計算幾何学アルゴリズムに基づく立体角指標を用いた都市景観評価

AN ANALYSIS OF URBAN LANDSCAPES WITH RESPECT TO SOLID ANGLES BASED ON COMPUTATIONAL GEOMETRY ALGORITHMS

本間裕大*, 栗田 治**, 鈴木 絢子***
Yudai HONMA, Osamu KURITA and Ayako SUZUKI

The solid angle, which is closely related to the sky amount and sky factor, has been commonly used to assess urban landscapes. In this paper, we propose a new algorithm to calculate the solid angles of urban landscapes based on computational geometry. This algorithm enables us to incorporate the complicated landscapes which consist of multiple nonconvex polygons. Furthermore, using the algorithms, we assess the public space near Shibuya Station in terms of solid angles. In the analysis, we describe how advertising billboards disturb our visibility. We also develop the algorithm to calculate the sky amount and the sky factor, and evaluate both indexes.

Keywords: *solid angles, sky amount, sky factor, computational geometry, building standard law*
立体角, 天空比, 天空率, 計算幾何学, 建築基準法

1 はじめに

都市住民は、普段街を歩いているとき、特別な注意を払わなくても建物や空といったものを目にしている。そして、緑の木々や青空が広がっている様子を目にすると、開放的な気分になる。逆に、視界の内に奇抜な看板が入る場所や、高層ビルが密集している場所に立つと不快な気分になることもある。本論文では、このように視界に占める空や建物の割合に着目し、その空間を評価するための方法論を追求する。具体的には、人々の視界を定量的に評価するための指標として立体角を取り上げ、まず立体角を算出するための計算手法(アルゴリズム)を提案する。その上で、近年飛躍的に整備されつつある数値地図の建物情報に基づいて実空間分析への応用を試みる。また、都市景観の評価指標として、立体角と本質的に同等である天空比、更には天空率を取り上げ、両者の関係を実証的に解明する。

古来、現実の都市空間における立体角(天空比と等価)や天空率は、魚眼レンズ等による現場の写真などを基に計量されることが多かった。例えば、東京やロンドンといった大都市における天空率を導出する試みは、既に60年代には幾つか試みられている^{3, 4, 17)}。このような実測に基づく手法に対し、都市景観として(単一多角形や直方体など)単純な形態を想定して、その立体角を理論的に導出するための計算手法も追求されてきた^{12, 15, 16)}。これらのアルゴリズムを用いて、都市景観を定量的に評価した既存研究としては、

函館の夜景を対象としたもの²⁴⁾や、ミラーガラスに映り込む空の量を解析的に導出した研究¹¹⁾などが挙げられよう。また、天空比と天空率の理論的關係に着目した研究もある⁵⁾。しかしながら分析の性格上、上述の既存研究では、いずれも比較的単純な都市空間や視点場限定されていることに注意しなければならない。

これに対し、近年ではコンピュータの発達によって、より複雑な都市景観を対象として、天空比や天空率を導出する試みが行われてきている。例えば市川は、仮想的な格子状市街地を対象とし、建蔽率・道路率等の変化が、天空率や真日照時間に与える影響を分析している^{7, 8, 9, 10)}。また齊藤・篠崎らも、同様に種々の仮想的市街地を想定し、採光環境の評価指標としての天空率の適切性、さらには建築形態の変化が採光環境に与える影響を考察している^{21, 22)}。同じく両指標に着目し、大学キャンパスや室内空間を評価した研究もある^{13, 27)}。これらの研究に共通する特徴としては、対象要素が複数個に亘り、かつ複雑に配置されている都市景観を考慮している点が挙げられる。ただし、当該指標を計算するに当たっては、計算用図表を用いた図式解法や天空図の画像処理、あるいは視点から天空に向けた走査線ベクトルをくまなく考慮することに拠る近似計算に留まっているのが現状である。また対象とする都市地域も、仮想的な領域や単一キャンパス、あるいは室内など、形状、建物個数ともに限定的であった。

既存研究において頻繁に利用されてきた、走査線ベクトルに拠る

* 首都大学東京システムデザイン学部 助教・博士(工学)
** 慶應義塾大学理工学部 教授・学博
*** キヤノン(株) 学士(工学)

Assist. Prof., Faculty of System Design, Tokyo Metropolitan Univ., Ph. D.
Prof., Faculty of Science and Technology, Keio Univ., Ph. D.
Canon Inc., B. Eng.

近似計算アルゴリズムでは、走査線の密度によって計測結果が変動してしまい、計算精度が保証できないという問題点がある¹⁸⁾。これに対して、本研究で提案する手法は、計算幾何学に基づく厳密アルゴリズムであるため、近似計算による計算精度に注意を払う必要なく、網羅的に立体角（天空比）や天空率といった都市景観指標を分析することが可能となる。

本論文の構成は以下の通りである。まず第2章では、立体角指標の定義、ならびに都市景観における意味付けについて解説する。続く第3章では、複数の3次元物体が配置されているような、複雑な都市景観を想定し、その合計立体角を導出するための新たな手法を提案する。具体的には、計算幾何学における“地図重ね合わせ問題”のためのアルゴリズムを援用し、都市景観を互いに重ならない三角形集合へと展開した上で、その立体角を算出する。第4章以降では、提案手法の有効性を確認するため、現実の市街地空間の実例として渋谷の駅前空間を取り上げ、実証分析を行う。まず、提案手法を用いて種々の地点における立体角を数値計算によって示す。その上で、地点の差異や屋上看板の設置がもたらす視界の変化を定量的に分析する。さらには、提案手法を、採光の指標として都市計画分野で広く用いられている天空率へも拡張し、立体角（天空比）と天空率との関係を、実証的に考察する（第5章）。

2 都市景観における立体角指標

近年“立体角”は、都市景観を評価するための定量的指標の一つとして積極的に利用されつつある。本章では、都市景観における立体角指標の意味付けを明らかにし、単一の多角形で構成される単純な都市景観について、その立体角の導出方法をまとめる。

2.1 立体角の定義

まず、立体角の定義を説明する。3次元空間において、ある物体 S を点 O から見たときの立体角とは、 O と S の周囲を結ぶ直線で作られる錐体によって、 O を中心とする単位球面を切り取ったときの表面積 R のことである（図1）。立体角の単位はステラジアン [sr] で与えられ、その最大値は“単位球面の表面積” $= 4\pi$ [sr] である。

図1 立体角の定義

いま物体 S をある都市景観の構成要素（例えば看板や建物壁など）、点 O を観測者の視点場（目の位置のこと）とすると、定義より、その立体角は当該要素が観測者の視界に占める量となる。この量が大きいほど、観測者に対して当該要素が強く印象に残ると解釈することは自然である。したがって、多くの既存研究において、立体角は都市景観の印象度を定量的に把握するための指標として用いられている。

都市景観の評価指標として立体角を用いる場合、観測者の視界として視点場の上部の半球面を仮定する場合が多い（図2参照）。これは、下部の半球面は、そのほとんどが地面上によって遮られるためである。本研究も既存研究に倣い、視点場上部の半球面をその分析対象とする。この場合、立体角の最大値は 2π [sr] であることに注意されたい。なお、当該半球面は、一般に測定半球と呼ばれる。

2.2 立体角の算出方法

本節では S が平面で与えられたときの、具体的な立体角の導出方法を説明する。まず平面が三角形で与えられたとき、その立体角 R について、一般に以下の公式が成り立つ²⁾：

$$R = \alpha + \beta + \gamma - \pi, \quad (1)$$

ここで α, β, γ は対応する球面三角形の内角である（球面三角形の立体角について詳しい導出手順は【付録1】を参照のこと）。一方、任意の多角形領域は三角形分割できることが知られている¹⁾。したがって、平面を三角形分割した上で、各三角形についてその立体角を算出し足し合わせれば、それが当該平面の立体角に相当することは明らかである。仮定より、各三角形は同一平面上に互いに重なり合うこと無く存在するので、上述の方法で立体角を無矛盾に導出することができる。

3 複数の構成要素からなる都市景観

前章では、3次元空間に、都市景観の構成要素としてある単一平面が存在する場合を想定し、その立体角の導出方法を整理した。しかしながら、実際の都市景観を取り扱うに当たっては、建物や山脈など“3次元物体”が“複数個”配置されている曲面を、想定するのが一般的であろう。そこで本章では、3次元空間に複数の多面体が存在する場合の立体角の導出方法を提案する。

3.1 本章で想定する都市景観

まず、複数の3次元体によって構成される都市景観の特徴について説明する。図2は、そのような都市景観の一例であり、建物の形態として良く見られる直方体ならびにL字型の多面体を、1つずつ配置したものである。このように、複数の3次元体（非凸多面体でも良い）によって構成される都市景観の場合、視点場と構成要素の位置関係によっては、それら多面体の一部が他の表面によって隠されてしまう可能性がある。

したがって、このような状況において、これら構成要素“全体”

図2 本研究で想定する都市景観

に対する立体角を導出するためには、なんらかの手段を用いて、互いの重なりを明示的に考慮する必要がある。本研究では、そのための具体的な方法として、複数の多角形の和集合を導出する“地図重ね合わせ問題”を用いた以下のアルゴリズムを提案する。なお、本研究では、一貫して単位球面の天頂上、すなわち視点場の真上には要素が存在しないものと仮定する。

3.2 重ね合わせを考慮した立体角の導出方法

M 個の多面体から成る集合 $P \stackrel{\text{def.}}{=} \{P_1, P_2, \dots, P_M\}$ を視点場 O から見たときの立体角を導出したい。ただし、対象物は全て視点の前方に存在するものと仮定する（この仮定は第 3.3 節で緩和される）。いま、多面体 P_i は K_i 面体であり、その表面（多角形）は

$$P_i \stackrel{\text{def.}}{=} \{F_1^i, F_2^i, \dots, F_{K_i}^i\} \quad (2)$$

で与えられるものとする。ここで、 P が全て視点の前方に存在するものと仮定すると、図 3 の如くに、 P と観測者を分離する平面（以下、スクリーンと呼ぶ）を設置することが可能である。さらに F_k^i を、視点場と F_k^i の境界部分を結ぶ線分に沿って投影することによってできる、スクリーン上の多角形を S_k^i とする。このとき、スクリーン上の多角形 $\{S_k^i\}$ の和集合として定義される多角形領域

$$S \stackrel{\text{def.}}{=} \bigcup_{i=1}^M \{S_1^i, \dots, S_{K_i}^i\} \quad (3)$$

を点 O から見たときの立体角と、 P に対するそれは明らかに等しい。そこで以下では、いかに多角形領域 S を導出し、その立体角を求めるかを説明する。

いま、スクリーン上で、

- (i) 複数の多角形 $\{S_k^i\}$ の和集合となる多角形領域 S を導出し、
- (ii) その多角形領域 S を三角形の集合へと分割できれば、

対応する個別の球面三角形の面積を足し合わせることによって、その合計立体角が求められる。また、上述 (i)・(ii) を実行するための、平面上において複数多角形の和集合となる多角形領域を算出するアルゴリズム、ならびにその多角形領域を三角形分割するアルゴリズムは、様々なものが知られている^{1, 6, 20)}。仮定より、各三角形はスクリーン上で互いに重なり合うこと無く存在するので、上述の方法で立体角が無矛盾に導出できることになる。なお、筆者らが用いた (i)・(ii) のアルゴリズムについて、その概要を【付録 2】に記す。

図 3 立体角の計算

3.3 視点場の四方に構成要素が存在する場合

以上で提案した方法は、対象要素が全て前方にあるものと仮定したが、対象物が観測者の横、あるいは後方に存在する場合についても容易に拡張できる。具体的には、観測者を取り囲むように複数枚のスクリーンを設置すれば良い。そのようなスクリーン設置法の一例として、本研究では観測者を中心とした正方形を形作るよう、東西南北に 4 枚のスクリーンを設置することを提案する。観測者を、(a) 斜め上空から、(b) 天頂（真上）から見たときのスクリーンの配置を図 4 に示す。この場合、図 4-(b) に示したように、対象物がどのスクリーンに投影されるかは、観測者との相対的な位置関係によって決定されることになる。したがって、4 枚のスクリーンそれぞれに投影される対象物について立体角を計算し、それらを足し合わせれば、観測者が周囲の対象物全てから受ける合計の立体角が算出できることは明らかである。なお、複数のスクリーンに跨るよう配置されている対象物（面）については、各スクリーンに投影される部分ごとに分割する必要がある。以上によって、構成要素が視点場の四方に存在する場合についても、その合計立体角を導出する枠組みが整備された。

図 4 四方に構成要素が存在する場合のスクリーン

3.4 近似計算手法との比較

本章の最後に、提案手法と既存の近似計算手法との比較を行う。具体的には、従来に同様の分析を行う際、よく用いられてきた走査線ベクトル法が、どの程度の計算誤差を含んでいるか検証する。

走査線ベクトル法では、視点から周囲の測定半球に向けて均等な密度で半直線（走査線）を放射し、それが景観要素と交差するか否かを判定基準とする。このとき、走査線の総数を L 、交差した走査線数を l とすると、当該地点における立体角は $2\pi \times l/L$ で与えられる。今回は走査線の配置を、大野ら^{18, 19)}に倣い、水平面の方角角が 1, 3, 5, 9, 15 度間隔、垂直方向の分割数が 135, 45, 27, 15, 9 本となるようにした。総本数は、それぞれ 48600, 5400, 1944, 540, 216 本である。

次章の渋谷駅前空間における立体角について（算出地点など詳細な条件は第 4 章を参照のこと）、走査線ベクトル法で求めた近似値と、提案手法で求めた厳密な値との比較を行った。計 526 地点における平均相対誤差を表 1 にまとめる。これより、通常用いられることの多い 3~5 度間隔による走査線配置では、算出した値に 0.5% 前後の誤差が含まれることが判明する。

そもそも、上述のような議論が可能となるのは、提案手法によって、立体角の値を厳密に導出できるからに他ならない。言い

表 1 走査線ベクトル法における平均相対誤差

方位角	1 度	3 度	5 度	9 度	15 度
相対誤差	0.099%	0.29%	0.58%	1.1%	1.8%

換えると、従来手法ならば、何らかの形で検証する必要のあった計算精度について、提案手法では、もはや考慮する必要がない。計算量の観点からも、(景観要素数を N として) 走査線ベクトル法が $O(LN)$ となり、計算精度に依存するのにに対し、提案手法では $O(N \log N + k \log N)$ であり、景観要素数とその複雑度が等しければ常に一定である。なお、計算時間については、(プログラムチューニングに大きく依存するため) あくまで参考程度であるが、筆者らの環境 (CPU: Intel Core2 Duo 2.20GHz) では、方位角を 1 度に設定した近似手法が 1 地点当たり 7 秒程度かかるのに対し、提案手法では 5 秒程度で計算が完了している。以上の点からも明らかな通り、本研究で提案する計算幾何学アルゴリズムは、従来の近似アルゴリズムと同程度以上の有用性があるものと考えられる。

4 渋谷駅周辺における実証分析

ここからは、第 3 節で提案したアルゴリズムを用いて、実分析への応用を試みる。具体的には、渋谷の駅前空間を対象領域とし、種々の地点における建物立体角を導出することを試みる。

4.1 対象領域と建物データの抽出

今回は旺文社発行の MAPPLE2500 デジタルデータベースより、渋谷駅周辺の 1 メッシュ分 750m×460m を対象領域として、範囲内に存在する建物 (計 641 棟) のポリゴンデータを抽出し、都市景観の構成要素と見做した²⁵⁾。ただし、当該データには、高さについて階数のみが示されているため、建物の正確な高さは不明である。そこで、本研究では、一律に [建物の高さ]=3.2m×[階数] と仮定した。対象地域の概観を図 5 に示す。図中の巨大なビルは渋谷マークシティである。当該データを用いて、たとえばスクランブル交差点など、種々な地点に観測者が立ったときの建物立体角を算出する。

図 5 渋谷駅周辺の建物データ

ここで、上述で設定した対象領域の妥当性について検証しておく。本研究で取り扱うような都市景観では、しばしば遠方の建築物が視認される場合もあり、対象領域の広さが不十分な可能性もあるためである。そこでまず、対象領域で十分に都市景観を再現し得るか検証するため、実際の都市景観とポリゴンデータを比較する。図

(a) スクランブル交差点

(b) 渋谷 109 前

図 6 撮影した都市景観

(a) スクランブル交差点

(b) 渋谷 109 前

図 7 ポリゴンデータによる再現

6 は、渋谷駅前のスクランブル交差点、ならびに渋谷 109 前から見える都市景観を、円周魚眼レンズを用いて撮影したものである (撮影日: 2007 年 12 月 16 日, レンズ: SIGMA 社 4.5mm F2.8 EX DC Circular Fisheye HSM, カメラ: Canon 社 EOS-5D)。当該レンズは等立体角射影方式を採用しているため、被写体の立体角と画面上の面積が比例関係となる性質を持つ。一方、建物のポリゴンデータから同じく等立体角射影方式を用いて、単位球面上の射影領域を 2 次元で示したものが図 7 である。これらを比較すると、対象領域の建物データによって、建物の形状や大きさ等含め、その傾向が良く再現されていることが確認できる。

4.2 立体角マップを用いた交差点の開放性評価

対象領域の中央部分 240m×400m にて、算定位置を東西南北 10m おきに格子状に設け、それぞれの地点における立体角を導出した。立体角の値を単位半球の表面積 2π で除し、百分率表示したものを図 8 に示す。図中の色が濃い地点ほど立体角が大きく、淡い地点は立体角が小さいことを表している。図 8 より、立体角の全般的な性質として、立体角の値が大きくなるのは道幅が狭く、高いビルに囲まれた観測地点であることが判明する。一方、広い大通り付近や低層の建物の付近では、その値が低い傾向がある。結果として、スクランブル交差点や東口交差点付近では立体角の値が低い一方、センター街など細い路地に建物が密集している地域ではその値が高いことが確認される。

4.3 ビルボード設置による立体角の増加量

渋谷をはじめとする多くの繁華街では、しばしばビルの屋上に巨大なビルボード (屋外看板) が設置されている。ビルボードは、街の賑わいを演出しているのかもしれないが、その一方で、これらは

図8 種々の地点における立体角

図10 種々の地点における天空率

図9 ビルボードの設置による立体角の増分

図11 天空率指標と天空比指標の差分

人々の視界を遮る要因ともなり得る。そこで本節では、これら建物の屋上に設置されたビルボードが、人々の視界へ与える影響を、立体角を用いて定量的に評価することを試みる。具体的には、3階建て以上の建物すべての屋上にビルボードが設置されたものと仮定し、 $[\text{建物の高さ}] = 3.2\text{m} \times [\text{階数}] + [\text{ビルボード分}]$ としたときの立体角を導出し、前節との比較を行う。なお、ビルボードの具体的な高さは、一律に建物2階分の6.4mとした。

図9は“ビルボードを含んだ立体角(%)”から“ビルボードを含まない立体角(%)”を差し引いた値を図示したものである。すなわち、ビルボードを設置することによって、どれだけ視界が遮られるかを示している。まず差の大きい算定位置として、センター街や道玄坂の路地裏など、道幅の狭く建物が密集している地域があげられる。もともと道幅が狭い分、視界に占める建物の割合が大きいのので、看板を設置したときの影響が強いものと考えられる。

一方、ビルボードの設置影響がほとんど現れない地点として、建物のすぐそば(すなわち歩道)、ならびに高層ビル付近があげられる。これらの理由としては、極端にビルが高いために設置分として与えている2階分の影響が小さいことが考えられる。また、全地点における立体角の増分の平均は5.2ポイントとなった。すなわち、今回用いた数値地図データにおいて、ビルボードの高さが一律に6.4mであるとの仮定の下では、これまでより5ポイント強だけ余分に人々の視界が遮られてしまうことが判明する。

5 天空比ならびに天空率指標を用いた比較評価

前節までの建物の立体角に基づいた分析は、観測者の視界のうち、どれだけを“建物”が占めているかに着目したものである。一方、立体角と同様に都市景観分野で広く用いられている指標に、天空比ならび天空率がある。これらの指標は、いずれも観測者の周囲における“空”の量に着目したものである。したがって、その着目点からも明らかのように、天空比・天空率は共に立体角と強く関連する。本章では、前述のアルゴリズムを軽微に変更することによって、天空比や天空率指標を用いた分析へと応用する。その上で、天空比と天空率との比較評価、さらには改正建築基準法の“天空率による斜線制限緩和制度”に注目し、その性質を考察する。

5.1 天空比ならびに天空率の導出

天空比ならびに天空率の定義を説明する。まず、天空比とは、単位半球の表面上において空が占める割合と定義される(端的に言えば、空の立体角を相対量で表したものである)。定義から明らかのように、第3節で求めた建物群の合計立体角と、天空比には

$$[\text{天空比}] = 1 - \frac{[\text{景観要素全体の立体角}]}{2\pi} \quad (4)$$

の関係が成立する。したがって、図8で示した立体角の分布は、その値を1から減ずれば、天空比の分布としてもそのまま解釈することが可能である。

一方、天空率とは、視界を半球面で表現したときに、球面に投影さ

れた空を地表面へ正射影したときの、地表面における空比率のことを指す。いま、任意の球面三角形の正射影投影面積は、対応する地表面の領域を積分計算することによって求められる（詳細は【付録 3】を参照のこと）。したがって、第 3.2 節において、各々の球面三角形の立体角を算出する代わりに、正射影投影面積を用いれば、直ちに観測者周辺の要素群がもたらす合計正射影面積が算出できる。このとき、視点場における天空率は

$$[\text{天空率}] = 1 - \frac{[\text{要素群の正射影投影面積}]}{\pi} \quad (5)$$

となる。前節と同様の渋谷駅前空間において、種々の地点における天空率を算出したものを図 10 に示す。

なお、上述の正射影投影面積を求める積分計算は、若干煩雑である。近似計算で済ませるならば、以下の方法も有用であろう。まず、球面三角形の各辺に対し細かく中点を設定し、頂点数の多い多角形と見做した上で、各頂点を地表面へと正射影する。その上で、正射影された各頂点を結んでできる多角形の面積を算出し、球面三角形の正射影投影面積の近似値とする。多角形の面積を導出するに当たっては、Green の定理を用いた簡便な計算法が存在する⁶⁾。

5.2 天空比と天空率の比較

天空比と天空率については、蓮香・大澤らによってその理論的關係が分析されている⁵⁾。当該研究では、平坦な土地に直立した建物を対象として、(a) 天空率は、常に天空比より大きいこと、(b) その最大差は 0.25 であること、(c) ただし、直方体形状の単一建物に限定すると最大差は 0.11 程度で抑えられること、(c) 両指標が最も乖離する仰角は $30^\circ \sim 40^\circ$ となること、などを明らかにしている。

以上を踏まえ、“天空率 (%)” から“天空比 (%)” を差し引いた値の分布を計算したものを図 11 に示す。図中で誤差が大きい地点に着目すると、例えば渋谷 109 前や渋谷駅東口の再開発地域があげられる。ここで具体的な値の差に着目すると、東口交差点付近（図中の × 点）における 0.22 が最大であった。これは上述の理論的關係 (b) の結果とも一致する。なお、理論的關係 (c) では、単一建物に限定した場合その差異はせいぜい 0.1 前後であることが示されているが、本分析のように視点場の周囲を複数の建物を取り囲んでいる場合、現実空間においても上限近くまで両指標が乖離する可能性が示された。

今度は、図 11 の × 地点における仰角に着目する。いま、渋谷駅東口では近接する東急百貨店が 8 階建だから、その高さはおおよそ $8 \times 3.2\text{m} = 25.6\text{m}$ である。ここで、× 地点は東急百貨店からおおよそ 30m～40m 離れたところに位置している。したがって、この地点から東急百貨店を眺めたときの仰角を調べると、約 $32^\circ \sim 40^\circ$ となり、これは理論的關係 (d) の性質と一致する。

上記に加え、建物のすぐ近くの観測地点においては、天空比と天空率の乖離が小さくなっていることも確認できる。これは仰角が極端に大きい場合には、両者の差がほとんど存在しないためである。建物のすぐそばの観測地点では、近接建物への仰角が大きくなる傾向が高いため、天空率と天空比の差は縮小する結果となる。

5.3 天空率による斜線制限緩和制度について

平成 15 年に施行された改正建築基準法で、新たに天空率による斜線制限緩和制度が設けられた。当該制度は、一般に天空率規制と呼ばれるものであり、従来の斜線制限（道路斜線・隣地斜線・北側斜線という建築物の各部分の高さ制限）による建築物の天空率と同

等以上の天空率を、すべての算定位置で確保できる形態なら、斜線制限をかけないという措置である。これは、天空率の確保が採光や通風等を保障しているという論理に基づいている²⁶⁾。

では、採光や通風性の確保は、果たして天空率の規制のみで十分だろうか。採光に関し等高度完全拡散光源面を仮定することは自然であると思われるし、通風性についても垂直方向の空気循環を想定するならば、もちろん天空率をこれらの定量的指標として解釈することは可能である。しかしながら、日照の向きは時間によって刻々と変化するものであるし、通風性については地表面に水平な方向についても考慮すべきであろう。そのような意味において、建築物の影響を評価するための指標として、正射影で重み付けを行う天空率だけではなく、半球の表面上を均等に取り扱う天空比が有効な局面もあるものと考えられる。なにより、斜線制限緩和制度が対象としているのは主に高層建築物であり、これらは概して遠距離からも視認できる可能性が高い。このことから、観測者の視界を定量化した指標である天空比は、積極的に利用されるべきである。

天空率規制における天空率算定位置は、建物の前面道路の反対側の数ヶ所に設定されている。これは、図 11 において、天空率と天空比の差異が比較的小さい地点に対応する。したがって、天空率と同様の地点で天空比を算出しても、あまり意味は無い。むしろ、天空比を算出すべきは、天空率算定位置よりも遠方の地点、具体的には、対象建築物からある一定の半径以内について密に算定位置を設け、網羅的にその評価を行うことが望ましい。本研究のモデルは、上述のような天空比による分析を行うための、実用的ツールとしても意味を持つものと考えられる。

6 まとめ

本研究では、複数の構成要素が重なり合うことによって形成される都市景観を前提とし、その立体角を導出するための新たな手法を提案した。具体的には、計算幾何学における“地図重ね合わせ問題”を援用し、都市景観を互いに重ならない三角形集合へと展開した上で、その立体角を算出することを試みた。また、実証分析として渋谷の駅前空間に着目し、数値地図から抽出した建物データを用いて地点の差異や屋上看板の設置がもたらす立体角の変化を定量的に分析した。さらには、提案手法を、天空率指標へも拡張し、両指標との関係を実証的に考察した。

本研究では人間の視界として、 360° 全方位に映り込む建物や空の割合を計量してきたが、視野角による重み付けなど人間の視覚状態を、さらに深く考慮した分析を行うことが今後の課題である。

【付録 1】平面三角形の立体角

3 次元空間上における平面三角形 $A'B'C'$ を原点 O から見たときの立体角 R を導出したい。ただし、対応する球面三角形の頂点は A, B, C とする。すなわち

$$\vec{OA} = \frac{\vec{OA'}}{\|\vec{OA'}\|}, \quad \vec{OB} = \frac{\vec{OB'}}{\|\vec{OB'}\|}, \quad \vec{OC} = \frac{\vec{OC'}}{\|\vec{OC'}\|}, \quad (6)$$

前述の式 (1) から明らかなように、球面三角形 ABC の各内角 α, β, γ が判明すれば、直ちに立体角は求まる。そこで、 $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \angle BAC$ を例に、その導出手順をまとめる。

いま単位球面上において、球面三角形の頂点 A, B, C の対辺の長さ

を a, b, c とすると

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c}\right) \quad (7)$$

が成立する²⁾。定義より、 a は大円弧 $\widehat{BC}$ の長さを意味するが、これは $\vec{OB}$ と $\vec{OC}$ がなす角

$$a = \arccos\left(\frac{\langle \vec{OB}, \vec{OC} \rangle}{\|\vec{OB}\| \cdot \|\vec{OC}\|}\right) \quad (8)$$

に他ならない (b, c についても同様)。したがって、(8) の如く求めた a, b, c を (7) に代入することによって、 α は決定できる。

以上にして求めた球面三角形の各内角 α, β, γ を (1) に代入すれば球面三角形 R の立体角が求められる。

【付録 2】 複数多角形の和集合導出と三角形分割

前述の通り、提案手法で用いる (i) 複数多角形の和集合を導出し、(ii) その三角形分割を行うアルゴリズムは、様々なものが知られている。ここでは一例として、和集合を複数の区画に分割することによって両操作をほぼ同時に行い得るアルゴリズムを説明する。なお、当該アルゴリズムは、Shamos によって提案された 2 つの多角形の重ね合わせを処理する手法²³⁾ の拡張となる。

まず、和集合領域の頂点集合を抽出する。これは、それぞれの多角形の頂点ならびに異なる多角形の境界同士の交点のうち、いずれの多角形の内部にも属していないもので与えられる。続いて、抽出した和集合の各頂点を通り、 y 軸に平行な直線で、平面を細長いスラブ (区画) に分割する。このとき、各スラブ内において、複数多角形の和集合 (の一部) は必ず台形である (図 12 参照)。これらの台形は、各スラブ内で各多角形の境界の上下関係を調べることによって容易に求められる。したがって、各スラブごとに、(和集合の一部である) 台形を計算し、それを対角線で 2 分すれば、複数多角形の和集合を三角形分割できたことになる。

図 12 複数多角形の和集合導出

以上の手順における計算量について説明する。まず、和集合の頂点集合を決定するに当たり、各多角形の頂点を抽出する作業は N を多角形数とすると $O(N)$ である。一方、異なる多角形の境界同士の交点を抽出する作業は、各ペアについて逐一検証する単純なアルゴリズムの場合、 $O(N^2)$ である。加えて、これら交点集合の候補が他の多角形の外部にあることを、やはり逐一確かめた場合、計算量が更に一次元上がり、結果として $O(N^3)$ となる。ただし若干煩

雑ではあるが、複数の多角形の交点を抽出し、かつ、それらの所属領域を $O(N \log N + k \log N)$ で計算できるアルゴリズムが³⁾、既に提案されている (ここで k は和集合の複雑度である)¹⁾。当該アルゴリズムによって、和集合の頂点集合は直ちに決定できる。また、最後に台形を抽出する作業は $O(N)$ であり、各台形を三角形分割するのは定数時間である。以上の議論から、当該アルゴリズム全体としての計算量は、 $O(N \log N + k \log N)$ であることが分かる。

【付録 3】 球面三角形の正射影投影面積

ある単位球面上の球面三角形 T の正射影投影面積 w を求めたい。ただし、3 次元直交座標系において T の各頂点は、 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x_3, y_3, z_3)$ で与えられるものとする。なお、各頂点は単位球面上に存在するため

$$\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} = 1 \quad (9)$$

が成り立つ。

球面三角形における各辺が、両端の 2 頂点を通過する大円弧で与えられることは周知である。そこで、正射影投影面積を求めるための前準備として、 A, B を両端とする辺 (大円弧) を地平面へと射影したときの軌跡を導出する。まず、3 次元直交座標系 (x, y, z) と 3 次元極座標系 (r, ϕ, θ) の変換公式は、以下の通り：

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ \phi = \tan^{-1}[x, y], \\ \theta = \tan^{-1}\left[z, \sqrt{x^2 + y^2}\right]. \end{cases} \quad (10)$$

ただし、 $\tan^{-1}[x, y]$ は通常の逆正接を全象限へと拡張させたものであり、

$$\tan^{-1}[x, y] \stackrel{\text{def.}}{=} \arg(x + yi) \quad (11)$$

とする。さらに、3 次元極座標系において単位球面上では常に $r = 1$ なので、大円弧は θ と ϕ のみの関係式

$$\theta = f_{AB}(\phi) \quad (12)$$

で表せることに注意されたい。ここで、大円弧とは原点を通過する平面と単位球面との交線であるから、大円弧 $\widehat{AB}$ と直線 $\overline{AB}$ は、明らかに同一平面上に存在する。このことは、直線 $\overline{AB}$ を極座標系で表現したときの ϕ と θ の関係式が、(12) と一致すること意味する。

いま、パラメータ λ を用いて直線 $\overline{AB}$ を

$$\begin{cases} x(\lambda) = (1 - \lambda)x_1 + \lambda x_2 \\ y(\lambda) = (1 - \lambda)y_1 + \lambda y_2 \\ z(\lambda) = (1 - \lambda)z_1 + \lambda z_2 \end{cases} \quad (13)$$

と表現する。これを極座標系で表すと

$$r(\lambda) = \sqrt{x(\lambda)^2 + y(\lambda)^2 + z(\lambda)^2}, \quad (14)$$

$$\phi(\lambda) = \tan^{-1}[x(\lambda), y(\lambda)], \quad (15)$$

$$\theta(\lambda) = \tan^{-1}\left[z(\lambda), \sqrt{x(\lambda)^2 + y(\lambda)^2}\right]. \quad (16)$$

我々が求めたいのは ϕ と θ の関係式であるので、(15) を変形し、

$$\lambda_{AB}(\phi) = -\frac{y_1 - x_1 \tan \phi}{(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1) \tan \phi} \quad (17)$$

図 13 積分する投影領域

と置く．これを (16) に代入すれば

$$\theta = f_{AB}(\phi) = \theta \{\lambda_{AB}(\phi)\} \quad (18)$$

を得る．また，大円弧 $\widehat{AB}$ 上では常に $r = 1$ であるので，2 次元極座標系 (u, ϕ) を導入した地表面へと大円弧を正射影したときの軌跡 $u = g_{AB}(\phi)$ は

$$u = g_{AB}(\phi) = \sin f_{AB}(\phi) \quad (19)$$

となる．同様に弧 $\widehat{BC}$ ，弧 $\widehat{CA}$ についても，地表面へと正射影した軌跡 $u = g_{BC}(\phi)$ ， $u = g_{CA}(\phi)$ を求めることができる．

さて，本節の目的は，図 13 に示したように， $u = g_{AB}(\phi)$ ， $u = g_{BC}(\phi)$ ， $u = g_{CA}(\phi)$ に囲まれてできる，球面三角形を正射影した領域の面積 w を求めることである．これは当該領域を E とすると

$$w = \int_E u \, du \, d\phi \quad (20)$$

で求められる．さらに (20) は，Green の定理を用いると以下の周回積分へと帰着できる¹⁴⁾：

$$w = \frac{1}{2} \oint_C u^2 \, d\phi. \quad (21)$$

ここで， C は E の境界である $u = g_{AB}(\phi)$ ， $u = g_{BC}(\phi)$ ， $u = g_{CA}(\phi)$ に沿って，左回りに周回することを意味する．以上によって，任意の球面三角形について，その正射影投影面積 w が求められた．

謝辞

本研究に用いた数値地図のデータ処理に際し，鳥海重喜先生 (中央大学) より貴重なアドバイスを頂戴いたしました．心より御礼申し上げます．また，匿名の査読者の懇切なるアドバイスによって，論文の改訂を行うことができました．深く感謝致します．

参考文献

- 1) M. ドバーク, M. ファン・クリベルド, 他: コンピュータ・ジオメトリ—計算幾何学: アルゴリズムと応用—, 近代科学社, 2000
- 2) Peter Frankl, 前原潤: 幾何学の散歩道—離散・組み合わせ幾何入門, 共立出版, 1991
- 3) 武井正昭: 建築群密集状態の判定手段に関する研究 第 1 部, 日本建築学会論文報告集, 162, pp.43-49, 1969.8
- 4) 武井正昭: 建築群密集状態の判定手段に関する研究 第 2 部, 日本建築学会論文報告集, 163, pp.51-61, 1969.9
- 5) 蓮香文絵, 大澤義明, 切田元, 小林隆史: 天空率と天空比との関係に関する考察, 日本建築学会計画系論文集, 600, pp.121-127, 2006.2
- 6) 伊理正夫, 腰塚武志, 他: 計算幾何学と地理情報処理, 共立出版, 1986
- 7) 市川裕道: 街区ユニットの天空率, 日本建築学会計画系論文集, 423, pp.1-10, 1991.5
- 8) 市川裕道: 通りの天空率, 日本建築学会計画系論文集, 428, pp.29-36, 1991.10
- 9) 市川裕道: 街区ユニットの天空率 その 2, 日本建築学会計画系論文集, 440, pp.1-10, 1992.10
- 10) 市川裕道: 街区ユニットの天空率 その 3, 日本建築学会計画系論文集, 472, pp.11-20, 1995.6
- 11) 切田元, 大澤義明: ミラーガラスに映り込む空の量に関する解析的研究, 日本都市計画学会都市計画論文集, 41-3, pp.235-240, 2006.11
- 12) 宮本好信: 立体角の計算アルゴリズム, 日本建築学会大会学術講演梗概集.A, pp.763-764, 1985.10
- 13) 三好隆之, 藤井 明, 他: 空間の視覚特性に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集.E-1, pp.817-818, 1997.9
- 14) 森口繁一, 他: 数学公式 I, 岩波書店, 1960
- 15) 西 安男, 小島武男, 他: 一般形態の立体角の頭上計算について, 日本建築学会論文報告集, 228, pp.73-81, 1975.2
- 16) 西 安男, 小島武男, 他: 幾何学的に簡単な形態の立体角の計算, 日本建築学会論文報告集, 229, pp.93-100, 1975.3
- 17) 小木曾定彰: 都市の中の日照, コロナ社, 1972
- 18) 大野隆造: 環境視の概念と環境視情報の記述法—環境視情報の記述法とその応用に関する研究 (その 1)—, 日本建築学会計画系論文集, 451, pp.85-92, 1993.9
- 19) 大野隆造, 辻内理枝子, 稲上誠: 屋外空間での移動に伴い変化する感覚の連続的評定法—環境視情報の記述法とその応用に関する研究 (その 2)—, 日本建築学会計画系論文集, 570, pp.65-69, 2003.8
- 20) F.P. プレバラータ, M.I. シェーモス, 他: 計算幾何学入門, 総研出版, 1992
- 21) 斉藤 圭, 篠崎道彦, 桑田 仁: 超高層建築物群周辺の曇天日照度比・天空率と晴天時日射エネルギー比, 日本建築学会計画系論文集, 565, pp.201-208, 2003.3
- 22) 斉藤 圭, 篠崎道彦: 平均天空率を指標とした性能規定型建築形態コントロールの評価システム, 日本建築学会計画系論文集, 575, pp.101-108, 2004.1
- 23) M.I. Shamos: *Computational Geometry*, Ph.D Thesis, Yale University, 1978
- 24) 渋谷敬一, 小林隆史, 大澤義明: 都市夜景の俯瞰景に関する計量分析—函館市を対象として—, 日本都市計画学会都市計画論文集, 39-3, pp.187-192, 2004.11
- 25) 昭文社: MAPPLE2500 数値地図・渋谷区, 昭文社, 2007
- 26) 都市構造改革研究会: 都市再生と新たな街づくり事業手法マニュアル, エクスナレッジ, 2003
- 27) 山口勝巳, 谷口汎邦: 天空率・鉛直面直接昼光率からみた国立大学キャンパスの外部空間の特性, 日本建築学会計画系論文集, 565, pp.159-166, 2003.3

(2008年12月10日原稿受理, 2009年5月21日採用決定)