仕切りのある中空層の放射熱伝達率の計算法

CALCULATION METHODS OF RADIATIVE HEAT TRANSFER COEFFICIENT FOR DIVIDED AIRSPACES

赤坂 裕*
Hiroshi AKASAKA

The airspaces existing in exterior walls and window frames influence the overall heat transfer of these building components. The heat transfer in the airspaces consists of convective heat transfer and radiative heat transfer. The radiative heat transfer coefficient of the airspaces varies largely with their surface emissivities, surface temperatures, and two- or three-dimensional (3-D) shapes. Therefore, it is important to calculate the radiative heat transfer coefficient of the airspaces as accurate as possible considering the effects of these factors.

In this paper, the calculation equations of the 2-D radiative heat transfer coefficient adopted in ISO 6946, ISO 10077-2, ISO/FDIS 15099, and JIS A 2101 are derived and the necessary assumptions for the derivations are summarized. Then it is shown that the 3-D equation is easily derived from the 2-D equation adopted in ISO/FDIS 15099. Numerical calculation method of 3-D equation considering the effect of the surface temperature distribution is developed. The recommended ranges for the use of the equations are summarized on the basis of the comparison with the accurate numerical method.

Keywords : Radiative heat transfer coefficient, Thermal resistance, Building component, Window frames, ISO

放射熱伝達率、熱抵抗、建築部材、窓枠、国際規格

1. はじめに

外壁や窓枠等に含まれる中空層の熱抵抗は、それらの部位の断熱性能に影響する。中空層の熱抵抗を R_g とすると、 R_g はその対流熱伝達率 h_c と放射熱伝達率 h_r より次式で表される。

$$R_g = \frac{1}{h_c + h_r} \quad \dots (1)$$

式(1)の R_g を用い、式(2)より中空層の等価熱伝導率 λ_e を求めることができる。

$$\lambda_e = \frac{L}{R_g} \quad \dots (2)$$

ここに、 L は熱流方向の中空層の厚さである。

中空層の放射と対流による伝熱を式(2)による λ_e で代表させ、中空層を含む外壁、窓枠等の伝熱を固体伝熱に置き換えて一括して解く方法がある。このような簡易計算法は、既にISO^{4), 5), 6)}, JIS⁸⁾等で採用されており、仕切りのある外壁や複雑な形状の中空層を含む窓枠の熱貫流率を求める計算に応用されている^{1), 2), 3)}。本稿では、式(1)の右辺の h_r 、すなわち放射熱伝達率をとりあげ、中空層の2,3次元形状及び内表面の放射率を考慮した放射熱伝達率の計算法を整理し、中空層を含む外壁や窓の断熱性能設計計算法の実効性を高めることをその主な目的とする。

従来我が国では、式(1)の h_r として無限平行平面間の式(1次元式)を用いてきた。外壁に含まれる中空層は、一般に厚さに対して幅と高

さが大きいので、1次元式を適用してもそれ程問題は生じないが、間柱や横胴縁が多く含まれる壁体では、これらの仕切りの影響が放射熱伝達率に現れる。また、窓枠等の押し出し型材には多くの中空層が含まれており、それらの放射熱伝達率には2, 3次元形状が強く影響する。既に、ISO6946:1996(E)⁴⁾, ISO10077-2(98)⁵⁾, ISO/FDIS 15099⁶⁾等には、中空層の2次元形状を考慮した放射熱伝達率の式(2次元式)が掲載されている。本稿では、まずこれらのISOで採択されている2次元式の導出法と導出過程における仮定条件を整理する。仕切りのある中空層の形状の3次元性が強くなるにつれて、2次元式の誤差は大きくなる。そのため、ISOの2次元式から3次元式を導く。ISOの2次元式、及びそれを3次元に拡張した式では仕切りの表面温度が一樣であると仮定されているが、実際には温度の分布が生じている。そこで、これらの表面温度の分布を考慮した精度の高い数値計算法により放射熱伝達率を計算する。本稿で取り上げた各種計算法による計算値を比較し、それぞれの計算法の精度と適用範囲を整理することにする。

2. 仕切りのある中空層の2次元放射熱伝達率の計算法

通常、外壁に含まれる中空層の放射熱伝達率は、よく知られているように、無限平行平面間(1次元)の放射熱伝達を表す式(3)から計算される。

$$h_{r1} = E_1 h_{r0} \quad \dots (3)$$

* 鹿児島大学工学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kagoshima University, Dr. Eng.

図1 縦横の仕切りによって区切られた中空層

ただし、

$$E_1 = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad \dots (4)$$

h_{r0} は表面が黒体のときの放射熱伝達率であり次式で表される。

$$h_{r0} = 4\sigma T_m^3 \quad \dots (5)$$

式(3)の h_{r1} の下付き数字の1はこの放射熱伝達率 h_r が1次元式であることを表す。また、式(4)の ϵ の下付き数字の1は高温面、2は低温面を表す。式(3)では高温面と低温面が無限に広がっていると仮定されている。この仮定による誤差は、外壁に含まれる中空層の厚さ L が両面の縦横の寸法 W, H に比べて十分小さい場合には無視できるが、図1のように中空層に多くの仕切りがある場合には無視できず、3次元の放射熱授受を考慮した放射熱伝達率を計算しなければならない。

図1から高温面、低温面、及び2つの側壁と上面、底面で仕切られたひとつの3次元ユニットを取り出した図が図2である。図2において、仕切りが左右または上下のいずれか片方だけであれば、3次元でなく2次元の放射熱伝達問題として扱える。ISO^{4), 5), 6)}では、このような2次元中空層の放射熱伝達率を求める式が用いられている。そこで、まずISOに現れる2つの式を導出する。

2. 1 ISO6946:1996 (E), ISO10077-2 (98) の式

図3において、面1から対向面2への形態係数 $F_{1 \rightarrow 2}$ は、よく知られているように式(6)で表される。

$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{2}{\pi HW} (W\sqrt{H^2 + L^2} \tan^{-1} \frac{W}{\sqrt{H^2 + L^2}} + H\sqrt{W^2 + L^2} \tan^{-1} \frac{H}{\sqrt{W^2 + L^2}} - WL \tan^{-1} \frac{W}{L} - HL \tan^{-1} \frac{H}{L} - L^2 \log \frac{L\sqrt{H^2 + W^2 + L^2}}{\sqrt{H^2 + L^2} \sqrt{W^2 + L^2}}) \quad \dots (6)$$

図3 平行な2面

図4 直交する2面

図2 図1から取り出したひとつの3次元中空層

側壁だけで仕切られた中空層の形態係数 $F_{W,1 \rightarrow 2}$ は、式(6)で $H \rightarrow \infty$ とし得られる。すなわち、

$$F_{W,1 \rightarrow 2} = \sqrt{1 + \frac{L^2}{W^2}} - \frac{L}{W} \quad \dots (7)$$

図4の面1から側壁3への形態係数 $F_{1 \rightarrow 3}$ より、側壁だけで仕切られた中空層の形態係数 $F_{W,1 \rightarrow 3}$ も同様にして導かれる。

$$F_{W,1 \rightarrow 3} = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{W} - \sqrt{1 + \frac{L^2}{W^2}} + 1 \right) \quad \dots (8)$$

面1が発散する放射熱の総量 q_r は、面1が対向面2に発散する放射熱 $q_{r,1 \rightarrow 2}$ と、側壁3,4に発散する放射熱 $q_{r,1 \rightarrow 3,4}$ の和である。すなわち、

$$q_r = q_{r,1 \rightarrow 2} + q_{r,1 \rightarrow 3,4} \quad \dots (9)$$

$q_{r,1 \rightarrow 2}$, $q_{r,1 \rightarrow 3,4}$ を、それぞれ無限平行平面間の放射熱伝達率に形態係数と温度差を掛けて表すことができると仮定する。側壁4の表面温度 t_4 が t_3 に等しいという条件を導入すると式(9)より式(10)が得られる。

$$q_r = A_1 E_1 h_{r0} F_{W,1 \rightarrow 2} (t_1 - t_2) + 2A_1 E_1 h_{r0} F_{W,1 \rightarrow 3} (t_1 - t_3) \quad \dots (10)$$

但し、式(10)の右辺第2項の E_1 は、面3の放射率が面2の放射率と類似しているという仮定のもとに用いている。次に、側壁の表面温度が高温面と低温面の平均温度であると仮定する。すなわち、

$$t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2} \quad \dots (11)$$

そうすると、2次元中空層の高温面、低温面間の放射熱伝達率 h_{rII} は式(12)で表される。

$$h_{rII} = E_1 h_{r0} (F_{W,1 \rightarrow 2} + F_{W,1 \rightarrow 3}) \quad \dots (12)$$

式(12)に、式(7)、式(8)を代入すると、

$$h_{rII} = E_2 h_{r0} \quad \dots (13)$$

ここに

$$E_2 = \frac{E_1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{L^2}{W^2}} - \frac{L}{W} \right) \quad \dots (14)$$

式(12)、(13)の h_{rII} の下付き数字のIIは、この放射熱伝達率が2次元式であることを表す。式(13)は左右だけに仕切りがある中空層、すなわち側壁だけで仕切られた中空層に適用できる式であるが、上下だけ

に仕切りがある中空層，すなわち側壁が無く上面と底面だけで仕切られている中空層では，式(14)の W を H に置き換えればよい。式(13)は，ISO6946:1996(E) 及び ISO 10077-2(98)で用いられているが，この式は，以下の仮定のもとに導かれていることがわかる。

- 1) 放射熱の総量 q_r を式(10)で近似していること。
- 2) 仕切りの表面温度が，高温面と低温面の平均温度で与えられること。
- 3) 仕切りの放射率が，低温面の放射率と類似していること。

2. 2 ISO/FDIS15099 の式

面 i のラジオシエティ J_i とは，面 i が単位面積当たり発散する放射と反射する放射の総量であって次式で表される⁷⁾。

$$J_i = \varepsilon_i E_b(T_i) + (1 - \varepsilon_i) G_i \quad \dots (15)$$

式(15)の右辺第1項が発散する放射，第2項が反射する放射で， G_i は，

$$G_i = \sum_j F_{i \rightarrow j} J_j \quad \dots (16)$$

$E_b(T_i)$ は，表面温度が T_i の黒体放射である。すなわち，

$$E_b(T_i) = \sigma T_i^4 \quad \dots (17)$$

面 i が発散する正味の放射量 $q_{r,i \rightarrow \text{all}}$ を，ラジオシエティを用いて表すと，

$$\begin{aligned} q_{r,i \rightarrow \text{all}} &= (J_i - G_i) A_i \\ &= \frac{E_b(T_i) - J_i}{\frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i A_i}} \quad \dots (18) \end{aligned}$$

面 i から面 j への放射熱伝達量 $q_{r,i \rightarrow j}$ を，ラジオシエティを用いて表すと，

$$\begin{aligned} q_{r,i \rightarrow j} &= J_i A_i F_{i \rightarrow j} - J_j A_j F_{j \rightarrow i} \\ &= A_i F_{i \rightarrow j} (J_i - J_j) \quad \dots (19) \end{aligned}$$

式(19)は次式のように書くことができる。

$$q_{r,i \rightarrow j} = \frac{J_i - J_j}{1/(A_i F_{i \rightarrow j})} \quad \dots (20)$$

図2のユニットが上下，左右につながっているとき，囲まれたひとつのユニットの側壁3,4，上面5及び底面6は断熱境界とみなすことができる。上下，左右につながっているユニットが図2と同じ形状でなくても，当該ユニットが何らかの中空層に囲まれているならば，当該ユニットの側壁3,4，上面5及び底面6に断熱境界条件を適用することができよう。これらの断熱境界面において放射熱平衡が成立していると仮定する。ここに，「放射熱平衡が成立している」とは，その面における放射熱収支が零になるという意味である。

図5は，図2のユニットにおいて， H が十分に大きく側壁で放射熱平衡が成立しているという条件のもとで，面1から面2への放射熱伝達を電気回路に置き換えたものである。図5より，面1から面2への放射熱伝達 $q_{r,1 \rightarrow 2}$ は次式で表される。

$$q_{r,1 \rightarrow 2} = \frac{E_b(T_1) - E_b(T_2)}{R_2} \quad \dots (21)$$

式(21)の R_2 は $E_b(T_1)$ ， $E_b(T_2)$ 間の全抵抗である。図5の回路より

図5 側壁で仕切られた2次元中空層内の放射熱伝達の回路表示

R_2 を合成すると式(22)が得られる。

$$R_2 = \frac{1}{WH} \left\{ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{F_{W,1 \rightarrow 3} + F_{W,1 \rightarrow 2}} - 2 \right\} \quad \dots (22)$$

式(7)，(8)，(22)を式(21)に代入して整理すると式(23)が得られる。

$$q_{r,1 \rightarrow 2} = WH \cdot h_{rII} (t_1 - t_2) \quad \dots (23)$$

ここに，

$$h_{rII} = h_{r0} E_2' \quad \dots (24)$$

$$E_2' = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 2 + \frac{1}{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{L^2}{W^2}} - \frac{L}{W} \right)}} \quad \dots (25)$$

式(24)の h_{rII} の下付数字のIIは，この放射熱伝達率が2次元式であることを表す。式(24)はISO/FDIS15099で用いられている式であって，以上の導出過程からわかるように次の点が仮定されている。

- 1) 仕切りにおいて，放射熱平衡が成立していること。
- 2) 仕切りの表面温度には分布がなく一様であること。

仮定1)は，既に述べたように対象とする中空層の左右（または上下）に類似した中空層がある場合には無理なく導入できると考えられる。前出の式(13)の導出過程では，仕切りの温度を仮定したことにより仕切りの放射率も仮定しなければならなかったが，式(24)の導出過程では，この仮定1)を導入したことにより，放射熱伝達率は仕切りの放射率に無関係になる。4. で明らかになるように，これは仕切りの温度が仕切りの放射率に無関係に定まることによる。しかし，例えば，中空層の左右（または上下）が外気等に接しているためこれらの面で断熱境界条件が成立しない場合は，この仮定1)も成立しないことに注意を要する。

仮定2)をはずすには，考慮する温度数に応じて仕切りを分割しなければならない。そうすると放射熱伝達率を代数式で表すことが極めて困難となる。仮定2)がはずせるのは，手計算ではなくコンピュータによる数値計算のレベルである。

ISO6946:1996(E)に対応するJISはJISA2101:2002⁸⁾であるが，このJISでは，ISO6946:1996(E)で用いられている式(13)の h_{rII} の代わりに式(24)の h_{rII} が採択されている。これは，式(13)と式(24)の導出過程における仮定条件を比較したときに， h_{rII} よりも h_{rI} の導出で採択された仮定条件の方が合理的であると判断されたことによる。

3. 仕切りのある中空層の3次元放射熱伝達率の計算式

2. 2の方法を応用して、3次元の放射熱伝達率を求める式を導く。まず図6の電気回路より、式(22)の2次元の全抵抗 R_2 に対応する、3次元の全抵抗 R_3 を求めると次式が得られる。

$$R_3 = \frac{1}{WH} \left\{ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{1+F_{1 \rightarrow 2}} - 2 \right\} \quad \dots (26)$$

したがって、3次元に対応した放射熱伝達率は

$$h_{rIII} = h_{r0} E_3 \quad \dots (27)$$

$$E_3 = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 2 + \frac{1}{1+F_{1 \rightarrow 2}}} \quad \dots (28)$$

式(28)の $F_{1 \rightarrow 2}$ は既に式(6)に現れている。また、式(27)の h_{rIII} の下付数字のⅢは、この h_r が3次元式であることを表す。

図6 側壁、上面、底面で仕切られた3次元中空層内の放射熱伝達の回路表示

4. 放射吸収係数による3次元中空層の放射熱伝達率の計算

面 i から射出された放射が面 j に吸収される割合が放射吸収係数 $g_{i \rightarrow j}$ である。図2の3次元中空層の放射熱伝達率は、 $g_{i \rightarrow j}$ を用いると式(29)で表される⁹⁾。

$$h_{rIII} = \frac{\varepsilon_1 \sigma \left(T_1^4 - \sum_{j=1}^{jT} T_j^4 g_{i \rightarrow j} \right)}{T_1 - T_2} \quad \dots (29)$$

式(29)において、 jT は壁面の総数である。また式(29)の h_{rIII} の下付数字のⅢは、この放射熱伝達率が3次元式であることを表す。

$g_{i \rightarrow j}$ は、各面の形態係数と放射率により、次式のような jT 次の連立方程式を jT 回解いて得られる¹⁰⁾。

$$g_{i \rightarrow j} = \varepsilon_j F_{i \rightarrow j} + \sum_{k=1}^{jT} (1 - \varepsilon_k) F_{i \rightarrow k} g_{k \rightarrow j} \quad \dots (30)$$

ところで、式(29)の計算には全表面の温度が必要である。図2において、高温面と低温面には、計算条件として一様な温度を与える。このとき、側壁、上面及び底面の温度は一樣でなく分布が生じる。この温度分布を考慮するには、仕切り、すなわち側壁、上面及び底面を温度の数だけ分割しなければならない。温度分布を考慮しなければ仕切りを分割する必要はないので jT は6であるが、各面に2つの温度を設定すると2分割が必要で jT は10、10の温度を設定すると10分割が必要で jT は42となる。前述のように、図2のユニットが上下左右につながっている場合には仕切りを断熱境界とみなし、

これらの各面で放射熱平衡が成立していると仮定した。仕切りの表面温度を求めるにはこの条件を用いる。すなわち、

$$T_i^4 - \sum_{j=1}^{jT} T_j^4 g_{i \rightarrow j} = 0 \quad (i=3, \dots, jT) \quad \dots (31)$$

式(31)は $(jT-2)$ 次の連立方程式である。これを解けば分割域毎の仕切りの表面温度が得られる。

仕切りを分割しない場合の表面温度を T_3 で代表させると、 T_3 は式(31)より次式で表される。

$$T_3^4 = \frac{g_{3 \rightarrow 1} T_1^4 + g_{3 \rightarrow 2} T_2^4}{g_{3 \rightarrow 1} + g_{3 \rightarrow 2}} \quad \dots (32)$$

放射熱伝達率 h_{rII} 、 h_{rI} 、 h_{rIII} を求める式(13)、(24)、(27)は、いずれも仕切りの表面温度がそれぞれ一樣であるとしており、その意味で近似式である。これらの各式に対して、式(29)は表面温度分布を考慮しているという意味で精算式であり、得られる h_{rIII} は精算値である。

次にラジオシティを用いて面 i での放射熱平衡条件を表してみる。

面 i が発散する放射と吸収する放射が等しいことより、

$$E_b(T_i) = G_i \quad \dots (33)$$

式(16)より、

$$E_b(T_i) = \sum_j F_{i \rightarrow j} J_j \quad \dots (34)$$

式(33)を式(15)に代入すると、

$$J_i = G_i = E_b(T_i) \quad \dots (35)$$

式(34)の右辺の J_j ($j \neq i$)は式(15)で表されるが、 J_i が式(35)で置かえられるため、式(34)より T_i は ε_i に無関係に決まることがわかる。

5. 仕切りのある中空層の放射熱伝達率の各種計算法の比較

5. 1 仕切りの表面温度の計算結果

表1に、高温面を20℃、低温面を0℃とし、高温面、低温面の放射率を変えて式(32)により計算した仕切りの表面温度を整理した。

仕切りの表面温度には高温面と低温面の放射率が強く影響している。また、高温面と低温面の放射率が同じでも、仕切りの表面温度は約10.5℃となり、両面の平均温度の10℃にはならない。これは式(32)のように、 T_1 、 T_2 、 T_3 が非線形関係にあることによる。高温面と低温面の放射率が異なる場合には、仕切りの表面温度は放射率が高い面の表面温度に近づき、高温面と低温面の表面温度の平均値とはかけ離れた値になる。このように、仕切りの表面温度は条件によって異なること、その初期設定を行う合理的な根拠がないことにより、仕切りのある中空層の放射熱伝達率の計算では、 h_{rII} 、 h_{rI} 、 h_{rIII} の導出過程で行ったように、仕切り表面での放射熱平衡条件を導入するのが適切であると考えられる。

表1 仕切りの表面温度℃ (高温面20℃、低温面0℃、分割なし)

H/W	$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.9$ or $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.3$						$\varepsilon_1 = 0.9, \varepsilon_2 = 0.3$						$\varepsilon_1 = 0.3, \varepsilon_2 = 0.9$					
	L/W						L/W						L/W					
	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10	0.1	1	10
0.1	10.53	10.53	10.53	16.06	15.43	15.38	4.66	5.36	5.41	10.53	10.53	10.53	16.58	15.76	15.39	4.06	4.99	5.41
1	10.53	10.53	10.53	16.58	16.06	15.43	3.98	4.66	5.36	10.53	10.53	10.53	16.06	15.43	15.38	4.66	5.36	5.41
10	10.53	10.53	10.53	16.06	15.43	15.38	4.66	5.36	5.41	10.53	10.53	10.53	16.58	15.76	15.39	4.06	4.99	5.41

図7 (a) hr の比較 ($W \ll H$)

図7 (b) hr の比較 ($W=H$)

図8 (a) hr への仕切りの分割数の影響 ($W \ll H$)

図8 (b) hr への仕切りの分割数の影響 ($W=H$)

図9 仕切りの温度分布 ($W=H$, 10分割)

5. 2 h_{rI} , h_{rII} , h_{rII}' , h_{rIII} の比較

図7 (a), (b) で, h_{rI} (式(3)), h_{rII} (式(13)), h_{rII}' (式(24)), h_{rIII} (式(27)) を比較する。

図7 (a), (b) に共通しているのは, h_{rI} を除き, L/W が大きくなるにしたがって放射熱伝達率が小さくなる点である。図7 (a) では幅 W に対して高さ H が十分に大きく, 中空層の2次元性が満たされている。この図において, 1次式による h_{rI} は, 当然ながら, L/W が大きくなり2次元性が強まるにしたがって2次式, 3次式と乖離していく。また h_{rIII} は h_{rII}' を3次元に拡張した式であるから, 図7 (a) のように2次元の条件下では両者は一致する。

図7 (b) は $W=H$ の場合であって, L/W が大きくなるにしたがって3次元性が強くなる。図7 (b) において, h_{rIII} を基準にして h_{rII} と h_{rII}' を比較すると, ε_h と ε_l が共に0.9で L/W が1以下では h_{rII} の方が h_{rIII} に近く, L/W が10以上では h_{rII}' の方が h_{rIII} に近くなり, ε_h と ε_l が0.9以外では h_{rII}' の方が h_{rIII} に近くなる。

5. 3 仕切りの表面温度分布が放射熱伝達率に与える影響

図8 (a), (b) では, 仕切りの表面温度分布が放射熱伝達率に与える影響を比較する。表面温度は式(31)で計算した。図8 (a) は幅 W に対して H が十分に大きく中空層の2次元性が満たされている場合, (b) は $W=H$, すなわち3次元性が強く現れる場合である。各図中の「分割なし」は $N=1$, すなわち表面温度の分布を考慮しない場合であり, $N=2$, $N=5$, $N=10$ とは, 仕切りを, それぞれ高温面と低温面に平行な面で2, 5, 10分割して各分割域の表面温度を求め,

表面温度分布を考慮して放射熱伝達率を計算した場合である。各分割域には側壁, 上面, 底面の一部が含まれるが, 同じ分割域であればこれらの表面温度は同じになる。図8 (b) には $N=20$, $N=40$ の場合も記入した。図8 (a), (b) とともに, L/W が大きくなるにつれて (厚さ L が増すにつれて) 分割数の影響が増すこと, 分割数が増えるにしたがって放射熱伝達率は小さくなっていくことがわかる。また, 図8 (b) より, L/W が10より大きくなると10分割でも分割数が不足することがわかる。

図9に, 仕切りを10分割した場合の各分割域の表面温度を式(30)により求めて図示した。高温面, 低温面の表面温度はそれぞれ 20°C , 0°C である。図の横軸は分割域を表し, 各分割域の表面温度を, その分割域の中央の位置にプロットしている。 W と H の関係は図8 (b) と同じ $W=H$ にとり, L は, $L=0.1W$, $L=W$, $L=10W$ の3つの場合について示した。 W に対して奥行き L が大きくなるにつれて各分割域の温度差が大きくなっている。

5. 4 仕切りの必要分割数

表2に, 仕切りの分割数が放射熱伝達率に与える影響を整理した。表において $N40$ の欄には仕切りを40分割した場合の放射熱伝達率を記入した。

次に, 分割なし, 10分割, 20分割の各分割数で求めた放射熱伝達率を40分割の放射熱伝達率で割った値を, それぞれ $N1/N40$, $N10/N40$, $N20/N40$ の欄に記入した。表中で網がけした欄は数値が1.05以下であって, 40分割の放射熱伝達率に対する誤差が5%以内

表2 仕切りの温度分布を考慮した放射熱伝達率の比較

H/W	L/W	$\varepsilon_h = \varepsilon_l = 0.9$				$\varepsilon_h = 0.9, \varepsilon_l = 0.3$ or $\varepsilon_h = 0.3, \varepsilon_l = 0.9$				$\varepsilon_h = \varepsilon_l = 0.3$			
		N1/N40	N10/N40	N20/N40	N40	N1/N40	N10/N40	N20/N40	N40	N1/N40	N10/N40	N20/N40	N40
		-	-	-	W/m^2K	-	-	-	W/m^2K	-	-	-	W/m^2K
100	100	8.61	1.99	1.31	0.27	4.8	1.8	1.27	0.24	3.53	1.68	1.24	0.22
	20	3.11	1.14	1.03	0.76	2.04	1.1	1.02	0.57	1.7	1.08	1.02	0.46
	10	2.07	1.04	1.01	1.17	1.52	1.03	1.01	0.78	1.35	1.02	1	0.58
	5	1.49	1.01	1	1.69	1.24	1.01	1	0.98	1.15	1	1	0.69
	2	1.12	1	1	2.49	1.06	1	1	1.2	1.04	1	1	0.79
	1	1.03	1	1	3.06	1.01	1	1	1.32	1.01	1	1	0.84
	0.1	1	1	1	4.05	1	1	1	1.48	1	1	1	0.9
	0.01	1	1	1	4.2	1	1	1	1.5	1	1	1	0.91
10	100	11	3.32	1.42	0.21	5.98	2.09	1.37	0.19	4.32	1.93	1.33	0.18
	20	3.58	1.18	1.04	0.65	2.29	1.14	1.03	0.51	1.85	1.11	1.02	0.42
	10	2.25	1.05	1.01	1.06	1.62	1.03	1.01	0.73	1.41	1.03	1.01	0.55
	5	1.55	1.01	1	1.59	1.27	1.01	1	0.94	1.18	1.01	1	0.67
	2	1.14	1	1	2.41	1.06	1	1	1.18	1.06	1	1	0.78
	1	1.03	1	1	3	1.01	1	1	1.31	1.01	1	1	0.84
	0.1	1	1	1	4.04	1	1	1	1.47	1	1	1	0.9
	0.01	1	1	1	4.2	1	1	1	1.49	1	1	1	0.91
1	100	16.22	3.24	1.76	0.14	8.6	2.86	1.68	0.14	6.05	2.59	1.62	0.13
	20	6.63	1.55	1.13	0.35	3.82	1.44	1.12	0.3	2.88	1.37	1.1	0.27
	10	3.83	1.17	1.04	0.61	2.41	1.13	1.03	0.48	1.94	1.11	1.03	0.4
	5	2.3	1.05	1.01	1.02	1.64	1.03	1.01	0.71	1.43	1.02	1.01	0.54
	2	1.37	1.01	1	1.8	1.18	1	1	1.01	1.12	1	1	0.71
	1	1.1	1	1	2.47	1.06	1	1	1.2	1.03	1	1	0.79
	0.1	1	1	1	3.91	1	1	1	1.46	1	1	1	0.9
	0.01	1	1	1	4.18	1	1	1	1.49	1	1	1	0.91
0.1	100	18	3.58	1.91	0.13	9.46	3.15	1.81	0.12	6.63	2.84	1.74	0.12
0.01	100	16.02	3.29	1.81	0.15	8.46	2.89	1.72	0.14	5.93	2.61	1.66	0.13
	10	17.01	3.41	1.84	0.14	9.08	3.02	1.77	0.13	6.35	2.72	1.69	0.12

注1 N は分割数(温度定義数)。例えば, $N10$ とは, 側壁, 底面, 上面を, 高温面・低温面に平行等間隔に10分割したことを表す。

注2 $N40$ の欄には放射熱伝達率の値, $N1/N40$, $N10/N40$, $N20/N40$ の欄には, $N40$ の放射熱伝達率に対する比率を記入した。

注3 各分割面毎に表面温度を求めて放射熱伝達率を計算している。したがって分割数が多いほど計算精度は向上する。

注4 表の H/W は W/H と読み替えることができるが, その場合 L/W も L/H と読み替える。

注5 網がけした欄は, $N40$ の放射熱伝達率に対する誤差が5%以内であることを示す。

表3 1次元式 h_{rI} 、2次元式 h_{rII} 、 $h_{rII'}$ 、3次元式 h_{rIII} の比較

H/W	L/W	$\varepsilon_h = \varepsilon_i = 0.9$				$\varepsilon_h = 0.9, \varepsilon_i = 0.3 \text{ or } \varepsilon_h = 0.3, \varepsilon_i = 0.9$				$\varepsilon_h = \varepsilon_i = 0.3$			
		h_{rI}/h_{rIII}	h_{rII}/h_{rIII}	$h_{rII'}/h_{rIII}$	h_{rIII}	h_{rI}/h_{rIII}	h_{rII}/h_{rIII}	$h_{rII'}/h_{rIII}$	h_{rIII}	h_{rI}/h_{rIII}	h_{rII}/h_{rIII}	$h_{rII'}/h_{rIII}$	h_{rIII}
		-	-	-	W/m ² K	-	-	-	W/m ² K	-	-	-	W/m ² K
100	1	1.34	0.95	1	3.14	1.12	0.79	1	1.33	1.07	0.76	1	0.85
	0.5	1.19	0.97	1	3.53	1.07	0.86	1	1.4	1.04	0.84	1	0.87
	0.1	1.04	0.99	1	4.05	1.01	0.97	1	1.47	1.01	0.96	1	0.9
	0.05	1.02	1	1	4.13	1.01	0.98	1	1.48	1	0.98	1	0.91
	0.01	1	1	1	4.2	1	1	1	1.49	1	1	1	0.91
10	1	1.36	0.96	1.02	3.09	1.13	0.8	1.01	1.33	1.08	0.76	1	0.84
	0.5	1.21	0.98	1.01	3.49	1.07	0.87	1.01	1.39	1.04	0.84	1	0.87
	0.1	1.04	0.99	1	4.03	1.02	0.97	1	1.47	1.01	0.96	1	0.9
	0.05	1.02	1	1	4.12	1.01	0.98	1	1.48	1.02	0.98	1	0.9
	0.01	1	1	1	4.19	1	1	1	1.49	1	1	1	0.91
1	1	1.55	1.09	1.15	2.73	1.19	0.84	1.07	1.25	1.12	0.79	1.04	0.81
	0.5	1.34	1.08	1.12	3.15	1.12	0.91	1.05	1.34	1.07	0.87	1.03	0.85
	0.1	1.08	1.03	1.04	3.91	1.03	0.98	1.01	1.46	1.02	0.97	1.01	0.89
	0.05	1.04	1.01	1.02	4.05	1.01	0.99	1.01	1.47	1.01	0.98	1	0.9
	0.01	1.01	1	1	4.18	1	1	1	1.49	1	1	1	0.91

注1 h_{rIII} の欄には放射熱伝達率の値、 h_{rI}/h_{rIII} 、 h_{rII}/h_{rIII} 、 $h_{rII'}/h_{rIII}$ の欄には、 h_{rIII} に対する比率を記入した。

注2 表のH/WはW/Hと読み替えることができるが、その場合L/WもL/Hと読み替える。

注3 網がけした欄は、 h_{rIII} に対する誤差が5%以内であることを示す。

に留まっていることを意味する。各分割数の適用可能範囲の目安として、40分割に対する誤差が5%以内を設定し、この条件を満たす分割なしと分割数10について、それぞれの適用範囲をまとめると以下ようになる。

(1) 分割なしの適用範囲 (3次元式(27)の適用範囲と同じ)

奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法以下の範囲内で適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率がどちらも0.9程度の高い値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は誤差が10%程度まで増加する。

(2) 分割数10の適用範囲

奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法に対し、その10倍以下の範囲で適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率がどちらも0.9程度の高い値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は、誤差が最大で17%程度までに増加する。

以上の適用範囲はN=40の放射熱伝達率を基準とした誤差から設定したが、基準とした値もまた真値ではなく近似値である。しかし、図8(b)の $\varepsilon_h = \varepsilon_i = 0.9$ の場合についてN=2,5,10,20,40の関係をみると、L/Wが大きくなるにしたがって分割数による違いが大きくなってはいるが、L/W=10までの範囲であれば、N=20と40の放射熱伝達率の差は小さい。したがって、L/Wが10以下であればN=40の放射熱伝達率は基準値として妥当であると判断した。

5. 5 1次元式、2次元式、3次元式の適用範囲

表3において、 h_{rIII} の欄には3次元式(27)によって求めた放射熱伝達率を、 h_{rI}/h_{rIII} の欄には1次元式(3)による h_{rI} を h_{rIII} で割った値、 h_{rII}/h_{rIII} の欄には2次元式(13)による h_{rII} を h_{rIII} で割った値、 $h_{rII'}/h_{rIII}$ の欄には、2次元式(24)による $h_{rII'}$ を h_{rIII} で割った値を、それぞれ記入した。

表2により、40分割した場合の放射熱伝達率に対する誤差を5%以内にするという条件の下で、仕切りの温度分布を考慮しない3次元式(27)が適用できるのは、L/Wが1以下の場合に限られることがわかった。1,2次元式も仕切りの温度分布を考慮できないので、表3はL/Wが1以下の場合についてのみ整理した。表中の網がけした欄は3次元式(27)の h_{rIII} に対する誤差が5%以内の欄である。この表か

ら h_{rIII} に対する誤差が5%以内に納まるという条件下で各式が適用できる範囲をまとめると以下ようになる。

(1) 1次元式 h_{rI} の適用範囲

奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法に対し、その10分の1以下の範囲内で適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率がどちらも0.9程度の高い値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は誤差が8%程度まで増加する。

(2) 2次元式 h_{rII} の適用範囲

高温面と低温面の放射率が異なる場合、あるいはそれらが0.9より相当小さい場合には、奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法に対し、その10分の1以下の範囲でしか適用できない。高温面と低温面の放射率が0.9程度の大きな値であれば、奥行きLが、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法程度まで適用できる。ただし、後者の場合も、WとHが同程度の寸法の場合は誤差が15%程度まで増加する。

(3) 2次元式 $h_{rII'}$ の適用範囲

奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法以下の範囲内で適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率が0.9程度の大きな値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は誤差が9%程度まで増加する。

以上における誤差は3次元値 h_{rIII} を基準としたものである。表3は、40分割の放射熱伝達率に対する h_{rIII} の誤差が5%以内となる範囲で作成されている。したがって、以上の h_{rI} 、 h_{rII} 、 $h_{rII'}$ の適用範囲に現れる誤差の数値を40分割の放射熱伝達率基準の誤差に読み変えるには、それぞれに5%を加算しなければならない。

6. まとめ

本稿では、仕切りのある中空層の放射熱伝達率を求める式と方法を整理した。

まず、ISO等に現れる式及び本稿で導いた3次元式について、それぞれを導出する過程で必要となる仮定条件を明らかにした。仕切りの温度分布を考慮しなければ、仕切りのある中空層の放射熱伝達

率は代数式で計算できる。この代数式は理論式であって、その導出過程における前提条件を満たせば正しい計算値を与える。

仕切りの温度分布を考慮するには数値計算が必要となる。この場合、どの程度まで温度分布を考慮するかという点が問題となるが、本稿では仕切りの温度分布を10段階まで考慮した放射熱伝達率の適用範囲をまとめた。何故なら、2, 5段階では適用範囲が狭くてそれほど意味がないこと、また10段階を超えるとかなりの計算時間を要するため、本計算を外壁や窓枠の熱貫流率計算の一部として取り入れる場合には計算時間の負荷が大きいと考えたからである。

本稿で取り上げた各式及び計算法の適用範囲と最大誤差を要約すると以下の通りとなる。なおここで言う誤差とは、3次元中空層の仕切りに40段階(側面、上面、底面のそれぞれに40段階)の温度を定義した計算値を精算値とみなした場合の誤差である。

(1) 1次元式(3)の適用範囲

10%以内の誤差で、奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法に対し、その10分の1以下の範囲内で適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率がどちらも0.9程度の高い値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は誤差が13%程度まで増加する。

(2) 2次元式(13)の適用範囲

2次元式としては、式(13)より式(24)の方が優れているため、式(24)を用いることを推奨する。

(3) 2次元式(24)の適用範囲

10%以内の誤差で、奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法以内の範囲で適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率が0.9程度の大きな値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は誤差が14%程度まで増加する。

(4) 3次元式(27)の適用範囲

5%以内の誤差で、奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法以下の範囲で適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率がどちらも0.9程度の高い値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は誤差が10%程度まで増加する。

(5) 3次元計算法(仕切りの温度分布を10段階まで考慮した場合)の適用範囲

5%以内の誤差で、奥行きLの寸法が、幅W、高さHのどちらか小さい方の寸法に対し、その10倍程度まで適用できる。ただし、高温面と低温面の放射率がどちらも0.9程度の高い値で、かつ、WとHが同程度の寸法の場合は、誤差が最大で17%程度までに増加する。

なお、式(24)、式(27)、および3次元計算法で採択した放射熱平衡が成立しているという仮定は、ISOの基準^{5), 6)}でも採択されている仮定であって、対象とする中空層の左右(または上下)に類似した中空層がある場合には無理なく導入できると考えられるが、中空層の左右(または上下)が外気等に接している場合には成立しなくなる。このような場合には、空気層とその周辺部位を含んだ空間の放射、伝導、対流を連成して解かねばならず、別途検討を要することを付記しておく。

7. 今後の課題

(1) 式(1)により中空層の熱抵抗を求め式(2)により等価熱伝導率を求めるには、放射熱伝達率だけでなく、仕切りのある中空層に適用できる対流熱伝達率の計算法を整理する必要がある。

(2) 通常、中空層では放射と対流による熱移動が生じているが、ここに示した計算式または計算法によって放射による熱伝達分を求め、それを総合熱伝達から引けば対流熱伝達分を得ることができる。しかし、このような分離の際に仕切り表面での放射熱平衡を仮定した放射熱伝達率を用いることが適切かどうかについては検討の余地もある。中空層における対流熱伝達、及び総合熱伝達の算定式や算定法をまとめる際に前提となる放射と対流の分離法に考察を加えることも、課題のひとつとして挙げておきたい。

[記号]

A	面積 [m]
H	面の高さ [m]
L	高温面と低温面の距離 [m]
W	面の幅 [m]
T	温度 [K]
T_m	温度 [K] ($4T_m^3 = (T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)$)
t	温度 [°C]
$F_{i \rightarrow j}$	面iから面jへの形態係数 [-]
$F_{w, i \rightarrow j}$	高さが十分高いij面間の形態係数 [-]
$g_{i \rightarrow j}$	面iから面jへの放射吸収係数 [-]
h_{r0}	無限平行な黒体表面間の放射熱伝達率 [W/m²K]
h_{r1}	無限平行平面間の放射熱伝達率 (1次元式) [W/m²K]
h_{rII}	2次元放射熱伝達率 [W/m²K]
h_{rIII}	3次元放射熱伝達率 (3次元式) [W/m²K]
$E_b(T_i)$	表面温度 T_i [K]の面が発散する黒体放射 [W/m²]
J_i	面iのラジオシエティ [W/m²]
$q_{r, i \rightarrow j}$	面iから面jへの放射熱伝達 [W]
ε	半球放射率 [-]
σ	シュテファン・ボルツマン定数 [10^{-8} W/m²K⁴]
π	円周率 [-]

[3次元中空層を構成する各面の識別番号]

1: 高温面, 2: 低温面, 3, 4: 側面, 5: 上面, 6: 底面

[参考文献]

- 1) Enermodal Engineering Limited: The effect of frame design on window heat loss - Phase 1, Final report, 1987
- 2) 赤坂 裕, 伊丹清, 二宮秀典: 玄関ドアの熱貫流率の計算法, 日本建築学会計画系論文集, 第502号, pp.21-28, 1997.12
- 3) 伊丹清, 赤坂裕, 二宮秀典: 窓の熱貫流率の計算法 その1 開き窓の計算値と試験値の比較, 日本建築学会計画系論文集, pp.31-37, 第523号, 1999.9
- 4) ISO 6946:1996(E): Building components and building elements - Thermal resistance and thermal transmittance - Calculation method, 1996
- 5) ISO/DIS10077-2(98): Thermal performance of windows, doors and shutters - Calculation of thermal transmittance - Part 2 Numerical method for frames, 1998
- 6) ISO/FDIS 15099: Thermal Performance of Windows, Doors and Shading Devices - Detailed Calculations, 2001
- 7) Rohsenow, Hartnett and Ganic: Handbook of heat transfer fundamentals, Second edition, McGraw-Hill Book Company, 1985
- 8) JIS A 2101:2002: 建築構成要素及び建築部位—熱抵抗及び熱貫流率—計算方法, 2002
- 9) 赤坂裕, 澤村亮一: 垂直密閉中空層の熱抵抗の各種計算法・値及び相互の比較, 空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集, pp.317-320, 1995.10
- 10) 松尾陽, 新建築学体系 10, 2熱, p.68, 1984

(2002年4月1日原稿受理, 2002年8月27日採用決定)