環境問題への適用のためのジレンマゲームの基本構造に関する考察

A STUDY ON FUNDAMENTAL STRUCTURES OF SOCIAL DILEMMA GAME IN VIEW
OF PRACTICAL APPLICATION FOR THE ENVIRONMENTAL PROBLEMS

谷本 潤*, 相良 博喜**

Jun TANIMOTO and Hiroki SAGARA

We deduced that it is possible to define the Dilemma substance in the so-called dilemma games by the fact, a cooperative strategy cannot be dominant. This simple but clear definition can provide a firm way to a quantitative evaluation for the dilemma intensity in order to compare other types of dilemma games, for example, between Chicken and Leader Game. On the pathway of our deductive discussion, two important concepts concerning the *Pareto Least* and a parameterized expression procedure for the game structure were presented. In particular, the latter concept seems to be quite breakthrough to overview holistic 2×2 game world including Prisoners Dilemma, Chicken, Stag Hunt, Leader and Hero Game. And a practical explanation going through 2×2 game was presented about what we defined as the dilemma substance seems to be plausible from the viewpoint of the Replicator Dynamics.

Keywords: Environmental Problems, Social Dilemma, Evolutionary Game Theory

環境問題, 社会ジレンマ, 進化ゲーム理論

1. 緒言

所謂、環境問題は社会的ジレンマ問題と同義である。持続可能社会達成の為、化石燃料消費は抑制すべきだが、コスト制約に比し個人の快適性追求が勝れば省エネルギーやパッシブの思想は等閑視される。廃棄物の排出抑制問題も同構造を有する。これらの環境問題では、個人レベルでは消費抑制や排出抑制を行わない（以下、裏切り戦略 D とする）ことが合理的だが、社会成員の多数が個人の利益追求に奔ると、環境破壊と云う最悪の結末に至る。重要な点は、この最悪の catastrophe 発生に較べれば、他者が消費抑制や排出抑制を行わずとも自分だけ実行する（以下、協調戦略 C とする）ことでそれを防止出来るのであれば、その方がマシだと云うことで、これはゲーム理論というところのチキンゲーム（以下、Chicken とする）の構造である。ゲーム理論で扱うジレンマゲームには、囚人のジレンマ（Prisoner's Dilemma, 以下、PD とする）、鹿狩りゲーム（Stag Hunt, 以下、SH とする）、リーダーゲーム（以下、Leader とする）やヒーローゲーム（以下、Hero とする）などが知られている[1]。筆者らは、最近、これらのジレンマゲームを普遍的に表現する画期的記述法を考案した。小稿では、これと併せて、ジレンマ性の本質に関する定義を提示するものである。

ジレンマゲーム研究は、進化ゲーム理論や情報科学、複雑系科学、非線型物理学等の分野で行われており、著者らも hard core 的新知見についてはこれらのサークルで発表を行っている

（例えば、[2]）。ここ 5 年のジレンマゲーム研究を概括すれば、主として PD を対象に、ゲームの枠組みに如何なる付加オプションを指定すれば、C 戦略を創発させ得るか（換言すると、原初のエゴ戦略から如何にして協調的社会構造を創発させるか）、と云う点に集約されると思う（例えば、[3]）。例えば、ゲームの繰り返し対戦や課罰などがそれである。社会科学的应用を考えても、それらに関心の主点が注がれるのは宜なるものと思量される。但し、環境のジレンマゲーム[4]では、ゲームの本質は PD でなく Chicken であり（ジレンマの構造が異なれば C 創発をサポートする付加オプションも異なるからどのジレンマゲームを考察対象にするのかは重要）、かつ同一対戦相手との繰り返しゲーム化や対戦相手を限局することは現実世界との対応上、non-sense である（一般的環境問題ではゲームプレーヤは不特定多数）ことを指摘しておかねばならない。事程左様にジレンマゲームを考える上では、その基礎的視点を踏みながらも、適用上の比喩にも十分留意しておく必要がある。建築学におけるゲーム理論の明示的適用には、例えば、[5]や[6]が挙げられるものの、これまで必ずしも注視され頻用されてきたアイデアであるとは言い難いかも知れない。しかし、上記した環境問題への適用は、建築環境学と他分野との学際融合を考える上で、向後、重要となる課題であろう。また、建築が main sector の一角として関わる人間-環境-社会システム[7]を俯瞰的、相互浸透的にモデル化[8]するには、ジレンマゲームの数理的扱いは不可欠の基礎

* 九州大学大学院総合理工学研究院 教授・工博

** 九州大学大学院総合理工学府 修士課程

Prof., Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University, Dr. Eng.
Graduate Student, Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

学理であると思われる。Chicken ゲームが環境ジレンマゲームを通じて建築学研究に関連することは如上の通りだが、Chicken に限らず PD を始め、所謂、ジレンマの問題は、環境施策の意志決定、住民合意形成など建築、都市、地域を包含する様々なセクターで日常的に観察される社会現象であり、その基礎的考察を本学会に報告する意義は小さくないと考える。

2. 2×2 ゲームの基礎

小稿では対称な 2 人ゲームを取り扱う。特に 2 プレーヤの離散的 2 戦略により利得が定義されるゲームを 2×2 ゲームと云う。自分の戦略 (C か D か) を行に、相手のそれを列にとって、得られる自分の利得を定義すればゲームの構造が定まる。これを利得行列と云う (表 1)。自戦略 a, 相手戦略 b を (a,b) の様に表すことにすると、一般に (C,C) の利得を R (Reward), (C,D), (D,C), (D,D) のそれを夫々 S (Saint), T (Temptation), P (Punishment) で表す。また、以下一部の図表および数式では行列の一般表記に倣って P, T, S, R を m_{11} , m_{12} , m_{21} , m_{22} のように表し、利得行列を M で表す。

表 1 利得行列

	裏切り D	協調 C
裏切り D	P (= m_{11})	T (= m_{12})
協調 C	S (= m_{21})	R (= m_{22})

最も一般的なジレンマゲームである PD は $S < P < R < T$ を満たす。相手に出し抜かれる (C,D) が最も利得が低く、相手を出し抜く (D,C) が最高利得となる。出し抜く誘惑と出し抜かれる疑念により合理的プレーヤは D 戦略をとり合うため、ゲームは (D,D) の Nash 均衡に至る。また、PD における支配戦略は D となる。支配戦略とは相手戦略に関わりなく自己にとって合理的な戦略のことであり、自分と相手の利得を横、縦軸にとった解可能域 (図 3(c), 詳細後述) をみるとこのことは直ちに諒解されよう。

Chicken は $P < S < R < T$ である。出し抜く誘惑がある点は PD と同様だが、出し抜かれる疑念は存在しない代わりに互いに裏切り戦略をとる (D,D) が最低利得となる。相手が D のとき自分にとって合理的戦略は C であり、相手が C であれば D が合理的となる (図 3(d))。すなわち支配戦略は存在しない (換言すると Nash 均衡は (C,D) と (D,C) である)。ゴミ捨て場の掃除当番を例に取れば、自分はサボり (D 戦略) 相手がしてくれる (C 戦略) 状況 (すなわち T) が最良だが、両者ともにこれを忌避すればその因果は両プレーヤに至って、最悪の結末 (すなわち P) になる。環境のジレンマゲームの本質が Chicken ゲームであること (厳密に言うと n 人 Chicken ゲーム) は、木村[9]が数理社会学、厚生経済学の立場から、他者の排除不可能な公共財サービスや資源管理を巡るジレンマゲームを定式化した言説 (社会ジレンマとしての Olson 問題) に尽くされていると云える。今日の状況を考えると、ジレンマゲームとしてその応用的側面が重要なのは、PD より寧ろ Chicken であるとも云えよう。

$S < P < T < R$ を鹿狩りゲーム (SH) と云う。PD に対してみると Chicken とは逆に出し抜く誘惑はないが、出し抜かれる疑念によりジレンマに陥るゲームである。Chicken 同様、支配戦略は存在しない (Nash 均衡は (C,C) と (D,D) である)。

3. 2 人ゲームの表記法

2×2 ゲームの解可能域を図 1 のように想起すれば、ゲーム構造、すなわち P, R, S, T は 2 つのパラメータ r 及び θ [deg] に

$$P = x_0 - 0.5 \cos(\pi/4) \quad \dots (1-1)$$

$$R = x_0 + 0.5 \cos(\pi/4) \quad \dots (1-2)$$

$$S = x_0 + r \cos(\pi/4 + \theta \cdot \pi/180) \quad \dots (1-3)$$

$$T = x_0 + r \sin(\pi/4 + \theta \cdot \pi/180) \quad \dots (1-4)$$

図 1 2x2 ゲームの解可能域とパラメータ θ と r 。

図 2 θ と r による 2x2 ゲームの表記。

表 2 各ゲームの生起条件

General assumption: $m_{22} > m_{11}$	
PD	$m_{21} < m_{11}$ and $m_{12} > m_{22}$.
Chicken	$m_{12} > m_{22}$ (and $m_{21} > m_{11}$). Particularly, $\square P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is convex.
Stag Hunt	$m_{21} > m_{11}$ (and $m_{12} < m_{22}$). Particularly, $\square P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is convex.
Leader	$m_{12} > m_{22}$ (and $m_{21} > m_{11}$). Particularly, $\square P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is not convex. And $m_{12} > m_{21}$.
Hero	$m_{12} > m_{22}$ (and $m_{21} > m_{11}$). Particularly, $\square P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is not convex. And $m_{21} > m_{12}$.
Anti-Leader	$m_{21} < m_{11}$ (and $m_{12} < m_{22}$). Particularly, $\square P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is not convex. And $m_{12} > m_{21}$.
Anti-Hero	$m_{21} < m_{11}$ (and $m_{12} < m_{22}$). Particularly, $\square P_{DD}P_{DC}P_{CC}P_{CD}$ is not convex. And $m_{21} > m_{12}$.
Avatamsaka	$m_{21} = m_{11}$ and $m_{12} = m_{22}$.

図3 対称2×2ゲームにおける代表的ゲームの解可能域

で表される。 r は $(R-P) \cdot \cos(\pi/4)$ を1としたときの比として定義され、 x_0 は任意の値を取るが、この二点はゲームの構造に何らの掣肘を課すものではない。この表記法は2人 N_{st} 戦略ゲームに対してもそのまま拡張でき、その際のゲーム構造パラメータは $r_1, \dots, r_{N_{st}(N_{st}+1)/2-1}$ 及び $\theta_1, \dots, \theta_{N_{st}(N_{st}-1)/2}$ 、合計 $N_{st}^2 - 1$ 個となる。

以上の表記法に従い、すべてのゲームをパラメータ θ - r 平面

に表し図2を得る。既述したPD, Chicken, SHに加え、Leader, Heroはよく知られるジレンマゲームであり、発生条件を表2に示しておく。図3は解可能域である(自分(Player1)と相手(Player2)の戦略組(C,C)を表す図中のポイントを P_{CC} のように表す)。尚、Leaderの利得行列 M に対するHeroそれは転置行列 M^T の関係にあり、本論では以下、両者の関係を“Reverse(裏)”と云う。つまり、HeroはLeaderの裏である。Reverseは図2において $\theta = 0$ 及び $\theta = 180$ に関して対象な幾何関係を意味する。また、後述するようにChickenはパレート最適に関わるジレンマ性に起因するゲームであり、SHはパレート最悪に関わるジレンマ性に起因するゲームである。この、Chickenに対するSHの関係を本論では以下、“Anti-”と云う。すなわち、SHはAnti-Chickenとも云える。このことからLeader, Heroにも夫々Antiが存在し、Anti-Leader及びAnti-Heroは、パレート最悪に関わるジレンマ性を有するゲームである。尚、後述するようにLeader, Heroは広義のChickenとも看做し得、同様にAnti-Leader, Anti-Heroは広義のSHとも云える。

図3で示した(c)から(i)の非ジレンマゲームは図2中の領域は、後述するように協調戦略(協調戦略の厳密な定義は後述)が支配戦略となるゲームであり、ここではRapoport[10]に倣ってTrivialと表記しておく。図3中の○はplayer1が協調(C戦略)、●は裏切り(D)を表し、薄グレーハッチはplayer2がC、濃グレーハッチはplayer2がDを表す。(j)に示したReverse PDがTrivialであることは図より自明である(player2の戦略に依存せずplayer1はCをとるのが合理的)。また、Akiyamaらの提示したAvatamsaka[11]はジレンマゲームとTrivialとの丁度境界に位置するゲームであることがわかる。

4. 基礎概念の整理

次章以降でジレンマ性の本質を議論するために、協調戦略、ジレンマゲームを厳密に定義し、併せてパレート最悪の概念を導入する。尚、terminologyは2人 N_{st} 戦略ゲームを前提にしておく。

4.1. パレート最適とパレート最悪

パレート最適に対してパレート最悪は以下で定義される。
定義1 戦略型 n 人ゲーム $G = (N, \{s_i\}_{i \in N}, \{f_i\}_{i \in N})$ において戦略の組 $s = (s_1, \dots, s_n)$ が戦略集合 $S = S_1 \times \dots \times S_n$ に関してパレート最悪であるとは、全てのプレーヤー $i (= 1, \dots, n)$ に対して、

$$f_i(t_1, \dots, t_n) < f_i(s_1, \dots, s_n)$$

図4 パレート最適とパレート最悪

図5 DL_1 及び DL_2

となる戦略の組 $(t_1, \dots, t_n) \in S$ が存在しないこと。

ある戦略の組がパレート最悪であるとは、全てのプレーヤーにとって、もうそれ以上避けたい実行可能戦略の組が存在しないことを意味する。

図4に2戦略ゲームの例を示した。太線が夫々、パレート最適とパレート最悪の解集合の例である。例示したように解可能域が凸集合の場合、プレーヤーAとBの利得が等しくなり、かつ、利得最大な解 P_0 (原点から引いた傾き 45deg の直線とパレート最適との交点) を基点に図中点線の軸を取り、そこから見て第2象限および第4象限にあるパレート解は、 P_0 に対して優劣を決め難い (第2象限にあればプレーヤーBに、第4象限にあればプレーヤーAに偏して有利な解になる)。すなわち、太線上の解集合は優劣を決められないことになり、多目的最適化の概念から派生しているパレート最適の意味は抑もこの点にある。同様にパレート最悪の太線では、線上の解集合の優劣を決められず、例えば、 P_1 から見て第2象限にある解はプレーヤーAに偏って不利な場合を意味することになる。

4.2. 協調戦略

協調戦略を以下で定義する。

定義2 純粋戦略 $i(=1, \dots, N_{st})$ が協調戦略であるとは、 $\text{Max}(m_{11}, m_{22}, \dots, m_{N_{st}-1, N_{st}-1}, m_{N_{st}N_{st}}) = m_{ii}$ であること。

4.3. ジレンマゲーム

以下のようなゲームをジレンマゲームと定義する。

定義3 戦略 $i(=1, \dots, N_{st})$ を s_i (N_{st} 次元ベクトルの i 要素のみ1でそれ以外のすべての要素が0)、繰り返しゲームのある時点における戦略分布を $s = (s_1 \dots s_{N_{st}})$ で表すとき、

$$\text{Replicator Dynamics} : \dot{s}_i = [s_i \cdot M \cdot s - s \cdot M \cdot s] \cdot s_i \quad \dots (2)$$

を考える。戦略 i が協調戦略であるとき、ダイナミクスを考えた s_i が唯一の均衡点とならないゲーム構造をジレンマゲームと云う。

上記はジレンマ性をダイナミクスを包含した概念と措定している。この定義自体は、ゲームのダイナミクスの帰趨が本来両プレーヤーにとってパレートの望ましい善の協調戦略に行き着かない状況をジレンマと云うわけだから、その意味で一般常

識に整合的である。

5. ジレンマ性を巡る命題

対称2人 N_{st} 戦略ゲームにおいて、ゲーム構造とジレンマ性との関係について以下を措定する。

命題1 協調戦略が支配戦略でないならば、そのゲームはジレンマ性を有する。

ジレンマ性の大小については、協調戦略が支配戦略である非ジレンマ状態からの“歪み”としてジレンマ強度 DL で計量する。

DL は N_{st} 次元ベクトルである。

$$DL = (DL_1 \dots DL_j \dots DL_{N_{st}}) \quad \dots (3)$$

$$DL_j = \text{Max}(m_{1j} - m_{ij}, m_{2j} - m_{ij}, \dots, m_{N_{st}j} - m_{ij}, 0) \quad \dots (4)$$

以下、第6章では、 2×2 ゲームにおいては命題1が成立することを導く。

6. 2×2 ゲームにおけるジレンマ性

6.1. ギャンブル性ジレンマとリスク回避性ジレンマ

2×2 ゲームにおいて、 $m_{21} > m_{11}$ かつ $m_{12} < m_{22}$ であれば、協調戦略 $i=2$ (C) (なぜなら $m_{22} > m_{11}$) が戦略 $i=1$ (D) を支配することは自明である。なぜなら、player1はplayer2の戦略に関係なく、協調戦略 $i=2$ (C) をとることが合理的になるからである。

ジレンマ強度に関する(4)式は以下となる。

$$DL = (DL_1 \ DL_2) = (\text{Max}(m_{11} - m_{21}, 0) \ \text{Max}(m_{12} - m_{22}, 0)) \quad \dots (5)$$

さて、ここで図2、図3及び表2を改めて見返してみよう。ジレンマのない Trivial ゲームは $m_{21} > m_{11}$ かつ $m_{12} < m_{22}$ の領域に一致しており、逆に、 $m_{21} > m_{11}$ 若しくは $m_{12} < m_{22}$ が満たされないと何らかのジレンマゲームになることが確認される。

$m_{12} < m_{22}$ が満たされない、すなわち $m_{12} > m_{22}$ となると、Chicken、或いは Leader, Hero になる。Chicken (図3(d)) では P_{CC} , P_{CD} , P_{DC} が Pareto 最適となって優劣比較が困難となる。Leader, Hero (図3(f),(g)) では、 P_{CD} , P_{DC} が Pareto 最適となって優劣比較が困難になる。この利得で見て上方側に最適解を決し得ない (すなわちパレート最適は存在するが unique な最適解は決められない) ことから来るジレンマは、相手を出し抜こう

との意図が平等なプレーヤー間で角逐することに起因するものであり、以下ではギャンブル性ジレンマと云うことにする。ギャンブル性ジレンマの強さは(5)式より $DL_2 = \text{Max}(m_{12} - m_{22}, 0)$ である。

$m_{21} > m_{11}$ が満たされない、すなわち $m_{21} > m_{11}$ となると、SH、或いは Anti-Leader, Anti-Hero になる。SH (図 3(e)) では、 P_{DD} , P_{CD} , P_{DC} が Pareto 最悪となって優劣比較が困難となる。Anti-Leader, Anti-Hero (図 3(h),(i)) では、 P_{CD} , P_{DC} がパレート最悪となって優劣比較が困難になる。この利得で見て下方側に最悪解を決し得ない (すなわちパレート最悪は存在するが unique な最悪解は決められない) ことから来るジレンマは、相手に出し抜かれまいとの意図が平等なプレーヤー間で角逐することに起因するもので、以下ではリスク回避性ジレンマと云うことにする。リスク回避性ジレンマの強さは(5)式より $DL_1 = \text{Max}(m_{11} - m_{21}, 0)$ である。

PD は $m_{21} > m_{11}$ かつ $m_{12} < m_{22}$ の両条件を同時に満たし得ないゲームであり、ギャンブル性ジレンマとリスク回避性ジレンマの性質を併せ持つ場合である (換言すると PD は Chicken と SH が併存するゲーム)。

図 5 に DL_1 と DL_2 を示す。上記したように PD は DL_1 と DL_2 が併存するゲームである (DL_1 , DL_2 が併存するゲーム構造は厳密には図 2 に示したように PD と Leader & SH, Anti-Leader & Chicken がある)。

ここで留意すべきはジレンマ強度 DL はベクトルとして定義されたもので、トータルなジレンマ性として $DL_1 + DL_2$ を考量することは出来ないと言う点である。但し、例えば、Chicken と別の Chicken 或いは Leader, Hero とを比較して DL_2 の大小関係からジレンマ性の強弱を定量的に比較することは可能である。すなわち、 DL_1 若しくは DL_2 の一方の大小だけでジレンマ強度が比較出来る場合には、ゲーム構造のジレンマ性を定量的に議論出来る。 DL_1 はリスク回避性ジレンマの強度を、 DL_2 はギャンブル性ジレンマの強度を夫々定量的に表している。この点については次節で再度触れる。

以上のように 2×2 ゲームにおいては、ギャンブル性ジレンマとリスク回避性ジレンマ、二様の異なる起源に依拠してジレンマが発生することが解った。

6.2. Replicator Dynamics

前節により命題 1 の十分性、すなわち $m_{21} < m_{11}$ 或いは $m_{12} > m_{22}$ であれば、ゲーム構造はジレンマ性を帯びることが確認された。本節では、構造が 5 章で定義したジレンマゲームであるならば、 $m_{21} < m_{11}$ 或いは $m_{12} > m_{22}$ であること、すなわち命題 1 の必要性を Replicator Dynamics を論じることで示す。

(2)式を 2×2 ゲームについて陽的に表記すると、

$$\dot{s}_1 = \{ (m_{11} - m_{21}) \cdot s_1 - (m_{22} - m_{12}) \cdot s_2 \} \cdot s_1 \cdot s_2 \quad \cdots (6)$$

$$\dot{s}_2 = -\{ (m_{11} - m_{21}) \cdot s_1 - (m_{22} - m_{12}) \cdot s_2 \} \cdot s_1 \cdot s_2 \quad \cdots (7)$$

ここで、 $s = (s_1 \ s_2)$ である。 $\dot{s}_1 = f_1(s_1, s_2)$, $\dot{s}_2 = f_2(s_1, s_2)$ とし、 $s_1 + s_2 = 1$, $f_1 = -f_2$ に留意すると、

$$\frac{\partial f_1}{\partial s_1} = -\frac{\partial f_2}{\partial s_1} = 3(-m_{11} + m_{12} + m_{21} - m_{22})s_1^2 + 2(m_{11} - 2m_{12} - m_{21} + 2m_{22})s_1 + m_{12} - m_{22} \quad \cdots (8)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial s_2} = -\frac{\partial f_2}{\partial s_2} = -3(-m_{11} + m_{12} + m_{21} - m_{22})s_1^2 - 2(m_{11} - 2m_{12} - m_{21} + 2m_{22})s_1 - m_{12} + m_{22} \quad \cdots (9)$$

となる。

一般に、非線形方程式のダイナミクスを考えると、静止点 s_0 、ヤコビ行列 J として、 $J(s_0)$ の全ての固有値が負の実数値をとるならば、 s_0 は安定な収束均衡点である。

ところで、(2)式のヤコビ行列は、

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial s_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_1} & \frac{\partial f_2}{\partial s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \frac{\partial f_1}{\partial s_2} \\ -\frac{\partial f_1}{\partial s_1} & -\frac{\partial f_1}{\partial s_2} \end{bmatrix} \quad \cdots (10)$$

と表され、これが固有値 0 と $\frac{\partial f_1}{\partial s_1} - \frac{\partial f_1}{\partial s_2}$ (固有ベクトルは $(-1 \ 1)$) を持つのは自明。よって、全ての静止点について、固有値 $\lambda = \frac{\partial f_1}{\partial s_1} - \frac{\partial f_1}{\partial s_2}$ を吟味すればよい。

(8), (9)式より、

$$\lambda = \frac{\partial f_1}{\partial s_1} - \frac{\partial f_1}{\partial s_2} = 6(-m_{11} + m_{12} + m_{21} - m_{22})s_1^2 + 4(m_{11} - 2m_{12} - m_{21} + 2m_{22})s_1 + 2(m_{12} - m_{22}) \quad \cdots (11)$$

である。また、(6), (7)式は 3 つの静止点 $(1 \ 0)$, $(0 \ 1)$,

$$\left(\frac{-m_{12} + m_{22}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}}, \frac{m_{11} - m_{21}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}} \right) \text{ を持つ。}$$

1) $s_0 = (1 \ 0)$ のとき

(11)式より、 $\lambda = -2m_{11} + 2m_{21}$ だから、 $\lambda < 0$ なるためには、 $m_{11} > m_{21}$ であればよい。

2) $s_0 = (0 \ 1)$ のとき

(11)式より、 $\lambda = 2m_{12} - 2m_{22}$ だから、 $\lambda < 0$ なるためには、 $m_{22} > m_{12}$ であればよい。

3) $s_0 = \left(\frac{-m_{12} + m_{22}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}}, \frac{m_{11} - m_{21}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}} \right)$ のとき

(11)式より、 $\lambda = 2 \frac{(m_{11} - m_{21})(m_{22} - m_{12})}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}}$ だから、 $\lambda < 0$ なるためには (分母分子各項の符号に注意して)、 $m_{22} < m_{12}$ かつ $m_{11} < m_{21}$ であればよい。尚、この条件を満たすとき、 s_0 は $0 \leq s_1 \leq 1$, $0 \leq s_2 \leq 1$, $s_1 + s_2 = 1$ を満たす内部静止点であることに留意する。

以上を整理してゲーム構造と均衡の行方をまとめると表 3 を

表 3 2×2 ゲームの均衡の行方		
$m_{22} > m_{12}$	$m_{11} > m_{21}$	Destination of Equilibrium
Yes	Yes	$(1 \ 0)$ or $(0 \ 1)$ → SH, Anti-Leader, Anti-Hero
Yes	No	$(0 \ 1)$ → Trivial
No	Yes	$(1 \ 0)$ → PD
No	No	$\left(\frac{-m_{12} + m_{22}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}}, \frac{m_{11} - m_{21}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}} \right)$ → Chicken, Leader, Hero

得る。

ゲーム構造における $m_{22} > m_{12}$ と $m_{11} > m_{21}$ の条件範囲と繰り返しゲームにおけるダイナミクスの行方が一対一対応している。すなわち、初期に付与される戦略分布 s により、静止点 $(1 \ 0)$ に向かうか、 $(0 \ 1)$ に向かうかが決まるのは、 $m_{22} > m_{12}$ かつ $m_{11} > m_{21}$ の場合であり、これはすなわち SH, Anti-Leader, Anti-Hero である。必ず協調戦略である静止点 $(0 \ 1)$ に向かう（すなわち非ジレンマゲーム (Trivial)）のは、 $m_{22} > m_{12}$ かつ $m_{11} < m_{21}$ の場合である。必ず裏切り戦略である静止点 $(1 \ 0)$ に向かうのは、 $m_{22} < m_{12}$ かつ $m_{11} > m_{21}$ の場合であり、これはすなわち PD である。必ず内部静止点である $\left(\frac{-m_{12} + m_{22}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}}, \frac{m_{11} - m_{21}}{m_{11} - m_{12} - m_{21} + m_{22}} \right)$ に向かうのは、 $m_{22} < m_{12}$ かつ $m_{11} < m_{21}$ の場合であり、これはすなわち Chicken, Leader, Hero である。

以上により、 2×2 ゲームにおける命題 1 の必要十分性が証された。

7. 結論

環境問題は社会ジレンマゲームでモデル化可能で、その場合のジレンマは Chicken となる。本論では 2×2 ゲームを 2 パラメータ θ と r による表記法を与え、Chicken, PD を含むすべてのジレンマゲームおよび trivial ゲームが幾何的に一括表現できることを示した。また、パレート最悪の概念、協調戦略及びジレンマゲームの厳密定義を与えることで、ジレンマ性の本質を数理的に表現できることを示した。すなわち、 2×2 ゲームにあっては、ジレンマは相手を出し抜こうとするギャンブル性ジレンマ、相手に出し抜かれまいとするリスク回避性ジレンマに依拠して発生し、PD は両者を合わせ有するのに対して環境ジレンマゲームである Chicken は前者のみを有するジレンマゲームであることを示した。

【参考文献】

- [1]石原英樹,金井雅之;進化的意志決定,朝倉書店,2002
- [2]Jun Tanimoto; Environmental dilemma game to establish a sustainable society dealing with an emergent value system, Physica D Vol.200, pp.1-24, 2005.1
- [3]C.Hauert, S.Monte, J.Hofbauer, K.Sigmund; Volunteering as Red Queen Mechanism for Cooperation in Public Goods Game, SCIENCE Vol.296, pp.1129-1132, 2002.5
- [4]谷本潤,藤井晴行;我々が将来に持続可能社会はあるか?,日本建築学会環境系論文集 No.583, pp87-94, 2004.9
- [5]秦中伏,金多隆,古阪秀三,石坂公一,近江隆;都市開発をめぐるコンフリクト問題のメタゲーム分析,日本建築学会計画論文集 No.555, pp.247-254, 2002.5
- [6]谷本潤,藤井晴行;社会的コンフリクトとしてみた談合のゲー

ム論的考察,日本建築学会環境系論文集 No.580, pp.93-98, 2004.6

- [7]谷本潤,萩島理,三浦泰久;マルチエージェントシミュレーションに基づく人間-環境-社会システムのモデル化一試論,日本建築学会環境系論文集 No.586, pp.91-97, 2004.12
- [8]Haruyuki Fujii and Jun Tanimoto; Exploration in Complex Systems for Environmentally Symbolic and Sustainable Society, Journal of Asian Architecture and Building Engineering, Vol.2 No.1, pp.107-114, 2003.5
- [9]木村邦博;大集団のジレンマ,ミネルヴァ書房,2002年
- [10]A.Rapoport and M.Guyer; A Taxonomy of 2×2 games, General Systems 11, pp.203-214, 1966
- [11]E.Akiyama and Y.Aruka; The Effect of Agents Memory on Evolutionary Phenomena – the Avatamsaka Game and Four Types 2×2 Dilemma Games, Proc. of 9th Workshop on Economics and Heterogeneous Interacting Agents, CD-ROM, 2004

(2005年1月26日原稿受理, 2005年6月2日採用決定)