直方体空間の波動関数を用いた固体音放射計算に関する検討

建築物床版の振動と音響放射に関する研究 その2

CALCULATION OF SOUNDS RADIATED FROM A FLOOR SLAB USING
THE CHARACTERISTIC FUNCTION OF A RECTANGULAR ROOM

Study on floor slab vibrations and sound radiation Part 2

橋本典久*

Norihisa HASHIMOTO

The theory in this study is based on Morse's famous treatise "Sound waves in rooms", and it is investigated by numerical calculation method that this theory is applicable to the calculation of a sound field generated from vibrations of a wall which composes a room of rectangular parallelepiped; that is, the calculation of structure borne sound of floor slab. The accuracy of this method is confirmed by the experiments concerning a piston vibration and a transient vibration of the wall.

Keywords : floor slab, structure borne sound, rectangular room, characteristic function

床版, 固体音, 直方体空間, 波動関数

1. 序

本研究は、建築物床版を対象とした固体音問題全般を、明確かつ高精度に取り扱える数値計算手法を確立・体系化し、性能評価および対策に有効なシミュレーション手法として、広く呈示することを目的としている。前報・その1では、平板スラブはもとより、小梁付床版や合成床版などの多様な実構造物床版を取り扱える音響域振動解析手法として、面内・面外変位連成型の有限要素法の定式化について示した¹⁾。またこれまで、浮床などの2重スラブの振動に対する有限要素法の適用方法²⁾、床版振動に対する間仕切壁の影響^{3), 4)}や境界条件の検討⁵⁾など、建築物床版の音響域振動に関する種々の検討を行ってきた。本報告では、これら床版の音響域振動により下室に放射される、固体音の計算方法について述べる。ただし本研究では、固体音問題でとくに重要かつ主要な低音域現象を検討対象とし、その周波数範囲は、実物レベルで500 Hzまでに限定する。

閉空間の音場計算方法としては、まず有限要素法⁶⁾や境界要素法⁷⁾（あるいは積分方程式法⁸⁾）などの離散の数値計算手法の利用が考えられ、数多くの適用例や計算例が示されている。これらはそれぞれに、空間形状の取り扱いが自由である点や、境界値問題を数学的に厳密に扱えるなどの特徴を有する優れた方法であると言える。

しかし有限要素法では、床版の振動などの2次元問題に比べ、当問題のような3次元空間を対象とすると、コンピュータの記憶容量や計算時間がかかなり過大となるし、データ入力の作業も極度に煩雑になる。次元を1つおとして2次元問題として扱える境界要素法や積分方程式法においても、係数マトリックスがフルマトリックス（有限要素法はバンドマトリックス）になることから、必ずしも記憶容量や計算時間が極端に縮小されるとも言えない。とくに、これらの方法は、1つのスペクトルの結果を求めるごとに大マトリックスの連立方程式を解かなければならないため、固体音問題のように多数のスペクトル計算を行うことを前提とし、かつシミュレーション手法として実用的利用を目的とする場合には、必ずしも有利な方法であるとは言えない⁹⁾。

建築物床版の固体音問題に限れば、被放射空間となる下室の形状はほとんどの場合、直方体であると言って良く、この直方体閉空間内の音場に関しては、すでにMorseら¹⁰⁾が波動方程式を理論的に解いた解析方法を与えている。通常の居室程度の大きさの音場では、低音域において幾何音響で取り扱えるような拡散状態は成立せず、空間の固有モードが互いに分離可能な程度に重畳された音場を呈することが知られているが、Morseらのこの方法は、空間の波動方程式を波動関数（固有モード）

* 鴻池組技術研究所 研究員

Research engineer, Technical Research Institute, Konoike Construction

で展開して計算するものであるから、方法の簡便性とともに、計算精度と物理的理解の面からも有利な方法である。当研究では、この方法の持つこれらの実用性に着目して、この方法を音圧計算方法として用いている。

波動関数で与えられるこの解は（以後、当研究では波動関数解と呼ぶ）、これまで残響空間における音圧レベルや放射パワーの決定、空間の拡散性の評価などに盛んに利用されているものの^{11)~15)}、この方法の適用条件自体が厳密に検討された例はこれまで見られない。例えば、Maling¹²⁾は壁面がかなり硬い場合の式を用いて、壁面の比音響アドミッタンス $\beta=0.05$ の場合を計算しているが、この計算条件の妥当性は必ずしも明確ではない。また固体音問題への適用に関しては、当研究¹⁶⁾をはじめ折笠¹⁷⁾や福島¹⁸⁾らが、重量床衝撃音の計算方法としてこの解を用いており、実験的検証により当方法の適用の可能性を示唆しているが、いずれの場合も壁面がかなり硬い場合の式が用いられており（剛壁の場合も含む）、その適用に関する明確な検証はなされていない。さらに基本的には、固体音問題のように空間を構成する壁面の一部（あるいは一面）が振動する場合の放射音場計算に対して、この方法自体が適用できるかどうかの検討が必要であるが、この点も過去に検討された例はない。固体音問題の実用的評価方法あるいはシミュレーション手法としてこの方法を利用してゆくうえでは、これらの適用条件、精度を明確にしておくことは極めて重要である。しかし、これらの点を実験的手法により究明することは、種々の面で困難さを伴うとともに、定量的な評価にも限界が生じることになる。そこで本研究では、数値計算手法を用いてこれらの問題点の究明、適用条件の明確化を検討した。その過程のなかで、この音圧計算方法に関してより適用範囲の広い計算方法を提案し、これを固体音放射実験により検証した。

2. 波動関数解を用いた固体音の計算方法

波動関数解を用いた基本的な音圧計算方法を示すとともに、適用範囲や精度の向上のために当研究で用いている方法について説明する。

2.1 空間固有値 (characteristic value) の計算方法

図-1に示す直方体空間の波動関数は(1)式で与えられる。

$$\phi = \cosh\left(\frac{i\pi\chi_x}{l_x}x - \phi_x\right) \cosh\left(\frac{i\pi\chi_y}{l_y}y - \phi_y\right) \cdot \cosh\left(\frac{i\pi\chi_z}{l_z}z - \phi_z\right) \dots\dots\dots (1)$$

ここで χ_x, χ_y, χ_z は各方向の固有値であり、空間内のモード数に相当する。また、 ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z は各方向の原点側壁面での位相であり、いずれの量も複素量である。空間内の固有モード (n_x, n_y, n_z) 次のモードに関して、

図-1 直方体空間の座標系と振動音源

x 方向の壁面1 (原点側 $x=0$ の壁面) および壁面2 ($x=l_x$ の壁面) における境界条件は、壁面の比音響アドミッタンス (各々 β_1, β_2) で規定され、これは(1)式から導かれる壁面位置での粒子速度と音圧の比で与えられる。これにより、 x 方向に関して、

$$i\pi(\chi_x - n_x) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}}\right) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}}\right) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

なる関係式が得られる。同様に、 y 方向、 z 方向に対しても、

$$i\pi(\chi_y - n_y) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi c \chi_y}{l_y \omega_N \beta_{y1}}\right) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi c \chi_y}{l_y \omega_N \beta_{y2}}\right) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$i\pi(\chi_z - n_z) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi c \chi_z}{l_z \omega_N \beta_{z1}}\right) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi c \chi_z}{l_z \omega_N \beta_{z2}}\right) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここで ω_N は共鳴角周波数、 k_N は制動係数であり、(5)式の波動方程式を満足する。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi_N + \frac{1}{c^2}(\omega_N + ik_N)^2\phi_N = 0 \dots\dots\dots (5)$$

これに(1)式を代入して整理すると、

$$(\omega_N + ik_N)^2 - \pi^2 c^2 \left[\frac{\chi_x^2}{l_x^2} + \frac{\chi_y^2}{l_y^2} + \frac{\chi_z^2}{l_z^2} \right] = 0 \dots\dots\dots (6)$$

となる。(2)式~(4)式および(6)式からなる非線型複素連立方程式を解いて、未知数である $\omega_N + ik_N, \chi_x, \chi_y, \chi_z$ を求めれば、これを用いて空間音圧を決定する事ができるが、これらの式を無条件かつ解析的に解くことは困難である。しかし、壁面がかなり硬い場合には、 $\coth^{-1}(\pi c \chi_x / l_x \omega_N \beta_{x1})$ 等の項をべき級数に展開することにより解を求めることが可能であり、これが Morse により示されている、壁面がかなり硬い場合の解 (以後、fairly hard 解と呼ぶ) である。ただしこの場合には、級数展開するための条件として、

$$\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}} > 1 \dots\dots\dots (7)$$

という制約があり、これは、単に壁面のアドミッタンス

条件だけでなく、空間の大きさ (l_x, l_y, l_z) が大きい場合や、共鳴角周波数 (ω_N) が高くなった場合にも適用範囲からはずれてくることを示している。

実用的な音圧計算方法として波動関数解を利用する場合に、(7) 式のような制限を含んでいると、適用範囲および適用精度が不明確となるので極めて都合が悪い。そこで当研究では (2) 式～(4) 式および (6) 式の連立方程式を数値計算法を用いて無条件で解く方法を採用した。解法は逐次近似法¹⁹⁾を用い、(2)～(4) 式に Newton-Raphson 法を適用し、(6) 式にその結果を代入して反復する方法を用いた。例えば、(2) 式の x 方向に関する反復式を示すと、

$$\chi_{x,r+1} = \chi_{x,r} - f(\chi_{x,r})/f'(\chi_{x,r}) \quad (8)$$

$$f(\chi_x) = i\pi(\chi_x - n_x) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}}\right) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}}\right) \quad (9)$$

$$f'(\chi_x) = i\pi + \frac{1}{\frac{l_x \omega_N \beta_{x1}}{\pi C} \left[1 - \left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}}\right)^2\right]} + \frac{1}{\frac{l_x \omega_N \beta_{x2}}{\pi C} \left[1 - \left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}}\right)^2\right]} \quad (10)$$

となり (r は反復回数を示す)、 y, z の場合も同様である。この場合とくに注意を要するのは初期値の設定であり、逆双曲線余接関数の不連続性を考慮して適正な方向から収束させなければならない。すなわち、壁面の su-sceptance の値 (σ_1, σ_2) に応じて、

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 + \sigma_2 < 0 \text{ の時 } \chi_{nx} = (n_x + \varepsilon) + i\varepsilon \\ \sigma_1 + \sigma_2 > 0 \text{ の時 } \chi_{nx} = (n_x - \varepsilon) + i\varepsilon \end{array} \right\} \quad (11)$$

とすることが必要である。なお、 ε は微小値を表す。

2.2 空間内音圧の計算方法

直方体空間内の音圧は、波動方程式を (1) 式の波動関数により展開することにより計算でき、音源が $ve^{i\omega t}$ で振動している場合には、

$$p = -i\omega\rho c^2 \sum_N \frac{\iint v \phi_{N,S} dx dy \phi_{N,P}}{\Lambda_N [\omega^2 - (\omega_N + ik_N)^2]} e^{i\omega t} \quad (12)$$

となる。ここで $\phi_{N,S}, \phi_{N,P}$ は各々 N 次共鳴モードの音源位置、計算位置における波動関数の値を示し、 Λ_N は規準化因数であり、

$$\Lambda_N = \iiint \phi_N^2 dV = \Lambda_x \Lambda_y \Lambda_z \quad (13)$$

$$\Lambda_x = \frac{l_x}{2} \left\{ 1 + \frac{\frac{i\omega_N l_x \beta_{x1}}{\pi^2 C}}{\chi_x^2 - \left(\frac{\omega_N l_x \beta_{x1}}{\pi C}\right)^2} + \frac{\frac{i\omega_N l_x \beta_{x2}}{\pi^2 C}}{\chi_x^2 - \left(\frac{\omega_N l_x \beta_{x2}}{\pi C}\right)^2} \right\} \quad (14)$$

となる。図—1 に示す座標系において、 xy 面の壁の長方形部分 $2a \times 2b$ がピストン振動している場合は、(12)

図—2 ピストン振動音源と共鳴モードの波長の関係

図—3 不規則振動音源の離散化

式の音源に関する積分を実行して、

$$A_N = \iint v(x, y) \phi_{N,S}(x, y, z_0) dx dy = -\frac{4 l_x l_y}{\pi^2 \chi_x \chi_y} \sinh\left(\frac{i\pi \chi_x a}{l_x}\right) \sinh\left(\frac{i\pi \chi_y b}{l_y}\right) \cdot \phi_{N,S}(x_0, y_0, z_0) \quad (15)$$

となる。これはちょうど、音源の大きさを表す項と音源位置の座標 (x_0, y_0, z_0) を表す項に分離された形となる。音源の大きさに関しては、(15) 式を変形すると (簡便のため、 $\chi_x = n_x, \chi_y = n_y$ として示す)、

$$A_N / \phi_{N,S}(x_0, y_0, z_0) = 4 ab \left\{ \sin\left(\frac{n_x \pi a}{l_x}\right) / \frac{n_x \pi a}{l_x} \right\} \cdot \left\{ \sin\left(\frac{n_y \pi b}{l_y}\right) / \frac{n_y \pi b}{l_y} \right\} \equiv S a_x a_y \quad (16)$$

となり、音源寸法 ($2a$) と共鳴モードの波長 ($2l_x/n_x$) の比の関数として表され、この α_x, α_y を図示すると図—2 のとおりとなる。共鳴モードの波長に比べて音源の寸法が小さい時には α_x, α_y は 1 となることから、これは面音源を点音源と扱うときの体積速度の補正量を表しているものであることが分かる。

以上はピストン振動音源の場合であるが、より一般的な状況である、音源の各部が不規則振動をしている場合の音圧は以下のように計算される。まず不規則振動している音源を、図—3 に示すように適当な大きさに分割されたピストン振動板の集まりとみなす。この時の k 番目の要素に関する音源の積分は、(15) 式より、

$$A_{N,k} = -\frac{4 l_x l_y}{\pi^2 \chi_x \chi_y} \sinh\left(\frac{i\pi \chi_x a_k}{l_x}\right) \sinh\left(\frac{i\pi \chi_y b_k}{l_y}\right) \cdot \phi_N(x_k, y_k, z_0) \quad (17)$$

であり (要素の大きさ $2a_k \times 2b_k$, (x_k, y_k) は要素中心の座標)、(12) 式の音源全体に関する積分値は、これらの級数和として与えられるから、

$$p = -i\omega\rho c^2 \sum_N \frac{\Gamma_N \phi_{N,P}}{\Lambda_N \{\omega^2 - (\omega_N + ik_N)^2\}} \quad (18)$$

$$\text{ここで, } \Gamma_N = \sum_k v_k(\omega) A_{N,k} \quad (19)$$

となる。 $v_k(\omega)$ は、不規則振動の速度スペクトル成分（複素数）を表す。

3. 数値計算による波動関数解の適用検討

波動関数解の適用のために明確にしておかなければならない基本的事項について、数値計算による検討を行った。なお、ここでの各検討においては、壁面の吸音条件として、1) かなり硬い場合、2) 吸音性の場合、3) 通常の居室に近い条件の場合、の3通りを想定し、各々の場合の壁面の比音響アドミッタンス ($\beta = \gamma + i\sigma$) を表-1のとおりを設定し、これを計算に用いている。

3.1 境界条件の影響に関する検討

波動関数解では、2.1章で示したように、空間の境界条件を壁面のアドミッタンス値で規定することになる。しかし、固体音問題では壁面自体が振動しているのであるから、厳密には音源となる壁面部分の境界条件を振動速度分布で与えて解かなければならない。この境界条件の相異が結果にどの程度の影響を与えるかを明確にしておくことは、固体音問題に対する波動関数解の適用の可否にかかわる基本的かつ重要な問題である。このためには、3次元空間での厳密解と波動関数解の結果を比較すればよいが、この厳密解を得ることは困難であり、FEMや積分方程式などの離散的計算手法を用いても精度が不明確となる。したがってここでは、理論解の得られる1次元問題に関する検討結果により、この境界条件の影響を評価することとした。

図-4に示すような、1次元の波動が成立する空間を想定し、一方の壁面が $v e^{i\omega t}$ で振動し、他方の壁面がアドミッタンス β で規定されているものとする。この時の厳密解は以下のとおりとなる。まず空間の波動方程式は、

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + k^2\phi = 0 \quad (20)$$

であり、この解は周知のように

$$\phi = A e^{i(\omega t - kx)} + B e^{i(\omega t + kx)} \quad (21)$$

である²⁰⁾。 A, B は境界条件により決定される係数であり、(21)式の速度ポテンシャルから音圧(p)と粒子速度($\dot{\xi}$)の式を求め、 $x=0$ で $\dot{\xi}=v$ 、 $x=l$ で $p/\dot{\xi}=\rho c/\beta$ の境界条件により、これを解くと、

$$p = \rho c v \frac{(\beta+1)e^{i k l (1-x)} - (\beta-1)e^{-i k l (1-x)}}{(\beta+1)e^{i k l} + (\beta-1)e^{-i k l}} \quad (22)$$

となる。

一方、波動関数解の場合の音圧は既に示した(12)式で与えられるが、この場合は1次元空間であるので、波動関数は、

表-1 壁面の比音響アドミッタンスの設定値

壁面吸音条件	設定アドミッタンス ($\beta = \gamma + i\sigma$)	平均吸音率 換算値*	備考
かなり硬い場合	0.01-i 0.01	0.073	
吸音性の場合	0.10+i 0.10	0.471	
通常の居室に近い場合	0.02-i 0.05	0.133	実測値を参考に設定

$$* \bar{\alpha} = 8\gamma \left\{ 1 - \gamma \ln \left[1 + \frac{2\gamma+1}{|\beta|^2} \right] + \frac{\gamma^2 - \sigma^2}{\sigma} \tan^{-1} \left[\frac{\sigma}{|\beta|^2 + \gamma} \right] \right\}$$

図-4 1次元空間の解析条件

表-2 オクターブバンド音圧レベルでの波動関数解と厳密解の誤差

中心周波数 (Hz)	かなり硬い場合 $\beta = (0.01, -0.01)$	居室に近い場合 $\beta = (0.02, -0.05)$	吸音性の場合 $\beta = (0.10, 0.10)$
63	-2.7 -1.9 -2.6	-3.5 -2.8 -3.3	-3.9 -0.5 -2.4
125	-2.8 -3.5 -2.8	-3.1 -2.9 -3.1	-3.6 -3.0 -3.3
250	-3.2 -4.3 -3.2	-3.1 -3.1 -3.0	-3.3 -3.1 -3.1
500	-3.0 -2.5 -2.9	-3.1 -3.2 -3.0	-3.1 -3.1 -3.0

数値 = (波動関数解) - (厳密解) ; 単位 dB

表中の3つの数値は、左より $x=0$, $x=l/2$, $x=l$ の点での値

$$\phi = \cosh \left(\frac{i\pi\chi_x}{l_x} x - \psi_x \right) \quad (23)$$

となり、規準化因数は $\Lambda_N = \Lambda_x$ となる。 χ_x は(2)式のみによって決定される。なお、この時の空間の共鳴周波数と制動係数は $\omega_N + ik_N = \pi c \chi_x / l_x$ となる。

これらの理論式と波動関数解の計算結果の比較例を図-5(a)(b)に示した。厳密解と波動関数解の両者の結果は、ピーク部分とディップ部分に若干の差を生じる傾向があるが、全体的な特性はよく一致しており、基本的に波動関数解の適用が可能であることを示している。空間中央の計算点は両者の差が最も明確に表れる点であり、波動関数解では対称条件、厳密解では非対称条件となるため、これに起因する誤差が小さなりップルとなって表れている。これらのスペクトルでの結果をオクターブバンドごとに合成して比較したものが表-2であり、両者の差はおおむね4dB未満となっている。この値は必ずしも小さな値ではないが、これは1次元問題で片面がピストン振動している場合であり、いわばこの条件は最も誤差の大きくなる限界値を与えていることになる。一般的な固体音問題としては、3次元空間のうち音源面を含む1方向のみに境界条件の相異を生じるだけであ

り、この誤差を単純に3方向で平均して評価すると1.8 dBの誤差に下がる。また実際の室内での共鳴モードは、斜めモードや接面モードの影響が支配的であり、この場合の誤差は軸モードよりも小さくなるであろう。さらに、音源面がモード振動している場合にはピストン振動の場合より誤差は小さくなると考えられる。したがって、精密な値は不明であるが、実際上の誤差は1 dB程度になると推察され、実用的には境界条件の相異は無視し得るものと考えられる。ただし、特殊な場合ではあるが、評価する周波数帯域において、音源面に垂直な軸モードのみが卓越する場合は、上記で示した1次元問題に近い程度の誤差が生じることもあるので留意が必要となる。

3.2 fairly hard 解の誤差と計算共鳴モード数の影響

過去に見られる波動関数解を用いた研究は、ほとんどが剛壁の場合の解、あるいは壁面がかなり硬い場合の解を用いて、音圧または音響パワーの計算を行っているが、これらの解の適用に関する条件が、具体的かつ精密に検討された例は見あたらない。当研究では、2.1章で示した逐次近似解を用いることにより、十分な精度で厳密解に近い値を得られることから、この解との比較により fairly hard 解の適用精度と問題点を検討した。この場合、計算に用いる共鳴モードの数が重要な条件となることから、最低限必要なモード数の把握検討も含め、モード数を主なパラメータとして検討を行った。

検討結果を図-6の(a)~(c)に示した。これらは(12)式の音圧計算を行うに当たって、各計算周波数に近い共鳴モードから順番に加算していった時の、fairly hard 解と逐次近似解の比較を示したものである。計算条件は図-1と同じであり、音源としては空間寸法の1/10(寸法比)部分がピストン振動している場合とし、計算点はすべての共鳴モードの影響を考慮するため隅角部とした。

まず、図-6(a)の壁面がかなり硬い場合の条件では、fairly hard 解、逐次近似解ともほとんど同一の結果であり、モード数も320個程度でほぼ完全に収束している。(b)の場合も、ほぼ同様の傾向であるが、(a)の場合と比べ fairly hard 解に若干の誤差が生じている。一方、(c)の吸音性の場合には、両者の結果に大きな差が生じている。まず逐次近似解の場合は、(a)、(b)の場合と同様に、計算モード数320個程度以上でいずれの結果も一定値に収束しており、この方法の妥当性を示す結果となっている。これに比べ fairly hard 解の場合には、63

図-5 1次元空間における波動関数解と厳密解の比較

図-6 逐次近似解と fairly hard 解の比較

Hz~250 Hzの低い周波数においては、モード数を増やしていくと一旦は収束するが、モード数がある値以上になると急激に音圧の値が大きくなり、発散してしまう。この時のモード数は、周波数が高くなるに従って小さくなり、250 Hzではモード数320個で発散がはじまり、500 Hzでは最初から全く異なった値となり、その誤差は15 dB程度にもなっている。これらの原因は、先に示した(7)式の条件によるものであり、計算周波数が

高い場合には、それに応じて音圧に寄与する共鳴モードの周波数も高くなることから、この条件をはずれる共鳴モードの影響が大きく表れてくるためである。これらは精度上たんなる誤差の蓄積となり、これを防ぐため、かりに(7)式の条件からはずれる共鳴モードを除外すると、今度は必要なモード数が不足して正確な値に収束しない結果になる。また(7)式の条件は空間の大きさにも関係し、空間寸法が大きくなると、低い周波数でも誤差が大きくなる結果となる。以上の結果のように、fairly hard 解では、壁面の吸音条件、計算周波数、空間寸法の複数の条件により、明確に評価できない誤差を含むことになる。したがって、一般建築物の空間に対して、この fairly hard 解を用いることは基本的に好ましくなく、当研究で示している逐次近似解などの無条件で収束する解を用いて計算を行うことが望ましいと言える。なお、この時の計算モード数は、320～640個程度以上必要である。

fairly hard 解よりさらに粗い近似方法として、剛壁の場合と fairly hard の場合の式を混合して用いる計算方法がこれまで良く見られる。すなわち、波動関数 ϕ_N 、共鳴周波数 ω_N 、規準化因数 Λ_N は剛壁の場合の式をそのまま用い、制動係数に関してのみ fairly hard 解から導かれる、 $k_N = c\bar{\alpha}S/8V$ ($\bar{\alpha}$ は室内平均吸音率、 S は室内総表面積)を用いるものである。この計算方法による結果の精度を、上記と同様に逐次近似解を厳密解として比較すると表-3のとおりとなる。この場合には、fairly hard 解とは異なり、計算モード数が増えても計算値は発散せず一定値に収束はするが、表に示すように、計算結果にかなりの誤差が生じており、一般的な居室を想定した吸音条件では5 dB 程度の差になっている。オクターブバンドレベルに合成した場合には、誤差の相殺により多少精度が上がることも考えられるが、それは確定的なものではない。したがって、ほぼ剛壁とみなせる残響室などの場合を除いて、この方法の適用も計算精度上問題がある。

3.3 離散化誤差の検討

2.2章で示したように、音源である振動板が不規則振動している場合には、図-3のように、この部分を分割して離散的に取り扱わなければならない。ここでは、空間の音圧計算に関して、音源部分の離散化に伴う誤差が

どの程度の値になるかを、数値計算により検討した。方法としては、音源がモード振動している場合を想定し、この場合の厳密解による結果と離散化計算した場合の結果を比較した。

既に示した図-1の、面積 $2a \times 2b$ の音源部分が (m, n) モードで振動している場合には、その振動速度分布は、

$$v(x, y) = |v| \sin \frac{m\pi \{x - (x_0 - a)\}}{2a} \cdot \sin \frac{n\pi \{y - (y_0 - b)\}}{2b} \dots\dots\dots (24)$$

であり、これを(12)式に代入して音源に関する積分を実行すると、空間内の音圧は、

$$p = -i\omega\rho c^2 |v| \sum_N \frac{I_x I_y \phi_{N,P}}{\Lambda_N \{\omega^2 - (\omega_N + ik_N)^2\}} e^{i\omega t} \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{1}{f_{x1}} \sin(f_{x1}x_0 - g_{x1}) \sin(f_{x1}a) \\ &\quad + \frac{1}{f_{x2}} \sin(f_{x2}x_0 - g_{x2}) \sin(f_{x2}a) \\ f_{x1} &= \frac{m\pi l_x + 2a\chi_x\pi}{2al_x}, \quad g_{x1} = \frac{m\pi(x_0 - a)}{2a} - i\psi_x \\ f_{x2} &= \frac{m\pi l_x - 2a\chi_x\pi}{2al_x}, \quad g_{x2} = \frac{m\pi(x_0 - a)}{2a} + i\psi_x \\ I_y &= \frac{1}{f_{y1}} \sin(f_{y1}y_0 - g_{y1}) \sin(f_{y1}b) \\ &\quad + \frac{1}{f_{y2}} \sin(f_{y2}y_0 - g_{y2}) \sin(f_{y2}b) \\ f_{y1} &= \frac{n\pi l_y + 2b\chi_y\pi}{2bl_y}, \quad g_{y1} = \frac{n\pi(y_0 - b)}{2b} - i\psi_y \\ f_{y2} &= \frac{n\pi l_y - 2b\chi_y\pi}{2bl_y}, \quad g_{y2} = \frac{n\pi(y_0 - b)}{2b} + i\psi_y \end{aligned} \dots\dots\dots (26)$$

となる。

(24)式の振動速度分布を離散化して計算する場合の音圧は、(17)～(19)式で求められる。

計算は、 xy 壁面全体が(1, 1)モードで振動している場合、および(4, 4)モード振動の場合について行った。吸音条件は、壁面がかなり硬い場合とし、音圧は空間内27点の平均音圧である。図-7に各周波数での計算結果を示した。図-7(a)の(1, 1)モードの結果では、 4×4 分割の場合で離散化誤差が1 dB程度であり、図-7(b)の(4, 4)モードの場合では、 16×16 分割でほぼ同様の結果になっている。ここで注目すべき点は、計算周波数が高くなった場合でも、系統的かつ大きな誤差が生じていないことである。すなわち、計算周波数が高くなると、音圧決定にかかわる主要な共鳴モードの周波数も高くなるが、この時の音の波長は音圧決定の離散化誤差には関係せず、音源である振動板のモード(すなわち

表-3 剛壁の式による解と逐次近似解の比較

吸音条件 $\beta(\gamma, \sigma)$	周波数(Hz)			
	63	125	250	500
(0.01, -0.01)	0.6	-3.9	-2.3	-3.3
(0.02, -0.05)	2.8	9.0	5.0	-4.6
(0.10, 0.10)	-4.7	0.3	5.1	5.2

数値 = (剛壁の式) - (逐次近似解) ; 単位 dB

図—7 モード振動音源の離散化計算時の誤差

波長) によってのみ決定されている。

これらの結果より、計算精度上確保すべき分割数は、計算周波数の音の波長には関係なく、計算対象とする音源振動の半波長に対して4分割以上であることが望ましく、これは離散化に関して言われているこれまでの知見とはほぼ同様であると言える。

4. 固体音放射実験による検証

数値解析により検討してきた上記の結果と、当研究における音圧計算方法の検証のために、寸法比で実際の居室の1/2程度に相当する模型空間を製作し、固体音に関する実験を行った。音源に関して2種類の条件を設定し、1) 比較的小面積部分がピストン振動している場合、2) 壁面の一面全体が不規則振動している場合、について実験した。この実験条件の一覧を表—4に示した。なお、壁面材料としては石膏ボード(⑦12の2枚貼り)を用いている。

4.1 壁面の吸音条件と比音響アドミッタンスの測定結果

模型表面の吸音条件は以下の2種とした。

- (a) 壁面A; fairly hard……………壁面材料の石膏ボード素地の場合
- (b) 壁面B; 吸音性……………グラスウール ⑦50, 32 k内貼の場合

この時の壁面の比音響アドミッタンス ($\beta = \gamma + i\sigma$) の測定結果を図—8に示した。測定方法は次のとおりである。空間隅角部でインパルス音を発生させ、他の隅角部で残響音のスペクトルを測定した。このときの共鳴周波数の実測値 (ω_n) と剛壁時の共鳴周波数の計算値 (ω_{0N})

表—4 固体音放射実験の条件一覧

実験番号	音源の振動条件	音源の大きさ	加振方法	壁面吸音条件
1	ピストン振動 (定常振動)	壁面の一部 (0.36m×0.275m)	シェーカーによるホワイトノイズ加振	壁面A; fairly hard 壁面B; 吸音性壁面
2	不規則振動 (減衰振動)	壁面一面全体 (1.7m×1.3m)	テニス硬球自由落下	壁面A; fairly hard

図—8 模型壁面の conductance, susceptance の測定結果

のいずれから、(27) 式により susceptance (σ) を計算した。

$$\omega_n^2 - \omega_{0N}^2 + \frac{2c\sigma\omega_n}{V}(e_{nx}S_x + e_{ny}S_y + e_{nz}S_z) = 0 \quad \dots\dots\dots(27)$$

ここで、 V ; 空間の容積 (m^3) c ; 音速

$$S_x = 2l_y l_z, S_y = 2l_x l_z, S_z = 2l_x l_y$$

e_{nx}, e_{ny}, e_{nz} ; 各方向に関して $n=0$ で $1/2$, $n \neq 0$ で 1

次に、残響音の分析により平均吸音率 ($\bar{\alpha}$) を算出し、 $\bar{\alpha}$ と σ を用いて表—1の欄外に示す関係式²¹⁾より conductance (γ) を計算した。(27) 式は、fairly hard の時に成立する式であるので、壁面Aの場合は問題がないが、壁面Bの場合にはこれに相当する式が得られないので、ここでは壁面Bの場合も (27) 式を用いて計算した。なお、この式および測定結果は、壁面がボード状の仕上げの場合には共鳴周波数が高い方に、多孔質材などの表面では共鳴周波数が低い方に変化することを表している。

これら conductance と susceptance の実測結果をもとに、他の文献等^{22), 23)}を参照して周波数特性を設定し、図—8内に示す回帰式を決定した。この回帰式により得られる計算値を用いて固体音の解析を行っている。

4.2 ピストン振動音源の場合

実験装置の概要を図-9に示した。ピストン振動板の大きさは、寸法比で壁面の1/5程度であるので、この場合には解析上の境界条件の相異は無視し得るものと考えられる。なお空間内の音圧は、ピストン振動板の振動加速度により規準化されているので、得られる結果は空間

図-9 実験装置, 方法の概要 (ピストン振動音源の場合)

の周波数応答関数に相当するものとなる。図-10は、ピストン振動板上に測定点9点を設置し、1点を基準として他の8点の位相差を測定した結果であるが、おおむね700 Hz程度までピストン振動が実現できている。

実験結果と解析結果の比較を図-11, 12に示した。まず図-11の壁面がかなり硬い場合(壁面A)の結果では、実測値と解析値は極めてよく一致している。オクターブバンドレベルでの比較では、ほとんどの結果が1~2 dB程度の誤差に収まっており、またスペクトルでの結果においても、周波数、レベルともほとんど差が見られない

図-10 ピストン振動板各部の位相差測定結果

図-11 実験結果と解析結果の比較 [壁面A; fairly hard の場合] (実線は実測値, 破線・点線は解析値, 右図は平面分布での比較)

図-12 実験結果と解析結果の比較 [壁面B; 吸音性壁面の場合] (実線は実測値, 破線・点線は解析値, 右図は平面分布での比較)

図一13 不規則振動音源の場合の実験装置と音源面の仮想分割

結果となっている。なお、隅角部での結果の125 Hz帯域で誤差が大きくなっているが、これはスペクトルの結果を見れば明らかなように、模型残響空間の特性ではなく、壁材料の石膏ボードの遮音不足から、実験装置が置かれている室空間のモードが現れてしまったものであり、本来は解析結果のようになだらかな特性となるべきものである。この場合にはオクターブバンドレベルの値もほぼ一致すると見ることができる。

図一12の壁面B（吸音性壁面）の場合にも、実測値と解析値は良く一致している。ただし、壁面Aの場合と比べて誤差がやや大きくなっているが、この理由としては、1) 壁面のアドミッタンスの測定精度が粗いこと、2) アドミッタンスの計算式に fairly hard の式を用いていること、が挙げられ、アドミッタンスの測定データが正確に与えられれば、壁面Aの場合と同程度に良い一致度が得られると考えられる。この実験結果においても、スペクトルの周波数特性の傾向は良く一致しており、解析方法の妥当性は十分に示されていると言える。

以上の結果により、本報告での計算方法を用いることにより、壁面の一部がピストン振動することにより生じる固体音を、壁面吸音条件の制限を受けずに精度良く解析することが可能であると言える。

4.3 不規則振動音源の場合

直方体空間を構成する壁面の、一面全体が不規則振動する場合について実験を行った。実験装置の概要を図一13に示した。衝撃源としては、テニス硬球の自由落下衝撃を用い、音源面を仮想的に8×10分割した計80点で振動測定を行った。この場合、振動測定点の内の一点を基準のトリガー点とし、その他の点を順次移動測定し

図一14 不規則振動音源の場合の実験結果と解析結果の比較 [壁面A] (実線は実測値、破線は解析値)

ている。測定した加速度波形を、時間ピッチ $\Delta t = 0.39$ (msec)、サンプリング数 $N = 1024$ でAD変換し、FFT変換の後、(18)～(20)式を用いて空間音圧を計算した。

壁面の吸音条件は、かなり硬い場合のみとした。この時の conductance, susceptance の値はピストン振動の場合と同じであり、音圧測定点もこれに準じた。なお、振動音源面は防振ゴムを介して他の壁面上に設置されており、空間音圧に対して音源以外の壁面の振動が影響していないことは、振動測定により確認されている。また、衝撃源および衝撃方法の再現性を確認するため、15回の衝撃に関して加速度レベルおよび音圧レベルのバラツキを調べたが、その変動範囲はすべての周波数帯域で1 dB未満であり、極めて安定していた。

図一14は、代表点3点でのオクターブバンドレベル周波数特性の解析結果と測定結果の比較、および平面分布における結果の比較である。いずれの結果も、ほぼ実用精度上十分な一致を示しており、解析方法の妥当性と適用性を立証したものとなっている。これらの結果は、波形の継続時間 $T = 0.4$ (sec) に関する全時間応答値であるが、すべて複素計算で導出されたものであるため、波形への変換も当然可能である。ただし、今回は計算精度の確認が目的であるから、これは省略した。板の曲げ波長と音源面の分割の関係では、今回の場合には250 Hz帯域がほぼ離散化の限界となるが、500 Hz帯域でも良く一致した結果となっている。これは、各スペクトルの誤差がオクターブバンドレベルの合成で相殺された結果であると考えられるが、あらゆる条件下で必ず相殺されるとは限らないため、音源面の離散化において、これに期待することは危険である。

5. まとめ

波動関数を用いた直方体空間での固体音計算方法に関して、数値計算による検討および実験による検証の結果、

以下のことが明らかとなった。

- 1) 数学的厳密性の観点からは、振動音源部分の境界条件の相異により、固体音問題に対して波動関数解を適用することはできないが、実際には、この相異が計算結果に及ぼす影響は無視し得る程度であるため、実用的計算方法として、この方法を適用することは可能である。
- 2) 計算に用いる空間固有値や基準化因数に関して、壁面がかなり硬い場合の式が用いられることが多いが、これらの式は壁面の吸音条件や計算周波数、空間寸法などの条件により、明確に評価できない誤差を含むことになるため、一般的な居室での計算にこれを用いるのは好ましくない。当報告で示した逐次近似解のような、無条件かつ厳密に求められた値を用いて計算されるべきである。
- 3) 音源が不規則振動している場合には、音源部分を面的に細かく分割し、その各々をピストン振動音源とみなして計算を行う離散化手法を用いる必要があるが、この離散化による誤差を実用精度内に収めるためには、対象となる音源振動の半波長に対して4分割以上とすることが必要である。この時、対象となる空間音圧の音の波長は、この離散化誤差にはほとんど影響しない。
- 4) 当研究で示した波動関数解を用いた固体音の計算方法に関して、ピストン振動音源および不規則振動音源について模型実験による検証を行ったが、いずれの場合も計算値と実験値は極めて良く一致し、当方法の妥当性が示された。

建築物床版からの固体音放射問題に対して、当方法の適用により精度良く予測評価を行えることが示されたと言えるが、実際の適用に際しては、各種居室の壁面アドミッタンスデータが必要となる。現在、この種のデータはほとんど整備されておらず、今後いかなる方法で、あるいは、どのような評価・分類で、これらデータの十分な蓄積を行い得るかということが、本研究の成否にかかわる最も大きな要点であると認識している。

謝 辞

本研究の端緒よりつねに貴重な御指導、御助言を頂いた東京大学・安岡正人教授に心よりお礼申し上げます。また、研究遂行に協力頂いた鴻池組技術研究所の桂研究員をはじめ各研究員諸氏に、ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 橋本典久：小梁付床版の音響域振動へのFEMの適用とその振動性状について、日本建築学会計画系論文報告集、第372号、pp.1~9、1987
- 2) 橋本典久、桂 充宏：FEMによる浮床構造の振動解析について、日本建築学会学術講演梗概集、pp.57~58、1986.8

- 3) 桂 充宏、橋本典久：床振動解析における間仕切壁施工前後の床振動性状比較、日本音響学会講演論文集、pp.591~592、1986.10
- 4) 橋本典久、桂 充宏：床振動における間仕切壁の定量的評価について、日本音響学会講演論文集、pp.593~594、1986.10
- 5) 橋本典久、桂 充宏：床版振動の境界条件に関するRC造縮尺模型実験による基礎的検討、日本音響学会講演論文集、pp.623~624、1987.10
- 6) 崔 錫柱、矢野博夫、橋 秀樹：残響室における音圧の空間偏差に関する有限要素解析、日本音響学会講演論文集、pp.729~730、1989.10
- 7) 田中正隆、増田佳文：境界要素法による汎用音響解析プログラムの開発、日本機械学会論文集C編、53巻、486号、pp.387~391、1987
- 8) 寺井俊夫：音場予測のための積分方程式入門、建築音響研究委員会資料、AA 87-05
- 9) 古江嘉弘：室内音場計算の現状と展望、建築音響研究委員会資料、AA 90-11
- 10) P.M. Morse & R.H. Bolt : Sound Waves in Rooms, Reviews of Modern Physics, Vol.16, No.2, pp100~117, 1944
- 11) 服部昭三：拡散音場における音響機器の校正法に関する研究、電気試験所研究報告、第669号、pp.1~99、1966
- 12) G.C. Maling, Jr. : Calculation of the Acoustic Power Radiated by a Monopole in a Rectangular Chamber, J. A. S. A., Vol.42, No.4, pp.859~865, 1967
- 13) S.N. Yousri & F.J. Fahy : An Analysis of the Acoustic Power Radiated by a Point Dipole Source into a Rectangular Reverberation Chamber, J. S. V., Vol.25, No.1, pp.39~50, 1972
- 14) S.N. Yousri & F.J. Fahy : An Analysis of the Acoustic Power Radiated by a transversely vibrating slender bar, J. S. V., Vol.32, No.3, pp.311~325, 1974
- 15) W.T. Chu : Eigenmode analysis of the interference patterns in reverberant sound fields, J. A. S. A., Vol.68, No.1, pp.184~190, 1980
- 16) 橋本典久：重量床衝撃音の解析、日本音響学会講演論文集、pp.655~656、1985.10
- 17) 折笠輝雄、久保田喜八郎：重量床衝撃発生器による床衝撃音の実験的解析方法に関する研究、日本建築学会計画系論文報告集、第378号、pp.1~9、1987
- 18) 福島寛和、安岡正人：波動性を考慮した低音域の床衝撃音に関する研究、日本建築学会計画系論文報告集、第405号、pp.1~9、1989
- 19) 長島秀世：数値計算法、楨書店、1979
- 20) 早坂寿雄、吉川昭吉郎：音響振動学、丸善、pp.455~463、1983
- 21) P.M. Morse : Vibration and Sound, the American Institute of Physics, pp.388~389, 1981
- 22) L.L. Beranek : Acoustic Impedance of Porous Materials, J. A. S. A., Vol.13, pp.248~260, 1942
- 23) U. Ingard : Perforated Facing and Sound Absorption, J. A. S. A., Vol.26, No.2, pp.151~154, 1954

(1991年2月7日原稿受理、1991年8月28日採用決定)