階層的な空間構造を持つ線状都市における階高を考慮した最適都市形態

－階高を考慮しない場合と比較して－

OPTIMAL URBAN FORMS OF LINEAR CITIES
INCLUDING HIERARCHICAL SPATIAL STRUCTURE WITH CONSIDERATION OF FLOOR HEIGHT

－ Compared to the case without consideration of floor height －

近藤 赳弘*, 吉川 徹**

Takehiro KONDO and Tohru YOSHIKAWA

This article developed a method to obtain optimum urban forms minimizing the travel cost from each point to the central district center with consideration of floor height. The calculation and comparison with the conventional model without consideration of floor height showed the following results. The optimum urban forms are similar when only the total floor area changes. When the floor height is considered, the height of the city is lower, the distance between the district centers is larger, and the population accessing the central district center directly increases. However, the highest heights of the two city models are almost same.

Keywords : Compact City System, Floor Height, Life Needs, District Centers, Travel Cost, Hierarchy

コンパクトシティ・システム, 階高, 生活需要, 地域拠点, 移動コスト, 階層

1. 背景と目的

本研究では、都市内に均等分布する住民の拠点までの移動コストを小さくする観点における最適都市形態の算出手法として、従来の階高を考慮しない方法に対して、新たに現実的な都市に近い階高を考慮する方法を開発する。これを階層的な空間構造を持つ線状都市に適用することにより、階高を含む諸要因の変化が最適都市形態にもたらす影響を明らかにし、さらに階高の考慮の有無による最適都市形態の差異を明らかにする。

我が国を始め多くの大都市においては、高層建築物が多数建築されてきており、特に近年はこの傾向は著しい。また、ハイパービルディング等、都市機能を有する超巨大建築物の構想も発表されている。しかし、このような高層建築物で構成される市街地は、縦方向の移動に手間がかかり、必ずしも移動の利便性が高くないとの懸念もある。また、近年都市計画でしばしば言及されるコンパクトシティ政策においても、移動の利便性は重要な課題である。このとき、移動の利便性は、移動時間や移動エネルギーなど、広義の移動コストで計測することが考えられる。この点で、3次元都市空間における移動コストを最小化する都市形態を論じる研究には意義があると考えられる。本研究では、その第一歩となる探索的な試みとして、線状

都市について最適都市形態を算出し、関数の挙動を捉えることを目的とする。線状都市は計算量を減らしつつ、最適都市形態を示す関数の挙動を捉えやすい。また、鉄道あるいは幹線道路沿いに発展した都市や、移動距離がマンハッタン距離で近似可能な都市においては、都市の断面とみなせるため、将来、3次元都市を分析する際に線状都市の結果からの類推が行いやすいと期待される。

移動コスト最小化の観点からの最適都市形態に関連する既往研究としては、まず、森本¹⁾に代表される、実際の都市におけるコンパクトシティの効果の把握が挙げられる。ただし、このような分析においては都市固有の事情が影響するため、得られた効果の汎用性の判断には困難な問題も残る。その点で、モデル都市における最適都市形態の研究を併用することは、汎用性の判断に資すると期待される。このような研究の代表例に、直方体の都市モデルを想定して最適な立体的都市形態を示した、腰塚²⁾や栗田ら³⁾のものがある。また鈴木⁴⁾は、直方体を積み重ねた都市モデルを想定して最適都市形態を求めた。しかし、これらの研究には、次の課題が残っている。前者の1個の直方体で都市形態を近似したモデルでは、都心部と周辺部の建物高さの違い、すなわち密度の違いを反映できない。後者の複数の直方体を積み上げたモデルは、これをある程度反映できる。

* 三菱電機インフォメーションシステムズ(株) 修士(工学)

** 首都大学東京大学院都市環境科学研究科建築学域
教授・博士(工学)

Mitsubishi Electric Information Systems Corporation, M.Eng.

Prof., Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Metropolitan University,
Dr.Eng.

しかし、計算量の制約から直方体の数を少なくせざるを得ないため、直方体の形状や大きさに都市形態が制約され、また直方体が具体的な都市のどのような構成要素に対応しているのかが不明確になるので、得られた形態の解釈が困難になる。さらに、両者はともに、実際の大都市にみられる階層的な空間構造が都市形態に与える影響を考慮していない。

これらの課題に対し、近藤⁵⁾は、後述のように階層的な拠点と移動手段の段階性を導入した最適都市形態を算出した。ただしこれは、本来の都市空間とは異なり、垂直方向に一定の距離すなわち階高を隔した多層の床からなることを考慮せず、縦横ともに連続な空間と捉えている。すなわち、人口が3次元空間のどの方向についても均一に分布している状態、いわば住民が3次元都市空間に均一な密度で浮かんでいる状態を仮定している。このように仮定することで、移動コストを求める際に縦横ともに微積分という最適化計算の強力な手段が適用可能になり、計算が簡略化できるという大きな利点があった。しかし、このモデルでは高さ方向の移動コストが、多層の床からなる実際の都市空間と異なるため、最適都市形態が異なる危険性がある。逆に言えば、多層の床を想定した都市モデルでは現実とのかい離がより少なくなることが期待できる。また、階高を想定しない場合、三次元都市モデルにおける体積を都市の規模と見なす必要がある。これに対して、階高を想定すると、床面積を都市の規模と見なせるため、現実の都市と規模を揃えた比較が容易になる。また、階高を想定すれば、近年の我が国の建築物で階高が大きくなる傾向があるなど、諸要因の変化が都市に与える影響のより厳密な分析が可能になる。さらに階高を想定することは、上記の複数の直方体を積み上げた場合において、直方体の高さとして実際の都市における最小値を想定したうえで、都市の境界を離散的でなく連続的な関数で表すことに相当する。したがって、連続的な関数の採用によって計算量を削減しつつ、既往研究における形態の解釈の困難さを軽減できると期待される。本研究はこれら課題に対応することを目指す。これにより、本研究による定量的な分析が、今後、社会的合意を形成して都市計画施策を実現する⁶⁾にあたって役立つことを期待している。

2. 想定する都市モデルの概要

本研究が想定するコンパクトな都市のイメージは、図1のようになる。コンパクトシティの定義は様々だが、例えば、平成26年8月の改正都市再生特別措置法の施行にあわせ、集約都市形成支援事業の対象に追加された立地適正化計画制度⁷⁾では、都市機能の近接化

図1 コンパクトシティのイメージ

図2 コンパクトシティ・システム

による歩いて暮らせる集約型まちづくりの実現に向け、拡散した都市機能を集約させ、生活圏の再構築を進めていくため、医療施設、社会福祉施設、教育文化施設等の都市のコアとなる施設の集約地域への移転や、移転跡地の都市的土地利用からの転換を促進する⁷⁾としている。そこで本研究では、中心にセンターすなわち集約地域（以下、「拠点」と呼ぶ）が存在し、全住民の拠点までの総移動コストを最小化する最適都市形態を算出する。

さらに実際の都市にみられる階層的な空間構造を念頭に置いて、本研究では、複数の小さなコンパクトシティが連携してできるコンパクトシティ・システム⁸⁾（図2）を想定する。これにより、コンパクトシティの欠点として時に指摘される、多彩なサービスなど都市性の欠如を解決できる可能性があると考えられる。

コンパクトシティ・システムに関して近藤ら⁵⁾⁹⁾¹⁰⁾は、全住民の拠点までの総移動コストの最小化という観点から単純な都市モデルを設定し分析している。これらの研究では、図2のように、都市は『地区—街—都市』の3段階の空間構成から成り立ち、各段階において、需要の頻度に応じた一定の生活機能が充足されるものと想定している。さらに、各段階に応じた生活機能を充足させるための拠点施設と、交通拠点が併設されている。『地区』における拠点を1次拠点、『街』における拠点を2次拠点、『都市』における拠点を3次拠点とする。この時、上位の拠点は下位の拠点機能を併設する。また、拠点に移動する場合には、まず『地区』内において徒歩で1次拠点に移動し、必要があればそこからバスなどの短距離交通手段で2次拠点に向かい、さらに必要があれば鉄道など長距離公共交通機関で3次拠点に向かう。

近藤ら⁵⁾⁹⁾¹⁰⁾は、この都市モデルに基づく3次元都市において、1次拠点まで、2次拠点までの移動について、住民は3次元都市に均等分布するとして、総移動コストに停留値を与える都市の高さを変分原理によって求めている。その結果から、総移動コストが最小化される最適都市形態と、徒歩、バス、エレベータの移動コストの比を仮定した最適拠点間距離を算出した。これにより、超高層建築物に都市をまとめることが必ずしも効率的ではなく、交通手段を活用して水平方向に都市を展開させる可能性もあることが示唆された。しかし、このモデルでは前述の通り階高を想定していない問題が残っている。

そこで本研究では、この問題に対応するため、垂直方向に一定の

表1 移動コスト

垂直方向の移動		速度	コスト	比
C_d		2.7km/h	10/27(0.370)	56/9(6.222)
水平方向の移動	徒歩 $\frac{C_{h1}}{C_{h2}}$	4.8km/h	5/24(0.208)	7/2(3.500)
	バス $\frac{C_{h2}}{C_{h1}}$	16.8km/h	5/84(0.060)	1(1.000)

階高を持った多層の水平床があり、住民は床に均等分布していると想定して最適都市形態を算出する。これにより、階高を含む諸要因の変化が最適都市形態にもたらす影響を明らかにし、さらに階高の考慮の有無による最適都市形態の違いを検証する。

多層の床があるとした場合、総移動コストには階数という整数のみを取る変数が含まれる。このため、微積分が適用困難になることから、最適都市形態の算出は困難になる。そこで本研究では3次元都市を分析するための第一歩として、取り扱いが比較的簡単な下記のモデルを対象とする。まず都市の形状は、鉄道あるいは幹線道路沿いに発展した都市、あるいは3次元都市の断面と見なせる線状都市とする。総移動距離については、最も次数が高い拠点への移動のみを考える。また拠点については、移動頻度が少ない3次拠点は考えない。さらに、単位距離当たりの移動時間を移動コストと捉え、移動時間に比例する各移動手段の平均移動速度の逆数を採用した。なお、本論文では、公共交通機関や拠点の整備・運営にかかるコスト等については考慮しない。水平方向の階層的な移動手段の例として、1次拠点（1次拠点を併設した2次拠点を含む）までは徒歩（低速）、1次拠点から2次拠点まではバス（中速）を想定する。垂直方向の移動手段はエレベータを想定する。それぞれの平均的な時間^{11)~16)}を考慮し、移動コストとバスの移動コストを基準とした場合のそれぞれのコストの比を、表1のように設定する。以下では、移動コストを表す変数として、垂直方向は c_d 、水平方向の徒歩によるものは c_{h1} 、バスによるものは c_{h2} を用いる。また、具体値を考慮する際の距離の単位をkmとする。

3. 階高を考慮した場合の最適都市形態の算出

3.1. 1次拠点1つの場合

まず、計算の準備となる基礎的な状況を確認することを目的として、階層的な空間構造を形成していない場合、すなわち図3のように1次拠点が1つのみ(O_1)存在している単純な線形都市について、任意の地点 $P(x, z)$ から O_1 までの総移動コスト G を最小化する最適都市形態を算出する。

図3 1次拠点1つ

図4 階数とy階の床面積のイメージ

都市内の位置を座標 x 、延床面積を D で表し、都市域を
 $-r \leq x \leq r$ (1)

と仮定する。ただし、 r は無量大を含む任意の実数とする。次に、地

点 x における建物の高さを $z=h(x)$ で表し、この値は自然数ではなく非負の実数であり、また任意の地点において連続であるとする。都市形態が $x=0$ について対称な図形となることは明らかなので、以降は $x \geq 0$ について考える。図4のように階高 a （定数）、最上階床と最高高さの差を $h'(0 < h' \leq a)$ とすると、地点 x における階数は

$$\frac{h(x)-h'}{a} + 1 \quad (2)$$

となり、これを

$$m+1 \quad (3)$$

と置く。居住階数を y ($0 < y \leq m+1$ を満たす自然数)、 y 階における $x \geq 0$ の部分の床面積を $S(y)$ （ただし、 $S(1)=r$ ）と置くと（図4）、

$$S(1)+S(2)+\dots+S(m+1)=\sum_{k=1}^{m+1}S(k)=\frac{D}{2} \quad (4)$$

となる。右辺の延床面積を2で割っているのは、 $x \geq 0$ のみを考えているためである。移動コストが最小となる都市を考える場合、床が連続に存在していることは明らかである。また、都市居住者の単位必要面積は均一であると仮定しておく、都市人口と都市の延床面積は同一視でき、総移動コストは、

$$G=\sum_{k=1}^{m+1}\int_0^{S(k)}x \cdot c_{h1}dx+\sum_{k=1}^{m+1}S(k) \cdot (k-1) \cdot a \cdot c_d \quad (5)$$

と表すことができる。以降、前述の近藤ら⁵⁾⁹⁾¹⁰⁾と同様に計算すると、

$$\begin{aligned} c_{h1} \cdot S(1)+1 \cdot a \cdot c_d &= \dots = c_{h1} \cdot S(k)+k \cdot a \cdot c_d \\ &= \dots = c_{h1} \cdot S(m+1)+(m+1) \cdot a \cdot c_d \end{aligned} \quad (6)$$

となる。よって、

$$S(k)=S(1)-(k-1) \cdot a \cdot \frac{c_d}{c_{h1}} \quad (7)$$

つまり、本モデルにおける床面積は、1階の床面積を $S(1)$ とし、1階上がるごとに $a \cdot \frac{c_d}{c_{h1}}$ だけ小さくなる。このことは、図5の斜線のように都市の上端部を結ぶと、傾斜が水平方向の移動コストに比例し垂直方向のそれと反比例する直線、すなわち拠点までの移動コストが一定となる線となることを意味する。この線に対してはみ出した床と達しない床があれば、この線に揃えることで移動コストを削減できるので、直感的に解釈可能な結果である。

この時、 $S(k) > 0$ であることから、1階の床面積 $S(1)$ が決定する

図5 都市を横から見た形

図6 1階の床面積と延床面積の関係

図7 2次拠点1つと1次拠点2つ

と、都市の上端部の傾斜が決まっていることから、各階の床面積 $S(y)$ 、都市の最高高さ、階数の最大値 $m+1$ も決定する。このことから、 $S(1)$ が決定すると都市の延床面積 D も決定し、両者は単調増加の関係にある (図6)。以上より、階高を持ち、拠点が一つある最適都市形態は、延床面積 D を与えると、自然と決定される^{注1)} (図5)。

3.2. 2次拠点1つと1次拠点2つの場合

以上の準備結果を踏まえて、階層的な空間構造として、図7のように1次拠点が2つと2次拠点が1つ存在する場合について、任意の地点から2次拠点へ移動する総移動コストを最小化する最適都市形態を求める。この時、都市モデルの対称性を考慮して、2次拠点を中心として、 $-d$ の位置に1次拠点 O_3 、 d の位置に1次拠点 O_2 が存在していると仮定する ($d \geq 0$)。

図7の $P(x, z)$ の住民は2次拠点 O_1 まで、移動コスト (図7の $P(x, z)$ から地上までの垂直移動と、そこから2次拠点までの水平移動のコストの合計) が最も小さい方法で移動する。このとき、1次拠点 O_3 を経由するかどうかは、経由した方が水平移動コストが小さいかどうかで決まる。これは、 $P(x, z)$ の高さ z には関係なく、水平方向の位置 x だけで決定する。1次拠点 O_3 を経由する場合というのは、直接2次拠点に移動する場合より移動コストが小さいので、

$$c_{h1}|x| \geq c_{h1}|x - (-d)| + c_{h2} \cdot d \quad (8)$$

が成立する場合に等しい。 $x \geq 0$ の場合、 $x - (-d) \geq 0$ なので、式8の絶対値記号を外すと、

$$\begin{aligned} c_{h1} \cdot x &\geq c_{h1} \cdot x + c_{h1} \cdot d + c_{h2} \cdot d \\ \Leftrightarrow 0 &\geq c_{h1} \cdot d + c_{h2} \cdot d \end{aligned} \quad (9)$$

となり条件が満たされないため、1次拠点 O_3 を経由することはない。 $x < 0$ の場合、 $-d < x$ の範囲では、式8の絶対値記号を外すと、

$$\begin{aligned} -c_{h1} \cdot x &\geq c_{h1} \cdot \{x - (-d)\} + c_{h2} \cdot d \\ \Leftrightarrow x &\leq -\frac{d}{2} \cdot \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

の場合に1次拠点 O_3 を経由する。 $-d \geq x$ の範囲では、式8の絶対値記号を外すと、

$$\begin{aligned} -c_{h1} \cdot x &\geq -c_{h1} \cdot \{x - (-d)\} + c_{h2} \cdot d \\ \Leftrightarrow 0 &\geq (-c_{h1} + c_{h2}) \cdot d \end{aligned} \quad (11)$$

となり、徒歩の移動コスト c_{h1} がバスの移動コスト c_{h2} よりも大きい (徒歩の速度がバスの速度よりも遅い) ことを前提としているため常に条件が満たされ、必ず1次拠点 O_3 を経由する。同様に、1次拠点 O_2 を経由して2次拠点へ移動する場合というのは、移動コストの比較から、

$$c_{h1}|x| \geq c_{h1}|x - d| + c_{h2} \cdot d \quad (12)$$

図8 2次拠点1つと1次拠点2つのボロノイ図

が成立する場合に等しい。そこで、上記と同様に絶対値記号を外せば、

$$\frac{d}{2} \cdot \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \leq x \quad (13)$$

の場合、1次拠点 O_2 を経由して2次拠点へ移動する。それ以外るとき、住民は直接2次拠点へ移動する (図8)。

したがって、任意の点 $P(x, z)$ から2次拠点までの移動コスト (点 $P(x, z)$ の居住者の移動コスト) は、

$$\begin{aligned} C(x, z) &= c_{h1} \cdot |x - (-d)| + c_{h2} \cdot d + c_d \cdot z \quad \text{for } x < -\frac{d}{2} \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \\ C(x, z) &= c_{h1} \cdot |x| + c_d \cdot z \quad \text{for } -\frac{d}{2} \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \leq x < \frac{d}{2} \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \\ C(x, z) &= c_{h1} \cdot |x - d| + c_{h2} \cdot d + c_d \cdot z \quad \text{for } \frac{d}{2} \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \leq x \end{aligned} \quad (14)$$

となる。それぞれの1次拠点に移動する場合の最適都市形態は、3.1節の計算過程を踏まえば、1次拠点が1つある場合と同じであることがわかる。つまり、各拠点に対する最適都市形態は、1階上がるごとに $a \cdot \frac{c_d}{c_{h1}}$ だけ床面積は小さくなるため、傾きが $\frac{c_{h1}}{c_d}$ の三角形となる。このことと、拠点が原点を挟んで対称に置かれていることから、都市形態は原点を挟んで対称となることから、 $x \geq 0$ の場合のみを考察する。

$$0 \leq x < \frac{d}{2} \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \quad \text{のとき、} \quad y_1 = -\frac{c_{h1}}{c_d} \cdot x + h_1(0) \quad (15)$$

$$\frac{d}{2} \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \leq x < d \quad \text{のとき、} \quad y_2 = \frac{c_{h1}}{c_d} \cdot x + A \quad (16)$$

$$d \leq x < s \quad \text{のとき、} \quad y_3 = -\frac{c_{h1}}{c_d} \cdot x + B \quad (17)$$

とすると、

$$\begin{aligned} A &= -\frac{c_{h1}}{c_d} \cdot d \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) + h_1(0) \\ y_2 &= \frac{c_{h1}}{c_d} \cdot x + h_1(0) - \frac{c_{h1}}{c_d} \cdot d \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} B &= d \cdot \frac{c_{h1}}{c_d} \cdot \left(1 - \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) + h_1(0) \\ y_3 &= -\frac{c_{h1}}{c_d} \cdot x + h_1(0) + d \cdot \frac{c_{h1}}{c_d} \cdot \left(1 - \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

$$s = d \cdot \left(1 - \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) + \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot h_1(0) \quad (20)$$

k 階の床面積を $S(k)$ で表すと、式 (15)、(18)、(19) より、

$$\begin{aligned} 0 \leq a \cdot (k-1) \leq h_1(0) - \frac{c_{h1}}{c_d} \cdot \frac{d}{2} \cdot \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \quad \text{のとき、} \\ S(k) &= \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot \{h_1(0) - a \cdot (k-1)\} + d \cdot \left(1 - \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$h_1(0) - \frac{c_{h1}}{c_d} \cdot \frac{d}{2} \cdot \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) < a \cdot (k-1) \leq h_1(0) - d \cdot \frac{c_{h2}}{c_d} \quad \text{のとき、}$$

$$S(k) = 3 \cdot \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot \{h_1(0) - a \cdot (k-1)\} - 2 \cdot d \cdot \frac{c_{h2}}{c_{h1}} \quad (22)$$

$$h_1(0) - d \cdot \frac{c_{h2}}{c_d} < a \cdot (k-1) \leq h_1(0) \quad \text{のとき、}$$

$$S(k) = \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot \{h_1(0) - a \cdot (k-1)\} \quad (23)$$

となる。また、式 (15) (18) (19) より、

$$x_1(k) = \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot (h_1(0) - a \cdot (k-1)) \quad (24)$$

$$x_2(k) = \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot (a \cdot (k-1) - h_1(0)) - d \cdot \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \quad (25)$$

$$x_3(k) = \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot (h_1(0) - a \cdot (k-1)) + d \cdot \left(1 - \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \quad (26)$$

と置くと、最適都市形態が求まる（図9）。

$$\frac{d}{2} \left(1 + \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) = \alpha \quad (27)$$

と置くと、延床面積は、

$$D = \sum_{k=1}^{m(\alpha)+1} \left\{ \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot (h_1(0) - a \cdot (k-1)) + d \cdot \left(1 - \frac{c_{h2}}{c_{h1}}\right) \right\} \\ + \sum_{k=m(\alpha)+2}^{m(d)+1} \left\{ 3 \cdot \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot (h_1(0) - a \cdot (k-1)) - 2 \cdot d \cdot \frac{c_{h2}}{c_{h1}} \right\} \quad (28) \\ + \sum_{k=m(d)+2}^{m(0)+1} \left\{ \frac{c_d}{c_{h1}} \cdot (h_1(0) - a \cdot (k-1)) \right\}$$

となり注2)、総移動コストは、

$$\sum_{k=1}^{m(\alpha)+1} \int_0^\alpha x \cdot c_{h1} dx + \sum_{k=1}^{m(\alpha)+1} \alpha \cdot a \cdot (k-1) \cdot c_d \\ + \sum_{k=m(\alpha)+2}^{m(0)+1} \int_0^{x_2(k)} x \cdot c_{h1} dx + \sum_{k=m(\alpha)+2}^{m(0)+1} x_1(k) \cdot a \cdot (k-1) \cdot c_d \\ + \sum_{k=1}^{m(\alpha)+1} \int_\alpha^d (d-x) \cdot c_{h1} dx + \sum_{k=1}^{m(\alpha)+1} (d-\alpha) \cdot a \cdot (k-1) \cdot c_d \\ + \sum_{k=m(\alpha)+2}^{m(d)+1} \int_{x_2(k)}^d (d-x) \cdot c_{h1} dx + \sum_{k=m(\alpha)+2}^{m(d)+1} \{d-x_2(k)\} \cdot a \cdot (k-1) \cdot c_d \\ + \sum_{k=1}^{m(d)+1} \int_d^{x_3(k)} (x-d) \cdot c_{h1} dx + \sum_{k=1}^{m(d)+1} \{x_3(k)-d\} \cdot a \cdot (k-1) \cdot c_d \\ + \left\{ \sum_{k=1}^{m(\alpha)+1} (d-\alpha) + \sum_{k=m(\alpha)+2}^{m(d)+1} \{d-x_2(k)\} + \sum_{k=1}^{m(d)+1} \{x_3(k)-d\} \right\} \cdot d \cdot c_{h2} \quad (29)$$

となる注3)。

図9 2次拠点1つと1次拠点2つの最適都市形態

4. 具体値を与えた場合の最適都市形態の算出

4.1. 階高を考慮しない都市モデルについて

比較のため、まず、近藤ら¹¹⁾が算出した階高を想定しない場合の最適都市形態を示す。線状都市を横から見た時の面積（三次元都市モデルにおける体積に相当）を0.01km²と与えれば、表1のコストを代入すると最適都市形態は図10のようになる。

対象性を考慮し $x \geq 0$ の部分に限って考えると、都市の概形は

$$0 \leq x < 0.0485 \quad \text{のとき} \quad y = 0.5625x + 0.0030341 \quad (30)$$

$$0.0485 \leq x < 0.0755 \quad \text{のとき} \quad y = 0.5625x + 0.0030341 \quad (31)$$

$$0.0755 \leq x < 0.1564 \quad \text{のとき} \quad y = -0.5625x + 0.0879911 \quad (32)$$

となる。この都市に対し、一般的な住宅を考慮し、階高を0.00285¹⁷⁾kmとして床を設定すると、都市全体の延床面積は、対称性を考慮し

図10 階高を想定しない場合の最適都市形態

てこれまでの計算が $x \geq 0$ の範囲だけを考えていたことから全体を2倍して、

$$D = 2 \times \left\{ \sum_{k=0}^{\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil} (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.15643) \right. \\ + \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil+1}^{\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil} \{ (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.15643) \\ - (1.7778 \times k \times 0.00285 - 0.00539) \\ + (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.10249) \} \\ + \left. \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil+1}^{\left\lceil \frac{0.0576493}{0.00285} \right\rceil} (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.10249) \right\} \\ = 3.65847 \quad (33)$$

となる。また、総移動コストは

$$2 \times \left[\sum_{k=0}^{\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil} \int_0^{0.0485} x \times 0.208333 dx \right. \\ + \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil+1}^{\left\lceil \frac{0.0576493}{0.00285} \right\rceil} \int_0^{-1.7778k \times 0.00285 + 0.10249} x \times 0.208333 dx \\ + \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil+1}^{\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil} \int_{0.0485}^{0.0755} (0.0755 - x) \times 0.208333 dx \\ + \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil+1}^{\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil} \int_{1.7778k \times 0.00285 - 0.00539}^{0.0755} (0.0755 - x) \times 0.208333 dx \\ + \sum_{k=0}^{\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil} \int_{0.0755}^{-1.7778k \times 0.00285 + 0.15643} (x - 0.0755) \times 0.208333 dx \\ + \sum_{k=0}^{\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil} (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.15643) \\ \times k \times 0.00285 \times 0.37037 \\ + \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil+1}^{\left\lceil \frac{0.0576493}{0.00285} \right\rceil} \{ (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.15643) \\ - (1.7778 \times k \times 0.00285 - 0.00539) \\ + (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.10249) \} \\ \times k \times 0.00285 \times 0.37037 \\ + \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil+1}^{\left\lceil \frac{0.0576493}{0.00285} \right\rceil} (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.10249) \\ \times k \times 0.00285 \times 0.37037 \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \sum_{k=0}^{\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil} (0.0755 - 0.0485) \right. \\
& + \sum_{k=\left\lceil \frac{0.0303417}{0.00285} \right\rceil + 1}^{\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil} \{ 0.0755 - (1.7778 \times k \times 0.00285 - 0.00539) \} \\
& \left. + \sum_{k=0}^{\left\lceil \frac{0.0455126}{0.00285} \right\rceil} \{ (-1.7778 \times k \times 0.00285 + 0.15643) - 0.0755 \} \right\} \\
& \times 0.0755 \times 0.059524 \Bigg] \\
& = 0.05126 \quad (34)
\end{aligned}$$

となるので、単位床面積当たりの平均移動コスト（以下、平均移動コストと呼ぶ）は、

$$\frac{G}{D} = \frac{0.051262}{3.658467} \cong 0.01401 \quad (35)$$

となる。

4. 2. 階高を考慮した都市モデルについて

前節との比較のため延床面積を共通の値である 3.65847km として、3. 2. にて算出した階高を考慮した都市モデルについて、総移動コストが最小となる拠点間距離と最高高さを求めた。Excel のソルバーを用いて数値的に求めた結果は図 11 になる。

また、延床面積を変化させた場合（表 2、図 12、5 ～ 100km の範

図 11 階高を想定した場合の最適都市形態

囲で 5km ずつ 20 段階）、階高を変化させた場合（表 3、図 13、0.002 ～ 0.0039km の範囲で 0.0001km ずつ 20 段階）、垂直方向の移動コストを変化させた場合（表 4、図 14、0.2 ～ 4km の範囲で 24 段階）、バスの移動コストを変化させた場合（表 5、図 15、0.01 ～ 0.208km の範囲で 24 段階）を示す。ここでは、実際の都市で取り得る値を含み、かつ、関数の挙動が捉えられるように幅広く値を設定した。これ以降、最高高さ $h_1(0)$ を H と表記する。また、表 2 では延床面積が異なることから、これらの表では比較のために平均移動コストを記載してある。この結果から、人口（延床面積）を与えれば、総移動コストを最小化する都市形態が一意に決まり、そのときの拠点間距離 (d) と最高高さ (H) の関係に回帰式を当てはめると、高精度で、

$$H = 0.7634 \times d - 0.0014 \quad (36)$$

$$H = 0.728 \times d + 0.0013 \quad (37)$$

$$H = 0.004 \times d^{-1.042} \quad (38)$$

$$H = 3.796 \times d^2 - 1.0179 \times d + 0.1134 \quad (39)$$

表 2 床面積を変化させた場合の計算結果

床面積 D(km)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
拠点間距離 d(km)	0.09011	0.12749	0.15614	0.18026	0.20155	0.22082	0.23850	0.25498	0.27045	0.28507
最高高さ z(km)	0.06739	0.09590	0.11777	0.13621	0.15246	0.16715	0.18065	0.19322	0.20503	0.21620
平均移動コスト G/D	0.01647	0.02350	0.02891	0.03346	0.03747	0.04110	0.04443	0.04753	0.05045	0.05321
都市域 s(km)	0.18417	0.26155	0.32090	0.37091	0.41500	0.45488	0.49152	0.52563	0.55768	0.58798
谷位置(km)	0.05793	0.08196	0.10038	0.11588	0.12957	0.14196	0.15332	0.16391	0.17386	0.18326
谷位置階数(階)	13	18	22	25	28	31	34	36	38	40
1次拠点階数(階)	19	27	33	38	43	47	50	54	57	60
2次拠点階数(階)	24	34	42	48	54	59	64	68	72	76
1次拠点終由面積(km)	2.86456	5.72837	8.59256	11.45748	14.32078	17.18447	20.04849	22.91348	25.77781	28.64157
縦方向の移動コスト	0.03988	0.11492	0.21287	0.32936	0.46182	0.60855	0.76833	0.94018	1.12327	1.31701
横方向の移動コスト	0.04246	0.12013	0.22071	0.33980	0.47491	0.62431	0.78673	0.96119	1.14696	1.34333

	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
0.29899	0.31228	0.32503	0.33728	0.34914	0.36059	0.37168	0.38247	0.39293	0.40315	
0.22682	0.23697	0.24670	0.25607	0.26511	0.27385	0.28232	0.29055	0.29854	0.30634	
0.05583	0.05834	0.06074	0.06305	0.06528	0.06744	0.06953	0.07156	0.07354	0.07546	
0.61680	0.64434	0.67075	0.69615	0.72069	0.74441	0.76739	0.78972	0.81141	0.83257	
0.19221	0.20075	0.20895	0.21683	0.22445	0.23181	0.23894	0.24587	0.25260	0.25917	
42	44	46	48	49	51	52	54	55	57	
63	66	69	71	74	76	79	81	83	85	
80	84	87	90	94	97	100	102	105	108	
31.50551	34.37024	37.23372	40.09871	42.96306	45.82670	48.69089	51.55534	54.41981	57.28284	
1.52087	1.73429	1.95693	2.18841	2.42837	2.67658	2.93276	3.19669	3.46820	3.74689	
1.54976	1.76584	1.99110	2.22521	2.46787	2.71873	2.97756	3.24410	3.51808	3.79949

縦軸：最高高さ (H)
横軸：拠点間距離 (d)

縦軸：最高高さ (H)
横軸：床面積 (D)

縦軸：拠点間距離 (d)
横軸：床面積 (D)

縦軸：平均移動コスト (G/D)
横軸：床面積 (D)

図 12 床面積を変化させた場合の諸元の関係

表3 階高を変化させた場合の計算結果

階高(km)	0.002	0.0021	0.0022	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026	0.0027	0.0028	0.0029
拠点間距離(km)	0.06464	0.06615	0.06774	0.06927	0.07077	0.07220	0.07358	0.07506	0.07649	0.07778
最高高さ(km)	0.04832	0.04948	0.05063	0.05173	0.05283	0.05389	0.05492	0.05595	0.05696	0.05794
平均移動コスト	0.01181	0.01209	0.01237	0.01263	0.01290	0.01315	0.01340	0.01365	0.01389	0.01413
都市域(km)	0.13208	0.13521	0.13840	0.14145	0.14447	0.14737	0.15020	0.15308	0.15590	0.15856
谷位置(km)	0.04155	0.04253	0.04355	0.04453	0.04550	0.04641	0.04730	0.04825	0.04918	0.05000
谷位置階数(階)	13	13	12	12	12	12	11	11	11	11
1次拠点階数(階)	19	19	19	18	18	17	17	17	16	16
2次拠点階数(階)	25	24	24	23	23	22	22	21	21	20
1次拠点終由面積(km)	2.09490	2.09605	2.09574	2.09560	2.09606	2.09528	2.09664	2.09556	2.09443	2.09639
縦方向の移動コスト	0.02092	0.02142	0.02187	0.02235	0.02278	0.02323	0.02366	0.02407	0.02447	0.02487
横方向の移動コスト	0.02228	0.02281	0.02336	0.02388	0.02440	0.02490	0.02538	0.02587	0.02636	0.02682

0.003	0.0031	0.0032	0.0033	0.0034	0.0035	0.0036	0.0037	0.0038	0.0039
0.07902	0.08035	0.08174	0.08298	0.08422	0.08547	0.08670	0.08774	0.08889	0.09013
0.05889	0.05985	0.06080	0.06170	0.06260	0.06350	0.06438	0.06522	0.06606	0.06691
0.01436	0.01459	0.01481	0.01503	0.01525	0.01546	0.01567	0.01588	0.01609	0.01629
0.16114	0.16379	0.16647	0.16895	0.17144	0.17393	0.17639	0.17862	0.18094	0.18334
0.05080	0.05165	0.05254	0.05334	0.05414	0.05494	0.05573	0.05640	0.05714	0.05794
11	10	10	10	10	10	10	10	9	9
16	16	15	15	15	15	15	14	14	14
20	20	19	19	19	19	18	18	18	18
2.09639	2.09577	2.09568	2.09568	2.09568	2.09568	2.09484	2.09604	2.09667	2.09667
0.02528	0.02566	0.02601	0.02640	0.02677	0.02712	0.02745	0.02783	0.02818	0.02850
0.02726	0.02772	0.02818	0.02860	0.02902	0.02946	0.02989	0.03027	0.03067	0.03108

図13 階高を変化させた場合の諸元の関係

表4 垂直方向の移動コストを変化させた場合の計算結果

縦方向のコスト c_d	0.2	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3	0.32
拠点間距離 d (km)	0.05666	0.05804	0.05943	0.06077	0.06202	0.06334	0.06465	0.06582	0.06697	0.06825	0.06940	0.07169
最高高さ z (km)	0.07868	0.07676	0.07496	0.07328	0.07170	0.07022	0.06885	0.06752	0.06627	0.06511	0.06398	0.06192
平均移動コスト G/D	0.01040	0.01065	0.01089	0.01113	0.01136	0.01159	0.01181	0.01203	0.01224	0.01245	0.01266	0.01306
都市域 s (km)	0.11601	0.11882	0.12161	0.12431	0.12690	0.12951	0.13210	0.13452	0.13691	0.13938	0.14171	0.14631
谷位置(km)	0.03642	0.03731	0.03821	0.03907	0.03987	0.04072	0.04156	0.04231	0.04305	0.04387	0.04461	0.04609
谷位置階数(階)	15	14	14	14	14	13	13	13	13	12	12	12
1次拠点階数(階)	22	22	21	21	20	20	19	19	19	18	18	18
2次拠点階数(階)	28	27	27	26	26	25	25	24	24	23	23	22
1次拠点終由面積(km)	2.09567	2.09605	2.09568	2.09549	2.09628	2.09578	2.09493	2.09594	2.09631	2.09528	2.09564	2.09498
縦方向の移動コスト	0.01851	0.01893	0.01936	0.01976	0.02017	0.02056	0.02092	0.02131	0.02168	0.02202	0.02238	0.02306
横方向の移動コスト	0.01953	0.02002	0.02049	0.02095	0.02139	0.02184	0.02228	0.02269	0.02310	0.02353	0.02392	0.02471

0.36	0.38	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	2	3	4
0.07609	0.07808	0.08003	0.08948	0.09794	0.10601	0.11303	0.12047	0.12641	0.17852	0.21964	0.25137
0.05830	0.05669	0.05522	0.04923	0.04482	0.04140	0.03862	0.03636	0.03440	0.02390	0.01928	0.01648
0.01382	0.01419	0.01454	0.01618	0.01765	0.01899	0.02023	0.02139	0.02248	0.03097	0.03718	0.04221
0.15508	0.15918	0.16318	0.18208	0.19904	0.21481	0.22904	0.24314	0.25543	0.35694	0.43446	0.49603
0.04891	0.05019	0.05145	0.05752	0.06296	0.06815	0.07267	0.07745	0.08126	0.11476	0.14120	0.16160
11	11	10	9	9	8	7	7	7	5	4	3
17	16	16	14	13	12	11	10	10	7	6	5
21	20	20	18	16	15	14	13	13	9	7	6
2.09434	2.09639	2.09613	2.09667	2.09698	2.09552	2.09717	2.09271	2.09866	2.09814	2.09465	2.10333
0.02435	0.02497	0.02558	0.02834	0.03078	0.03297	0.03502	0.03677	0.03859	0.05176	0.06048	0.06761
0.02622	0.02692	0.02761	0.03086	0.03380	0.03652	0.03900	0.04148	0.04364	0.06155	0.07554	0.08680

図14 垂直方向の移動コストを変化させた場合の諸元の関係

表5 バスの移動コストを変化させた場合の計算結果

バスのコスト ch2	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.11	0.12
拠点間距離 d(km)	0.11585	0.10253	0.09374	0.08695	0.08149	0.07694	0.07300	0.06956	0.06657	0.06371	0.06136	0.05903
最高高さ z(km)	0.04621	0.04900	0.05146	0.05366	0.05567	0.05754	0.05926	0.06085	0.06236	0.06375	0.06510	0.06634
平均移動コスト G/D	0.01124	0.01193	0.01253	0.01308	0.01357	0.01403	0.01446	0.01485	0.01522	0.01557	0.01590	0.01621
都市域 s(km)	0.19244	0.17980	0.17172	0.16566	0.16091	0.15707	0.15382	0.15103	0.14867	0.14647	0.14469	0.14297
谷位置(km)	0.06071	0.05619	0.05362	0.05182	0.05052	0.04955	0.04876	0.04813	0.04766	0.04715	0.04688	0.04651
谷位置階数(km)	5	7	8	9	10	11	12	12	13	14	14	15
1次拠点階数(階)	16	16	16	16	16	16	16	17	17	17	17	17
2次拠点階数(階)	17	18	19	19	20	21	21	22	22	23	23	24
1次拠点経由面積(km)	2.35661	2.29301	2.23699	2.18564	2.13778	2.09330	2.05116	2.01160	1.97411	1.93985	1.90437	1.87289
縦方向の移動コスト	0.01960	0.02087	0.02197	0.02297	0.02388	0.02471	0.02548	0.02621	0.02688	0.02755	0.02813	0.02871
横方向の移動コスト	0.02151	0.02276	0.02388	0.02487	0.02578	0.02663	0.02740	0.02812	0.02881	0.02942	0.03004	0.03059

	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.202	0.204	0.206	0.208
0.05710	0.05508	0.05355	0.05196	0.05040	0.04912	0.04735	0.04604	0.04586	0.04567	0.04549	0.04530	
0.06755	0.06867	0.06976	0.07080	0.07177	0.07271	0.07360	0.07447	0.07464	0.07480	0.07497	0.07513	
0.01650	0.01678	0.01705	0.01730	0.01755	0.01778	0.01800	0.01821	0.01826	0.01830	0.01834	0.01838	
0.14155	0.14015	0.13902	0.13792	0.13687	0.13595	0.13501	0.13423	0.13408	0.13393	0.13379	0.13364	
0.04636	0.04605	0.04605	0.04593	0.04576	0.04578	0.04526	0.04512	0.04516	0.04520	0.04523	0.04527	
15	16	16	16	17	17	17	18	18	18	18	18	18
17	17	17	17	17	18	18	18	18	18	18	18	18
24	25	25	25	26	26	26	27	27	27	27	27	27
1.83888	1.81141	1.77642	1.74706	1.72096	1.69047	1.67946	1.65751	1.65080	1.64414	1.63753	1.63097	
0.02924	0.02976	0.03023	0.03069	0.03114	0.03156	0.03198	0.03237	0.03244	0.03252	0.03259	0.03267	
0.03114	0.03165	0.03215	0.03262	0.03306	0.03348	0.03387	0.03427	0.03434	0.03442	0.03449	0.03457

縦軸：最高高さ (H)
横軸：拠点間距離 (d)

縦軸：最高高さ (H)
横軸：バスコスト (ch2)

縦軸：拠点間距離 (d)
横軸：バスコスト (ch2)

縦軸：平均移動コスト (G/D)
横軸：バスコスト (ch2)

図15 バスの移動コストを変化させた場合の諸元の関係

と表せることが判明した。

延床面積を変化させた場合、最高高さや拠点間距離の関係は一次関数となる。したがって、延床面積を変化させた場合には最適都市形態は全て相似である。また、最高高さや拠点間距離は、およそ延床面積の増加率の平方根に比例して増加する。階高を変化させた場合も、延床面積を変化させた場合と同様である。

垂直方向の移動コストを変化させた場合、最高高さや拠点間距離の関係は累乗関数で表され、最適都市形態は相似にならない。これは、垂直方向の移動コストが変化した場合、都市の概形の最上部をつないだ線（都市の包絡線）が変化するためである。拠点間距離は垂直方向の移動コストの増加率の平方根に比例して増加し、最高高さは垂直方向の移動コストの増加率の -1/2 乗に比例して増加する。

バスの移動コストを変化させた場合、最高高さや拠点間距離の関係は2次関数で表され、最適都市形態は相似となっていない。また、他の場合と違い、単純な数式にならない。これは、バスの移動コストが変わると、直接2次拠点へ移動する人口と、1次拠点を經由して2次拠点へ移動する人口の割合が変化するためである。

5. 階高の有無による最適都市形態の比較

階高の有無による最適都市形態の違いをまとめる（表6）。この際、直接2次拠点へ移動する地点と、1次拠点を經由して2次拠点へ移動する地点の境目を、谷位置と表現した（図11）。この結果から、階高を考慮すると次の変化が生じることが判明した。

(1) 階高を考慮しない場合に比べて都市の高さは全体的に低くなる。

表6 階高の有無による最適都市形態の値の比較

カテゴリ	説明	階高を考慮しない場合	階高を考慮する場合
移動コスト	縦方向	0.37037	
	徒歩	0.20833	
	バス	0.05952	
距離	階高	0.00285	
	拠点間距離	0.07550	0.07714
	都市域	0.15633	0.15723
	谷位置	0.04854	0.04959
高さ	最高高さ	0.05760	0.05745
	谷位置の高さ	0.03030	0.02956
	1次拠点位置の高さ	0.04547	0.04505
階数	谷位置	11	11
	1次拠点	16	16
	2次拠点	21	21
面積	総面積	3.65847	3.65847
	1次拠点経由人口	2.11335	2.09547
	設定値	3.65847	3.65847
コスト	総移動コスト	0.05126	0.05126
	平均移動コスト	0.01401	0.01401
	縦方向の移動コスト	0.02485	0.02467
	横方向の移動コスト	0.02641	0.02659
	総移動コストに対する縦方向の移動コストの割合	48.5%	48.1%
	総移動コストに対する横方向の移動コストの割合	51.5%	51.9%

(2) 階高を考慮しない場合に比べて都市間距離と都市域は広がる。

(3) 階高を考慮しない場合に比べて2次生活域が拡大し、1次拠点を

図16 階高の有無による差

經由して2次拠点へ移動する人口が減少する。

これらの要因として、2つ挙げられる。1つ目は、階高を考慮することによる縦方向の人口分布の差である。床を導入しない場合、各階の空中にも人口が分布していることになるが、階高を考慮して床を導入すると全人口が床に集中する。このため、隅の三角部分を除くと、平均的には $a/2$ だけ縦方向の移動が減る。これにより、階高を考慮すると縦方向のコスト合計が減るため、2段階都市においては、都市がより高くなると思われる。しかし表6からは、都市はより低くなっている。2つ目は、各階の都市端部の人口の差である。階高を考慮しない場合、都市端部が屋根裏部屋のように傾斜屋根がかかった形状になっているので（図16）、都市の高さを人口密度とみなしていることから、都市端部の人口密度は低くなっているといえる。一方、階高を考慮した場合には、全人口が床に集中しており、単位床あたりの人口密度はどこでも一定である。階高を考慮しない場合に合わせて都市の高さを人口密度とみなすと、階高を考慮しない場合には直線であった都市端部が、階高を考慮すると階段状になる（図16）。以上より、階高を考慮すると、人口分布は水平方向に広がるため、単純には都市は高くなる方向に向かうように思われる。しかし、都市の外周部の人口密度が高まることから、1次拠点を外側に引張る効果もある。実際に、表6においては1次拠点が外側に移動し、かつ1次拠点から都市の端部までの距離が小さくなっている。以上より、2段階都市の場合、人口分布が水平方向に広がる影響は単純ではない。以上の2要因の影響が複雑に絡み合い、このような違いが出たと考えられる。図10、図11では、図16のグレー部分の領域が延床面積に対して小さかったため、都市形態の差異がわずかとなっている。この違いは、延床面積が大きな都市モデルに比べ、小さな都市モデルの方がより顕著に表れる可能性がある。

本研究では、距離の単位をkmにした。したがって、例えば階高を想定した都市モデルでは、拠点間距離が77.14m、最高高さが57.45mとなる都市が最適都市形態となった。実際の都市と比較すると、水平方向の広がり極端に小さい。この原因の候補の一つとして、設定した縦方向の移動コストの値が考えられる。高さ方向への移動には、エレベータの初期導入コスト、運用コスト、利用者の待ち時間など、設定したコストよりも、実際には多大なコストがかかると思定される。そこで、縦方向の移動コストを変化させた場合のモデルの数理的挙動を明らかにするため、非現実的ではあるが極端に大きな値として、約10倍まで大きくした場合の最適都市形態を検討する。すると、最適都市形態はやや水平方向に展開されるものの、縦横比

は大きく変化しないことが表4よりわかる。ここで、垂直方向の移動コストを徒歩の移動コストの約10倍である2とした場合、表4および図14より、都市の最高高さ H は23.8mなのに対して都市域 s は356.9mとなる。都市域 s が都市全域の半分の幅の値であることを考慮して両側すなわち都市全域を見ると、高さが水平方向の広がり約1/30となる。あるいは、バスの移動コストを徒歩の約1/10である0.02とすると、表5および図15より、都市の最高高さは49.0mなのに対して都市域は180.0mとなり、高さが水平方向の広がり約14%となる。これらから、縦方向の移動コストを大きく見積もる、あるいは横方向の移動コストを小さく見積もったとしても、現実の都市形態に比べると、水平方向の広がり小さいと考えられる。さらに、図14から縦方向の移動コストを増加させると建物高さは単調に減少するもののその効果は逓減し、図15からバスのコストを著しく減少させても、建物高さの減少には下限があると予想される。このことは、現実の都市形態が、単なる縦方向の距離に比例する移動コストだけでなく、たとえば建設コストや維持コストが高さの増加に対して線形関数を超えて急激に増加するなどの要因によって制約されていることを示唆している。

6. 総括と今後の課題

本研究では、階層的な空間構造を持つ線状都市において階高を想定して、延床面積を与えた場合の総移動コストが最小化される最適都市形態を算出し、階高を含む諸要因の変化の影響を把握した。また、同一延床面積で階高を想定しない場合と、最適都市形態の違いを比較した。

結果として、最適都市形態は、延床面積を変化させた場合には相似であるが、垂直方向の移動コストを変化させた場合や、バスの移動コストを変化させた場合には相似にならなかった。また、階高を考慮した場合、階高を考慮しない場合に比べ、小さな変化であるが、都市の高さは全体的に低く、都市間距離と都市域は広くなり、2次生活域が拡大し、中心地に直接移動する人口の割合が増えた。このため、最適都市形態の検討においては、計算は複雑化するものの階高を考慮する意義はあると考えられる。また、最適都市形態は現実の都市形態に比べると水平方向の広がり著しく小さいことが示された。このことから、現実の都市形態の決定には、高層建築物の建設コスト自体も含め、本論文が想定した移動コスト以外の観点が大きな影響を及ぼしていると考えられる。この点はコンパクトシティを議論する際に留意すべきであろう。

今後の課題としては、大きく4つあげられる。1つ目は、都市モデルの拡張である。本研究では、線状都市について最適都市形態を算出し、階高の有無による都市モデルの違いを検討した。立体都市を前提とした都市モデルを検討した場合、階高の有無に違いがどのように表れるかについて検討することは、今後の課題である。2つ目は、先にも述べた通り、適切な移動コストの検討である。本研究では、単純に移動速度の逆数としているが、拠点の整備・運営コスト、エレベータの設置・運用コストも考慮することで、より現実的な都市モデルを検討できる。3つ目は、水平方向の広がりによる新たな1次拠点の発生と最適都市形態の変化についての検討である。都市形態は床面積に比例し相似な図形となる。しかし、水平方向の移動を徒歩で行う距離には限界があり、1つの1次拠点がカバーできる領域

は限られる。そのため、面積を大きくした場合、新たな1次拠点を設定する必要があると考えられる。本論文では、探索的な試みであることから、計算上最も簡単なモデルとして、2次拠点から見た同一水平方向線上に1次拠点が1つしかない場合を求めた。このため、都市規模が現実の都市に比べて著しく小さくなっている。さらに現実の都市では、2次拠点から離れるに従って拠点間距離が短くなり、最高高さも小さくなっていく1次拠点が数珠つなぎに配置されることが想定される。単一の都市域だけでなく、都市域同士のつながりについても考慮した最適都市モデルを作成することは、今後の課題である。4つ目は、現実の都市との比較である。最適都市形態と現実の都市形態を比較し、差異を分析・考察することで、最適都市形態を決定している移動コスト以外の要因を捉えることができる。これにより、現実的な都市モデルを算出でき、コンパクトシティ・システムの評価が可能となる。この上で、コンパクトシティ・システムのあり方を示すことが、今後の課題である。

謝辞

本研究の一部はJSPS科研費24560752、15K06370の助成を受けた。ここに謝意を表する。

注

注1)1次拠点1つ都市について、階高を考慮した場合の都市の延床面積は、

$$\sum_{k=1}^{m+1} S(k) = \sum_{k=1}^{m+1} \left\{ -k \cdot a \cdot \frac{c_d}{c_{h1}} + \left(S(1) + a \cdot \frac{c_d}{c_{h1}} \right) \right\} = -\frac{m \cdot (m+1)}{2} \cdot a \cdot \frac{c_d}{c_{h1}} + (m+1) \cdot S(1) = \frac{D}{2}$$

となる。また、総移動コストは、

$$G = 2 \cdot \left\{ \sum_{k=1}^{m+1} \int_0^{s(k)} x \cdot c_{h1} dx + \sum_{k=1}^{m+1} s(k) \cdot (k-1) \cdot a \cdot c_d \right\} \\ = \frac{3 \cdot c_{h1}^2 \cdot D^2 + 6 \cdot a \cdot m \cdot (1+m) \cdot c_{h1} \cdot c_d \cdot D - a^2 \cdot m \cdot (1+m)^2 \cdot (2+m) \cdot c_d^2}{12 \cdot (m+1) \cdot c_{h1}}$$

となる。

注2)2次拠点1つと1次拠点2つの都市について、階高を考慮した場合の都市の延床面積は、

$$\frac{1}{2 \cdot c_{h1}} \cdot \left\{ 2 \cdot a \cdot c_d \cdot m(\alpha)^2 + (-4 \cdot c_d \cdot h_1(0) + 2 \cdot a \cdot c_d + 4 \cdot d \cdot c_{h2}) \cdot m(\alpha) \right. \\ \left. - 2 \cdot a \cdot c_d \cdot m(d)^2 + (4 \cdot c_d \cdot h_1(0) - 2 \cdot a \cdot c_d - 2 \cdot d \cdot c_{h2} - 2 \cdot d \cdot c_{h1}) \cdot m(d) \right. \\ \left. + a \cdot c_d \cdot m(0)^2 + (a \cdot c_d - 2 \cdot c_d \cdot h_1(0)) \cdot m(0) - 2 \cdot c_d \cdot h_1(0) + 2 \cdot d \cdot c_{h2} - 2 \cdot d \cdot c_{h1} \right\}$$

となる。

注3)2次拠点1つと1次拠点2つの都市について、階高を考慮した場合の総移動コストは、

$$\frac{1}{12 \cdot c_{h1}} \cdot \left\{ 2 \cdot a^2 \cdot c_d^2 \cdot m(0)^3 + 3 \cdot a^2 \cdot c_d^2 \cdot m(0)^2 + (a^2 \cdot c_d^2 - 6 \cdot c_d^2 \cdot h_1(0)^2) \cdot m(0) \right. \\ \left. + 4 \cdot a^2 \cdot c_d^2 \cdot m(\alpha)^3 + (6 \cdot a^2 \cdot c_d^2 + 12 \cdot a \cdot d \cdot c_{h2} \cdot c_d) \cdot m(\alpha)^2 \right. \\ \left. + (-12 \cdot c_d^2 \cdot h_1(0)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot c_d^2 + 12 \cdot a \cdot d \cdot c_{h2} \cdot c_d + 12 \cdot d^2 \cdot c_{h2}^2) \cdot m(\alpha) \right. \\ \left. - 4 \cdot a^2 \cdot c_d^2 \cdot m(d)^3 - 6 \cdot a \cdot (d \cdot c_{h2} \cdot c_d + d \cdot c_{h1} \cdot c_d + a \cdot c_d^2) \cdot m(d)^2 \right. \\ \left. + (12 \cdot c_d^2 \cdot h_1(0)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot c_d^2 - 6 \cdot a \cdot d \cdot c_{h2} - 6 \cdot a \cdot d \cdot c_{h1} \right. \\ \left. - 3 \cdot d^2 \cdot c_{h2}^2 - 6 \cdot d^2 \cdot c_{h1} \cdot c_{h2} - 3 \cdot d^2 \cdot c_{h1}^2) \cdot m(d) \right. \\ \left. - 6 \cdot c_d^2 \cdot h_1(0)^2 + 9 \cdot d^2 \cdot c_{h2}^2 - 6 \cdot d^2 \cdot c_{h1} \cdot c_{h2} - 3 \cdot d^2 \cdot c_{h1}^2 \right\}$$

となる。

参考文献

- 1) 森本章倫, 都市のコンパクト化が財政及び環境に与える影響に関する研究, 都市計画論文集, Vol. 46, No. 3, pp. 739-744, 2011
- 2) 腰塚武志: コンパクトな都市のプロポーシオン, 日本都市計画学会都市計画論文集, No. 30, pp. 499-504, 1995. 11. 1
- 3) 栗田治, 腰塚武志: 省エネルギー直方体都市のプロポーシオン解析 沙漠の摩天楼シナプームの数理, 日本建築学会計画系論文集, No. 544, pp. 125-131, 2001. 6

- 4) 鈴木勉: コンパクトな立体都市形態に関する考察, 日本都市計画学会都市計画論文集, No. 28, pp. 415-420, 1993. 11. 1
- 5) 近藤超弘, 吉川徹: コンパクトシティ・システムを内包する3次元都市形態, 日本建築学会計画系論文集, No. 703, pp. 1923-1931, 2014. 9
- 6) 肥後洋平・森英高・谷口守, 「拠点へ集約」から「拠点を集約」へー安易なコンパクトシティ政策導入に対する批判的検討ー, 都市計画論文集, Vol. 49, No. 3, pp. 921-926, 2014
- 7) 国土交通省HP: コンパクトシティ形成支援, http://www.mlit.go.jp/toshi/toshi_machi_tk_000054.html, 参照2015. 2. 15
- 8) 玉川英則編: コンパクトシティ再考, 学芸出版社, 2008
- 9) 近藤超弘, 吉川徹: 多段階の公共交通機関と地域拠点の導入による平均移動時間最小化モデル, 都市計画論文集, Vol. 45, No. 3, pp. 139-144, 2010
- 10) 近藤超弘, 吉川徹: 移動コストを最小化する立体都市形態, 日本建築学会計画系論文集, No. 675, pp. 1087-1093, 2012. 5
- 11) 新たな自転車利用を考える懇談会, http://www.mlit.go.jp/road/ir/ir-council/bicycle_environ/1s.html, 参照2015. 2. 15
- 12) 田宮佳代子, 山中英生, 山川仁, 濱田俊一: 自転車歩行者通行空間としての自歩道等のサービス水準に関する分析, 土木計画学研究・講演集, No. 22(2), pp. 287-290, 1999. 10
- 13) 公益財団法人特別区協議会 特別区制度懇談会: 別紙5第3回東京の自治のあり方研究会資料, <http://www.tokyo-23city.or.jp/research/kondankai/kontop.html>, 参照2015. 2. 15
- 14) 平林英樹(2006): GPS データを用いた駅端末バスの速度低下要因の分析, 芝浦工業大学工学部土木工学科卒業論文梗概, 2006
- 15) 神奈川県, 鉄道とLRTの基本特性の比較, <http://www.pref.kanagawa.jp/cnt/f6601/p19849.html>, 参照2015. 2. 15
- 16) 三菱電機HP: <http://www.mitsubishielectric.co.jp/elevator/product/list/index.html>, 参照2015. 2. 15
- 17) 「建築構造設計指針(平成21年版)」について, http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/detail/___icsFiles/afieldfile/2014/10/14/1293759_003.pdf, 参照2015. 2. 15

OPTIMAL URBAN FORMS OF LINEAR CITIES INCLUDING HIERARCHICAL SPATIAL STRUCTURE WITH CONSIDERATION OF FLOOR HEIGHT

– Compared to the case without consideration of floor height –

Takehiro KONDO * and *Tohru YOSHIKAWA* **

* Mitsubishi Electric Information Systems Corporation, M.Eng.

** Prof., Dept. of Architecture and Building Engineering, Tokyo Metropolitan University, Dr.Eng.

This article developed a new method to obtain optimum urban forms minimizing the moving cost from each point to the central district center with consideration of floor height. By applying the method to linear cities including hierarchical spatial structure, this article aimed to clarify the effect of various factors including floor height on the optimum urban forms, and to verify the differences of the optimal urban forms with consideration of floor height from those without it in the previous studies.

This article assumed hierarchical district centers and transportation system according to the stage of life needs. Based on the assumption of compact city system, this article calculated the optimal urban form. The Optimal urban form is defined as the city to minimize the total travel cost from each houses to the central district center via the nearest district center. Conventionally, the urban model to minimize the travel cost was defined without considering the floor height. In order to make the urban model more realistic, we formulated a new urban model considering the floor height and calculated the optimal urban form.

When the urban model has multi-layered horizontal floors in the vertical direction, the formula of the travel cost include the integer variable expressing the number of floors. Therefore, we cannot use the integration to cost calculation of height direction and this makes the calculation of the optimal urban form difficult. In order to overcome the difficulties, this study, as the first step, calculated the optimal urban form of a linear city. This linear city can be considered as a city developed along a railway or highway, or as a section of a city.

As a result, when the total floor area is given the urban form that minimizes the travel cost was uniquely determined. The result also showed that the obtained optimum urban forms are similar when only the total floor area changes but that they are not similar when the travel cost of the vertical movement or of the bus change.

The comparison between the two optimal urban forms, one of which takes into account the floor height and the other of which does not take into account, showed the following three results. First, when we consider the floor height, the height of the city is generally lower than the urban model without considering the floor height. Second, the distance between the district centers of the former model is larger than that of the latter one. Third, because the area from which the central district center is the nearest grows, the population accessing the central district center directly increases. In other words, when considering the floor height, the city is expanded in the horizontal direction.

The article left three issues for further study. First, the city model should be extended to the three-dimensional city model. Second, the review of suitable travel cost and other factors suppressing the highest height of actual cities is necessary. The horizontal size compared to the vertical one obtained by this study is extremely smaller than that of the actual cities. By adopting the appropriate travel cost and by considering other factors including the limitations of construction technique or building cost, more realistic urban forms may be obtained. Third, it is necessary to compare the actual city forms with this city model. The factor except the travel costs that decides real city forms may be found by comparing two. With that in mind, it is necessary to indicate the rule of compact city system.

(2016年6月8日原稿受理, 2016年11月22日採用決定)