モデル係数の scale dependence を考慮した dynamic SGS モデルの適用 複雑地形上流れの LES (その3)

APPLICATION OF SCALE-DEPENDENT DYNAMIC SGS MODEL

Large-eddy simulations of turbulent flow over complex terrain (Part 3)

飯塚 悟*, 近藤裕昭**

Satoru IIZUKA and Hiroaki KONDO

A scale-dependent dynamic Smagorinsky (SDDS) model proposed by Porte-Agel et al. (2000) was introduced into the large-eddy simulation (LES) of a turbulent flow over a two-dimensional steep hill in order to improve the poor accuracy of the scale-invariant dynamic Smagorinsky (DS) model reported in our previous paper (2003). The accuracy was assessed by comparing the results with those from a wind tunnel experiment conducted by Ishihara et al. (1998, 2001), the standard Smagorinsky model, and the DS model. On the whole, the SDDS model provided accurate predictions and improved the poor accuracy of the DS model; however, the improvement was somewhat insufficient. Furthermore, the computational cost of the SDDS model was much higher than that of the other two models, mainly due to the cost of solving the polynomials for the scale-dependence parameter.

Keywords: Large-eddy simulation, Complex terrain, Scale-dependent dynamic SGS model

ラージ・エディ・シミュレーション, 複雑地形, スケール依存ダイナミック SGS モデル

1. 序

筆者らは既報 (その1)¹⁾において、2次元山岳地形上の中立大気乱流場の風洞実験^{2),3)}を対象とした large-eddy simulation (LES) を行い、static な標準 Smagorinsky モデルと dynamic 型の Smagorinsky モデル^{4),5)}の予測精度を比較した。標準 Smagorinsky モデルは全体的に良好な結果を示す一方、併用する壁面減衰関数の妥当性に問題を残した。一方、dynamic Smagorinsky モデルは山に接近する流れの地表面近傍のモデル係数を過小評価し、これに起因して流れ場全体の予測精度が大きく悪化した。標準 Smagorinsky モデルの問題に関しては前報 (その2)⁶⁾において、稲垣らが提案する壁面減衰関数を必要としない static な渦粘性モデル⁷⁾を導入し、その改善に関する検討を行った。本報 (その3) では、もう一方の dynamic Smagorinsky モデルの問題に着目し、これを改善するための検討を行う。

dynamic 型の subgrid-scale (SGS) モデルで導入される dynamic procedure^{4),5)}は SGS モデル中に含まれるモデル係数を流れ場の性状から時空間の関数として動的に同定することができ、経験的な事前設定を不要とする。これはモデル係数の事前設定が困難となる複雑乱流場解析において特に有効であり、dynamic SGS モデルの登場により LES の工学的応用は急速に前進したといえる。しかし一方、モデル係数の時空間変動に起因する計算不安定⁸⁾、非一様となる固体面鉛直方向へのフィルタ操作の問題 (不等間隔格子上のフィルタ操作と空間微分の互換性やフィルタ操作のための境界条件の問題など)^{9),10)}、モデル係数の scale invariance の仮定の問題^{11),12)}など、

様々な問題点も指摘されている。前述したように、筆者らの2次元山岳地形上の中立大気乱流場の解析では dynamic Smagorinsky モデルの予測精度は十分なものとならなかったが、これは既報 (その1)¹⁾で言及したように、モデル係数の scale invariance の仮定の破綻が大きな原因の1つと考えている。

そこで本研究では、Porte-Agel らが提案するモデル係数の scale dependence を考慮した dynamic Smagorinsky モデル (scale-dependent dynamic SGS モデル)¹²⁾を2次元山岳地形上の中立大気乱流場の LES 解析に導入し、風洞実験^{2),3)}、標準 Smagorinsky モデル及びモデル係数の scale invariance を仮定した通常の dynamic Smagorinsky モデル^{4),5)}の結果と比較することにより、その予測精度を検証する。

2. scale-dependent dynamic SGS モデルの概要

2.1. モデル係数の scale invariance の問題と各種 scale-dependent dynamic SGS モデル

通常の dynamic SGS モデル^{4),5)}の場合、dynamic procedure で必要となる異なるスケールの2つの応力、SGS 応力 τ_{ij} と subtest-scale (STS) 応力 T_{ij} には同じ形式のモデル化が施され、モデル係数は共通のものが用いられる。即ち、モデル係数に対して scale invariance が仮定されている。この仮定は本来、 τ_{ij} に関連するグリッドフィルタスケール $\bar{\Delta}$ と T_{ij} に関連するテストフィルタスケール $\hat{\Delta}$ がともに Kolmogorov の $-5/3$ 乗則が成り立つ慣性領域に存在する場合に妥当性を持つものと考えられる^{11),12)}。しかし実用上、特に本研究で対象

* 産業技術総合研究所 研究員・博士(工学)

** 産業技術総合研究所 研究グループ長・理博

Researcher, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, Dr. Eng.
Group Leader, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, Dr. Sci.

とするような複雑乱流場解析において $\bar{\Delta}$ と $\hat{\Delta}$ を完全に慣性領域内に位置させることは難しく、この場合モデル係数の scale invariance の仮定は破綻し、scale dependence が生じるものと考えられる^{11), 12)}。モデル係数が scale dependence となる場合、即ち $\bar{\Delta}$ や $\hat{\Delta}$ が慣性領域から外れる場合には次の2つがある。

- ① $\bar{\Delta}$ や $\hat{\Delta}$ が慣性領域よりも高波数側のエネルギー散逸領域にある場合
- ② $\bar{\Delta}$ や $\hat{\Delta}$ が慣性領域よりも低波数側のエネルギー保有領域にある場合

①は例えば構造格子を用いた物体周りの解析の場合が考えられる。物体近傍で細かい計算格子を施す場合、構造格子では物体から離れた領域においても同様の細かい格子が施されることになり、その領域の $\bar{\Delta}$ や $\hat{\Delta}$ は十分小さいものとなる。②は計算負荷の制約上、固体面近傍で計算格子が粗くなってしまう場合など、実用計算においてしばしば生じる状況である。

①の場合 ($\bar{\Delta}$ や $\hat{\Delta}$ がエネルギー散逸領域にある場合) に対して考案された scale-dependent dynamic SGS モデルが Meneveau らのモデル¹¹⁾で、scale-dependent dynamic SGS モデルのオリジナルである。Meneveau らは等方性乱流の理論的なスペクトル及び direct numerical simulation (DNS) データを利用した解析により、 $\bar{\Delta}$ が Kolmogorov スケールに近づくにつれてモデル係数の値が減少して scale dependence となることを示し、SGS 応力 τ_{ij} と STS 応力 T_{ij} のモデル係数比 β (2.2の(16)式参照)を導入した scale-dependent dynamic SGS モデルを提案した。但し Meneveau らのモデルの場合、 β を等方性乱流の理論的なスペクトルへの fitting から決定しているため、純粋な dynamic SGS モデルではなくなるという欠点を持つ。

一方、②の場合 ($\bar{\Delta}$ や $\hat{\Delta}$ がエネルギー保有領域にある場合) に対して考案された scale-dependent dynamic SGS モデルが Porte-Agel らのモデル¹²⁾である。Porte-Agel らのモデルは Meneveau らのモデルの改良型であり、 τ_{ij} と T_{ij} のモデル係数比 β も dynamic に算出する。

以上2種類の scale-dependent dynamic SGS モデルのうち、本研究では Porte-Agel らのモデルを導入する。筆者らが既報^{1), 6)}で行った一連の LES 解析では、実用性を考慮して比較的粗い計算格子を用いており、前述した通常の dynamic Smagorinsky モデルの予測精度の問題は上記②の状況のもとで生じたものと考えられる。

2.2. Porte-Agel らの scale-dependent dynamic SGS モデル

前述したように、Porte-Agel らの scale-dependent dynamic SGS モデル¹²⁾ではモデル係数のみならず、SGS 応力 τ_{ij} と STS 応力 T_{ij} のモデル係数比 β も dynamic に算出する。そのために Porte-Agel らは T_{ij} に関連するテストフィルタスケール $\hat{\Delta}$ ($=2\bar{\Delta}$) に加えて $\hat{\Delta}$ よりもさらに大きなフィルタスケール $\tilde{\Delta}$ ($=2\hat{\Delta}=4\bar{\Delta}$) を導入し、2種類の STS 応力を定義している。以下にそのモデル式を示す。尚、SGS 応力 τ_{ij} と2種類の STS 応力 T_{ij} 、 T'_{ij} は Smagorinsky モデルに基づいてモデル化されている。

- SGS 応力 τ_{ij}

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2C\bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (1)$$

- STS 応力(1) T_{ij}

$$T_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}T_{kk} = -2C'\hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij} \quad (2)$$

- STS 応力(2) T'_{ij}

$$T'_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}T'_{kk} = -2C''\tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} \quad (3)$$

- モデル係数 C

$$C = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}_{ij} M_{ij}}{M_{ij}^2} \quad (4) \quad C = \frac{1}{2} \frac{Q_{ij} N_{ij}}{N_{ij}^2} \quad (5)$$

〔(4)式、(5)式はそれぞれ(1)式と(2)式、(1)式と(3)式を用いた〕
dynamic procedure により同定されるモデル係数 C

ここで

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6) \quad |\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (7)$$

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8) \quad |\hat{S}| = (2\hat{S}_{ij}\hat{S}_{ij})^{1/2} \quad (9)$$

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (10) \quad |\tilde{S}| = (2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{1/2} \quad (11)$$

$$\mathcal{E}_{ij} = \widehat{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (12) \quad M_{ij} = \overline{\Delta^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}} - \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (13)$$

$$Q_{ij} = \widehat{\hat{u}_i \hat{u}_j} - \hat{u}_i \hat{u}_j \quad (14) \quad N_{ij} = \overline{\Delta^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij}} - \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij} \quad (15)$$

$$\beta = C'/C \quad (16) \quad \theta = C''/C \quad (17)$$

但し以上では、C、 β 及び θ (τ_{ij} と T'_{ij} のモデル係数比) の3つの未知数に対して解くべき方程式が(4)式と(5)式の2つしかないで解を求めることができない。そこで Porte-Agel らはモデル係数比に対して power-law に従う関係を仮定し、 β と θ を(20)式のように関連付けている。

$$\beta = \frac{C'}{C} = \left(\frac{\hat{\Delta}}{\bar{\Delta}} \right)^{\beta^*} = 2^{\beta^*} \quad (18) \quad \theta = \frac{C''}{C} = \left(\frac{\tilde{\Delta}}{\bar{\Delta}} \right)^{\theta^*} = 4^{\theta^*} = (2^{\beta^*})^2 \quad (19)$$

$$\therefore \theta = \beta^2 \quad (20)$$

(20)式の関係と(4)式=(5)式より、 β に関する5次の多項式が得られる。この多項式を適当な解法 (Porte-Agel らは Newton-Raphson 法を利用¹²⁾) を用いて解けば β が算出され、 β が与えられれば(4)式によりモデル係数 C が求められることになる。以上が Porte-Agel らの scale-dependent dynamic Smagorinsky モデルの概要である。但し、(18)式~(20)式に示すモデル係数比の power-law に従う関係はあくまで1つの仮定に過ぎず、また $\beta = 2^{\beta^*}$ ((18)式)としているため、 β に対しては scale invariance が仮定されている点に注意が必要である。Porte-Agel らの平板境界層流の解析結果¹²⁾でも示されているように、実際は β も scale dependence であり、この点の改善は今後の課題の1つである。また、Porte-Agel らのモデルではモデル係数 C を算出する各点において β の多項式を解く必要があるが、これに関する計算負荷の増加も大きな問題の1つと考えられる。Porte-Agel らは平板境界層流をこのモデルの検証対象としているが、これは水平2方向が一様となる流れ場であり、解析では β の多項式及びモデル係数 C を構成する諸量に対してこれら2方向の平均化操作を施している。従って、 β の多項式及びモデル係数 C は鉛直方向の1方向のみしか解いていない。さらに、これらは毎時間ステップではなく10ステップ毎に解くとしている。そのため、 β の多項式を解くことを含めたこのモデルの計算負荷の増加は僅か (標準 Smagorinsky モデルの計算時間に対し8%増) と報告している¹²⁾が、3次元性の強い複雑乱流

場解析へ適用する場合には全ての離散点、全ての時間ステップ毎に β の多項式を解いてモデル係数 C を算出する必要があり、この場合の計算負荷はかなり増加するものと考えられる。本研究ではこの点も検討するため、Porte-Agel らのモデルを導入する際、 β の多項式及びモデル係数 C に対して何の平均化操作も施さないこととした(3.2 で後述)。

3. 計算概要

3.1. 計算対象

既報(その1)¹⁾、(その2)⁶⁾と同じ余弦の2乗の断面形状を持つ2次元山岳地形上の中立大気乱流場^{2),3)}。地表面全体が高さ5m程度の樹木に覆われている状況を想定^{1)~3)}。境界層外の一様流速 U_0 (風洞実験^{2),3)}基準風速)と山の高さ H に基づく Reynolds 数は 1.57×10^4 。

3.2. 計算ケース

SGS モデルのみを変化させた計3ケース。3種類のSGSモデルはVan Driest 型の壁面減衰関数を併用した標準 Smagorinsky モデル(Smagorinsky 定数 C_s は0.1)(以下Sモデル)、モデル係数の scale invariance を仮定した通常の dynamic Smagorinsky モデル^{4),5)}(以下DSモデル)、モデル係数の scale dependence を考慮した Porte-Agel らの scale-dependent dynamic Smagorinsky モデル¹²⁾(以下SDDSモデル)。SDDS モデルにおいて、モデル係数比 β の多項式の解法には Newton-Raphson 法を利用し、 β の初期値は3とした。また、DSモデルとSDDSモデルの両 dynamic SGS モデルでは負拡散による数値不安定を防ぐためにモデル係数 C が負となるとき $C=0$ とする clipping 操作を導入した。尚、本解析対象はスパン(x_2)方向(主流横断方向)に対して流れが一樣となるので、DSモデルやSDDSモデルのモデル係数 C の算出時にスパン方向に対して平均化操作を施すことが可能である(SDDSモデルの場合は β の算出時も同様)。しかし、筆者らの最終的なターゲットは3次元性の強い複雑乱流場解析であり、そのような実用問題への応用を考慮して、本研究ではDSモデルにおいてもSDDSモデルにおいても特定方向への平均化操作は導入しないこととした^{註1)}。特にSDDSモデルの場合、 β の多項式を数多く解くことによる計算負荷が懸念されるため、これを検討することも意図している。

3.3. 計算条件

表1に示す。

3.4. 境界条件

表2に示す。流入境界条件には既報(その1)¹⁾で別途生成した変動風を利用。地表面境界条件には粗度長(z_0)型対数則を用い、 $z_0 = 0.0075H$ に設定^{1)~3)}。

4. 計算結果と考察

4.1. 計算時間

4.2 以降に示す各種統計量を算出するまでに要した計算時間を比較すると、Sモデル:DSモデル:SDDSモデル=1:2.46:5.15である。DSモデルとSDDSモデルの両 dynamic SGS モデルはSモデルに比べて計算時間が大幅に増加しているが^{註2)}、SDDSモデルは特に計算負荷が大で、DSモデルと比べても2倍以上の計算時間を要している。SDDSモデルの計算負荷の増大は主にモデル係数比 β の多項式を全ての離散点及び全ての時間ステップで解いたことによるも

表1 計算条件

1. 座標系	一般曲線座標系
2. 計算領域	$60H(x_1) \times 4H(x_2) \times 22.5H(x_3)$
3. 計算格子数	$143(x_1) \times 20(x_2) \times 32(x_3) = 91,520$
4. グリッドシステム	コロケーショングリッド
5. アルゴリズム	SMAC 法
6. 圧力解法	Bi-CGSTAB 法 (前処理としてスケーリング ¹⁴⁾ を実施)
7. 空間スキーム	2次精度中心差分
8. 時間スキーム	移流項:2次精度 Adams-Bashforth 法 拡散項: Crank-Nicolson 法
9. 時間差分間隔	$\Delta t \cdot U_0 / H = 0.01$

表2 境界条件

1. 流入境界	片岡らの方法 ¹⁵⁾ に準じて変動風を生成 ¹⁾
2. 流出境界	移流型境界条件: $\partial/\partial t + U_C \cdot \partial/\partial x_1 = 0$ (U_C は流入境界位置での x_2 - x_3 面内平均速度)
3. 側面境界	周期条件
4. 上空境界	対称条件: $\partial/\partial x_3 = 0$, $\bar{u}_3 = 0$
5. 地表面境界	粗度長(z_0)型対数則($z_0 = 0.0075H$ ^{1)~3)})

のである。比較のために、 β の多項式及びモデル係数 C に対してスパン(x_2)方向(主流横断方向)の平均化操作を施したSDDSモデルの計算も行ったが、計算時間は対Sモデル比で4.23であった。平均化操作の導入により多少の計算時間の短縮が図れているが、大幅な計算負荷軽減には至っていない。従って今後SDDSモデルを実用的に利用するためには、 β の多項式の解法の高速化或いは β の与え方そのものを十分に検討していく必要がある。

4.2. 平均風速ベクトルと流線(図1)

以下に示す各SGSモデルの計算結果は全て3次元計算に基づく瞬時結果を無次元時間180(U_0 で主流(x_1)方向の計算領域3周分)で時間平均し、さらにスパン(x_2)方向の平均を施したものである。また、諸量は U_0 及び H で無次元化し、零面変位(風洞実験粗度要素高さの0.6倍($=0.075H$))で変位^{2),3)}させた高さを用いて表記している。

図1は各モデルの平均風速ベクトルと流線を重ねて示したものである。既報(その1)¹⁾で示したように、Sモデル(図1(1))とDSモデル(図1(2))は流れの剥離はともに山頂部($x_1=0$, $x_3=1$)付近で生じているが、山後方に形成される循環流域の大きさが大きく異なる。DSモデルの循環流域はSモデルの結果に比べて遙かに小さい。一方、モデル係数の scale dependence を考慮したDSモデルであるSDDSモデル(図1(3))はSモデルと同様、山頂部付近で流れが剥離し、山後方に大きな循環流域を形成しているが、その循環流域の大きさはSモデルの結果よりもさらに大きいものとなっている。

4.3. 平均風速 $\langle \bar{u}_1 \rangle$ と $\langle \bar{u}_3 \rangle$ の鉛直分布(図2, 図3)

図2、図3は主流方向平均風速($\langle \bar{u}_1 \rangle$)と鉛直方向平均風速($\langle \bar{u}_3 \rangle$)の鉛直分布($0 \leq x_3 \leq 4$ の範囲)について、各モデルの結果を風洞実験結果^{2),3)}と比較したものである。これも既報(その1)¹⁾で示したように、Sモデルの結果は $\langle \bar{u}_1 \rangle$ 、 $\langle \bar{u}_3 \rangle$ ともに実験と良く一致しており、DSモデルの結果は山後方循環流域を始めとして全体的に実験との差異が大きい。一方、SDDSモデルの結果はSモデルと同様、全体的に実験と良く一致しており、DSモデルに比べて予測精度が大き

(1) S モデル

(2) DS モデル

(3) SDDS モデル

図1 平均風速ベクトルと流線

図2 主流方向平均風速 $\langle u_1 \rangle$ の鉛直分布

図3 鉛直方向平均風速 $\langle u_3 \rangle$ の鉛直分布

図4 乱流エネルギー k の鉛直分布

(1) $\langle u_1^2 \rangle^{1/2}$

(2) $\langle u_2^2 \rangle^{1/2}$

(3) $\langle u_3^2 \rangle^{1/2}$

図5 乱流強度 $\langle u_i^2 \rangle^{1/2}$ の鉛直分布

く改善されている。但し、山後方の再付着点位置を調べると実験が $x_1 = 6.40$ であるのに対し、S モデルは $x_1 = 6.42$ 、DS モデルは $x_1 = 3.11$ 、SDDS モデルは $x_1 = 7.08$ となっている。S モデルは実験と極めて良く一致した結果となっているが、SDDS モデルは山後方循環流域をやや過大評価している (図1も参照)。

4.4. 乱流エネルギー k と乱流強度 $\langle u_i^2 \rangle^{1/2}$ の鉛直分布 (図4, 図5)

図4は乱流エネルギー k の鉛直分布 ($0 \leq x_3 \leq 4$ の範囲) について、

風洞実験、Sモデル及びSDDSモデルの結果を比較したものである。ここでSモデルとSDDSモデルのLESの結果は k のgrid scale (GS)成分 $(= (1/2) \cdot \langle \bar{u}_i^2 \rangle)$ のみを表示している。尚、DSモデルの結果は山後方循環流域を始めとして明らかに実験との差異が大きいので、図の見やすさのためにもここでは除外する。既報(その1)¹⁾でも述べたように、Sモデルは山後方の剥離されてきた流れと循環流域の間(自由せん断層域)付近をピークとして k を過大評価した結果となっている。一方、SDDSモデルの結果ではそのような k の過大評価は見られず、実験との対応は格段に改善されている。図5は k を構成する乱流強度 $\langle \bar{u}_i^2 \rangle^{1/2}$ (この場合のみ添字 i は縮約を取らない)の鉛直分布を示したものであるが、各成分ともにSDDSモデルの結果はSモデルの結果よりも実験と良く一致している。以上のSDDSモデルの結果は既報(その1)¹⁾で導入したハイブリッドモデル(Sモデル+DSモデル)や既報(その2)⁹⁾で導入した稲垣らのstaticな渦粘性モデル⁷⁾の修正型の結果よりもさらに実験との対応が良いものとなっている。ハイブリッドモデルや稲垣らのモデルの修正型はSモデルの結果と比べると山後方における k や $\langle \bar{u}_i^2 \rangle^{1/2}$ の過大評価が格段に抑えられ、実験との対応が大幅に向上しているが、剥離直後では依然として k や $\langle \bar{u}_i^2 \rangle^{1/2}$ の過大評価が生じている(図省略。既報^{1),9)}参照)。しかし、SDDSモデルは k や $\langle \bar{u}_i^2 \rangle^{1/2}$ の予測精度が向上している一方、前述したように山後方の再付着距離は実験結果よりも長く、山後方循環流域をやや大きく評価している。SDDSモデルとSモデルのLESの結果のみを見ると、山後方で k を小さく評価するほど乱流混合が抑えられ、その結果、山後方循環流域が大きくなり、再付着距離は長くなっていると考えられるが、実験との対応については今後さらに検討が必要である。

4.5. 接近流及び加速域の地表面近傍の乱流性状

今後の検討課題を幾つか残すものの、SDDSモデルはDSモデルに比べて予測精度が大きく改善されている。既報(その1)¹⁾で示したように、DSモデルの予測精度の問題は接近流の地表面近傍の乱流性状の評価、即ちモデル係数 C を過小評価し、これに起因して地表面ごく近傍まで平均風速が増加したことが大きく影響していた。そこで以下では接近流($x_1 = -3.75$)の地表面近傍の乱流性状、さらに山の風上斜面上の加速域($x_1 = -1.25$)の地表面近傍の乱流性状に着目し、DSモデルとの比較を中心にSDDSモデルの予測精度について検討する。

(1) 平均風速 $\langle \bar{u}_i \rangle$ の鉛直分布(図6)

図6に流れが山に流入する前の $x_1 = -3.75$ の位置(図6(1))と山の風上斜面上で加速域となる $x_1 = -1.25$ の位置(図6(2))における主流方向平均風速 $\langle \bar{u}_i \rangle$ の鉛直分布(地表から0.5の高さまでの範囲: 図6(1)は $0 \leq x_3 \leq 0.5$ 、図6(2)は $0.5 \leq x_3 \leq 1.0$ の範囲)を示す。まず接近流の性状(図6(1))に着目すると、前述したようにDSモデルでは地表面ごく近傍まで $\langle \bar{u}_i \rangle$ が増加した分布となっている。実験結果^{2),3)}との対応はSモデルが最も良く、次いでSDDSモデルである。この領域において、SDDSモデルの結果はDSモデルと比べると実験との対応が改善されているが、その改善は十分ではない。一方、山風上斜面上の加速域(図6(2))では、DSモデルの結果は依然として地表面ごく近傍まで $\langle \bar{u}_i \rangle$ が過剰に増加した分布となっているが、SDDSモデルやSモデルの結果ではそのような増速は生じず、実験との対応も良い。以上のように、DSモデルに対してSDDS

図6 地表面近傍の主流方向平均風速 $\langle \bar{u}_i \rangle$ の鉛直分布

図7 地表面近傍のモデル係数 $\langle C \rangle^{1/2}$ の鉛直分布

(凡例は図6と同じ。(1)と(2)では横軸の値の範囲が違うので注意)

図8 地表面近傍のSGS渦動粘性係数 $\langle \nu_{SGS} \rangle$ の鉛直分布

(凡例は図6と同じ。(1)と(2)では横軸の値の範囲が違うので注意)

モデルでは流れが剥離する前の地表面近傍の風速分布の予測精度が改善されることにより、山頂上付近の剥離性状や後流の予測精度も向上したものと考えられる(図2、図3参照)。但しSDDSモデルの場合、接近流($x_1 = -3.75$)の $\langle \bar{u}_i \rangle$ を実験やSモデルに比べて大きめに評価しているにもかかわらず(図6(1))、加速域($x_1 = -1.25$)ではそれらの結果と比較的良く一致するため(図6(2))、加速域においてやや過剰な風速の減衰が生じていることも考えられる。これは後述するモデル係数 C やSGS渦動粘性係数 ν_{SGS} の分布からも示唆される。

(2) モデル係数 $\langle C \rangle^{1/2}$ 、SGS渦動粘性係数 $\langle \nu_{SGS} \rangle$ の鉛直分布(図7、図8)

図7、図8に図6と同じ位置($x_1 = -3.75$ 及び $x_1 = -1.25$)におけるモデル係数 $\langle C \rangle^{1/2}$ (Sモデルの場合はSmagorinsky定数 $C_s (=0.1)$)

に Van Driest 型壁面減衰関数 f_w を乗じた $\langle C_s f_w \rangle$ の値を表示)、SGS 渦動粘性係数 $\langle \nu_{SGS} \rangle$ ($= \langle C \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \rangle$) の鉛直分布 (地表から 0.5 の高さまでの範囲、凡例は図 6 と同じ) を示す。各モデルとも接近流 ($x_1 = -3.75$) においても加速域 ($x_1 = -1.25$) においても $\langle C \rangle$ の分布形状がほぼそのまま $\langle \nu_{SGS} \rangle$ の分布形状に反映されている。まず接近流の性状 (図 7(1)、図 8(1)) に着目すると、DS モデルでは地表面ごく近傍において $\langle C \rangle$ 及び $\langle \nu_{SGS} \rangle$ の値が急速に減少している。既報 (その 1)¹⁾ で述べたように、DS モデルではこのように $\langle C \rangle$ が小 $\rightarrow$ $\langle \nu_{SGS} \rangle$ が小となることにより、シアストレスの SGS 成分が小 $\rightarrow$ シアストレスの total 成分が小 (本計算では比較的粗い計算格子を用いているので、地表面近傍では SGS 成分の寄与が大きくなる) $\rightarrow$ 乱流エネルギーの生産が小 $\rightarrow$ 平均流の運動エネルギーの損失が小となり、図 6(1) に示すように地表面ごく近傍まで平均風速が増加したものと考えられる。一方、同じ地表面ごく近傍において、モデル係数 C の scale dependence を考慮した SDDS モデルの $\langle C \rangle$ 及び $\langle \nu_{SGS} \rangle$ の挙動は S モデルの結果と同様であり、DS モデルに比べて大きな値を示している。このように、SDDS モデルでは地表面ごく近傍の $\langle C \rangle$ 及び $\langle \nu_{SGS} \rangle$ の過小評価が改善されることにより、DS モデルと比べて平均風速の予測精度も改善したと考えられる (図 6(1) 参照)。しかし前述したように、その改善は十分ではない。また加速域 (図 7(2)、図 8(2)) では、DS モデルは依然として地表面ごく近傍で $\langle C \rangle$ 及び $\langle \nu_{SGS} \rangle$ を小さく評価しているが、それ以上に SDDS モデルの大きな値が顕著となっている。これは一般に S モデルで用いられる C_s の値 (0.1~0.25 程度) と比べても遙かに大きい値である。前述したように、SDDS モデルでは加速域においてやや過剰な風速の減衰が生じていると考えられるが、これはこのような大きな $\langle C \rangle$ 、ひいては大きな $\langle \nu_{SGS} \rangle$ によりエネルギー散逸を過大に評価しているためと思われる。

(3) モデル係数比 $\langle \beta \rangle$ の鉛直分布と DS モデルと SDDS モデルのモデル係数の関係 (図 9、図 10)

図 9 は SDDS モデルで導入されるモデル係数比 $\langle \beta \rangle$ (2.2 の(16)式参照) の地表面近傍の鉛直分布 (地表から 0.5 の高さまでの範囲) を示したものである。表示位置は図 6~図 8 と同じ $x_1 = -3.75$ (接近流: 図 9(1)) 及び $x_1 = -1.25$ (加速域: 図 9(2)) である。ここで $\beta=1$ となるならば、モデル係数 C は scale invariance となり、この場合の SDDS モデルは通常の DS モデルと同じになる。しかし、接近流 (図 9(1)) においても加速域 (図 9(2)) においても図示した範囲では $\langle \beta \rangle$ は常に 1 よりも小さい値を示しており、これらの領域においてモデル係数は scale dependence となっていることが分かる。図 7(2) に示したように、加速域 ($x_1 = -1.25$) の地表面ごく近傍、特に地表面第 1 セルにおいて SDDS モデルの $\langle C \rangle$ は非常に大きな値を示しているが、この点における $\langle \beta \rangle$ は特に小さな値となっている (図 9(2))。また、SDDS モデルの提案者である Meneveau ら¹¹⁾、Porte-Agel ら¹²⁾ はそれぞれ等方性乱流の解析、平板境界層流の解析を通じて、scale invariance を仮定した通常の DS モデルで算出されるモデル係数 C は SGS 応力 τ_{ij} ではなく STS 応力 T_{ij} に対応するモデル係数 (SDDS モデルで考えれば $\beta \cdot C$ に相当 (2.2 の(16)式参照)) として決定されていると述べている。これを検討したのが図 10 である。この図において、DS モデルの結果は図 7 の結果を再掲したもので、SDDS モデルの結果は $(\langle \beta \rangle \langle C \rangle)^{1/2}$ (SDDS モデルで与えられる T_{ij} に対応するモ

図 9 地表面近傍のモデル係数比 $\langle \beta \rangle$ の鉛直分布 (SDDS モデル)

図 10 地表面近傍のモデル係数 $\langle C \rangle^{1/2}$ (DS モデル) 及び $(\langle \beta \rangle \langle C \rangle)^{1/2}$ (SDDS モデル) の鉛直分布
(1)と(2)では横軸の値の範囲が違うので注意)

ル係数) を表示したものである。ここで図 7 の SDDS モデルの $\langle C \rangle^{1/2}$ の結果と区別するために、図 10 の SDDS モデルの結果の凡例は $\blacktriangle$ としている。接近流 (図 10(1)) においては、地表面ごく近傍に限られるが DS モデルの $\langle C \rangle^{1/2}$ と SDDS モデルの $(\langle \beta \rangle \langle C \rangle)^{1/2}$ は近い値を示している。つまりこの地表面ごく近傍において、DS モデルのモデル係数 C は Meneveau ら¹¹⁾ や Porte-Agel ら¹²⁾ の解析結果と同様、STS 応力 T_{ij} に対応するモデル係数として算出されていることになる。これが前述の DS モデルで地表面ごく近傍の $\langle C \rangle$ を過小評価した大きな原因と考えられ、SDDS モデルではモデル係数の scale dependence を考慮することにより、この過小評価が改善される (図 7(1) 参照)。一方、加速域 ($x_1 = -1.25$) においては DS モデルの $\langle C \rangle^{1/2}$ と SDDS モデルの $(\langle \beta \rangle \langle C \rangle)^{1/2}$ の値に有意な関連は見られない。SDDS モデルではこの領域の地表面ごく近傍の $\langle C \rangle$ を過大評価していることもあり (図 7(2) 参照)、この点に関しては単純形状の加速流を解析対象として再度 SDDS モデルの性能評価を行うことも含めて、今後さらに詳細な検討を重ねていきたいと考えている。

5. まとめ

本研究では、既報 (その 1)¹⁾ で指摘した dynamic Smagorinsky モデル (DS モデル) の予測精度の問題の改善を目的として導入した Porte-Agel らの scale-dependent dynamic Smagorinsky モデル¹²⁾ (SDDS モデル) により 2 次元山岳地形上の中立大気乱流場の LES 解析を行い、風洞実験^{2),3)}、標準 Smagorinsky モデル (S モデル) 及び DS モデルの結果との比較を通じて、その予測精度の検証を行った。

- (1) SDDS モデルの流れ場全体の予測精度はDS モデルに比べて大幅に改善される。しかし実験やSモデルの結果と比較すると、山後方循環流域をやや大きめに評価し、再付着距離が長くなる。
- (2) DS モデルで問題となった接近流の地表面ごく近傍におけるモデル係数Cの過小評価¹⁾は、SDDS モデルの結果を踏まえると、DS モデルではCがSTS 応力 T_y に対応するものとして算出されているためと判断される。これに対し、SDDS モデルではモデル係数のscale dependenceを考慮することにより、Cの過小評価が改善される。その一方、接近流の風速分布の予測に関しては十分な改善に至っていない。
- (3) またSDDS モデルでは、山風上斜面上の加速域の地表面ごく近傍においてモデル係数Cを過大評価し、これに起因して平均風速のやや過剰な減衰が生じていると推測される。SDDS モデルはDS モデルと比較すると全体的に予測精度が大きく向上した結果となっているが、上記の点を含めて依然改善の余地があり、今後さらなる検討が必要である。
- (4) さらにSDDS モデルの場合、モデル係数比 β の多項式を解くことによる計算負荷の増加が顕著となる。最近ではBou-Zeidら¹⁰⁾が β を求める際に多項式を解くことを必要とせず、さらにLagrangian型平均化操作¹³⁾を導入した改良SDDS モデルを提案しており、このモデルの導入の検討を含めて、SDDS モデルの計算負荷軽減に関しても今後さらに検討を重ねていく予定である。

謝辞

本研究で用いた風洞実験データは東京大学・石原孟助教授にご提供して頂いた。記して謝意を表する。

記号

x_i : 空間座標3成分, u_i : 風速3成分
 (i=1 : 主流方向, i=2 : スパン(主流横断)方向, i=3 : 鉛直方向)
 $\bar{f}$: 変数 f のグリッドフィルタ値, $\hat{f}$: 変数 f のテストフィルタ値(フィルタ幅 Δ), $\tilde{f}$: 変数 f のテストフィルタ値(フィルタ幅 $\tilde{\Delta}$), $\langle f \rangle$: 変数 f の時間平均値, f' : 変数 f の時間平均値からのずれ, U_0 : 基準風速, H : 山の高さ

注1 既報(その1)¹⁾で用いたDSモデルの場合はモデル係数Cの算出時にスパン(主流横断)方向に対して平均化操作を導入した。これはLagrangian型平均化操作(流跡線に沿ったモデル係数Cの平均化操作)¹³⁾との比較、即ち平均化操作の違いによる影響を検討項目の1つとしていたためである。一方、本研究ではSDDSモデルの性能評価が主眼であり、本文中で述べたように、実用問題への応用を考慮して何の平均化操作も施さない場合のSDDSモデルの計算負荷も検討項目の1つとしている。従って、比較対象となるDSモデルにおいても本研究では平均化操作を導入しないこととした。

注2 既報(その1)¹⁾のDSモデルの計算時間は対Sモデル比で1.40である。注1で述べたように、既報(その1)で用いたDSモデルではモデル係数Cの算出時にスパン(主流横断)方向に対して平均化操作を施している。従って、DSモデルではこの平均化操作により計算時間が43%短縮されることになる。

参考文献

- 飯塚悟, 近藤裕昭: 複雑地形上流れのLES(その1) Dynamic SGSモデルの問題点とハイブリッドモデルの適用, 日本建築学会環境系論文集 第568号, pp.41-48, 2003.6
- 石原孟, 日比一喜: 急峻な山を越える乱流境界層に関する実験的研究, 第15回風工学シンポジウム論文集, pp.61-66, 1998.12
- Ishihara, T., Fujino, Y. and Hibi, K.: A wind tunnel study of separated flow over a two-dimensional ridge and a circular hill, J. Wind Engineering 89, pp.573-576,

2001.10

- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H.: A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, Phys. Fluids A3(7), pp.1760-1765, 1991.7
- Lilly, D. K.: A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, Phys. Fluids A4(3), pp.633-635, 1992.3
- 飯塚悟, 近藤裕昭: 複雑地形上流れのLES(その2) 壁面減衰関数を必要としない静的SGSモデルの適用とその最適化の一方策, 日本建築学会環境系論文集 第576号, pp.23-28, 2004.2
- 稲垣昌英, 近藤継男, 長野靖尚: 実用的なLESのための混合時間スケールSGSモデル, 日本機械学会論文集(B編) 68巻 673号, pp.2572-2579, 2002.9
- 飯塚悟, 村上周三, 持田灯, 富永禎秀, 小杉茂樹: LESにおけるSGSモデリングの最近の動向(その4) Dynamic SGSモデルへのLagrangian型安定化手法の導入, 日本建築学会関東支部研究報告集, pp.289-292, 1998.3
- Ghosal, S. and Moin, P.: The basic equations of the large eddy simulation of turbulent flows in complex geometry, J. Comput. Phys. 118, pp.24-37, 1995.4
- Vasilyev, O. V., Lund, T. S. and Moin, P.: A general class of commutative filters for LES in complex geometries, J. Comput. Phys. 146, pp.82-104, 1998.10
- Meneveau, C. and Lund, T. S.: The dynamic Smagorinsky model and scale-dependent coefficients in the viscous range of turbulence, Phys. Fluids 9, pp.3932-3934, 1997.12
- Porte-Agel, F., Meneveau, C. and Parlange, M. B.: A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: Application to a neutral atmospheric boundary layer, J. Fluid Mech. 415, pp.261-284, 2000.7
- Meneveau, C., Lund, T. S. and Cabot, W. H.: A Lagrangian dynamic subgrid-scale model for turbulence, J. Fluid Mech. 319, pp.353-385, 1996
- 戸川隼人: シリーズ・新しい応用の数学 17・共役勾配法, 教育出版, 1977.7
- 片岡浩人, 水野稔: 流入変動風を用いた三次元角柱周りの気流解析, 日本建築学会計画系論文集 第523号, pp.71-77, 1999.9
- Bou-Zeid, E., Meneveau, C. and Parlange, M.: A scale-dependent Lagrangian dynamic model for large eddy simulation of complex turbulent flows, Phys. Fluids 17, 2005.2

(2005年2月10日原稿受理, 2005年4月15日採用決定)