天空放射輝度分布及び周囲遮蔽物を考慮した壁面日射量計算法の開発

- 第 1 報 CIE 標準一般天空 Gradation 関数, Indicatrix 関数の近似関数を用いた壁面日射量計算法 -

DEVELOPMENT OF CALCULATION METHOD OF SURFACE IRRADIANCE VALUE AFFECTED BY SHADING OBJECTS AND THE SKY RADIANCE DISTRIBUTION

Part 1 Calculation method with the approximations of the CIE gradation/indicatrix functions

細 淵 勇 人^{*1}, 吉 田 治 典^{*2}

Hayato HOSOBUCHI and Harunori YOSHIDA

On the calculation of the values of heating/cooling loads based on more real state of a building in the city, influences of the sky radiance distribution and the surroundings around the building should be taken into account. However they have not been considered to be important factors.

In this paper, with the CIE standard general sky and the approximations that have analytic solution, we intend to present a new calculation method of surface irradiance value of the building surrounded by the other buildings. In the development, the accuracy of calculation and the processing time are made much account.

Keywords : Sky Radiance Distribution, CIE Standard General Sky, Surface Irradiance, Analytical Solution

天空放射輝度分布, CIE 標準一般天空, 壁面日射量, 解析解

1. 序

現在, 建物の熱負荷計算を行う際には, 天空の放射輝度分布を一様とした天空日射量を用いるのが一般的である。この天空放射輝度分布を考慮するため, 天空日射を一様, 準直達, 地平線部といった各成分に分けて, それぞれの割合をモデル化する斜面日射モデルも開発されている^{1), 2), 3), 4)}。これらの斜面日射モデルは, 壁面の受ける日射量をモデル化したものであり, 天空放射輝度分布そのもののモデルのように, 天球上での分布の積分を必要とせず, 熱負荷計算への応用も容易である。しかし斜面日射モデルは, 天空放射輝度分布モデルのように, 天球上の任意点の放射輝度を予測するものではない。このため周辺建物等の遮蔽物を考慮するなど, より現実の環境を想定して熱負荷計算を試みる場合などでは, 現実との誤差が大きくなると考えられる。

一方, 天空放射輝度分布モデル^{例えば 5), 6)}や, CIE 標準一般天空などの天空輝度分布モデル^{例えば 7), 8)}といった分布そのもののモデルを壁面日射量計算に利用できれば, より現実に近い環境を想定しても, 精度よく熱負荷計算等の熱環境シミュレーションを行えると考える。しかしこれらのモデルを用いて壁面日射量を計算するには, 天球上での分布の積分が必要となる。これには数値積分を用いることが考えられるが, 周囲に他の建物などの遮蔽物が存在するような, より現実に近い環境を想定する場合には, この計算時間は膨大となり年間熱負荷計算等の応用には適さない。このような熱シミュレーションに数値積分を用いるには, 時々刻々変化する太陽位置と, 遮蔽物との位置関係による積分区間の判定など煩雑なプロ

セスが必要となる。

現在, 天空放射輝度分布のモデルを用いて, 天空放射輝度分布, 周辺建物等の遮蔽物を考慮した壁面日射量を計算する一般的な手法を開発し, これをシミュレーションプログラムに導入する等の応用研究は見られない。例えば, 国際標準となりつつあるエネルギーシミュレーションソフトウェア EnergyPlus⁹⁾でも, 天空輝度分布については 4 つ天空状態の組み合わせとしてしているものの, 天空放射輝度分布については, 前述した斜面日射モデルの採用に止まっている。

筆者らは, 天空放射輝度分布を考慮した, より現実に即した熱環境予測を行うことを目的として, 2003 年に国際照明委員会 (Commission Internationale De L'eclairage(CIE)) に標準モデルとして採用された天空輝度分布のモデルである CIE 標準一般天空について, その放射輝度への流用可能性, 未だ国際標準化されていない天空タイプ^{注 1)}の推定法を検討し, 天空放射輝度分布の建物空調熱負荷への影響を明らかにしてきた^{10), 11), 12)}。本報では, CIE 標準一般天空を用いて, 天空放射輝度分布, 遮蔽物を考慮した, 精度はもちろん, 計算速度の観点からも, より現実に近い環境の熱シミュレーションに応用可能な, 新たな壁面日射量計算法の開発を検討する。図 1 にこれまでの研究の流れおよび, 本報の位置づけを示す。

2. 天空放射輝度分布を考慮した壁面日射量

2.1 CIE 標準一般天空を用いた壁面日射量

CIE 標準一般天空の相対輝度分布は, Gradation 関数 $\phi(Z)$, Indicatrix 関数 $f(\chi)$ を用いて以下で与えられる。

本論は建築学会大会学術講演会(仙台, 2009)¹³⁾及び日本建築学会近畿支部研究発表会(大阪, 2009)¹⁴⁾において発表した内容を加筆修正したものである。

*1 秋田県立大学システム科学技術学部建築環境システム学科
助教・博士(工学)

*2 岡山理科大学工学部建築学科 教授・工博
(京都大学 名誉教授)

Assistant Prof., Dept. of Architecture and Environment Systems, Faculty of Systems Science and Technology, Akita Prefectural University, Ph. D.
Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Okayama University of Science, Dr. Eng. (Prof. Emeritus, Kyoto University)

$$\frac{L_a}{L_z} = \frac{f(\chi)\varphi(Z)}{f(Z_s)\varphi(0)} = \frac{\left\{1+c \cdot \left[\exp(d\chi) - \exp\left(d\frac{\pi}{2}\right)\right] + e \cdot \cos^2 \chi\right\} \times \left\{1+a \cdot \exp\left(\frac{b}{\cos Z}\right)\right\}}{\left\{1+c \cdot \left[\exp(dZ_s) - \exp\left(d\frac{\pi}{2}\right)\right] + e \cdot \cos^2 Z_s\right\} \times \left\{1+a \cdot \exp(b)\right\}} \quad (1)$$

これを放射輝度に流用し、分布を考慮した傾斜面天空日射量は、 Z (天空要素の高度)、 α (天空要素の方位) について、検討面からの天空の可視範囲を積分し、以下で求められる。遮蔽を考慮するには、積分区間を遮蔽範囲に対応して変化させればよい。

$$I_{sh_CIE} = L_z \times \frac{1}{f(Z_s)\varphi(0)} \times \int_Z \int_{\alpha} f(\chi)\varphi(Z) \cdot \cos Z_i \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \quad (2)$$

(2) 式より、周囲建物等による遮蔽および、天空放射輝度分布を考慮した鉛直面、水平面^(注2)に入射する天空日射量を求めるには、天頂放射輝度 L_z は通常測定されていないため、以下に示す(3)式のように「遮蔽の無い場合のCIE標準一般天空の水平面放射照度総計 ($I_{horizontal_CIE_nonshaded}$)」に対する、「遮蔽を考慮したCIE標準一般天空の鉛直面あるいは水平面放射照度合計値 ($I_{vertical_CIE}$ あるいは $I_{horizontal_CIE}$)」の比に、測定した水平面天空日射量 E_{ed} を掛けてやればよい。

$$I_{vertical}(or \ I_{horizontal}) = E_{ed} \times \frac{I_{vertical_CIE}(or \ I_{horizontal_CIE})}{I_{horizontal_CIE_nonshaded}} \quad (3)$$

ここで、

$$I_{horizontal_CIE_nonshaded} = L_z \times \frac{1}{f(Z_s)\varphi(0)} \times \int_{Z=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\alpha=0}^{2\pi} f(\chi)\varphi(Z) \cdot \cos Z \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \quad (注3) \quad (4)$$

$$I_{vertical_CIE} = L_z \times \frac{1}{f(Z_s)\varphi(0)} \times \int_{Z=z_1}^{z_2} \int_{\alpha=a_1}^{a_2} f(\chi)\varphi(Z) \cdot (\sin Z \cos(\alpha - \alpha_r)) \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \quad (5)$$

$$I_{horizontal_CIE} = L_z \times \frac{1}{f(Z_s)\varphi(0)} \times \int_{Z=z_1}^{z_2} \int_{\alpha=a_1}^{a_2} f(\chi)\varphi(Z) \cdot \cos Z \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \quad (6)$$

鉛直面、水平面の日射量は、以下の(7)、(8)式を計算すればよい。

$$I_{vertical} = E_{ed} \times \frac{L_z \frac{1}{f(Z_s)\varphi(0)} \int_{Z=z_1}^{z_2} \int_{\alpha=a_1}^{a_2} f(\chi)\varphi(Z) (\sin Z \cos(\alpha - \alpha_r)) \sin Z dZ d\alpha}{L_z \frac{1}{f(Z_s)\varphi(0)} \int_{Z=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\alpha=0}^{2\pi} f(\chi)\varphi(Z) \cos Z \sin Z dZ d\alpha} \quad (7)$$

$$I_{horizontal} = E_{ed} \times \frac{\int_{Z=z_1}^{z_2} \int_{\alpha=a_1}^{a_2} f(\chi)\varphi(Z) (\sin Z \cos(\alpha - \alpha_r)) \sin Z dZ d\alpha}{\int_{Z=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\alpha=0}^{2\pi} f(\chi)\varphi(Z) \cos Z \sin Z dZ d\alpha} \quad (8)$$

上記(7)、(8)式の積分部分は、数値積分により計算することが考えられるが、遮蔽物を考慮するような詳細な年間熱負荷計算等への応用を考えた場合、太陽位置が時刻ごとに変化し、放射輝度分布も変化するため、毎時、壁面方位別の数値積分が必要となり、計算時間が膨大となることが考えられる。

天空放射輝度分布を考慮した熱負荷計算

図1 研究の流れと本報の位置づけ

2.2 計算法開発の検討

年間熱負荷計算等への応用を前提とする、天空放射輝度分布および、周囲建物等による遮蔽を考慮した新たな壁面日射量計算法開発の方針を見出すため、計算時間の要する数値積分によらずに(7)、(8)式を計算する方法について検討した。

①解析解を求める方法

CIE標準一般天空のGradation関数、Indicatrix関数そのものの解析解を求める。この方法は χ の関数となるIndicatrix関数の χ に関する項により解析解が求まらず、不可能である。なお、これはCIE標準一般天空をはじめとする、太陽との角距離 χ の関数で表す既往の分布モデルすべて^{(5)~(8),16)~20)}について当てはまり、これら既往の分布モデルを利用する場合には、新たな計算法の開発が必要となる。

②解析解の求まる近似関数を用いる方法

Gradation関数、Indicatrix関数それぞれを解析解の求まる簡易な式に近似する。この方法はIndicatrix関数が Z_s, Z, α_s, α の4変数になり簡易な近似関数が作れない。

③座標変換による方法

Indicatrix関数を Z_s, Z, α_s, α で表す χ ではなく、太陽位置 Z_s, α_s を原点として、 Z_s, α_s からのずれ Z', α' の関数として定義しなおすことで、 χ が含まれるのを回避する。この方法では、Indicatrix関数の値は太陽位置で顕著に大きく、太陽位置で不連続になるため、積分区間を分割する必要がある。

④離散値から近似関数を作成する方法

$Z'-\alpha$ 座標(Z のみ変数変換)でIndicatrix関数を求め、離散値から近似関数を作成する。この場合は、 Z', α_s, α の三変数で近似関数を求める必要がある。さらに、③の方法と同様Indicatrix関数の値は太陽位置で大きくなるため、太陽位置で不連続になること、 α によりピークとなる Z' が異なる為、統一的な近似関数を作成するのは困難であることが考えられる。

以上の検討の結果(7)、(8)式の積分部分の解析解を求めるには、通常の $Z-\alpha$ 座標のままGradation関数、Indicatrix関数それぞれの解析解が求まる簡単な近似関数を作成するなどして求めることは不可能であることがわかった。しかしながら①から④の方法の検討より、1)太陽との角距離 χ の扱い(解析的に解が求まらない)、2)Indicatrix関数の太陽位置での関数の不連続性の2点を解決することで、新たな壁面日射量計算法開発の可能性があると考える。

そこで、まず1) 太陽との角距離 χ の扱いに対応するため、③の方法のように、 $Z' (= Z - Z_s)$ 、 $\alpha' (= \alpha - \alpha_s)$ として、高度方向については太陽高度を原点に、方位方向については太陽方位を原点とする座標に変換することとする。このように座標変換することで、太陽との角距離 χ が不要となる。次に2) Indicatrix 関数の太陽位置での関数の不連続性に対応するために、 Z_s の天頂側、地平線側の二つに分けて Indicatrix 近似関数を求めることとする。

さらに、壁面日射量計算において、周辺建物等の遮蔽物を考慮するには、周囲の遮蔽物各々の異なる高さに対応できること、周囲遮蔽物間の天空非遮蔽部分を取り出せることが必要となる。都市キャニオン内の1建物など、周囲遮蔽物（建物）を考慮するシミュレーションでは、方位方向については、街路等により、遮蔽・非遮蔽がある程度パターン化して連続することが考えられるが、遮蔽物の高さについては、遮蔽物（建物）により違いがある。このため、本研究では、 Z' 方向（高さ方向）については細かく積分区間を求め、 α' 方向（方位方向）については、 Z' 、 α' の二重積分のままで解析解の求まる簡易な近似関数が求まらないことも考慮し、天球を適当な幅に分割する計算法を検討する。図2に座標変換の概要を、図3に Indicatrix 関数の天頂側、地平線側近似関数の概要を示す。

2.3 相対日射量の近似

(7)、(8)式でみたように、CIE 標準一般天空を用いて、天空放射輝度分布を考慮した鉛直及び、水平壁面日射量を求めるには、以下の鉛直面、水平面相対日射量を求める必要がある。

$$I'_{\text{vertical_CIE}} = \int_{Z=z_1}^{Z=z_2} \int_{\alpha=\alpha_1}^{\alpha=\alpha_2} f(\chi) \phi(Z) \cdot \sin Z \cos(\alpha - \alpha_r) \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \quad (9)$$

$$I'_{\text{horizontal_CIE}} = \int_{Z=z_1}^{Z=z_2} \int_{\alpha=\alpha_1}^{\alpha=\alpha_2} f(\chi) \phi(Z) \cdot \cos Z \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \quad (10)$$

ここで $I'_{\text{vertical_CIE}}$ は以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} I'_{\text{vertical_CIE}} &= \int_{Z=z_1}^{Z=z_2} \int_{\alpha=\alpha_1}^{\alpha=\alpha_2} f(\chi) \phi(Z) \cdot \sin Z (\cos \alpha_r \cos \alpha + \sin \alpha_r \sin \alpha) \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \\ &= \cos \alpha_r \times \int_{Z=z_1}^{Z=z_2} \int_{\alpha=\alpha_1}^{\alpha=\alpha_2} f(\chi) \phi(Z) \cdot \sin Z \cos \alpha \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \\ &\quad + \sin \alpha_r \times \int_{Z=z_1}^{Z=z_2} \int_{\alpha=\alpha_1}^{\alpha=\alpha_2} f(\chi) \phi(Z) \cdot \sin Z \sin \alpha \cdot \sin Z \cdot dZ d\alpha \end{aligned} \quad (11)$$

座標変換を行い、 Z' の積分で解析解が求まる近似関数を求め、 α' 方向については天球を適当な幅に分割し、この分割部分ごとに解析的に求めた相対日射量を合計する。このような計算を考えると、(10)、(11)式は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} I'_{\text{vertical_CIE}} &= \cos \alpha_r \times \sum_{i=1}^n \{ \Delta \alpha' \times \cos(\alpha' + \alpha_s) \\ &\quad \times \int_{Z'=z_1-Z_s}^{Z'=z_2-Z_s} f(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \} \\ &\quad + \sin \alpha_r \times \sum_{i=1}^n \{ \Delta \alpha' \times \sin(\alpha' + \alpha_s) \\ &\quad \times \int_{Z'=z_1-Z_s}^{Z'=z_2-Z_s} f(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} I'_{\text{horizontal_CIE}} &= \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \times \int_{Z'=z_1-Z_s}^{Z'=z_2-Z_s} f(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \cdot dZ' \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \times \int_{Z'=z_1-Z_s}^{Z'=0} f(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \cdot dZ' \end{aligned} \quad (13)$$

図3 Indicatrix 天頂側・地平線側近似関数の概要

ここで、 $\Delta \alpha'$ は α' の分割幅 [rad]、 n は α' 方向の分割個数。

さらに、天頂及び地平線側関数に分離すると以下の様になる。

$$\begin{aligned} I'_{\text{vertical_CIE}} &= \cos \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \cos(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=0}^{Z'=z_2-Z_s} f_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \\ &\quad + \cos \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \cos(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=z_1-Z_s}^{Z'=0} f_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \\ &\quad + \sin \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \sin(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=0}^{Z'=z_2-Z_s} f_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \\ &\quad + \sin \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \sin(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=z_1-Z_s}^{Z'=0} f_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} I'_{\text{horizontal_CIE}} &= \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \times \int_{Z'=0}^{Z'=z_2-Z_s} f_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \cdot dZ' \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \times \int_{Z'=z_1-Z_s}^{Z'=0} f_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \cdot dZ' \end{aligned} \quad (15)$$

つまり $f_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z')$ 、 $f_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z')$ を解析解が求まる式で近似し、以下の不定積分を求めておけば良い。

$$f_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) \quad (16)$$

$$f_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) \quad (17)$$

$$f_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \quad (18)$$

$$f_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \quad (19)$$

天頂側関数 $f_{\alpha'}^a$, 地平線側関数 $f_{\alpha'}^s$ が同様な形で近似できるならば, その係数を入れ替えるだけでよく, 結果として, 以下の2式について, 解析解が求まる式で近似すればよいことになる.

$$f_{\alpha'}^{a(g)}(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \sin^2(Z' + Z_s) \quad (20)$$

$$f_{\alpha'}^{a(g)}(Z', \alpha', Z_s) \phi(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \quad (21)$$

本研究では, (20), (21) 式から Gradation 関数, Indicatrix 関数それぞれを分離して, 解析解の求まる近似関数を見出すこととする. これは Gradation 関数, Indicatrix 関数の掛け合わせった式を近似するのではなく, Gradation 関数, Indicatrix 関数各々の近似関数を求めることで, より精度の高い近似関数を求められると考える為である.

3. 天空放射輝度分布を考慮した壁面日射量計算法

3.1 Gradation 関数の近似

解析解の求まる一般的な関数を当てはめてゆき, 誤差の検討を行って近似関数 $\hat{\phi}(Z')$ を決定した. Gradation 関数については, 以下の式で近似することとした. 表1に係数 g_1, g_2, g_3 を示す.

$$\hat{\phi}(Z') = g_1 \times g_2^{Z'} + g_3 \quad (22)$$

図4に示すように, グループIの地平線に近い領域 ($Z' = 90^\circ$ 近傍) で, Gradation 関数 $\phi(Z)$ と近似関数 $\hat{\phi}(Z')$ にやや違いが見られる. 図5に各高度 Z' における, 近似関数の Gradation 関数に対する相対誤差を示す. 図4で見たようにグループIの地平線に近い領域でやや大きく, 10%を超えるところが見られるが, それ以外では概ね $\pm 5\%$ 以内である. これから (22) 式で Gradation 関数が精度良く近似されていることがわかる. 地平線近傍の低高度の天空要素については, 周囲遮蔽物を考慮する壁面日射量計算では, 建物等により遮蔽されることが多いため, 他の高度と比べ, 近似精度の低下は無視できるものと考えられる. なお Gradation 関数は Z のみの関数であり Indicatrix 関数のように太陽方位 α_s , 天頂角 Z_s によらない. 近似関数の場合は, 座標変換により高度方向の原点は時刻ごとに变化するが, Z_s が変化しても近似関数を Z_s だけ平行移動してやるだけでよい. 例えば図4, 5は $Z_s = 0^\circ$ の場合を示しているが, $Z_s = 40^\circ$ の場合には図4, 5の $\hat{\phi}(Z')$ のマーカー, 相対誤差のマーカーで表すグラフをそのまま左に4目盛ずらしてやればよい. 表2に近似関数の Gradation 関数に対する %RMSE を示す. 図5の相対誤差が, 各高度における誤差であるのに対し, これは, Gradation 関数に対して, 近似関数の各グループがそれぞれ全体でどの程度の誤差があるかを示している. これも5%以下である.

次に, Gradation 関数の分布のみを考慮した場合の, 鉛直面相対日射量 $I'_{vertical_GRA}$, 水平面相対日射量 $I'_{horizontal_GRA}$ を求め, 近似関数の精度を検証する. $I'_{horizontal_GRA}$, $I'_{vertical_GRA}$ は以下である.

$$I'_{vertical_GRA} = \cos \alpha_r \times \sum_{i=1}^n \Delta \alpha_i \times \cos(\alpha' + \alpha_s) \times \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=Z_2-Z_s} \hat{\phi}(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' + \sin \alpha_r \times \sum_{i=1}^n \Delta \alpha_i \times \sin(\alpha' + \alpha_s) \times \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=Z_2-Z_s} \hat{\phi}(Z') \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \quad (23)$$

$$I'_{horizontal_GRA} = \sum_{i=1}^n \Delta \alpha_i \times \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=Z_2-Z_s} \hat{\phi}(Z') \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) dZ' \quad (24)$$

(23), (24) 式より求めた相対日射量と, 数値積分により求めた相対日射量^{注4)}の比較を行う (図6). 相対日射量はよく一致している.

表1 Gradation 近似関数の係数

	I	II	III	IV	V	VI
g_1	-0.483	-0.175	0.000	0.073	0.020	0.001
g_2	3.149	2.607	1.000※	4.498	11.130	63.148
g_3	3.598	1.706	1.000	0.322	0.242	0.146

※: 零割回避のため

図4 Gradation 関数と近似関数の比較 ($Z_s = 0^\circ$ の場合)

図5 Gradation 近似関数の相対誤差 ($Z_s = 0^\circ$ の場合)

表2 Gradation 近似関数の %RMSE

	I	II	III	IV	V	VI
%RMSE	4.22	1.95	0.00	3.79	4.06	5.01

[%]

a) 水平面 b) 鉛直面

図6 相対日射量(Gradation 関数)の比較

表3 相対日射量(Gradation 関数)の相対誤差

	I	II	III	IV	V	VI
水平面	-0.56	-0.23	0.01	0.65	0.61	-0.87
鉛直面	1.06	1.14	1.13	1.32	1.80	2.32

[%]

表3に示すとおり数値積分に対する相対誤差は, 水平面では1%未満, 鉛直面でも最大で2.32%(Gradation グループ: VI)と小さい. これからも近似関数 (22) 式が精度のよい近似となっていることがわかる.

3.2 Indicatrix 関数の近似

Indicatrix 関数は, 天頂側, 地平線側それぞれ以下の式で近似する.

$$\text{天頂側: } \hat{f}_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) = f_{a,1} \times \exp(f_{a,2} Z') + f_{a,3} \quad (25)$$

$$\text{地平線側: } \hat{f}_{\alpha'}^s(Z', \alpha', Z_s) = f_{s,1} \times \exp(f_{s,2} Z') + f_{s,3} \quad (26)$$

Indicatrix 関数は, Z', α', Z_s の関数である. まず近似関数の係数を

Z_s, α' の関数として表すことを考え検討を行ったが、 Z_s により係数 $f_{a,1}, f_{a,2}, f_{a,3}, f_{g,1}, f_{g,2}, f_{g,3}$ の性状が異なり関数を求めることができないことがわかった¹⁸⁾。このため Indicatrix のグループごとに天頂側、地平線側近似関数それぞれの係数を、 Z_s, α' に関するパラメータ表として整理しておき、壁面日射量計算の際には、このパラメータ表から、対応する係数を取り出してきて計算することとする。表4に近似関数のパラメータ表 (Indicatrix グループ:6, $f_{a,1}, f_{g,1}$ のみ抜粋)²¹⁾、^{注5)}を示す。図7に Indicatrix 関数 $f(\chi)$ と、近似関数 $\hat{f}_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s)$ および $\hat{f}_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s)$ の比較 (Indicatrix グループ: 6, $Z'=30^\circ$) を示す。太陽位置に近い領域で、Indicatrix 関数と近似関数にやや相違はあるものの、精度良く近似している。図8に Indicatrix 関数に対する近似関数の誤差を示す。各 Indicatrix グループで、 Z_s それぞれについて、 α' ごとの %RMSE (図7の各曲線とマーカーとの %RMSE) を求め、各 α' で %RMSE が中間値となる Z_s の %RMSE を示している。これより Indicatrix 各グループの方位による誤差の違いを知ることができる。太陽方位近傍から 90° の範囲で、%RMSE はやや大きくなる。しかし、Indicatrix グループ1～3では、3%を超えることはなく、グループ4、5ではそれぞれ最大3.53%、4.15%、%RMSE の一番大きくなるグループ6でも最大4.44%であり、近似誤差は小さい。これより近似関数(25)、(26)は精度の良い近似であると言える。

次に、Gradation 関数の場合と同様に、Indicatrix 関数のみの分布を考慮した、以下の(27)、(28)式で表される鉛直面、水平面相対日射量と数値積分による相対日射量との比較を行う。

$$I'_{vertical_IND} = \cos \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \cos(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=Z_2-Z_s} \hat{f}_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \sin^2(Z' + Z_s) dZ' + \cos \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \cos(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=0} \hat{f}_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \sin^2(Z' + Z_s) dZ' + \sin \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \sin(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=Z_2-Z_s} \hat{f}_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \sin^2(Z' + Z_s) dZ' + \sin \alpha_r \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \sin(\alpha' + \alpha_s) \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=0} \hat{f}_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \sin^2(Z' + Z_s) dZ' \quad (27)$$

$$I'_{horizontal_IND} = \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \times \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=Z_2-Z_s} \hat{f}_{\alpha'}^g(Z', \alpha', Z_s) \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \cdot dZ' + \sum_{i=1}^n \Delta \alpha' \times \int_{Z'=Z_1-Z_s}^{Z'=0} \hat{f}_{\alpha'}^a(Z', \alpha', Z_s) \cos(Z' + Z_s) \cdot \sin(Z' + Z_s) \cdot dZ' \quad (28)$$

図9に、水平面における近似関数、数値積分それぞれにより求めた相対日射量の比較を示す。図9a)をみると、各 Z_s で相対日射量はいく一致しているのがわかる。また図9b)に示すとおり、数値積分による相対日射量に対する相対誤差は、 $\pm 1\%$ 未満であり、精度良く近似できていることがわかる。

図10a)に、天頂角 Z_s が 40° の場合の鉛直面相対日射量の比較を示す。 $I'_{vertical_IND}$ については天頂角 Z_s の違いにより値が変化するため、中間的な天頂角 $Z_s (=40^\circ)$ の場合を例として示している。この場合も近似関数と数値積分の結果がよく一致している。図10b)に、相対誤差を太陽方位に対する壁面の相対方位角 $|\alpha_s - H_a|$ ごとに示す。概ね1%未満となっており精度良い相対日射量を求めていることがわかる。Indicatrix グループ3、4の相対方位角が大きくなる場合に1.3%程度(最大1.33%: Indicatrix グループ4, $|\alpha_s - H_a| = 180^\circ$)とわずかに大き

表4 Indicatrix 天頂側・地平線側近似関数の係数 (Indicatrix group:6, $f_{a,1}, f_{g,1}$ のみ抜粋)

a) 天頂側 $f_{a,1}$		$Z_s [^\circ]$									
		0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	12.427	24.057	23.816	24.044	24.113	24.125	24.138	24.143	24.149	24.151	
10	12.427	1185.0	30.000	30.000	27.727	22.680	19.998	18.454	17.538	17.049	
20	12.427	275.8	30.000	30.000	30.000	30.000	20.453	15.125	12.776	11.647	
30	12.427	1024.0	30.000	29.997	29.978	29.794	29.994	15.943	10.868	8.311	
40	12.427	729.14	21.318	24.402	21.283	19.912	19.587	15.973	10.872	6.356	
50	12.427	117.04	11.363	12.276	10.552	11.703	10.901	9.750	8.090	4.991	
60	12.427	7.686	7.806	5.292	3.761	3.401	4.236	4.372	4.166	3.092	
70	12.427	336.30	6.726	4.388	2.857	0.950	0.730	1.476	1.588	1.516	
80	12.427	83.467	9.905	7.685	5.007	2.926	1.451	0.543	0.455	0.914	
90	12.427	106.21	12.389	9.030	5.597	3.206	1.941	1.136	0.776	1.044	
100	12.427	246.08	13.132	8.398	4.568	2.604	1.237	0.428	0.383	0.222	
110	12.427	316.71	10.561	6.029	3.440	1.297	0.579	0.309	0.108	0.018	
120	12.427	727.66	9.662	4.114	1.694	0.737	0.346	0.128	0.030	0.009	
130	12.427	48.640	6.374	2.858	1.150	0.528	0.199	0.055	0.019	0.002	
140	12.427	18.332	5.222	2.154	0.835	0.337	0.131	0.034	0.006	0.001	
150	12.427	12.593	4.214	1.703	0.704	0.266	0.090	0.022	0.005	0.001	
160	12.427	10.367	3.871	1.529	0.590	0.229	0.069	0.018	0.003	0.279	
170	12.427	9.393	3.532	1.408	0.553	0.205	0.061	0.011	0.001	0.285	
180	12.427	9.111	3.486	1.370	0.541	0.189	0.059	0.013	0.002	0.283	

b) 地平線側 $f_{g,1}$		$Z_s [^\circ]$									
		0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	24.151	24.149	24.144	24.137	24.123	24.113	24.045	23.971	24.058	12.427	
10	24.151	22.932	21.844	21.162	21.547	25.455	30.000	29.999	139.26	7.786	
20	24.151	21.509	19.197	17.799	18.489	28.706	28.678	19.703	84.679	4.934	
30	24.151	19.996	16.576	14.515	15.039	18.103	16.539	13.929	152.59	3.179	
40	24.151	18.494	14.169	11.529	11.169	13.854	9.967	6.503	85.904	2.096	
50	24.151	17.068	12.039	8.993	7.723	6.696	5.454	2.970	6.200	1.426	
60	24.151	15.748	10.227	6.976	5.298	4.044	2.927	1.156	10.427	1.011	
70	24.151	14.561	8.729	5.443	3.641	2.442	1.572	1.103	0.535	0.753	
80	24.151	13.514	7.515	4.305	2.613	1.667	1.137	1.047	-0.385	0.595	
90	24.151	12.601	6.537	3.476	1.914	1.123	1.071	1.019	-0.244	0.500	
100	24.151	11.817	5.756	2.854	1.450	0.784	1.032	1.001	-0.140	0.445	
110	24.151	11.155	5.135	2.386	1.123	0.512	1.008	0.985	-0.073	0.417	
120	24.151	10.603	4.645	2.042	0.879	1.042	0.980	0.977	-0.027	0.405	
130	24.151	10.152	4.263	1.783	0.716	1.018	0.968	0.972	0.006	0.404	
140	24.151	9.794	3.969	1.590	0.594	1.002	0.960	0.973	0.031	0.409	
150	24.151	9.523	3.755	1.449	0.508	0.974	0.955	0.972	0.051	0.417	
160	24.151	9.333	3.608	1.356	0.453	0.913	0.951	0.971	0.064	0.423	
170	24.151	9.220	3.520	1.304	0.419	0.963	0.949	0.970	0.070	0.428	
180	24.151	9.183	3.491	1.287	0.409	0.961	0.949	0.970	0.071	0.429

図7 Indicatrix 関数と近似関数の比較

図8 Indicatrix 近似関数の %RMSE (平均)

表5 鉛直面相対日射量 (Indicatrix 関数) の %RMSE

		$Z_s [^\circ]$									
		0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Indicatrix	1	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87
	2	0.70	0.75	0.84	0.97	1.13	1.23	1.29	1.32	1.30	1.23
	3	0.58	0.74	1.02	1.31	1.60	1.77	1.87	1.88	1.82	1.63
	4	0.51	0.77	1.27	1.72	2.11	2.37	2.52	2.54	2.43	2.17
	5	0.39	0.85	1.53	2.11	2.59	2.93	3.14	3.20	3.13	2.87
	6	0.23	0.97	1.81	2.52	3.08	3.49	3.76	3.88	3.86	3.69

[%]

くなるが、図10a)に示すとおりこの時の相対日射量 $I'_{vertical_IND}$ 自体が小さな値であり、問題となるものではないと判断した。表5に相対日射量の %RMSE を示す。図10b)の相対誤差が特定の天頂角における相対方位角ごとの誤差を示すのに対し、Indicatrix グループそれぞれ

図9 水平面相対日射量(Indicatrix 関数)の比較

の分布を考慮した相対日射量の各 Z_s におけるすべての相対方位角での誤差 (各 Z_s における, 図10a)の各曲線とマーカーとの%RMSE)である。%RMSEはグループ6の $Z'=70^\circ$ で最大値を示すものの, この場合でも3.88%と十分小さい。これから近似関数(25), (26)は精度のよい近似であり, これにより精度良く相対日射量を求めることができる。

3.3 壁面相対日射量の比較

(14), (15)式に近似関数 $\hat{\varphi}(Z')$, $\hat{f}_{\alpha'}^a$, $\hat{f}_{\alpha'}^g$ を用いて求めた鉛直面相対日射量および水平面相対日射量と, 数値積分により求めた鉛直面および水平面相対日射量との比較を行うことで, 提案する壁面日射量計算法の有効性を検証する。

図11に, 水平面における, 近似関数, 数値積分それぞれにより求めた相対日射量の比較を示す。図11a)をみると, 各天頂角で相対日射量はよく一致しているのがわかる。また図11b)をみると, 数値積分による相対日射量に対する相対誤差は, 天空タイプ14, 15で太陽

図11 水平面相対日射量の比較

図10 鉛直面相対日射量(Indicatrix 関数)の比較($Z_s=40^\circ$)

の天頂角が $30 \sim 70^\circ$ の場合にやや大きくなり, 最大で -1.93%(天空タイプ: 15, $Z_s=50^\circ$)となるものの, 概ね $\pm 1\%$ 未満であり, Gradation 関数と Indicatrix 関数を組み合わせた場合でも精度良く近似できていることがわかる。

図12a)に, 鉛直面相対日射量の比較を示す。 $I'_{vertical_CIE}$ については $I'_{vertical_IND}$ 同様天頂角 Z_s の違いにより値が変化するため, 天頂角 $Z_s=40^\circ$ の場合を示す。各天空タイプでよく一致しているのがわかる。図12b)に, 相対誤差を相対方位角 $|\alpha_s - H_a|$ ごとに示す。概ね1.5%未満となり精度良く相対日射量を求められている。天空タイプ13, 14の相対方位角が大きくなる場合に1.5%を超えるものが見られたが, 最大でも1.76%(天空タイプ13, $|\alpha_s - H_a|=180^\circ$)であり, 相対誤差は十分小さい。表6に $I'_{vertical_CIE}$ の%RMSEを示す。これは, Indicatrix の場合(表5)と同様, 天空タイプそれぞれの分布を考慮した相対日射量の各 Z_s におけるすべての相対方位角での誤差である。%RMSEは天空タイプ15の $Z'=90^\circ$ で最大値4.93%であり, 5%を超え

図12 鉛直面相対日射量の比較($Z_s=40^\circ$ の場合)

表6 鉛直面相対日射量の%RMSE

	Sky Type	Zs [°]									
		0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
1	1	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81
2	2	0.37	0.49	0.66	0.87	1.09	1.21	1.28	1.30	1.29	1.22
3	3	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89
4	4	0.60	0.67	0.78	0.93	1.13	1.24	1.31	1.34	1.32	1.25
5	5	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87
6	6	0.70	0.75	0.84	0.97	1.14	1.24	1.31	1.33	1.31	1.23
7	7	0.58	0.74	1.02	1.32	1.62	1.81	1.92	1.93	1.85	1.64
8	8	0.51	0.77	1.28	1.76	2.17	2.44	2.60	2.62	2.48	2.18
9	9	1.05	1.06	1.12	1.21	1.31	1.37	1.40	1.42	1.41	1.33
10	10	1.15	1.06	1.27	1.49	1.72	1.85	1.94	1.98	1.93	1.75
11	11	1.36	1.03	1.45	1.85	2.19	2.42	2.58	2.68	2.59	2.32
12	12	1.74	1.07	1.45	1.88	2.27	2.55	2.69	2.75	2.75	2.59
13	13	1.50	0.91	1.54	2.17	2.69	3.07	3.29	3.41	3.44	3.27
14	14	1.43	0.90	1.35	1.84	2.33	2.82	3.27	3.65	4.03	4.11
15	15	0.72	1.47	1.84	2.35	2.91	3.43	3.91	4.33	4.76	4.93

[%]

ない。精度良く相対日射量を求めることができる水準と判断した。

以上より、計算精度を検証した結果、本報で示す天空放射輝度分布を考慮した壁面日射量計算法は有効であると言える。

4. 計算時間

解析解の求まる近似関数を定義し、壁面日射量を計算する手法の開発を行った。この手法の年間熱負荷計算等への応用を考えるならば、より計算時間のかからないものであることが望ましい。そこで、開発した壁面日射量計算法、数値積分（分割幅は高度方向、方位方向ともに1°）の計算時間の比較を行い、開発した手法の計算時間についての有効性を確認する。

近似関数を用いて、天空タイプ15タイプそれぞれ、遮蔽物の無い場合の鉛直面相対日射量を計算し、それに要する時間を比較する。図13に計算時間の比較を示す。鉛直面相対日射量一回の計算に要する時間は、数値積分では平均 4.71×10^{-2} 秒、開発した手法では平均 8.58×10^{-3} 秒である^{注6), 注7)}。開発した壁面日射量計算法の計算時間は、数値積分による方法に比べ約1/6（平均）と格段に短い。一回の日射量計算に要する時間は短い、年間シミュレーションを考えると、計算時間数、壁面数により壁面日射量の計算回数は増加し、その計算時間の違いは無視できないものとなる。なお、太陽が周囲建物に遮蔽される場合は、開発した方法では天頂側近似関数のみ計算すれば良い。これからも計算時間短縮が見込める。

以上より、計算速度について、近似関数を用いた、天空放射輝度分布、遮蔽物を考慮した壁面日射量計算法は有効であると言える。

5. 結

天空放射輝度分布、周囲遮蔽物を考慮した年間熱負荷計算といった熱シミュレーションを前提として、CIE標準一般天空のGradation関数、Indicatrix関数を解析的に解の求まる簡易な関数で近似することで、計算時間の必要となる数値積分等によらない壁面日射量計算法を開発した。開発した手法を検証し、以下の知見を得た。

- 1) 地平線に近い領域や、太陽近傍でやや違いが見られるグループもあったが、Gradation関数、Indicatrix関数ともに精度の高い近似関数が求められた。
- 2) Gradation関数、Indicatrix関数の近似関数を組み合わせて求めた相対日射量と数値積分により求めた相対日射量との比較を行った。水

図13 計算時間

平面では最大でも相対誤差は-1.93%、鉛直面では%RMSE4.98%と十分小さく、提案した手法により精度良く日射量を計算できることがわかった。

- 3) 開発した手法、数値積分それぞれの鉛直面相対日射量計算時間を比較した。開発した手法の計算時間は、数値積分に比べ約1/6と格段に短い。

以上より、本報で開発した、解析解を用いた壁面日射量計算法は、精度はもちろん、計算速度の観点からも、年間熱負荷計算等の熱環境シミュレーションに応用可能な手法であると考えられる。

注

注1) CIE標準一般天空は、晴天空から曇天空までの天空状態を15の「天空タイプ(Sky Type)」に分類・規定しモデル化している。この「天空タイプ」を規定するパラメータの値は、天空輝度の実測データを、モデルを構成するGradation, Indicatrix各関数について各々6つに分類、回帰して決定している。CIEでは、このGradation関数の6つの分類を「グループI～VI (group I～VI (ローマ数字))」、Indicatrix関数の6つの分類を「グループ1～6 (group 1～6 (アラビア数字))」と表記する。

注2) 本研究では、建築物は一般的に鉛直面及び水平面から構成されているものと考え、傾斜面のうち鉛直面及び水平面について検討を行った。

注3) 常に遮蔽のない場合の計算値となるので、あらかじめ各天空タイプ、Zsごとに、数値積分により求めて、これをZsの近似式として定義しておくことで、計算時間の短縮が図れる。Zsの1次、2次近似式を求め、数値積分による水平面放射照度合計値（遮蔽の無し）と、その1次、2次近似式とのR²値を検討したところ（図14）、2次近似で十分な精度を得られることを確認した。表7に2次の近似式の係数を示す。

$$I'_{horizontal_CIE_nonshaded} = j_1 Z_s^2 + j_2 Z_s + j_3 \quad (29)$$

注4) 数値積分による、Gradation関数の分布のみを考慮した場合の相対日射量、Indicatrix関数の分布のみを考慮した場合の相対日射量、Gradation関数、Indicatrix関数ともに考慮した相対日射量は以下のように、検討壁面から可視である地球上の微小面要素（図15）について放射照度を求め合計したものとなる。

$$I'_{horizontal(or_vertical)_GRA_mu.in} = \sum \phi(Z) \cdot \cos Z_i \cdot \sin Z d\alpha dZ \quad (30)$$

$$I'_{horizontal(or_vertical)_IND_mu.in} = \sum f(\chi) \cdot \cos Z_i \cdot \sin Z d\alpha dZ \quad (31)$$

$$I'_{horizontal(or_vertical)_CIE_mu.in} = \sum f(\chi) \phi(Z) \cdot \cos Z_i \cdot \sin Z d\alpha dZ \quad (32)$$

注5) 本研究では、Indicatrix近似関数の係数については、Zs、α'ともに10°間隔で求めている。Zs、α'がこの10°間隔の値と一致している場合の精度は良いが、これを外れると精度の低下が起こる可能性が考えられる。そこで、10°間隔の値の中間となる太陽方位が45°の場合の相対日射量の相対誤差を求め確認した。相対誤差の最大値は2.2%であり、大きな精度の低下はみられなかった²¹⁾。

注6) 本研究では、壁面日射量・熱負荷計算に、京都大学吉田研究室で開発した熱負荷シミュレーションソフトACSESを利用している。ACSESは、MathWorks社の数値解析ソフトウェアMATLAB²²⁾のプログラミング言語により記述されている。このプログラミング言語はインタプリタ言語であり、コンパイル言語に比べ計算時間を要することが考えられる。このため、ACSESより壁面日射量計算のサブルーチンを取り出し、コンパイル

図 14 水平面相対日射量（遮蔽物なし）の近似次数

表 7 水平面相対日射量（遮蔽物なし）の近似式係数

SkyType No.		1	2	3	4	5	6	7	8
$j1$		-	-0.0002	-	-0.0001	-	-0.0001	-0.0002	-0.0003
$j2$		-	-0.0290	-	-0.0130	-	-0.0076	-0.0143	-0.0231
$j3$		7.3145	12.3740	4.1387	6.7998	3.1413	5.0288	6.5172	8.5869

SkyType No.		9	10	11	12	13	14	15
$j1$		-0.0001	-0.0001	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0001	-0.0002
$j2$		-0.0015	-0.0013	-0.0006	0.0015	0.0031	0.0030	0.0045
$j3$		2.7839	3.4639	4.4088	3.0029	3.7864	2.0152	2.7422

言語である C 言語で記述し直し、これを用いて計算時間を比較した。計算に使用した PC のスペックは、CPU: Intel Core2Duo E8500@3.16GHz, RAM: 1.99GB である。

注 7) 単純なモデル（正対する遮蔽物が 1 つある、1 壁面で外気と接する室）を設定し、この場合の熱負荷計算全計算時間に占める、本手法による壁面日射量計算時間の割合を求めたところ 12% であった。壁面日射量計算に数値積分（分割幅は高度方向、方位方向ともに 1° ）を用いた場合には、この割合は 33.2% となる²¹⁾。熱負荷計算全計算の 1/3 が壁面日射量の計算に占められている。これから壁面日射量計算の計算時間を短縮することは、熱負荷計算全計算時間の短縮につながることがわかる。

記号表

$\varphi(Z)$	: Gradation 関数 [-]
$\hat{\varphi}(Z)$	: Gradation 関数の近似関数 [-]
$f(\chi)$	: Indicatrix 関数 [-]
$f_{\alpha'}^a$	: Indicatrix 関数の天頂側関数 [-]
$f_{\alpha'}^g$	: Indicatrix 関数の地平線側関数 [-]
$\hat{f}_{\alpha'}^a$	: Indicatrix 関数の天頂側近似関数 [-]
$\hat{f}_{\alpha'}^g$	: Indicatrix 関数の地平線側近似関数 [-]
L_a	: 任意の天空要素の輝度 [cd/m^2]
L_z	: 天頂輝度 [cd/m^2]
χ	: 太陽と地球上任意点の角距離 [rad]
Z	: 地球上任意点の天頂角 [rad]
Z_s	: 天頂からの太陽高度（天頂角）[rad]
Z_i	: 検討面への入射角 [rad]
Z'	: 太陽高度を原点とした高度 [rad]
α	: 地球上任意点の方位角 [rad]
α_s	: 太陽方位角 [rad]
α_r	: 傾斜面の方位角 [rad]
α'	: 太陽方位を原点とした方位角 [rad]
$\Delta\alpha'$	: Indicatrix 近似関数の分割幅 [rad]
n	: Indicatrix 近似関数の分割個数 [-]
α	: 壁面方位 [rad]
j_1, j_2, j_3	: 遮蔽のない場合の CIE 標準一般天空の水平面天空日射量近似式の係数 [-]
a, b, c, d, e	: CIE 標準一般天空のパラメータ [-]
g_1, g_2, g_3	: Gradation 関数の近似関数の係数 [-]
f_{a1}, f_{a2}, f_{a3}	: Indicatrix 関数の天頂側近似関数の係数 [-]
f_{g1}, f_{g2}, f_{g3}	: Indicatrix 関数の地平線側近似関数の係数 [-]
a_1, a_2	: 遮蔽のある場合の方位方向の積分区間の下端・上端 [rad]
z_1, z_2	: 遮蔽のある場合の高度方向の積分区間の下端・上端 [rad]
I	: 天空日射量 [W/m^2]
I'	: 相対天空日射量 [-]
E_{ed}	: 水平面天空日射量測定値 [W/m^2]

天球（単位球）上の微小面要素の面積 S は、以下で与えられる。

$$S = \sin Z d\alpha \cdot dZ$$

この微小面要素の放射輝度を R とすれば、この微小面要素より、面（入射角 i ）の受ける放射照度 i は以下となる。

$$i = R \cdot \cos Z_i \cdot S$$

図 15 天球上の微小面要素

添え字

sh: 傾斜面, horizontal: 水平面, vertical: 鉛直面, nonshaded: 遮蔽無し, CIE: CIE 標準一般天空, GRA: Gradation 関数, IND: Indicatrix 関数, nu.in: 数値積分

参考文献

- Hay, J.E., S.: Study of Short-wave Radiation on Nonhorizontal Surfaces, Canadian Climatic Center Report, No.79-12, Atmospheric Environments Service, Toronto Canada, 1979
- Reindl, D.T., Beckman, W.A. and Duffie, J.A., S.: Evaluation of Hourly Tilted Surface Radiation Models, Solar Energy, Vol.45, No.1, pp.9-17, 1990
- Perez, R., Seals, R., Ineichen, Stewart, R., and Menicucci, D.: A New Simplified Version of the Perez Diffuse Irradiance Model for Tilted Surfaces, Solar Energy, Vol.39, No.3, pp.221-231, 1987
- Perez, R., Ineichen, P., Seals, R., Michalsky, J., and Stewart, R.: Modeling Day Light Availability and Irradiance Components from Direct and Global Irradiance, Solar Energy, 44(5), pp.271-289, 1990
- Igawa, N., Koga, Y., Matsuzawa, T. and Nakamura, H.: Model of Sky Radiance Distribution and Sky Luminance Distribution, Solar Energy, 77, pp.137-157, 2004
- Brunker, A.P., Hooper, F.C.A.: Anisotropic sky Radiance Model Based on Narrow Field of View Measurements of Shortwave Radiance, Solar Energy, 51(1), pp.53-64, 1993
- Kittler, R.: Luminance Distribution Characteristics of Homogeneous Skies, A Measurement and Prediction Strategy, Lightning Res. & Tech., Vol.17, No.4, pp.183-188, 1985
- Perez, R., Seals, R. and Michalsky, J.: All-Weather Model for Sky Luminance Distribution - Preliminary Configuration and Validation, Solar Energy, 50(3), pp.235-245, 1993
- http://apps1.eere.energy.gov/buildings/energyplus/energyplus_about.cfm, 2012.2.11 参照
- 細淵 勇人, 吉田 治典, 上谷 芳昭: 天空放射輝度分布への CIE 標準一般天空の流用と天空タイプの集約 日本建築学会環境系論文集, 第 583 号, pp.29-36, 2004.9
- 細淵 勇人, 吉田 治典, 上谷 芳昭: 日射量を用いた CIE 標準一般天空の天空タイプ推定手法に関する研究, 日本建築学会環境系論文集, 第 609 号, pp.31-38, 2006.11
- 細淵 勇人, 吉田 治典: 天空放射輝度分布が空調熱負荷に与える影響に関する研究 - 京都実測データによる天空放射輝度分布を考慮した熱負荷計算 -, 日本建築学会環境系論文集, No.631, pp.1101-1108, 2008.9
- 細淵 勇人, 吉田 治典: 天空放射輝度分布を考慮した壁面日射量計算法の開発, 日本建築学会大会学術講演梗概集 D-2, pp.7-8, 2009.8
- 細淵 勇人, 吉田 治典: 天空放射輝度分布を考慮した壁面日射量計算法の開発, 日本建築学会近畿支部研究報告集 環境系, 2009.6
- 細淵 勇人, 吉田 治典: 天空放射輝度分布、及び遮蔽物を考慮した壁面日射量・熱負荷計算, 日本建築学会大会学術講演梗概集 D-2, pp.509-510, 2010.9
- Kittler, R.: Standardization of outdoor conditions for the calculation of daylight factor with clear skies, Proc. the CIE International Conference on Sunlight in Buildings, Bouwcentrum International, Rotterdam, pp.273-285, 1967
- Nakamura, H., Oki, M., Hayashi, Y.: A Study on the Estimation of the Relative Frequency of Occurrences of the Clear Sky, the Intermediate Sky and the Overcast Sky in Japan, J.Light & Vis.Env., Vol.9, No.2, pp.76-85, 1985
- Littlefair, P.J.: The Luminance Distribution of an Average Sky, Lightning Res. & Tech., Vol.13, No.4, pp.92-98, 1981
- Perraudeau, M.: Luminance Models, National Lighting Conference 1988, Cambridge, pp.291-292, 1988
- Harrison, A.W.: Directional sky luminance versus cloud cover and solar position, Solar Energy, 46(1), pp.13-19, 1991
- 細淵 勇人: 京都大学博士学位論文, 2009.3
- <http://www.mathworks.co.jp/products/matlab/>, 2012.2.11 参照

(2011年9月10日原稿受理, 2012年1月30日採用決定)