空間影響モデルの安定推定法

実用的メッシュデータ解析システム構築のための空間相関分析法の体系化 その2

ROBUST ESTIMATION OF SPACE INFLUENCE MODEL

Synthesis of urban lattice data analysis for practical use Part 2

青木義次*, 大佛俊泰**

Yoshitsugu AOKI and Toshihiro OSARAGI

The parameters of the space influence model estimated by minimum square error method were unstable caused by the multicollinearity. A practical method for the robust estimation of the space influence model is proposed in this paper.

Introducing the orthogonal variables W by using the principal component analysis, the space influence model can be transformed to the multiple regression model with form $Y = WB$. The parameters of the space influence model can be obtained by returning the regression coefficients B .

For reducing the effect of the multicollinearity, (1) we omit the elements of B corresponding nearly zero eigenvalue, (2) we omit the elements of B corresponding variables W which have negligible small correlation coefficients with the dependent variable Y .

Keywords : space influence model, multicollinearity, urban lattice data, principal component analysis, robust estimation

空間影響モデル, 多重共線性, メッシュデータ, 主成分分析, 安定推定

1. はじめに

近年の都市計画や地域計画の分野では、メッシュデータを用いて空間的に分布している様々な特性を定量的に抽出し、現状の都市や地域の状態を把握することが試みられている。また、このための解析方法に関する研究もなされている。これまでに、筆者の一人はメッシュデータの空間的な配置情報を有効に生かす解析手法として空間相関分析法（SCA法）を提案し、また、その応用と有効性について報告してきた¹⁾。しかし、SCA法を実際の都市計画立案等の場で実用的に用いるには、解決すべき課題がいくつか残されている。前報²⁾では、まずそれらの課題を列挙し、その一部に対する具体的な解決方法として、SCA法の計算を既存のソフトウェアを利用して高速に計算する方法や、計算結果と推定値の有効範囲を視覚的に表現する方法について報告した。本報告は前報に引き続き、SCA法の実用化を図るための課題に対する解決方法の提案を試みている。具体的には、前報の④「推定結果が、単に統計的に優れたモデルと言うだけでなく、推定パラメータの意味を計画者が判断すると

きに誤りの生じないような推定になっていること」という課題に対して、推定結果が誤差の最小化という統計的基準だけでなく計画者に有効な知見を誘導するような視点からのパラメータの安定推定の方法について報告したい。

2. 多重共線性とその問題点

まず、従来のSCA法によってパラメータ推定を行う際に生じる問題点を明確にしておくことから始めたい。従来のSCA法では、推定されるパラメータである空間影響関数の値は不安定なものとなる可能性があった³⁾。この現象は、説明変量間に一定の関係がある場合（統計学では、「説明変量が独立でない」あるいは「説明変量間に一次従属の関係がある」と呼ばれている）もしくは、それに極めて近い場合に生じるもので、多くの説明変量を用いる重回帰モデルの適用の際にも頻繁に発生し、多重共線性の問題として呼ばれている。このとき、

- 1) 変量の追加や削除を行うと推定パラメータが大きく変化する。

本論文は、文献10)で報告したものを修正・加筆したものである。

* 東京工業大学工学部建築学科 助教授・工博

** 東京工業大学工学部建築学科 助手

Assoc. Prof., Dept. Architecture, Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Research Assoc., Dept. Architecture, Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology

- 2) 分析対象となるデータに小さな変化があると推定パラメータが大きく変化する。
- 3) 推定パラメータの符号が理論や経験に反する。
- 4) 推定パラメータの標準誤差が大きい。

というような現象が認められる⁴⁾。こうした状況下で推定されたパラメータ（空間影響関数）の値は分析対象となった地域に内在する空間的な影響構造を正しく反映しているとは言えず、計画者がその値を鵜呑みにすると、具体的な計画立案等場で誤った判断を招く恐れがある。また、推定されたモデルの適合性がたとえ非常に優れたものであっても、その推定パラメータを用いて他の新しいデータから予測を行った場合には全く見当はずれの予測をしてしまう危険性がある。すなわち、多重共線性が認められるデータのもとで推定されたパラメータそのものに計画的な意味を与えたり、実際の計画の判断資料とすることには大きな危険が伴う。

多重共線性の問題については今までにも統計学や経済学などの分野で議論されており⁵⁾、多重共線性が存在する場合にも有効な通常の最小自乗法に代わる推定方法として主成分とリッジ法などを利用する方法が知られている⁶⁾。しかし、後者はリッジ軌跡と呼ばれる推定パラメータの値をグラフ化したものにより、パラメータの安定度をひとつひとつ丹念に調べてゆく探索的な方法であって、SCA法のような多くのパラメータを含むモデルには、その作業量の多さから判断して実用的な方法とは思われない。本研究では、主成分を用いる方法を応用して、不安定となる可能性の高かった空間影響関数モデルのパラメータを安定推定するための方法について検討している。

3. 主成分を用いたパラメータの推定

データの原点や尺度を変えても情報を失うことはない。ここでは議論を簡単にすすめるために、標準化した変数を用いたときの理論について報告したい（このような、標準化を施さない場合も同様に議論できる）。

まず、変数 X_j が他のいくつかの変数 X_i ($i=1, 2, \dots, n$) の影響を受けているとき、空間影響関数モデルは空間影響関数 $h_{ij}(k_1, k_2)$ をパラメータとして

$$x_j(t_1, t_2) = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_{ij}(\tau_1, \tau_2) \cdot x_i(t_1 - \tau_1, t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \dots (1)$$

と定式化され、また、離散的表現をとり、空間影響の範囲を $(-L_1 \leq l_1 \leq L_1, -L_2 \leq l_2 \leq L_2)$ とすると

$$x_j(m_1, m_2) = \sum_{i=1}^n \sum_{l_1=-L_1}^{L_1} \sum_{l_2=-L_2}^{L_2} h_{ij}(l_1, l_2) \cdot x_i(m_1 - l_1, m_2 - l_2) \dots (2)$$

と書くことができた¹⁾。

原データに並べ替えを施すと、このモデルは重回帰モ

デルと等価であるので⁷⁾、(2)式のモデルはベクトル表示することで、次のように書くことができる（ただし、ここでは誤差項 u も含めて定式化している）。

$$Y = X\alpha + u \dots (3)$$

$Y, u: N \times 1$ ベクトル (N : サンプル数)

$X: N \times P$ ベクトル

$\alpha: P \times 1$ ベクトル

$P = n(2L_1 + 1)(2L_2 + 1)$

ここで、誤差項 u は確率変数であって期待値演算記号 E を用いて

$$E[u] = 0$$

$$E[uu^T] = \sigma^2 I \quad (I: N \times N \text{ 単位行列}) \dots (4)$$

と表されるものとする。また、データを標準化しているので $(X^T X)$, $(X^T Y)$ は直ちに相関行列を与える。

多重共線性の直接的な原因は説明変量間に存在する線型の従属関係である。空間影響関数モデルは、あるメッシュの被説明変量を、そのメッシュの近傍の他の説明変量の値で説明しようとしている。そのため、ある説明変量において、自己相関性が高い場合、すなわち、(3)式における X の各列間に高い相関がある場合に多重共線性と同じ現象が生じてしまう。

こうした空間影響関数モデルにおける多重共線性の発生原因を踏まえ、まず、説明変量 X を同次元数の直交座標系に展開することから始める（説明変量 X を直交展開することの具体的な意義については次章以降で述べている）。直交展開として一般によく知られている主成分展開を用いて

$$C^T(X^T X)C = \Lambda \dots (5)$$

$$C^T C = C C^T = I \dots (6)$$

を満足する C により、 X の情報は完全に主成分 W へ

$$W = X C \dots (7)$$

と展開することができる。ただし Λ は $(X^T X)$ の固有値をその大きさの順に対角成分に並べた対角行列であり、また、 C の各列はその固有値 ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$) に対応する固有ベクトルである。

ここで、(6)式、(7)式より

$$X = W C^{-1} = W C^T \dots (8)$$

であり、これを(3)式へ代入すれば、次の主成分 W を新しい説明変量とする回帰式を得る。すなわち、

$$Y = (W C^T) \alpha + u \\ = W \beta + u \dots (9)$$

このとき、 $C^T \alpha = \beta$ とおいたので α と β には

$$\alpha = (C^T)^{-1} \beta \\ = C \beta \dots (10)$$

なる関係が成立している。

次に、 α, β の最小自乗推定量をそれぞれ a, b 、また Y の最小自乗推定量を y とすると、(9)式より

$$y = W b \dots (11)$$

であり、このときのパラメータ b は、一般の重回帰分析と同様の手続きのもとに、推定値と実測値との誤差自乗和を最小とする最小自乗法によって

$$b = (W^T W)^{-1} W^T Y \quad (12)$$

と求められる。また、(6), (7), (12) 式から推定パラメータ a と b には (10) 式と同様の

$$\begin{aligned} Cb &= C(W^T W)^{-1} W^T Y \\ &= C[C^T X^T X C]^{-1} C^T X^T Y \\ &= C C^{-1} (X^T X)^{-1} C^T C^T X^T Y \\ &= (\tilde{X}^T X)^{-1} \tilde{X}^T Y \\ &= a \quad (13) \end{aligned}$$

なる関係が存在している。すなわち、(3) 式の α の最小自乗推定量 a は、従来の手続きに従い直接計算する代わりに、 X の情報が完全に展開された主成分 W を説明変量として重回帰分析を行い、主成分 W の回帰係数である推定量 b を (13) 式のように固有ベクトル C によって線型変換して求めることも可能である。

直接計算する方法と、主成分を用いて求める上述の方法とを明確に区別する意味で、以下では、後者の方法を「主成分による推定法」と呼ぶことにする。

4. 主成分による多重共線性の検出

ここでは前章で述べた主成分を利用すれば説明変量間に内在する多重共線性を検出することができることを示す。まず、(9) 式における説明変量 (主成分) W の分散共分散行列は (5), (7) 式より

$$\begin{aligned} W^T W &= (XC)^T XC \\ &= C^T X^T X C \\ &= \Lambda \quad (14) \end{aligned}$$

であり、その対角成分 λ_i は主成分 W_i の標本分散とみなすことができる。このとき、もし、

$$\lambda_{k+1} \div \lambda_{k+2} \div \dots \div \lambda_P \div 0 \quad (15)$$

なる関係が観察されれば、この事実は、 $k+1$ 番目以降の主成分 W_i ($i=k+1, \dots, P$) の観測値はほとんど変動しない定数であることを示唆している。すなわち、ここでは変量を標準化しているので

$$W_i = X C_i \div 0 \quad (i=k+1, \dots, P) \quad (16)$$

と等価であり、このことは、説明変量 X 間に、 $P-k$ 個の線型関係が成立していることを示している。すなわち、(16) 式は、多重共線性の原因である説明変量 X 間の線型関係を示しており、この式の成立・不成立を調べることで多重共線性を検出することができる。

さらに、(12) 式より求められる β の最小自乗推定量 b の分散共分散行列は、

$$\begin{aligned} \text{Var}(b) &= E[(b - \beta)(b - \beta)^T] \\ &= E[(W^T W)^{-1} W^T u] [(W^T W)^{-1} W^T u]^T \\ &= E[\Lambda^{-1} W^T u u^T W \Lambda^{-1}] \\ &= \Lambda^{-1} W^T E[u u^T] W \Lambda^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \Lambda^{-1} \sigma^2 \\ &= \begin{bmatrix} \sigma^2/\lambda_1 & & & 0 \\ & \sigma^2/\lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma^2/\lambda_P \end{bmatrix} \quad (17) \end{aligned}$$

である。すなわち、推定量 b の各要素 b_i ($i=1, \dots, P$) の分散は固有値 λ_i に反比例しており、 λ_i が (15) 式のような小さな値をとるとき、対応する b_i の分散は非常に大きくなり b_i は正確でなくなる。最終的に求めたいパラメータ a は b_i の線型和によって求められること ((13) 式) から、小さな固有値 λ_i をもつ主成分はパラメータ a の不安定性を増す直接的な原因となっていることがわかる。

5. パラメータ安定推定の方法

5.1. 固有値からみた主成分の切り捨て

以上の議論から、パラメータ推定の際に多重共線性を避けるためには、次のような操作を施せばよい。すなわち、ほとんど変動しない (固有値がほとんど 0 と見なされる) 主成分は推定パラメータの不安定性を増す直接的な原因となるので、(9) 式のモデルからの切り捨てを行う (このときの α, β の推定量を新たに a^*, b^* で表す)。このとき、推定量 b^* の成分の内、 b_i^* ($i=k+1, \dots, P$) については不定となるが、元来データに含まれていた情報 ((16) 式) に何ら矛盾することなくすべて 0 とおくことは可能である。すなわち

$$b^* = (b_1^*, b_2^*, \dots, b_k^*, 0, 0, \dots, 0)^T \quad (18)$$

とすれば、不安定性の原因であった小さな固有値に対応する回帰係数の影響を除去して安定性を向上させたパラメータ a^* を得ることができる。

一方、各主成分 W_i 間には直交性が保たれているので、 b^* の成分 b_i^* ($i=1, 2, \dots, k$) は主成分を切り捨てる前の推定量 b の成分に等しい。すなわち、固有値がほとんど 0 と見なされる主成分を切り捨て、パラメータの安定化をはかることは、形式的には、もとの推定値 b の成分 b_i ($i=1, 2, \dots, P$) に対して

$$b_i^* = \begin{cases} b_i & \text{for } \lambda_i \neq 0 \\ 0 & \text{for } \lambda_i \div 0 \end{cases} \quad (19)$$

という操作を施すことと等価である。

本報告では、原データの標準化を仮定しているが、もし原データを標準化しておかないと、変量の単位のとおり方によっては変動の小さい変量の情報を (19) 式の段階で捨象してしまう危険性があるので、むしろデータの標準化は好ましいと言える。

5.2. 相関からみた主成分の切り捨て

前節では小さい固有値を持つ主成分をパラメータの推

図—1 パラメータ安定推定の手続き

定過程から切り捨てた。しかし、残された主成分 W_i ($i = 1, 2, \dots, k$) の被説明変量 Y の変動に対する説明力は固有値の大きさに比例するとは限らない。すなわち、大きな固有値を持つ主成分であっても変量 Y の説明には何ら寄与しないような場合も起こりうる。重回帰分析のプログラムでは、重相関係数 R_{Yy} を高める変量を自動的に選択してゆくものもあるが、われわれのモデルの場合、説明変数の数が多いために、変量選択のプロセスには多大な計算量を必要とする。

この問題と関連して、もとの説明変量 X を主成分 W_i へ直交展開したことによるひとつのメリットを考えると、変量 Y に対する主成分 W_i の説明力が Y と W_i の単相関によって簡単に知ることができる点にある。すなわち、以下に示すように、推定されるモデルの決定係数 R_{Yy}^2 (Y の全変動のうち、モデルによって説明される変動の割合) は、被説明変量 Y と主成分 W_i の相関係数 R_{Ywi} の自乗和となっている⁸⁾。

$$\begin{aligned} R_{Yy}^2 &= (Y^T y)^2 / (Y^T Y)(y^T y) \\ &= \sum_{i=1}^p \frac{(Y^T W_i)^2}{Y^T Y \cdot W_i^T W_i} \\ &= \sum_{i=1}^p R_{Ywi}^2 \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

(20) 式によれば、被説明変量 Y と主成分 W_i の相関係数 R_{Ywi} が小さいものは、重相関係数 R_{Yy} にあまり寄与しない。すなわち、説明力の面から、相関係数 R_{Ywi} の小さな主成分 W_i は切り捨ててもよいと言える。一方、最終的推定パラメータ a_j の分散の推定値は、

$$\text{Var}(a_j) = \sum_{i=1}^p (c_{ji})^2 \cdot \text{Var}(b_i) \dots \dots \dots (21)$$

となることが知られている⁹⁾。ここで、(17) 式より、

$$\text{Var}(a_j) = \sum_{i=1}^p (c_{ji})^2 \sigma^2 / \lambda_i \dots \dots \dots (22)$$

となる。上式の第 i 項は正であることに注意すれば、主成分 W_i の切り捨ては、第 i 項を除去することであり、結果として、最終的推定パラメータ a_j の分散の推定値を小さくすることになる。以上のことから、説明力の乏しい、すなわち相関係数 R_{Ywi} の小さな主成分 W_i を切り捨てることは、説明力をほとんど変化させずにパラメータの推定値を安定化させることがわかる。

以上の手続きは以下のように記述できる。

$$b_i^* = \begin{cases} b_i & \text{for } R_{Ywi} \neq 0 \\ 0 & \text{for } R_{Ywi} \approx 0 \end{cases} \dots \dots \dots (23)$$

この操作の、本来の(3)式のモデル推定における意味は、被説明変量 Y の変動を説明するのに不必要な情報を説明変量 X から取り除くことに相当している。

以上をまとめると、多重共線性の影響を避けてパラメータを安定推定するためには、主成分による推定法において、小さな固有値を持つ主成分と、被説明変量 Y との単相関の低い主成分の回帰係数の値を強制的に0とすればよいことがわかった。パラメータの安定推定のための一連の手続を図—1に示してある。

6. 主成分を利用した空間影響関数の安定推定

以上で得られた知見をもとに、現実の都市メッシュデータを用いてケース・スタディを試み、従来の方法と上述の主成分を用いた方法との比較を行った。

ここで用いたメッシュデータは、ある地方自治体の土地利用メッシュデータ〔出典は、大阪府の土地利用面積のデータ(1970年)〕であり、1つのメッシュの大きさは、東西方向574 m、南北方向463 mの矩形である。分析対象地域はメッシュの数にして東西方向27(約15.5 km)、南北方向40(約18.5 km)の合計1080個のメッシュからなる矩形の地域である。

分析の内容としては、対象地域における、(a) 一般市

図—2 空間影響関数の図表現の見方

図—3 一般市街地が商業・業務地に及ぼす影響

図—4 工場地が商業・業務地に及ぼす影響

図—5 社寺敷地・庭園公園が商業・業務地に及ぼす影響

図—6 水面が商業・業務地に及ぼす影響

図—7 道路・鉄軌道敷が商業・業務地に及ぼす影響

街地, (b) 工場地, (c) 社寺敷地・庭園公園, (d) 水面, (e) 道路・鉄軌道敷, (f) 商業・業務地, の面積のデータを用いて, (f) 商業・業務地の土地利用面積が, 他

の土地利用項目 (a)~(e) の面積によって説明されるというモデルを想定している¹⁰⁾。

なお, (19) 式では固有値 λ_i が 0.5 未満のものを $\lambda_i =$

0 と判断しており¹¹⁾、また、(23) 式では、有意水準 5 % で帰無仮説 $[H_0: R_{Yw_i}=0]$ の t 検定を行い、 $R_{Yw_i} \neq 0$ を決定している¹²⁾。すなわち、(19) 式の操作では、ひとつの説明変量の半分も変動しないような主成分は切り捨て、また、(23) 式では、被説明変量 Y との単相関が閾値 $R_{t=1.97}^2=0.00542$ に満たない (Y の変動を 0.542 % 以上説明できない) 主成分を切り捨てたことになる。

図—3～図—7 には、従来の方法と主成分を利用した方法による分析結果を示してある。図の見方は、図—2 に示すように、空間的なずれ (k_1, k_2) 平面上の各交点が空間的なずれを表し、その点から垂直に両者の推定パラメータ a, a^* の値をとって示してある。また、その 95 % 信頼区間も同時に示している。

両者の推定結果を比較すると、主成分を利用する方法では 2 つの操作 ((19) 式, (23) 式) により、原データに備わっていた情報の一部を切り捨てることになるので、モデルの重相関係数は 0.89 《従来の方法》から 0.79 《主成分を用いた方法》へと下がり、予測誤差は増加してしまう。しかし、主成分を利用する上述の方法によれば、推定パラメータの空間的な分布パターンの安定化と、パラメータ解釈の容易さは優れたものとなる。また、推定値の 95 % 信頼区間は非常に小さくなっており、推定パラメータの値の信頼性もかなり向上していることがわかる。

7. まとめ

モデルのパラメータの安定性は、モデルが実際の計画に適用される際に具備すべき重要な条件のひとつである。近傍内の複数のメッシュを説明変量とする SCA 法では多重共線性を生じる可能性が高いため、この問題は重要な課題であった。本論文では、SCA 法における推定パラメータの安定性の検討を行い、主成分展開を用いる具体的な解決方法を提案した。この方法によれば推定パラメータのパターンは安定化し、また、その信頼区間は非常に小さくなって信頼性は向上する。モデルに要求されるパラメータの安定性という観点からすれば、この方法は基本的な解決方法として有効であると思われる。また、前章の具体的な数値例の中で用いた主成分展開などの計算には、既存のパッケージ・プログラム (SAS) を利用しており、自己開発すべき主なプログラムは、(13) 式に示した簡単な線型変換プログラムのみである。主成分を利用する本方法では計算プログラム開発にはほとんど労力は要せず、前報の SCA 法の実用化のための主旨にも合致するものである。

しかし、主成分を利用して多重共線性を検出し、さらにパラメータの安定化を図る上述の方法では、モデルの重相関係数はわずかに低下してしまう。また、本方法の基本的な操作である小さい固有値の切り捨てという手続

きにおいて、この切り捨て基準をどのように設定すべきかという問題については、今のところ、経験的にデータに即して決定している。統計的根拠に基づき、都市解析の見地からみて妥当性のある切り捨て基準を設定する方法を求めることは今後の課題である。

注

- 1) 文献 1)～3) 参照。
- 2) 文献 4) 参照。
- 3) 文献 3) 参照。本報告の以下で用いる「不安定」という言葉は、次に述べる 1)～4) の現象の内容を指している。
- 4) 文献 5) の中で多重共線性とはどういった現象であるのかや統計的推定や予測にどのような影響を及ぼすかについて具体的な例を用いて詳しく説明されている。
- 5) 例えば、文献 5)～9) などがある。
- 6) 主成分を利用する方法に関する報告としては文献 6)～文献 8) などがあり、リッジ法を利用する方法については文献 9) などがある。文献 5) では、両者を取りまとめて紹介している。

- 7) 文献 4) 参照。

$$\begin{aligned} 8) \quad y &= Wb && ((11) \text{ 式より}) \\ &= W(W^T W)^{-1} W^T Y && ((12) \text{ 式より}) \\ &= W\Lambda^{-1} W^T Y && ((14) \text{ 式より}) \end{aligned}$$

分母のスカラー量となる $y^T y$ は、

$$\begin{aligned} y^T y &= Y^T W (\Lambda^{-1})^T W^T \cdot W\Lambda^{-1} W^T Y \\ &= Y^T W\Lambda^{-1} \Lambda\Lambda^{-1} W^T Y && (\because (\Lambda^{-1})^T = \Lambda^{-1}) \\ &= Y^T W\Lambda^{-1} W^T Y \end{aligned}$$

分子のスカラー量となる $(Y^T y)^2$ は、

$$\begin{aligned} (Y^T y)^2 &= Y^T W\Lambda^{-1} W^T Y \cdot Y^T W\Lambda^{-1} W^T Y \\ &= Y^T W\Lambda^{-1} W^T Y \cdot y^T y \end{aligned}$$

以上より、

$$\begin{aligned} R_{Yy}^2 &= Y^T W\Lambda^{-1} W^T Y / Y^T Y \\ &= (W^T Y)^T (W^T W)^{-1} (W^T Y) / Y^T Y \\ &= \left[\sum_{i=1}^p \frac{(W_i^T Y)(W_i^T Y)}{(W_i^T W_i)} \right] / Y^T Y \\ &= \sum_{i=1}^p \frac{(Y^T W_i)^2}{Y^T Y \cdot W_i^T W_i} && (\because W_i^T Y = Y^T W_i) \\ &\equiv \sum_{i=1}^p R_{Yw_i}^2 \end{aligned}$$

- 9) 文献 5) の pp. 187 を参照。
- 10) ここでは、両者による推定パラメータの安定性を比較検討することが目的であるので、既報告 (文献 1)～3)) と同様の変数選択としており、また、説明変量の選択などに関しては議論しないこととする。
- 11) 各変量を標準化した場合には、「小さい方から ($P-k$) 個の固有値 λ_i ($i=k+1, \dots, P$) の母数がすべて等しい」という仮説を検定する適当な統計的検定の方法がないため、ここでは試作的に 0.5 に満たない固有値を切り捨てている。
- 12) 母集団相関係数が 0 かどうかの検定には、次の統計量 t が $N-2$ の t 分布に従う性質を利用すればよい。

$$t = r\sqrt{N-2}/\sqrt{1-r^2} \quad (r: \text{相関係数})$$
 また、このケース・スタディでは総サンプル数 N は 714 である。

文献リスト

- 1) 青木義次：メッシュデータ解析の一方法としての空間相関分析法の提案—その1 メッシュデータ解析の問題点と空間相関分析法の理論，日本建築学会論文報告集，第364号，pp.94～101，1986年6月
- 2) 青木義次：メッシュデータ解析の一方法としての空間相関分析法の提案—その2 土地利用の連担性・共存性・排斥性の計量化への応用，日本建築学会論文報告集，第368号，pp.119～125，1986年10月
- 3) 青木義次：メッシュデータ解析の一方法としての空間相関分析法の提案—その3 空間影響関数モデルの有効性と問題点，日本建築学会論文報告集，第377号，pp.29～35，1987年7月
- 4) 青木義次，大佛俊泰：空間相関関数とその統計的検定の実用的計算手法と視覚化 実用的メッシュデータ解析システム構築のための空間相関分析法の体系化—その1，日本建築学会論文報告集，第416号，pp.45～53，1990年10月
- 5) 佐和隆光ほか訳，回帰分析の実際，新曜社，1981
- 6) Kendall, M.G., A Course in Multivariate Analysis, Charles Griffin, London, 1957
- 7) Farra, D.E., Glauber, R.R., Multicollinearity in regression analysis: the problem revisited, Rec. Econ. Statist., XLIX, pp.92-107, 1967
- 8) McCallum, B.T., Artificial orthogonalization in regression analysis, Review of Economics and Statistics, 52, pp.110-113, 1970
- 9) Hoerl, A.E. and R.W., Kennard, Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems, Technometrics, 12, pp.69-82, 1970
- 10) 青木義次，大佛俊泰：主成分分析を利用した空間影響モデルの安定推定，日本建築学会，第12回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集，pp.169-174，1989

(1990年9月10日原稿受理，1991年4月10日採用決定)