強震を受ける弾塑性質点系の P- Δ 効果について

P- Δ EFFECTS ON ELASTO-PLASTIC RESPONSE OF LUMPED MASS SYSTEM SUBJECTED TO STRONG-MOTION EARTHQUAKES

曾我部博之*, 小高昭夫**

Hiroyuki SOGABE and Teruo ODAKA

The study of the P- Δ effects due to the increase of horizontal displacement is being continued steadily. In the present paper, the P- Δ effects on the elasto-plastic response of lumped mass system subjected to strong-motion earthquakes are studied as follows: First, the stability coefficient (the parameter that characterizes the P- Δ effect) is estimated by the regression line for the height and the natural period of the buildings, and the elasto-plastic response spectra are examined. Second, the mechanism of the P- Δ effects is examined from the results of the energy response, and the estimate formula applicable to the amplification factor (the ratio between the maximum response displacement with and without P- Δ) is suggested.

Keywords: P- Δ effect, elasto-plastic response, amplification factor, stability coefficient, response spectrum

P- Δ 効果, 弾塑性応答, 増大率, 安定係数, 応答スペクトル

1. 序論

重力Pによる復元力の低下はP- Δ 効果と呼ばれ、古くから多岐にわたり数多くの研究が行われている。たとえば、層レベル、部材レベル、有限要素レベルで重力Pの影響を考慮した地震応答解析手法の開発、あるいはP- Δ 効果を簡単に評価するための解析手法などが提案されている。

従来の研究においては、P- Δ 効果を評価するための構造モデルが、実験や解析のための仮想的なものであったり、実際の建物でもある特定の建物を対象として解析されているものが多い。また、弾塑性地震応答スペクトルを計算することによって建物全般に対するP- Δ 効果も検討されているが、固有周期、塑性率、P- Δ を表す安定係数などのパラメータが、必ずしも適切に選択されているとはいえない。これらのことから一般的な建物に対するP- Δ 効果については、現在においても十分に解明されていないものと考えられる。

本論文では、始めにP- Δ のパラメータとしてよく知られている安定係数を固有周期と建物高さの回帰直線式か

ら推定し、完全弾塑性型及びbi-linear型の復元力特性に対する弾塑性地震応答スペクトルを計算する。次に、前述の復元力特性に対するP- Δ 効果のメカニズムをエネルギー応答の立場から考察し、P- Δ による最大応答変位の増大率に対する推定式を提案する。既に報告されている増大率の推定式と比較し、本推定式の特徴について述べる。また、多質点系への適用性をせん断型5質点系モデルを例にして報告する。

2. 運動方程式

2.1 安定係数を用いた運動方程式

Fig.1で示される1質点系の運動方程式は、P- Δ 、すなわち幾何学的非線形性を考慮することによって式(1)のような増分形式で表される。

$$m \Delta \ddot{x} + c \Delta \dot{x} + k_p \Delta x = -m \Delta \ddot{x}_G \cdots \cdots (1)$$

ここで、 k_p はP- Δ を考慮した場合の瞬間接線剛性で、式(2)のように表される。

* 愛知工業大学建築工学科 講師・工博

** 愛知工業大学建築工学科 教授・工博

Lecturer, Dept. of Architectural Engineering, Aichi Institute of Technology, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architectural Engineering, Aichi Institute of Technology, Dr. Eng.

Fig. 1 質点系モデル

Fig. 2 塑性化表現

$$k_p = k - \frac{mg}{L} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 k :瞬間接線剛性 (Fig.2で示されるように k_1 は初期剛性、 $k_2 = \beta k_1$ は2次剛性である)、 m :質量、 g :重力加速度、 L :高さ、 c :減衰係数、 Δx :水平方向の増分変位、 $\Delta \ddot{x}_G$:地震動の増分加速度である。

また、安定係数 θ は層モーメントとP- Δ による付加曲げモーメントの比として式(3)のように定義され、P- Δ を表すパラメータとして用いられる^{2),4)}。

$$\theta = \frac{mg}{Q_{\max}} \frac{x_{\max}}{L} \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 $x_{\max}$ 、 $Q_{\max}$ は、それぞれP- Δ を考慮しない場合の最大応答変位、最大せん断力である。

Fig.1に示される系の復元力特性を、Fig.2のようなbilinear型 ($\beta=0$ のとき完全弾塑性型)と仮定すれば、安定係数 θ は式(4)のように書き換えられる。

$$\theta = \frac{mg}{L} \frac{\mu}{k_1 \{1 + \beta(\mu - 1)\}} \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 μ はP- Δ を考慮しない場合の塑性率である。式(4)からわかるように、安定係数 θ は剛性低下を示す項 mg/L 、復元力特性を表すパラメータである k_1 、 β 、 μ を含んでおり、P- Δ のパラメータとして有用であると考えられる。

式(4)よりP- Δ を考慮した瞬間接線剛性 k_p は、式(5)で表される。

$$k_p = k - k_1 \{1 + \beta(\mu - 1)\} \frac{\theta}{\mu} \dots\dots\dots(5)$$

2.2 安定係数の推定

本研究における安定係数 θ は、次のようにして推定される。

まず、固有周期の推定式について考察する。固有周期 $T(s)$ と建物高さ $H(m)$ の回帰直線式は、式(6)のように与えられている。

$$T = aH \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 a は回帰係数で、鉄骨構造の場合 $a = 0.021$ 、鉄筋コンクリート構造の場合 $a = 0.015$ である。

なお、式(6)における固有周期 T は実在の建物に対する計測値であることから、P- Δ が含まれた固有周期 T_p である。しかしながら、P- Δ によって固有周期 T はほとんど変化しないことから、式(6)における固有周期はP- Δ を考慮しない場合の固有周期としてもよいことがわかる。

次に、建物の重心位置を $H/2$ と仮定し、1質点系モデルの高さを L とする。さらに、式(6)を式(4)に代入し、整理することによって安定係数 θ は式(7)のように表される。

$$\theta = \frac{ag}{2\pi^2} \cdot \frac{\mu T}{1 + \beta(\mu - 1)} \dots\dots\dots(7)$$

式(1)、(5)及び(7)によって、P- Δ を考慮した弾塑性応答スペクトルを計算することができる。

3. 応答スペクトル

3.1 解析方法

本研究においては、式(8)で表される最大応答変位の増大率 A_d によってP- Δ 効果の評価を行う。

$$A_d = \frac{x_{p\max}}{x_{\max}} \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 $x_{\max}$ はP- Δ を考慮しない場合の最大応答変位、

$x_{p\max}$ はP- Δ を考慮した場合の最大応答変位である。

降伏せん断力係数 $\alpha_y (= Q_y / mg)$ は、P- Δ を考慮しない場合の塑性率 μ が6以下となるように設定する。回帰直線式(6)における回帰係数は、 $a = 0.021$ (鉄骨構造)とし、減衰定数は $h = c / 2m\sqrt{k_1/m} = 0.02$ とする。

解析に使用した記録地震動は、(1)El-Centro May 18, 1940[50sec]、(2)Taft Calif. July 21, 1952[50sec]、(3)Hachinohe May 16, 1968 [35sec]、(4)Tohoku Univ.(1F) June 12, 1978 [40sec]の4種類で、それぞれNS成分、EW成分である。また、各記録地震動の最大速度は大規模地震に相当する50 cm/secに増幅させた。

式(1)の数値積分法には線形加速度法を用い、刻み時間は固有周期 T の500分の1以下となるように設定した。

3.2 解析結果

3.2.1 完全弾塑性型の場合

固有周期 T に対する増大率 A_d の応答スペクトルをFig.3に示す。図中の(a)はEl-Centro NS、(b)はHachinohe NSに対する増大率で、(c)、(d)はそれぞれ(a)、(b)の拡大図である。各塑性率($\mu = 2, 4, 6$)に対する増大率は、求めようとする塑性率を挟む2つの点から線形補間することによって得られたものである。

塑性率の増加に伴ってP- Δ 効果が大きく現れているが、比較的顕著($A_d > 2$)になるのは塑性率 μ が4、6の場合

合であり、 $\mu=2$ では最大で $A_d=1.4$ 程度である。増大率が顕著になる固有周期は地震動によって異なるが、図中(b)の $\mu=6$ の場合のように、 $T=3$ の場合に増大率が顕著になり、必ずしも固有周期(建物の高さ)が長い場合にだけ増大率が、顕著になるわけではないことがわかる。

Fig.4においては、安定係数 θ に対する増大率の応答値が、解析した全ての地震動についてプロットされている。安定係数 θ の比較的小さい領域($\theta < 0.1$)においても、P- Δ 効果が顕著になっている。また、この図には示されていないが、 $\theta > 0.2$ において倒壊現象が現れており安定係数 θ の増加と共に増大率 A_d も増加している。

Fig.3 増大率の応答スペクトル (完全弾塑性型)

3.2.2 bi-linear型の場合

固有周期 T 及び安定係数 θ に対する応答値が、それぞれFig.5,6に示される。なお、bi-linear型復元力特性における2次勾配の係数は $\beta=0.1$ とした。

完全弾塑性型復元力特性の場合に見られたような大きなP- Δ 効果は現れず、最も大きな増大率でも $A_d=1.3$ 程度である。この理由は、P- Δ を考慮した場合の2次剛性が負にならないため²⁾、2次剛性が次の条件を満足する場合、P- Δ 効果は大きくならないものと考えられる。

P- Δ を考慮しない場合の2次剛性を k_2 、P- Δ を考慮した場合の2次剛性を k_{p2} とすれば、 $k_{p2} > 0$ となるため

には式(2)より $k_2 > mg/L$ でなければならない。したがって、固有周期の推定式(6)より式(9)が、次のように得られる。

$$\beta > \frac{a g}{2 \pi^2} T \quad \cdots \cdots (9)$$

鉄骨構造の場合、 $a = 0.021$ となり、 $\beta > 0.01T$ のbi-linear型復元力特性に対しては、P- Δ 効果が顕著にならないものと考えられる。

Fig.4 安定係数に対する増大率 (完全弾塑性型)

Fig.5 増大率の応答スペクトル (bi-linear型 $\beta=0.1$)

Fig.6 安定係数に対する増大率 (bi-linear型 $\beta=0.1$)

4. P-Δ効果の増大率

4.1 完全弾塑性型の場合

4.1.1 塑性エネルギーとP-Δ効果

弾塑性構造物の変形は、累積された塑性エネルギーによって得られることから、P-Δを考慮した塑性エネルギー W_{pp} の式(10)について考察する。

$$W_{pp} = \int_0^t [k(x) - \frac{mg}{2L}] x \dot{x} dt \quad \cdots \cdots (10)$$

ここに、 t は地震動の全継続時間である。式(10)から明らかなように、本研究においてはP-Δのエネルギーを含めた形式で塑性エネルギーを取り扱う。

Fig.7は安定係数 θ に対する塑性エネルギーの増加率、すなわち式(10)の塑性エネルギー W_{pp} とP-Δを考慮しない場合の塑性エネルギー W_p の比 W_{pp}/W_p を示している。

P-Δを考慮しても塑性エネルギーには、ほとんど変化が認められないことから、P-Δ効果は塑性エネルギーの増加によって生じるものではないと考えることができる。

次に、塑性エネルギーが変化しないにも拘わらず増大率が増加する理由について考察する。

Fig.7 塑性エネルギーの増加率

Fig.8 塑性エネルギーの累積量

まず始めに、P-Δを考慮した初期剛性 k_{p1} と2次剛性 k_{p2} の比 $\lambda (=k_{p2}/k_{p1})$ を導入する。なお、剛性比 λ は $\beta=0$ とした式(5)からも明らかなように、 $\lambda = \theta/\mu$ であることがわかる。

次に、塑性エネルギーの偏在率 ξ を導入する。Fig.8で示されるように、塑性エネルギーの偏在とはせん断力の負の領域における塑性エネルギー（Aの部分）が、P-Δ効果によってせん断力の正の領域に遷移し（Bの部分）、塑性エネルギーに偏りが生じることである。この塑性エネルギーの偏在率 ξ を式(11)のように定義する。

$$\xi = \frac{W_{pp}}{W_{pp}} - \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots (11)$$

ここに、 W_{pp} は正あるいは負のせん断力に対する塑性エネルギーの内、どちらか大きい方である。

剛性比 λ に対する塑性エネルギーの偏在率 ξ をFig.9に示す。この図で示されるように、塑性エネルギーの偏在率の上限値 ξ_{max} は、剛性比 λ の増加に伴って大きくなっており、塑性率 μ の大きさに関係しないものと考えられる。 ξ_{max} を表すパラメータには、安定係数 θ 、塑性率 μ

なども考えられるが、剛性比 $\lambda (= \theta/\mu)$ をパラメータとすることによって、塑性率 μ を含まないより単純な形式で ξ_{max} を表現することができる。

塑性エネルギーの偏在率の上限値 ξ_{max} に対する回帰直線式を式(12)に示す。

$$\xi_{max} = 3.7\lambda + 0.26 \quad \cdots \cdots (12)$$

Fig.10に塑性エネルギーの偏在率の上限値 ξ_{max} とその回帰直線式(12)を示す。

Fig.9 塑性エネルギーの偏在率

4.1.2 増大率の推定式

塑性エネルギーの遷移量 ΔW は、Fig.8におけるBの面積であり、 $W_p = 4(\mu - 1)Q_y x_y$ なる関係⁵⁾を用いることによって式(13)のように表される。

$$\Delta W = \frac{1}{8} \frac{1+\lambda}{\mu-1} \left\{ 2 - (\mu_p - 1 + \frac{\mu-1}{1+\lambda})\lambda \right\} \times (\mu_p - 1 - \frac{\mu-1}{1+\lambda}) W_p \quad \cdots \cdots (13)$$

また、式(11)、(12)及び $W_{pp} = W_p$ より塑性エネルギーの最大の遷移量は、式(14)のようになる。

$$\bar{W}_{pp} - \frac{W_{pp}}{2} = (3.7\lambda + 0.26) W_p \quad \cdots \cdots (14)$$

塑性エネルギーの遷移量が、P- Δ による変位の増加にすべて寄与するものと仮定すると、式(15)が成立する。

$$\bar{W}_{pp} - \frac{W_{pp}}{2} = \Delta W \quad \cdots \cdots (15)$$

式(13)、(14)を式(15)に代入し、整理することによって、 $\theta > 0$ に対する増大率 A_d の推定式(16)が得られる。

$$A_d = \frac{x_{p\max}}{x_{\max}} = \frac{\mu_p}{\mu} = \{1 + \lambda - \sqrt{\rho^2 - (30\lambda + 4.0)\rho + 1}\} \frac{1}{\theta} \quad \cdots \cdots (16)$$

ここに $\rho = (\theta - \lambda)/(1 + \lambda)$ である。

式(16)より得られる増大率 A_d の推定値をFig.11の実線によって示すが、概ね応答値がこの推定式を下回っており、安全側の評価を与えていることがわかる。なお、安定係数 θ の変動幅は式(7)より得られ、 $a = 0.021$ 、 $\beta = 0$ 、 $T = 5$ 、 $\mu = 6$ の場合で $\theta = 0.3$ となる。

Fig.11における点線は、倒壊するときの増大率の限界曲線で式(17)で与えられる。

$$A_{dc} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\mu} \quad \cdots \cdots (17)$$

但し、 $\theta > 0$ である。

Fig.10 塑性エネルギーの偏在率の最大値

Fig.11 推定式と応答結果の比較

Fig.12 既往の推定式との比較

4.1.3 既往の推定式との比較

Fig.12は、現在までに報告された増大率の推定式と本推定式(16)を比較したものである。

ATC-3 (Applied Technology Council)⁴⁾で報告された増大率の推定式は、式(18)で与えられている。

$$A_d = \frac{1}{1 - \theta} \quad \dots\dots\dots(18)$$

式(18)では、弾性挙動あるいは塑性化しても塑性率が非常に小さければ、増大率の良い近似値が得られる。しかし、塑性率が大きい場合には明らかに不適当である。

また、MSC(Mexican Seismic Code) による推定式は、式(19)で与えられている。

$$A_d = \frac{1}{1 - \mu \theta} \quad \dots\dots\dots(19)$$

この推定式(19)では、塑性率 μ 及び安定係数 θ が比較的大きな範囲において増大率が過大に評価されている。

D.Bernal⁵⁾は安定係数に対する増大率の応答スペクトルを8つの地震動に対して求め、その回帰分析を行うことによって増大率の推定式を式(20)のように与えている。

$$A_d = \frac{1 + \gamma \theta}{1 - \theta} \quad \dots\dots\dots(20)$$

ただし、 γ は標準偏差の取り方によって $\gamma=1.87(\mu-1)$ あるいは $\gamma=2.69(\mu-1)$ である。

Fig.11の応答結果(○印)と比較しても明かなように、安定係数が小さい場合には既往の推定式が応答結果を下回り、P- Δ 効果を過小評価する場合がある。本研究による推定式(実線)では、塑性率 $\mu=2$ の場合に増大率を大きめに評価しているが、常に応答値の上限を抑えており、安全側の評価を与えていることがわかる。

本推定式(16)が他の推定式と異なる主な理由は、安定係数 θ の推定方法(2.2節)と塑性エネルギーの表現方法(4.1節)にあるものと考えられる。特に、安定係数 θ の零近傍において、本推定式が他の推定式と大きく異なっているのは、式(12)で示される塑性エネルギーの偏在率の最大値が零にならないためで、2次勾配が負になると直ちに塑性エネルギーに偏り(約26%)が生じるためである。

Fig.13 塑性エネルギーの増加率

4.2 bi-linear型の場合

P- Δ による塑性エネルギーの増加率をFig.13に示すが、本研究における塑性率の範囲においては、完全弾塑性型の場合と同様に塑性エネルギーに大きな変化は認められない。

式(9)が満足されれば、P- Δ を考慮しても2次剛性は正のままで、塑性エネルギーに偏りは生じないものと仮定できる。したがって、bi-linear型復元力特性に対する塑性率の推定式が得られれば、P- Δ による増大率を推定することができる。

P- Δ を考慮しない場合のbi-linear型復元力特性の塑性エネルギー W_p は、式(21)で与えられる⁵⁾。

$$W_p = (1 - \beta) \mu x_y Q_y \quad \dots\dots\dots(21)$$

さらに、式(21)における塑性率 μ は、累積塑性変形倍率 η と式(22)のような関係を持っている。

$$\mu - 1 = \frac{\eta}{4} \quad \dots\dots\dots(22)$$

P- Δ を考慮した場合の塑性エネルギー W_{pp} 及び塑性率 μ_p も、同様にして式(23)、(24)のように与えられる。

$$W_{pp} = [1 - \beta \{1 - \{1 + \beta(\mu - 1)\} \frac{\theta}{\mu}\}] \eta_p x_y Q_y \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$\mu_p - 1 = \frac{\eta_p}{4} \quad \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 η_p はP- Δ を考慮した場合の累積塑性変形倍率である。

P- Δ の有無に拘わらず塑性エネルギーは、Fig.13よりほぼ一定と仮定できることから $W_{pp}=W_p$ となる。したがって、変位の増大率 A_d は式(25)で与えられる。

$$A_d = (1 - \frac{1 - \beta}{1 - \beta \frac{a g}{2 \pi^2 T}}) \frac{1}{\mu} + \frac{1 - \beta}{1 - \beta \frac{a g}{2 \pi^2 T}} \quad \dots\dots\dots(25)$$

式(25)より明かなように、 β が1より十分小さければ(本研究では $\beta=0.1$) 変位の増大率は、ほぼ1程度になることがわかる (Fig.5, 6 参照)。

Table 1 各層のパラメータ

storey	1	2	3	4	5
m_j/m_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
k_j/k_1	1.00	0.94	0.82	0.64	0.40
α_j/α_1	1.00	1.18	1.37	1.60	2.00
h_j/h_1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Table 2 T, k_1/m_1 , h_1 の値

T(sec)	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00
k_1/m_1	573	143	63.7	35.8	22.9
h_1	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0

4.3せん断型多質点系における増大率

せん断型の5質点系モデルを例にして、先に提案した増大率の推定式(16)について検討する。

P-Δを考慮した多質点系の運動方程式は、式(26)で与えられる。

$$[M] \{\Delta \ddot{x}\} + [C] \{\Delta \dot{x}\} + ([K] - [K_p]) \{\Delta x\} = -[M] \{1\} \Delta \ddot{x}_G \quad \cdots \cdots (26)$$

ここに、 $\{\Delta x\}$: 増分変位ベクトル、 $[M]$: 質量マトリックス、 $[C]$: 剛性比例型の減衰マトリックス、 $[K]$: 剛性マトリックスである。さらに、 $[K_p]$ はP-Δによって生じるマトリックスで次式のように与えられる。

$$[K_p] = g \begin{bmatrix} \frac{m_1 + m_2}{h_1} & -\frac{m_2}{h_2} & & 0 \\ -\frac{m_2}{h_2} & \ddots & & \\ & & \frac{m_{N-1} + m_N}{h_{N-1}} & -\frac{m_N}{h_N} \\ 0 & & -\frac{m_N}{h_N} & \frac{m_N}{h_N} \end{bmatrix}$$

各層の質量 m_i 及び高さ h_i は、すべて一定と仮定する。各層の層せん断力係数分布 α_i/α_1 は、逆三角形分布荷重と頂部集中荷重（ベースシェアーの10%）を組み合わせ

せて求め、剛性分布 k_i/k_1 は層せん断力分布と一致させる。これらの結果をまとめてTable 1に示す。

また、1層部分の質量と剛性の比 m_1/k_1 は、求めようとする1次固有周期 T に一致するように設定し、1層の高さ h_1 は、固有周期の推定式(6)より求める。これらの数値をTable 2に示す。

記録地震動はEl-Centro May 18, 1940 NSとし、最大速度を $V_{max} = 50\text{cm/sec}$ に増幅させて用いる。

ベースシェアー係数 α_1 は、P-Δを考慮しない場合の塑性率の平均値が6以下となるように設定し、各々の固有周期に対して約70例の応答計算を行った。

Fig.14は、1層から5層までの増大率の平均値 $\bar{A}_d$ を安定係数の平均値 $\bar{\theta}$ に対して示したものである。この図から明らかなように、応答結果における増大率の平均値は、一質点系の増大率の推定式(16)を満足していることがわかる。なお、Fig.14(c)の応答結果(○印)には示されていないが、 $\bar{\theta} \geq 0.24$ の領域において倒壊現象が現れている。

参考までに、各層毎の増大率 A_{di} をFig.15に示す。本解析モデルにおいては、層間変位の大きな1,2層において増大率が顕著である。

Fig.14 増大率の平均値

Fig.15 各層別の増大率

5. 結語

本研究においては、塑性率 $\mu \leq 6$ 、固有周期 $T \leq 5$ に対する安定係数 θ を建物高さ H と固有周期 T の回帰直線式より推定し、弾塑性応答スペクトルを計算することによって $P-\Delta$ 効果を検討した。さらに、この応答結果から塑性エネルギーの性状変化による $P-\Delta$ 効果を調べることによって、増大率 A_d の推定式(16)を提案した。

ところで、ATC-3では安定係数 $\theta > 0.1$ の場合、すなわち各層の付加曲げモーメントが層モーメントの一割以上になった場合に、 $P-\Delta$ 効果を考慮することとしている。一方、D.Bernalは $\theta \leq 0.1$ の場合でも $P-\Delta$ 効果が顕著になることを示し、ATC-3の $P-\Delta$ 効果に対する基準が妥当でないことを示唆した。本研究においては、復元力特性を完全弾塑性型とした場合に、 $\theta \leq 0.1$ において $P-\Delta$ 効果が顕著になっているが、 $\beta = 0.1$ のbi-linear型の復元力特性の場合には、安定係数 θ の全領域において大きな $P-\Delta$ 効果は現れていない。

参考文献

- 1) Jennings, P.C. and Husid, R. : Collapse of Yielding Structures during Earthquakes, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.94, No.EM5, Oct., 1968.
- 2) Sun, C. K., Berg, G. V., and Hanson, R.D. : Gravity Effect on Single-Degree Inelastic System, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.99, No.EM1, February, 1973.
- 3) Tani, S., and Soda, S. : Vertical Load Effects on Structural Dynamics, Proceedings of 6th WCEE, 1977.
- 4) Applied Technology Council : Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings, 1978.
- 5) 秋山宏:建築物の耐震極限設計、東京大学出版会、昭和55年9月
- 6) 日本建築学会 : 建築物の耐震設計資料、丸善、1981
- 7) Palazzo, B. and De Luca, A. : Inelastic Spectra for Geometrical and Mechanical Deteriorating Oscillator, Proceedings of 7th WCEE, 1984.
- 8) Bernal, D. : Amplification Factor for Inelastic Dynamic $P-\Delta$ Effects in Earthquake Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.15, 1987.
- 9) Odaka, T. and Sogabe, H. : Elasto-Plastic Seismic Response of Framed Structure in consideration of Hinged Mechanism, 9th WCEE, 1988.
- 10) 曾我部博之、小高昭夫 : $P-\Delta$ を考慮した弾塑性地震応答スペクトルについて、日本建築学会大会学術講演梗概集、1991年
- 11) 曾我部博之、小高昭夫 : $P-\Delta$ を考慮した弾塑性地震応答の拡大率について、日本建築学会大会学術講演梗概集、1993年

(1993年12月3日原稿受理、1994年6月30日採用決定)