空間形態要素の直交直線形射影の数式的表現 (2)

射影の応用研究 その 2

正 会 員 佐 藤 鏡 一*

正 会 員 西 安 男**

正 会 員 小 島 武 男***

はじめに

日照、採光等の図上計算において、算定用射影図は各種の射影にわたって、よく開発されている観があるが、これに対応して必要となる障害物、開口等の射影の図法については、それ程の進展は認められないと思われる。著者らはこの点から、障害物、開口等の要素となる簡単な幾何学的要素の射影について、それらの数式的表現を主としての研究を始め、「射影の応用研究」として 4 編の論文を発表した。本文はその最後で第 5 編に当たる。

筆者らの取り扱った射影は、大別して「円形射影」と仮称する正射影、極射影等の 5 射影と、「直交直線形射影」と仮称するワルドラム図ほかの 3 射影の 8 種であり、前者の研究を「射影の応用研究、その 1」とし、後者を同じく「その 2」とした。「その 1」は 3 編に分けてすでに発表し、文献の 3～5 がそれである。また「その 2」は 2 編に分けて発表する予定とし、その第 1 編は文献 6 として発表し、本編はこの研究の最後の発表である。前編に続いて曲面の射影の数式的表現を主目標としている。

基礎事項 前論文で著者らは、ワルドラム図、メルカトール図、高度方位角図など天球面上の等高高度円、等方位円がそれぞれ互いに直交する直線となり、図が長方形を呈することを理由に、これら諸射影を一括して直交直線形射影と呼び、これに関する研究について述べた。

射影の中心とする観測点を O とし、これを中心として単位半径の天球を考える。また、日照・採光等の障害物の形態を数式的に表現するために直交座標系 $O-xyz$ を適宜に採って、 xy 面に対する空間点 P の高度を θ 、方位角 ϕ を xy 面内で、 x 軸の正部分から y 軸の正部分に向う方向に測ることとすると、直交直線形射影による P 点の射影 $P_0(X, Y)$ は次式で与えられる。

$$X = \phi, Y = g(\theta) \dots\dots\dots (1a)$$

上式中の $g(\theta)$ は各射影に固有の関数で、表—1 のようである。また、 P 点が $O-xyz$ に則して規定されている場合には、(1a) 式は下記のようなものである。

$$X = \tan^{-1}(y/x), Y = g(x, y, z) \dots\dots\dots (1b)$$

(1b) 式の $g(x, y, z)$ は表—1 に示すとおりである。

(1a) 式から、日照、採光等の障害物がその形にひずみを生じることなく、 z 軸を回転軸として変位することであっても、その射影は旧態のまま、 X 軸に平行な回転角に相当する変位を示すだけであることがわかる。

直交直線形の各射影について、(1b) 式の x を ξ とおくと、 $y = \xi \tan X, z = \xi G(X, Y)$ なる表現が得られ、ここで、 $\tan X$ を T と略記すると、次のような置換式が x, y, z と X, Y との間に成立する。

$$x \rightarrow \xi, y \rightarrow \xi T, z \rightarrow \xi G(X, Y) \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{ただし, } T = \tan X (= \tan \phi)$$

空間形態の数式表現が、最初に述べたような座標系に則して与えられている場合には、これを (2) 式によって置換することにより、その形態に対応する直交直線形の射影式を得ることができる。(2) 式中の $G(X, Y)$ は表—2 のような各射影に固有の関数である。著者らは表現の簡約のため (2) の置換により射影式を得ることを仮に射影変換と呼ぶこととした。

前論文では以上の誘導を述べ、空間形態の要素となる幾何学的に単純な 2, 3 の平面曲線について、その基準的位置にある場合の射影式を導き、それが与える射影図形を例示した。この論文ではそれに続いて、空間形態の要素となるべき幾何学的に単純な曲面の射影式について

表—1 各射影に固有な関数 $g(\theta), g(x, y, z)$

	$g(\theta)$	$g(x, y, z)$
ワルドラム 図	$1 - \cos 2\theta = 2 \sin^2 \theta$	$2z^2 / (x^2 + y^2 + z^2)$
メルカトール 図	$\log \tan(\pi/4 + \theta/2)$	$\log_e \{(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) / \sqrt{x^2 + y^2}\}$
高度 方位角 図	θ	$\tan^{-1} z / \sqrt{x^2 + y^2}$

表—2 各射影に固有な関数 $G(X, Y)$ とその偏導関数

ワルドラム 図	$G(X, Y)$	$\sqrt{1 + \tan^2 X} \cdot Y / (2 - Y)$
	$G_x(X, Y)$	$\tan X / \sqrt{1 + \tan^2 X} \cdot Y / (2 - Y)$
	$G_y(X, Y)$	$\sqrt{1 + \tan^2 X} \{2 / \sqrt{Y(2 - Y)}\}$
メルカトール 図	$G(X, Y)$	$\sqrt{1 + \tan^2 X} (e^{2Y} - 1) / (2e^Y)$
	$G_x(X, Y)$	$\tan X / \sqrt{1 + \tan^2 X} (e^{2Y} - 1) / (2e^Y)$
	$G_y(X, Y)$	$\sqrt{1 + \tan^2 X} (e^{2Y} + 1) / (2e^Y)$
高度 方位角 図	$G(X, Y)$	$\sqrt{1 + \tan^2 X} \cdot \tan Y$
	$G_x(X, Y)$	$\tan X / \sqrt{1 + \tan^2 X} \cdot \tan Y$
	$G_y(X, Y)$	$\sqrt{1 + \tan^2 X} (1 + \tan^2 Y)$

* 名城大学 講師

** 名城大学 教授・工博

*** 名古屋大学 名誉教授・工博

(昭和 59 年 9 月 28 日原稿受理)

述べることにする。

1. 射影式の誘導方法

曲面の射影式を求めようとする場合、(2)式の採用に当たって次のような2方法を考えることができる。

i) O を頂点とし与曲面を内接する錐面を求め、これと天球面(本文では、 O を中心とする単位球面)との交線を決定した上で、この交線の式に(2)式を適用して射影式を求める。

ii) 適当な平面による曲面の断面曲線を決定し、その射影式を求める。そのうえで、その射影式の与える図形の包絡線式を求めて与曲面の射影式とする。

上記2方法のうち、i) は極めて直截的であるが、曲面一般に関して、 O を頂点とし与曲面を内接する錐面の数式表現を得ることが簡単でない場合があり、それぞれの場合について特別のくふうを必要とし、機械的な演算の実行によって目的に到達し得る方法とばかりは難しい。

前記 ii) の方法による場合には、やや迂路をたどる感を免れ難いが、機械的演算によって目的に到達し得るのが一般である。与曲面の断面図を得るための切断面には与曲面に最も適切な平面を選ぶのが理想と考えられるが、この論文では、 xy 平面に平行な、 $z=h$ を一貫して採用した。これは所論をより機械的にするためにほかならない。この場合、与曲面が $f(x, y, z)=0$ で与えられ、切断平面が、 $z=h$ であると、断面曲線は下記2式で与えられる。以下、 $G(X, Y)$ を G と略記することとし、

$$f(x, y, h)=0, z=h$$

となる。この第2式に(2)式を適用して、 $\xi=h/G$ が得られ、これを用いて置換式(2)は下記ようになる。

$$x \rightarrow h/G, y \rightarrow hT/G, z \rightarrow h \cdots \cdots (3)^{*1)}$$

以上の方法によって与曲面の射影を求めるに当たって、意味のある射影式が得られるためには、 $f(x, y, z)=0$ が閉曲面の式である場合、座標原点 O が $f(x, y, z)=0$ の内部に存在しないことが必要である。このことは特にことわらなくても以下の所論の各場所を通じて成立しているものとする。

2. 曲面位置の基準化

前述のように、空間形態が z 軸を回転軸として、ひずみを起すことなく回転変位を行っても、その射影は旧形態のまま、 X 軸に平行に回転角 ϕ に対応する変位をするにとどまる。この性質を利用し、与平面をその数式表示が最も簡潔となる位置まで回転した後、その曲面の射影式を求め、必要に応じて旧位置まで射影図形を X 軸に平行に移動して、与えられた位置における与曲面の射影図とすることができる。

以上のように、表示が数式的に最も簡潔とされる位置まで、 z 軸を回転軸として回転された後の与曲面を、ここでは基準曲面と仮称し、この種の曲面について射影式

図—1 曲面位置の基準化例、[a]1軸が z 軸に平行な楕円面、[b]球面、回転軸が z 軸に平行な回転面

の誘導を試みる。図—1は楕円面、球面等に関する基準化を例示するものである。

図—1[a]は1主軸が z 軸に平行な楕円面 C_0 に関する例であり、この場合は x または y 軸に関して、この楕円面を基準化することができる。[a]図において、 b 主軸に対して O からひいた垂線の足を P とし、これが x 軸の正部の上にくるような回転によって、楕円面 C_0 は C_1 の位置を占め、 P が y 軸の正部上にくるような回転によっては C_2 の位置を占めることとなる^{*2)}。また、 a 主軸に対して O からひいた垂線の足を P' とし、これが y 軸または x 軸の正部上にくるような類似の回転を与えることもできる。この場合に与楕円面 C_0 はそれぞれ C_2 , C_1 の位置を占めることとなる。図に見られるように、 C_2 は C_1 と一致する。これら C_1 , C_2 , C_1 , C_2 の位置に中心が在るとき与楕円面は3主軸が x , y , z 軸にそれぞれ平行となり、その数式的表現は最も単純となる。

底円が xy 平面上にある斜円錐面に対しても類似の基準化を考えることができる。図—2において、斜円錐面の底円の直径のうち軸の方向に垂直なもの、軸の方向をそれぞれ図—1[a]の b 軸、 a 軸の方向と同様に考え、それらへの O からの垂線の足を P , P' とし $\overline{OP}$ または $\overline{OP'}$ を O を中心とする回転の半径として基準化を行うことが可能である。本文では一貫して図—1[a]の C_1 に相当する基準化曲面を取り扱うことにする。

図—1[b]は球面または軸が z 軸に平行な回転曲面に関する基準化を示す。 C_0 が与えられた球面または、上述の回転面であり、この場合には C_0 を x または y 軸上にくるまで、 z 軸を回転軸として回転して基準化することができる。[b]図は C_0 が x , y 軸の正部の上にくる場合だけを示しているが、同様に負部の上にくる場合の基準化も考えることができる。このような場合も、本文では、[b]図の C_1 の位置に基準化された曲面を取り扱うことにする。

以上簡単のために、基準化された位置にある曲面を基準曲面と略称することとする。

図-2 基準斜円錐面

3. 斜円錐面

底円が xy 平面上にあり、その中心が C_1 である図-2 のような基準斜円錐面の射影式の誘導を考える。

3-1 xy 平面に平行な断面円の射影の包絡線式

図-2 において、底円 C_1 、頂点 V_1 の斜円錐面は底円 C_0 、頂点 V_0 の斜円錐面を基準化したものであり、ここではこの曲面の射影式の誘導について述べる。以下呼称の簡略化のため、この種の円錐面を底円の中心と頂点とによって斜円錐面 C_1-V_1 と呼ぶことにする。

図-2 の基準斜円錐面の底円の中心 C_1 、頂点 V_1 、底円半径等は図示のように、

$$C_1 \text{ の座標: } x=D, y=B, z=0$$

$$V_1 \text{ の座標: } x=E, y=B, z=L$$

$$\text{底円の半径: } \rho$$

である。したがって、 $z=h$ の断面円の中心および半径は、

$$\begin{aligned} \text{中心 } C_h \text{ の座標: } x &= D + \Delta D = D + (E-D)h/L, \\ y &= B, z = h \end{aligned}$$

$$\text{半径 } \rho_h: \rho_h = \rho(L-h)/L$$

であり、断面円は下式で与えられる。

$$[x - \{D + h(E-D)/L\}]^2 + [y - B]^2 = \rho^2(L-h)^2/L^2, \quad z=h \quad (3a)$$

この第1式を(3)式によって変換して、図-2の基準斜円錐面 C_1-V_1 の $z=h$ なる断面円の射影式が得られ、その結果は下記のようなものである。

$$[h/G - \{D + h(E-D)/L\}]^2 + [hT/G - B]^2 = \rho^2(L-h)^2/L^2,$$

$$\therefore [h\{L - (E-D)G\} - LDG]^2 + L^2[hT - BG]^2 - \rho^2G^2(L-h)^2 = 0$$

上式を $F(h)=0$ とおけば、 $z=h$ の断面円の射影の包絡線の式は、 h をパラメタとして、

$$F(h)=0, F_h(h)=0^{*3)}$$

から、 h を消去することによって得られ、これを基準斜

円錐面 C_1-V_1 の射影式とすることができる。

$F(h)=0$ は展開して、 h に関する整理を行うと、

$$\begin{aligned} & h^2[L - (E-D)G]^2 + L^2T^2 - \rho^2G^2 \\ & - 2hLG[D\{L - (E-D)G\} + LBT - \rho^2G] \\ & + L^2G^2[D^2 + B^2 - \rho^2] = 0 \end{aligned}$$

上式において、

$$\{L - (E-D)G\}^2 + L^2T^2 - \rho^2G^2 = \mu$$

$$D\{L - (E-D)G\} + LBT - \rho^2G = \lambda$$

とすると、 $F(h)=0$ は次のように書くことができる。

$$\mu h^2 - 2hLG\lambda + L^2G^2[D^2 + B^2 - \rho^2] = 0 \quad (3b)$$

したがって、 $F_h(h)=0$ は次のようである。

$$2\{\mu h - LG\lambda\} = 0, \therefore h = LG\lambda/\mu \quad (3c)$$

(3b)、(3c) の両式において、 h の代入消去と若干の整理によって、 $z=h$ の断面円の射影の包絡線は下記のように求められる。

$$\lambda^2 - \mu[D^2 + B^2 - \rho^2] = 0,$$

$$\lambda = D\{L - (E-D)G\} + LBT - \rho^2G,$$

$$\mu = \{L - (E-D)G\}^2 + L^2T^2 - \rho^2G^2 \quad (3d)$$

この式の第2、第3式を第1式に代入し、 G に関して整理を行って記号を旧態に戻すと、(3d)式は次のようになり、これが求める包絡線式である。

$$\begin{aligned} & G^2[B^2(E-D)^2 - \rho^2(B^2 + E^2)] - 2GLBT(D^2 - \rho^2) \\ & - BD(B + ET) + E(B^2 - \rho^2) + L^2\{(DT - B)^2 \\ & - \rho^2(1 + T^2)\} = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

3-2 限界母線の射影式

前節と同様の基準斜円錐面 C_1-V_1 において、図-3のように原点 O から底円 C_1 に引いた接線の2接点をそれぞれ P, Q とし、これを通る母線 PV_1, QV_1 の射影を求める。

図-3 基準斜円錐の限界母線

図-3 において、 P, Q の座標をそれぞれ x_p, y_p, z_p ; x_q, y_q, z_q とすると、図を参照して、

$$x_p = \nu \cos(\beta + \alpha) = \nu(\nu D - \rho B)/(D^2 + B^2),$$

$$y_p = \nu \sin(\beta + \alpha) = \nu(\nu B + \rho D)/(D^2 + B^2),$$

$$z_p = 0, \quad \nu = \sqrt{D^2 + B^2 - \rho^2}$$

また、 V_1 の座標 x_v, y_v, z_v は図-3 から次のようであり

$$x_v = E, y_v = B, z_v = L$$

母線 PV_1 は下記の直線と与えられる。

$$\frac{x - \frac{\nu(\nu D - \rho B)}{D^2 + B^2}}{E - \frac{\nu(\nu D - \rho B)}{D^2 + B^2}} = \frac{y - \frac{\nu(\nu B + \rho D)}{D^2 + B^2}}{B - \frac{\nu(\nu B + \rho D)}{D^2 + B^2}} = \frac{z}{L} \quad (3e)$$

上記 (3e) 式は下記 2 平面の式の交線と等価である。

$$\begin{aligned} L\{x(D^2 + B^2) - \nu(\nu D - \rho B)\} \\ - z\{E(D^2 + B^2) - \nu(\nu D - \rho B)\} = 0 \\ L\{y(D^2 + B^2) - \nu(\nu B + \rho D)\} \\ - z\{B(D^2 + B^2) - \nu(\nu B + \rho D)\} = 0 \end{aligned}$$

これら両式にそれぞれ (2) 式を代入して得る結果から ξ を消去して、母線 PV_1 の射影式を求めると、

$$\begin{aligned} G\{B(\nu D - \rho B) - E(\nu B + \rho D)\} \\ - L\{T(\nu D - \rho B) - (\nu B + \rho D)\} = 0, \\ \nu = \sqrt{D^2 + B^2 - \rho^2} \quad (5) \end{aligned}$$

$Q(x_q, y_q, z_q)$ を通る限界母線についても、同様に母線式 (3f) に等価な 2 平面の交線の射影式を求めて (6) 式が得られる。

$$\begin{aligned} x_q &= \nu \cos(\beta - \alpha) = \nu(\nu D + \rho B)/(D^2 + B^2), \\ y_q &= \nu \sin(\beta - \alpha) = \nu(\nu B - \rho D)/(D^2 + B^2), \\ z_q &= 0, \quad \nu = \sqrt{D^2 + B^2 - \rho^2} \\ \frac{x - \frac{\nu(\nu D + \rho B)}{D^2 + B^2}}{E - \frac{\nu(\nu D + \rho B)}{D^2 + B^2}} &= \frac{y - \frac{\nu(\nu B - \rho D)}{D^2 + B^2}}{B - \frac{\nu(\nu B - \rho D)}{D^2 + B^2}} = \frac{z}{L} \quad (3f) \\ G\{B(\nu D + \rho B) - E(\nu B - \rho D)\} \\ - L\{T(\nu D + \rho B) - (\nu B - \rho D)\} &= 0, \\ \nu &= \sqrt{D^2 + B^2 - \rho^2} \quad (6) \end{aligned}$$

上に求めた母線 PV_1 , QV_1 の射影式 (5), (6) 式の相乗式である (3g) 式を展開し、 G に関して次のように整理を行う。

$$\begin{aligned} G^2\{B(\nu D + \rho B) - E(\nu B - \rho D)\}\{B(\nu D - \rho B) \\ - E(\nu B + \rho D)\} - GL\{[B(\nu D + \rho B) \\ - E(\nu B - \rho D)]\{T(\nu D - \rho B) - (\nu B + \rho D)\} \\ + [B(\nu D - \rho B) - E(\nu B + \rho D)]\{T(\nu D + \rho B) \\ - (\nu B - \rho D)\}\} + L^2\{T(\nu D + \rho B) \\ - (\nu B - \rho D)\}\{T(\nu D - \rho B) - (\nu B + \rho D)\} = 0, \\ \nu = \sqrt{D^2 + B^2 - \rho^2} \quad (3g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (D^2 + B^2)[G^2\{B^2(E - D)^2 - \rho^2(B^2 + E^2)\} \\ - 2GL\{BT(D^2 - \rho^2) - BD(B + ET) \\ + E(B^2 - \rho^2)\} + L^2\{TD - B\}^2 - \rho^2(1 + T^2)] = 0 \end{aligned}$$

原点 O が底円の内部に存在せぬ場合、 $B^2 + D^2 \neq 0$ であり、整理の結果は、(7) 式となる。

$$\begin{aligned} G^2\{B^2(E - D)^2 - \rho^2(B^2 + E^2)\} - 2GL\{BT(D^2 - \rho^2) \\ - BD(B + ET) + E(B^2 - \rho^2)\} + L^2\{TD - B\}^2 \\ - \rho^2(1 + T^2) = 0 \quad (7) \end{aligned}$$

上記 (7) 式は断面円の射影の包絡線の式として求め

図—4 頂点が OY_1 上にある場合に同一の射影をもつ斜錐面の例

図—5 基準斜円錐面の射影図例 (高度方位角図), $\rho=1, D=2, L=3, E=4$

た基準斜錐面の射影式と同一であり、(4) 式は母線 PV_1 と QV_1 の射影をその内容とする、ということができる。

母線 PV_1 , QV_1 は原点 O を含み、与えられた基準斜円錐面に接する 2 平面のいずれかの接触線であり、 O を観測点として見る場合、これら 2 母線より外方には与基準斜円錐面に属する点は存在せず、またこの 2 母線の間に見える点はすべて与基準斜円錐面に属する。その意味で母線 PV_1 , QV_1 を与基準斜円錐面の限界母線と呼ぶことにすると、あらためて、基準斜円錐面の射影は 2 限界母線の射影によって得られるともいうことができる。

頂点 V が OY_1 上にあり、底が図—4 のような斜錐面はすべて基準斜円錐面 C_1-V_1 と同一の射影をもつということが上記の拡張として結論される^{*4)}。

図—5 は限界母線の射影式 (5), (6) の解の作図によって得た基準斜円錐面の射影図例である。

4. 基準斜円錐面

図—6 のような底円 C_1 をもち、 xy 平面と β の傾きをもつ基準斜円錐面の $z=h$ なる断面円は、図を参照して

$$(x - h \cot \beta - D)^2 + (y - B)^2 = \rho^2 \quad (4a)$$

である。これに (3) 式の置換を施して射影式を求め、

$$\{h\delta - GD\}^2 + \{hT - BG\}^2 - \rho^2 G^2 = 0,$$

$$\delta = 1 - G \cot \beta \quad (4b)$$

図—6 基準斜円錐面

が得られる。これを $F(h)=0$ とし、これと $F_h(h)=0$ とから h を消去して、 $z=h$ の断面円の射影の包絡線を与える (4c) 式が得られる。

$$\begin{aligned} F_h(h) : (h\delta - GD)\delta + (hT - BG)T &= 0, \\ \therefore h &= G(D\delta + BT)/(\delta^2 + T^2) \\ (\delta B - DT)^2 &= \rho^2(\delta^2 + T^2), \quad \delta = 1 - G \cot \beta \end{aligned} \quad (4c)$$

上式中の δ を $(1 - G \cot \beta)$ に戻して式を整理すると、上式は、(8) 式となる。この式は xy 平面に平行な断面円の射影の包絡線の式として求てられた基準斜円錐面の射影式であり、式中の G は表—2 のようである。

$$\begin{aligned} G^2(B^2 - \rho^2) \cot^2 \beta - 2G(B^2 - \rho^2 - BDT) \cot \beta \\ + (B - DT)^2 - \rho^2(1 + T^2) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

基準斜円錐面の場合も、前章と同様な限界母線を図—7 のように考えることができる。図中、 O から底円 C_1 に引いた接線の接点 P, Q の座標 $x_p, y_p; x_q, y_q$ はそれぞれ、 $D^2 + B^2 - \rho^2 = \nu^2$ 、として

$$\begin{aligned} x_p &= \nu(\nu D - \rho B)/(D^2 + B^2), \quad y_p = \nu(\nu B + \rho D)/(D^2 + B^2) \\ x_q &= \nu(\nu D + \rho B)/(D^2 + B^2), \quad y_q = \nu(\nu B - \rho D)/(D^2 + B^2) \end{aligned}$$

であり、 P, Q を通る各母線は下記 (4d), (4e) 式で与えられる。

$$\text{母線 } P-P_\infty : y = y_p, \quad z = (x - x_p) \tan \beta \quad (4d)$$

$$\text{母線 } Q-Q_\infty : y = y_q, \quad z = (x - x_q) \tan \beta \quad (4e)$$

上記両式に (2) 式の射影変換を施した結果に、 $x_p, y_p; x_q, y_q$ の値を代入整理して、次の (9), (10) 両式が得られる。

図—7 基準斜円錐面の限界母線 $P-P_\infty, Q-Q_\infty$

図—8 基準斜円錐面の射影図例 (メルカトル図), $\rho=1, \beta=60^\circ, D=2, B$: 図示

$$G(\nu B + \rho D) = \{(\nu B + \rho D) - T(\nu D - \rho B)\} \tan \beta \quad (9)$$

$$G(\nu B - \rho D) = \{(\nu B - \rho D) - T(\nu D + \rho B)\} \tan \beta \quad (10)$$

式中の G は表—2 のようであり、(9) 式は限界母線 $P-P_\infty$, (10) 式は同じく $Q-Q_\infty$ の射影式である。

これら両式は、基準斜円錐面の限界母線 PV, QV の射影式において、 E を $(D + L \cot \beta)$ とし、式両辺を L で割った結果に対し、 $L \rightarrow \infty$ とすることによっても容易に求められる。

(9), (10) の両式を移項によって、それぞれ右辺を 0 とした後、それらの相乗式を作り、 $\nu = \sqrt{D^2 + B^2 - \rho^2}$ であることを念頭において、 $G^2, 2G$ 等に関して整理し (8) 式に到達することができ、基準斜円錐面の射影式の場合と同様に (9), (10) の両式は (8) 式の内容を示す射影式であるということが出来る。

また、図—4 の OP, OQ を基準斜円錐面の底円 C_1 へ原点 O から引いた 2 接線とみなせば、図示のように、この 2 接線に内接する種々の底曲線をもち、軸が図—7 の軸 C_1C_∞ に平行な基準錐面はすべて同一の射影を持つということが出来る。

図—8 は (9), (10) 両式の解によって得た基準斜円錐面の射影図例である。

5. 基準円錐面

円錐面は軸対称の形をもち、原点 O からの軸の距離

図—9 基準円錐面

図—10 基準円錐面の射影図例 (高度方位角図)

が不変であれば、方位のいかんによらず、その形は一定であるから、図—1[b] のような基準化が可能であり、ここでは図—9 のような基準円錐面の射影式の誘導について述べる。図—9 の円錐面と図—3 の基準斜円錐面とを比較し、基準斜円錐面に下記の特特殊化

$$B \rightarrow 0, E - D \rightarrow 0 \dots\dots\dots (5a)$$

を加えることによって図—9 の円錐面の射影式に達し得ることは明らかである。したがって、 $z=h$ の断面円の射影の包絡線として求められる射影式；限界母線 PV_1 , QV_1 の射影式はそれぞれ、(4) 式および (5) 式、(6) 式に対して、(5a) 式の特特殊化を施すことによって得られる (11) 式；(12) 式、(13) 式である。

$$G^2(\rho^2 D^2) - 2GL(\rho^2 D) - L^2[D^2 T^2 - \rho^2(1 + T^2)] = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{母線 } PV : G(\rho D) + L(T\nu - \rho) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{母線 } QV : G(\rho D) - L(T\nu + \rho) = 0 \dots\dots\dots (13)$$

$$\text{ただし、} \nu = \sqrt{D^2 - \rho^2}$$

これらの式は、図—9 に則して、前章で (4), (5), (6) の各式を得たのと同様にして直接に求められる。基準斜円錐面の場合に似て、図—4 のように、図—9 の OP , OQ に底面曲線が内接し頂点が OV_1 上にある錐面は図—9 の基準錐面と同一の射影をもつ。

図—10 は基準錐面の射影図例である。

6. 基準円錐面

円錐面の場合と同じく、図—11 のような基準円錐面について射影の誘導を考える。このような円錐面は、3. において取り扱った図—7 のような基準斜円錐面におい

図—11 基準円錐面

図—12 基準位置にある円柱体の射影形の比較図例、 $\rho=1$, $D=2$, L : 図示

て、 $B=0$, $\beta=\pi/2$ として得られ、また、5. において取り扱った図—9 のような基準円錐面において、 $L \rightarrow \infty$ として得られる。したがって、その射影式は、(8), (9), (10) の射影式中の $B \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow \pi/2$ とすること、または (11), (12), (13) の射影式中の $L \rightarrow \infty$ とすることによって得られる。このようにして

$$(8) \text{ 式から、} D^2 T^2 - \rho^2(1 + T^2) = 0 \dots\dots\dots (17)$$

(9) 式、(10) 式からはそれぞれ、下式を得る。

$$\rho - T\nu = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\rho + T\nu = 0 \dots\dots\dots (19)$$

式中の $\nu = \sqrt{D^2 - \rho^2}$ であるから、(18), (19) 両式の相乗式は (17) 式と同値である。また (11) 式の両辺を L^2 , (12), (13) 両式の両辺を L で割った結果について、 $L \rightarrow \infty$ とした結果も、それぞれ (17) 式または (18), (19) 式と一致する。(18), (19) 式はそれぞれ基準直円錐面の限界母線の射影式である図—11 の PP_∞ , QQ_∞ の射影であり (18), (19) 両式は、射影の形式に固有な関数 G を含んでいないので、各射影に共通である。ただし、基準円錐面に限られた高さに上底面、下底面を有する柱体である場合には、それら底面の射影図形は射影の形式によって異なり、全体としての射影図形に相違がある。

図—12 は上記のような場合の円柱体の射影図例である。

7. 錐面、円錐面の射影計算

以上に射影式の誘導を示した基準位置の斜円錐、円錐、斜円錐、円錐あるいはこれらの 1 と同じ射影をもつ諸曲面の射影式は、それぞれの曲面の 2 限界母線の射影式をその内容としている。限界母線の射影式は関数 G の 1 次式であり、いずれも、 $G=E$ の形に変形することができ G は表—2 に参照して、 $\sqrt{1 + \tan^2 X} \cdot f(Y)$ の形の関数であるから、 $G=E$ の式は下記のように表すことができる。

$$f(Y) = E / \sqrt{1 + \tan^2 X} \dots\dots\dots (17)$$

図—13 基準斜円錐面の限界母線 PV_1 , QV_1

上式中の X は方位角 ϕ と同値で、 $-\pi \leq X \leq \pi$ であり、 $f(Y)$ は表—2 を参照して下記のとおりである。

ワルドラム図： $\sqrt{Y/(2-Y)}$, $0 \leq Y \leq 2$

メルカトル図： $(e^Y - 1)/2e^Y$, $1 \leq e^Y$

高度方位角図： $\tan Y$, $0 \leq Y \leq \pi/2$

したがって、(17) 式における X を底面曲線へ原点 O から引いた 2 接線の接点 P , Q の方位角 $\phi_q = X_q$, $\phi_p = X_p$ の与える範囲内にとって、(17) 式の右边を決定し、その結果に基づいて、 Y を求めることができる。その場合、底面曲線が円 ($z=0$) であれば、図—13 を参照して、 ϕ_p , ϕ_q は次のようである。

$$\tan \phi_q = (B\nu - \rho D) / (D\nu + \rho B),$$

$$\tan \phi_p = (B\nu + \rho D) / (D\nu - \rho B) \dots \dots \dots (18)$$

ただし、式中の ν は基準位置にある斜円錐面、斜円錐面に対して、 $\nu = \sqrt{D^2 + B^2 - \rho^2}$ であり、基準位置にある円錐面、円錐面に対しては、 $\nu = \sqrt{D^2 - \rho^2}$ である。

限界母線は基準斜円錐面、基準円錐面に対しては、前述の 2 接点 P , Q と頂点 V_1 とを結ぶ有限長の線分であるから、それらを適宜に等分し、それぞれの等分点の座標 $((x_i, y_i, z_i), i=0 \sim n)$ を算定することは容易である。図—13 から、 P , Q , V_1 の座標は

$$\begin{aligned} x_q &= \nu \cos(\beta - \alpha) = \{\nu / (D^2 + B^2)\} (D\nu + B\rho), \\ y_q &= \nu \sin(\beta - \alpha) = \{\nu / (D^2 + B^2)\} (B\nu - D\rho), \\ z_q &= z_p = 0, \\ x_p &= \nu \cos(\beta + \alpha) = \{\nu / (D^2 + B^2)\} (D\nu - B\rho), \\ y_p &= \nu \sin(\beta + \alpha) = \{\nu / (D^2 + B^2)\} (B\nu + D\rho), \\ x_v &= E, y_v = B, z_v = L \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

である。式中の ν は (18) 式の場合と同様である。したがって、この x_p , y_p , z_p または x_q , y_q , z_q を $P_i(x_i, y_i, z_i; i=0 \sim n)$ の第 0 点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ とし、頂点 V を $P_n(x_n, y_n, z_n)$ として P_0P_n を n 等分した場合、 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ は次のようである。

$$x_i = x_0 + i \cdot \Delta x, y_i = y_0 + i \cdot \Delta y, z_i = z_0 + i \cdot \Delta z$$

Δx , Δy , Δz は基準斜円錐面に対しては、

$$\Delta x = (E - x_0)/n, \Delta y = (B - y_0)/n, \Delta z = L/n$$

であり、上式中の x_0 , y_0 , z_0 はそれぞれ、(19) 式のようである。基準円錐面については、(19) 式中の $E \rightarrow D$, $B=0$ とする。その結果、式中の $\nu = \sqrt{D^2 - \rho^2}$ である。

図—14 基準斜円錐面の限界母線説明図

基準斜円錐面の場合には、 $E \rightarrow \infty$ であるため、上記のような $P_i(x_i, y_i, z_i)$ を定めることは困難であり、図—14 において、前説同様、原点 O から底円に引いた 2 接線の接点 P または Q を P_0 とみなし、 $\angle P_0Ox = \phi_0$ とすると、限界母線の存在する方位角の範囲は $0 \sim \phi_0$ であり^{*5)}、 ϕ_0/n はその n 等分角である。したがって、 ϕ_i の出発点を 0 とすると、 i 番目の等歩度方位角 $\phi_i = i\Delta\phi = i(\phi_0/n)$ であり、これに対応する限界母線上の点 P_i の座標 x_i , y_i , z_i は図—14 を参照して、

$x_i = y_0 \cot \phi_i$, $y_i = y_0$, $z_i = (y_0 \cot \phi_i - x_0) \tan \beta$ である。式中の角 β は基準斜円錐面の軸が xy 平面と成す角であり、 x_0 , y_0 は (19) 式によって算定される。

以上のようにして系統的に定められた $P_i, i=0 \sim n$ の座標値により、表—1 の計算によって P_i に対する射影の座標 X_i , Y_i を逐点的に求めて作図することができる。

基準円錐面の場合は $P_0(P, Q)$ を通る z 軸に平行な直線が限界母線となるので、図—13 の ϕ_q , ϕ_p を求めると $X = \phi_q$, ϕ_p で Y 軸に平行な直線が射影となる。

8. 基準楕円面

図—15 のような基準楕円面は下記の (8a) 式で定義され $z=h$ の断面曲線は同じく (8b) 式で与えられる。

$$\frac{(x-D)^2}{a^2} + \frac{(y-B)^2}{b^2} + \frac{(z-H)^2}{c^2} = 1 \dots \dots \dots (8a)$$

$$b^2 c^2 (x-D)^2 + c^2 a^2 (y-B)^2 = a^2 b^2 \{c^2 - (h-H)^2\} \dots \dots \dots (8b)$$

上記 (8b) 式は、中心が $C_h(D, B, h)$ 、長半軸、短半軸の長さが $(a/c)\sqrt{c^2 - (h-H)^2}$ または $(b/c)\sqrt{c^2 - (h-H)^2}$ の楕円である。これに、(3) 式により射影変換を施して下記の射影式を得る。

図—15 基準楕円面

$$\begin{aligned} & b^2 c^2 |h - DG|^2 + c^2 a^2 |hT - BG|^2 \\ & = a^2 b^2 |c^2 - (h - H)^2| G^2 \\ \therefore \quad & h^2 |b^2 c^2 + c^2 a^2 T^2 + a^2 b^2 G^2| - 2 h |b^2 c^2 D + c^2 a^2 BT \\ & + a^2 b^2 HG|G| + |b^2 c^2 D^2 + c^2 a^2 B^2 + a^2 b^2 H^2 \\ & - a^2 b^2 c^2|G^2 = 0 \dots\dots\dots (8c) \end{aligned}$$

上記 (8c) 式を $F(h)=0$ とし h をパラメタとする
ときの包絡線を誘導するため, $F_h(h)=0$ を求めると,

$$\begin{aligned} & h|b^2c^2 + c^2a^2T^2 + a^2b^2G^2| - |b^2c^2D \\ & \quad + c^2a^2BT + a^2b^2HG|G = 0 \\ \therefore h &= \frac{(b^2c^2D + c^2a^2BT + a^2b^2HG)G}{b^2c^2 + c^2a^2T^2 + a^2b^2G^2} = \frac{\lambda G}{\mu}, \\ \lambda &= b^2c^2D + c^2a^2BT + a^2b^2HG, \\ \mu &= b^2c^2 + c^2a^2T^2 + a^2b^2G^2 \dots\dots\dots (8d) \end{aligned}$$

を得る。上記の λ, μ によって (8c) 式は下記となる。

$$\begin{aligned} h^2\mu - 2hG\lambda + \beta G^2 &= 0, \\ \beta &= b^2c^2D^2 + c^2a^2B^2 + a^2b^2H^2 - a^2b^2c^2 \dots (8e) \end{aligned}$$

(8d), (8e) 両式から, パラメタ h を消去し, 求める射影式は次のようになる。

$$\lambda^2/\mu - \beta = 0 \dots\dots\dots (8 f)$$

(8d), (8e) 両式を参照して λ, μ, β をもとの表現に戻し, G に関して式を整頓すると, 求められる射影式は次のようである。

$$G^2\{b^2D^2+a^2B^2-a^2b^2\}-2GH\{b^2D+a^2BT\} \\ +c^2(B-DT)^2+(H^2-c^2)(b^2+a^2T^2)=0 \\ \dots\dots\dots(20)$$

上式中の G は射影に固有の関数で表—2 に示すとおりである。

(20) 式は G に関して 2 次の方程式であり、表—2 を参照して、 $\phi=X$ を与えれば、 G は Y のみの関数となり、(20) 式から求められる G の解値から Y が求められる形を有している。しかし、求められる G の解値の判別等の厄介さを含んでおり、むしろ当初から逐次近似による数値計算によって、解く方が有利と考えられる。

その場合、解の存在する $\phi (=X)$ の範囲内に系統的に $X_i, i=0 \sim n$ をとり、第 0 近似値 $Y_{i,0}$ から出発して、 $Y_{i,i+1}$ を次のように採ることができる*6)。

$$Y_{t,t+1} = Y_{t,t} + \Delta Y_{t,t}, \quad \Delta Y_{t,t} = -F(X_t, Y_{t,t})/F_X(X_t, Y_{t,t})$$

上式中の $F(X_i, Y_{i,j})$, $F_T(X_i, Y_{i,j})$ はそれぞれ, (20) 式の左辺と, その Y に関する偏導関数に X_i , $Y_{i,j}$ の値を代入したものである。進行に従って $\Delta Y_{i,j}$ が期待の大きさ以下となった時に計算を打ち切り, 得られた X_i , $Y_{i,j+1}$ を射影点の座標とする。この種の手法は高速度計算法を利用できる場合, 特に有利と考えられる。

この場合、一般に与えられた $\phi_i (= X_i)$ に対して、 Y_i の 2 値が解となり、計算の出発に際しての第 0 近似値には図—16 の R_u, R_0 に対する射影の Y 値をとるのが便利であると考ええる。図—16 は基準楕円面の平面図であり、 OF_1, OF_2 は原点 O から楕円 C_1 に引いた 2 接線で

図—16 逐次近似解法の第0近似値を与える点 R_n, R_0

ある。これらをそれぞれ、 OF_1 、 OF_2 を含み xy 平面に垂直な平面とすれば、基準楕円面の射影の存在する方位角 ϕ の範囲は、図を参照して $\phi_1 \sim \phi_2 (=X_1 \sim X_2)$ である。 ϕ_1 、 ϕ_2 は下式によって算定される。

$$\begin{aligned}\tan \phi_1 &= (B\mu - b^2 D)/(D\mu + a^2 B), \\ \tan \phi_2 &= (B\mu + b^2 D)/(D\mu - a^2 B), \\ \mu &= \sqrt{a^2 B^2 + b^2 D^2 - a^2 b^2} \dots\dots\dots (21)\end{aligned}$$

上記の範囲 $\phi_1 \sim \phi_2$ を n 分割して、分点ごとに Y の第 0 近似値を与える点 R_{oi} , R_{ui} をとり、これが与える Y の値を Y_0 として逐次近似法の計算を出発させることができる。

$\phi = \phi_{i,i=0-n}$ の垂直面 (図—16 中の OF_i) による基準楕円面の断面曲線は楕円であり、原点 O からこれに引いた 2 接線の接点が Y_i の理論値 Y_{ui} , Y_{oi} を与える。これを逐次近似的に求めるため図のように R_o , R_u をとり、これらの座標が与える Y の値を表—1 を参照して算定し、それぞれの第 0 近似値に採る。図中、基準楕円面の平面図に外接して描いた破線の長方形は基準楕円面に外接する直六面体を意味し、図示の点 K_o , L_o , M_o , N_o は上方の角点、 K_u , L_u , M_u , N_u は下方の角点である。 R_o はこの直六面体の上方の稜上に、 R_u は下方の稜上に採る。 Y_o の近似度を若干でも良くするため、 ϕ_i のいかににより下記のように、 R_{oi} , R_{ui} の座標を採ればよい。

- $$\begin{aligned} \text{i) } \quad & \phi_1 \leq \phi_i \leq \angle K_u O x \\ & R_{u i}[D+a, (D+a) \tan \phi_i, H-c], \\ & R_{o i}[(B-b) \cot \phi_i, B-b, H+c] \\ \text{ii) } \quad & \angle K_u O x < \phi_i \leq \angle M_u O x \\ & R_{u i}[D+a, (D+a) \tan \phi_i, H-c], \\ & R_{o i}[D-a, (D-a) \tan \phi_i, H+c] \\ \text{iii) } \quad & \angle M_u O x < \phi_i \leq \phi_2 \\ & R_{u i}[(B+b) \cot \phi_i, B+b, H-c], \\ & R_{o i}[D-a, (D-a) \tan \phi_i, H+c] \cdots \cdots \cdots (22) \end{aligned}$$

前記の逐次近似過程における Y の修整値 ΔY の計算に必要な $F_Y(Y)$ は (20) 式を参照して次のようである。

$$F_Y(Y) = 2[GG'\{b^2D^2 + a^2B^2 - a^2b^2\} + G'H\{b^2D + a^2BT\}] \dots\dots\dots (23)$$

(23) 式中の G' は射影に固有な関数 G の Y に関する偏導関数で、その形は表—2 に示すとおりである。

図一17 楕円面の射影図例 (ワルドラム図), $a=1.25$, $b=1$, $c=1.5$, $D=2$, $H=2$, B : 図示

図一17は以上のようにして得た射影点の作図によって得た基準楕円面の射影図例である。

9. 基準回転楕円面および球面

ここでは図一1[b]の基準化による図一18のような基準回転楕円面およびこれと同様の位置にある球面について考察する。図一18のような回転楕円面は図一15の基準楕円面において, $B \rightarrow 0$; $a, b \rightarrow \rho$ として得られ, 同様の位置を占める基準球面は同じく, $B \rightarrow 0$; $a, b, c \rightarrow \rho$ として得られる。したがって, それらの射影式は基準楕円面の射影式である(20)式に上記の特殊化を施すことによって得られ, 次のように書かれる。

i) 基準回転楕円面の射影式

$$G^2[\rho^2(D^2 - \rho^2)] - 2G[\rho^2 DH] + c^2 D^2 T^2$$

図一18 基準回転楕円面

図一19 基準回転楕円面の射影図例 (高度方位角図), $H=0$, その他図示

図一20 基準球面の射影図例 (メルカトル図), $\rho=1$, $H=2$, D : 図示

$$+ \rho^2(H^2 - c^2)(1 + T^2) = 0 \dots\dots\dots (24)$$

ii) 基準球面の射影式

$$G^2(D^2 - \rho^2) - 2G(DH) + T^2(D^2 + H^2 - \rho^2) + (H^2 - \rho^2) = 0 \dots\dots\dots (25)$$

これら(24), (25)の両式も(20)式にならって解くことができる。図一19は基準回転楕円面, 図一20は基準球面の射影図例である。

10. 基準回転放物面

図一1[b]の基準化による図一21のような基準回転放物面は下記の(10a)式で表され, $z=h$ の断面円は(10b)式のようなのである。

$$z - L = -(L/\rho^2)\{(x - D)^2 + y^2\} \dots\dots\dots (10a)$$

$$(x - D)^2 + y^2 = \rho_h^2, \quad \rho_h = \rho \sqrt{(L - h)/L} \dots\dots (10b)$$

したがって, (3)式の変換によって断面円の射影式は

$$(h - GD)^2 + h^2 T^2 - G^2 \rho_h^2 = 0$$

であり, これを h に関して整理して下式を得る。

$$h^2\{2L(1 + T^2)\} - 2h\{LDG - \rho^2 G^2\} + 2LG^2(D^2 - \rho^2) = 0 \dots\dots\dots (10c)$$

上記(10c)式の左辺を, $F(h) = 0$ と書き, $\partial F(h)/\partial h = 0$ を求めると, 下記の(10d)式が得られる。

図一21 基準回転放物面

図—22 基準回転放物面の射影図例（高度方位角図），寸法等図示

$$h\{2L(1+T^2)-G\{2LD-\rho^2G\}=0 \cdots \cdots (10d)$$

(10c), (10d) の両式から，パラメタ h を消去して，断面円の射影の包絡線式として基準回転放物面の射影式が得られる。下記 (10e) がそれである。

$$(2LD-\rho^2G)^2-4L^2(D^2-\rho^2)(1+T^2)=0 \cdots \cdots (10e)$$

上記 (10e) 式は次の 2 式を内容とする。

$$G=(2L/\rho^2)\{D-\sqrt{(1+T^2)(D^2-\rho^2)}\} \cdots \cdots (10f)$$

$$G=(2L/\rho^2)\{D+\sqrt{(1+T^2)(D^2-\rho^2)}\} \cdots \cdots (10g)$$

図—21 における， $P, Q, R^{*7)}$ の座標は下記のようにあり，これらから，表—1 を参照して各射影座標を求め，表—2 を参照しつつ式の検定を行う。

$$P: x_p=(D^2-\rho^2)/D, y_p=\rho\sqrt{(D^2-\rho^2)}/D, z_p=0$$

$$Q: x_q=(D^2-\rho^2)/D, y_q=-\rho\sqrt{(D^2-\rho^2)}/D, z_q=0$$

$$R: x_r=\sqrt{(D^2-\rho^2)}, y_r=0,$$

$$z_r=(2L/\rho^2)\sqrt{(D^2-\rho^2)}\{D-\sqrt{(D^2-\rho^2)}\}$$

その結果，(10f) 式は各射影に対して条件を満たすが (10g) 式は条件を満たさない。以上からあらためて，(10f) 式をこの場合の射影式とする。

$$\rho^2G=2L\{D-\sqrt{(1+T^2)(D^2-\rho^2)}\} \cdots \cdots (26)$$

この式は G について 1 次であり， $T=\tan X=\tan \phi$ を曲面の存在する ϕ の変域内で系統的にとって，対応する G の値を求め，表—2 を参照して Y を算定することができる。図—22 はそのようにして得た計算結果を作図した基準放物面の射影図例である。

結 び

本稿は前論文のあとを承けて，著者らがいう直交直線形射影（ワルドラム図，メルカトル図，高度方位角図）による曲面の射影式を求め，その解法と図例とを示すものである。直線稜のみによって構成されている立体の射影は前論文を参照し，それぞれの稜の射影を求めて描くことができるので，ここでは取り扱いを省略した。

前論文の場合と同様，小寺康通，服部光夫両君の研究に対して結果の同一性について比較検討を行うことができた。記して感謝の意を表します。

注 記

- *1) 式中， $T=\tan X=\tan \phi$ ，以下も格段の断りをせずこの記法に従う。
- *2) 同様に x, y 軸の負部にくるような回転も考えられる。このことは後に述べる場合も同様である。
- *3) $F_h=\partial F/\partial h$ の意である。以下も格段の断りをせず，この記法を踏襲する。
- *4) 図—4 における $A-B$ のように，底面の曲線が OP'' , OQ'' の外方に出ねが必要である。
- *5) P_∞, Q_∞ の方位角， $\angle P_\infty O x$, $\angle Q_\infty O x$ は 0 である。
- *6) ニュートンの逐次近似法とよばれる手法である。
- *7) R は O から基準放物面の $y=0$ の断面曲線へ引いた接線の接点である。

文 献

- 1) 小寺康通，小島武男：日照計算等における射影式，その 4，高度方位角図，日本建築学会大会（北海道），昭和 53 年 9 月，p. 47～48
- 2) 服部光夫，小島武男：日照計算等における射影式，その 6，ワルドラム図，日本建築学会大会（関東），昭和 54 年 9 月，p. 49～50
- 3) 岡本俊二，西 安男，小島武男：空間形態要素の円形射影の数式的表現（1），射影の応用研究・その 1，日本建築学会論文報告集，第 318 号，昭和 57 年 8 月，p. 88～96
- 4) 同上：同上（2），同上，同上第 336 号，昭和 59 年 2 月，p. 66～76
- 5) 同上：同上（3），同上，同上第 341 号，昭和 59 年 7 月，p. 72～82
- 6) 佐藤鑑一，西 安男，小島武男：空間形態要素の直交直線形射影の数式的表現（1），射影の応用研究・その 2，同上第 358 号（計画系），昭和 60 年 12 月，p. 18～28

SYNOPSIS

UDC : 551.52 : 628.5

ON THE MATHEMATICAL REPRESENTATION OF THE PROJECTION GIVEN BY SOME SIMPLE SHAPE ELEMENTS

Part 2 · 2 Projections of some simple curved surfaces in the projection
which has rectangular straight line form

by RYOICHI SATO, Lecturer of Meizyō Univ., Dr. YASUO
NISHI, Professor of Meizyo Univ. and Dr. TAKEO
KOZIMA, Emeritus Prof. of Nagoya Univ., They are all
Members of A. I. J.

Following the discussions in their previous paper, the authors state their studies on the mathematical representation of projections given by some simple curved surfaces in the form of rectangular straight line form.

The authors discuss about the solution of the equations got as the mathematical representations of projections and they also present examples of figures which the equations give.