 26' 17"	23° 26' 12"	5"
1997年9月19日 (通日262日)	1° 33' 7.7"	1° 33' 10"	-2"
1997年12月18日 (通日352日)	-23° 22' 52"	-23° 22' 46"	-6"

表17 ρ の式の精度の検討

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
1991年3月25日 (通日84日)	0.99718	0.99711	0.00007
1991年6月23日 (通日174日)	1.01634	1.01631	0.00003
1991年9月21日 (通日264日)	1.00416	1.00412	0.00004
1991年12月20日 (通日354日)	0.98389	0.98383	0.00006
1994年3月19日 (通日78日)	0.99554	0.99554	0.00000
1994年6月17日 (通日168日)	1.01592	1.01592	0.00000
1994年9月15日 (通日258日)	1.00573	1.00569	0.00004
1994年12月14日 (通日348日)	0.98442	0.98434	0.00008
1997年3月23日 (通日82日)	0.99674	0.99667	0.00007
1997年6月21日 (通日172日)	1.01625	1.01624	0.00001
1997年9月19日 (通日262日)	1.00459	1.00454	0.00005
1997年12月18日 (通日352日)	0.98402	0.98396	0.00006

表18 e の式の精度の検討

世界時0時	計算による値	理科年表の値	差
1991年3月25日 (通日84日)	-6 m 12.6 s	-6 m 16.8 s	4.2 s
1991年6月23日 (通日174日)	-2 m 0.2 s	-1 m 57.6 s	-2.6 s
1991年9月21日 (通日264日)	6 m 38.5 s	6 m 35.3 s	3.2 s
1991年12月20日 (通日354日)	2 m 47.8 s	2 m 51.0 s	-3.2 s
1994年3月19日 (通日78日)	-7 m 55.8 s	-7 m 59.4 s	3.6 s
1994年6月17日 (通日168日)	-0 m 44.2 s	-0 m 43.0 s	-1.2 s
1994年9月15日 (通日258日)	4 m 35.5 s	4 m 33.1 s	2.4 s
1994年12月14日 (通日348日)	5 m 36.9 s	5 m 37.8 s	-0.9 s
1997年3月23日 (通日82日)	-6 m 40.7 s	-6 m 43.8 s	3.1 s
1997年6月21日 (通日172日)	-1 m 39.7 s	-1 m 38.4 s	-1.3 s
1997年9月19日 (通日262日)	6 m 5.4 s	6 m 5.4 s	0.0 s
1997年12月18日 (通日352日)	3 m 34.0 s	3 m 36.6 s	-2.6 s

【参考文献】

- 1) 例えば、山崎均：日照環境のための基礎計算式、日本建築学会論文報告集 No. 288, pp.139-147, 1980.2
- 2) 国立天文台：理科年表、丸善、1990～2001
- 3) 本間仁、春日屋伸昌：次元解析・最小2乗法と実験式、コロナ社、1957
- 4) 井上圭典、鈴木邦弘：天体位置略算式の解説、海文堂、1991

(2002年4月4日原稿受理、2002年8月29日採用決定)