耐力劣化する構造物の信頼性評価法

RELIABILITY-BASED LIFE ASSESSMENT OF DEGRADING STRUCTURES

森 保 宏*

Yasuhiro MORI

Structures may be affected by changes in strength and stiffness due to aging and/or repeated loading beyond the baseline conditions assumed for design. Since these changes may impair the safety and serviceability of a structure, they should be considered as part of a design process and the process by which a structure is evaluated for continued future service. This paper describes methods using structural reliability principles to evaluate time-dependent reliability of structures subjected to an aggressive environment and/or repeated loading. These methods enable the impact on safety and serviceability of uncertainties in loading conditions, structural strength, and strength degradation to be assessed quantitatively. The effect of periodic inspection and maintenance on time-dependent reliability also is considered.

Keywords : *reliability, degradation, aging, repeated load, resistance, maintenance*
信頼性, 劣化, 経年変化, 繰返し荷重, 抵抗, メンテナンス

1 はじめに

現在の構造信頼性理論の展開の中では多くの場合、特に設計法の展開の中では構造耐力は時間領域で変化しない(時間に対して独立な)確率変数として取り扱われ、荷重効果の時間的変化のみが考慮されている。しかしながら、実際には構造物の耐力および剛性は、使用期間中に荷重効果による損傷や経年変化により、構造設計の際に用いられた基準状態から変化する可能性がある。このような変化の中には10年あるいはそれ以上継続するコンクリートの水和反応¹⁾のように有益なものもあるが、多くは、特に構造物が大きな荷重効果を繰返し受ける場合²⁾や有害な環境的外力に曝されている場合³⁾には、構造体あるいは構造部材の耐力は長い間に劣化し、構造物が限界状態に入り込む危険性は増大する。例えば、二酸化炭素の濃度の高い工業地帯では鉄筋を保護しているコンクリートの中酸化速度は速く、鉄筋の腐食を早期に誘発し、コンクリートのひびわれ、鉄筋の断面欠損へと至る。また、過大な荷重効果を受けたとき、構造部材は塑

性変形等により損傷を受け、構造物の耐力は低下する。構造物の総費用最小化の概念に基づく最適設計⁴⁾⁵⁾を行う場合、あるいは現存する社会施設の保全を限られた資源を用いて効率良くすすめる場合には、このような構造耐力の時間的変化、さらにはメンテナンスの効果を考慮に入れた信頼性の評価が必要である。

Mori & Ellingwood⁶⁾⁷⁾は構造耐力が環境要因によって劣化する場合の構造部材および構造システムの信頼性評価手法を提示し、耐力劣化する構造物の信頼性は、劣化の時間的変化を表す関数の形、劣化のレベル、および荷重効果の確率モデルに対し敏感であり、また、この手法が最適な点検・メンテナンス計画の決定に適用可能であることを示した。洪・高梨⁸⁾は経年劣化を考慮に入れた構造部材の信頼性評価手法を最適設計法に適用し、荷重係数が劣化の度合いと共にほぼ直線的に大きくなることを示した。これらの研究では耐力劣化は荷重履歴に対して独立であり、時間のみに依存した関数と考えられている。

* 名古屋大学工学部地圏環境工学専攻 助手・Ph.D

Assist. Prof., Dept. of Geotechnical and Environmental Engineering, School of Engineering, Nagoya Univ., Ph.D.

荷重履歴による劣化は荷重効果と構造物の耐力との相互依存によるので非常に複雑になる。Kameda & Koike²⁾は荷重劣化効果をランダムな大きさの荷重効果の関数として表し、荷重生起後の耐力の確率密度関数を随時更新していくことにより劣化する構造物の信頼性を評価した。しかしながら、結果として得られる評価式には荷重効果のランダム性を考慮したことによる多重積分が含まれ、荷重の生起回数が多い場合への適用は実際的ではない。洪・高梨⁹⁾は荷重効果の大きさの変動が大きな場合でも、荷重効果による劣化の変動が小さければ、この荷重劣化効果は荷重効果の大きさの平均値を用いて近似的に評価できるとして、荷重生起回数の多い場合にも適用できる信頼性評価法を提示した。これらの研究では耐力劣化は荷重の生起回数だけの関数として表されている。

以上のように、環境要因により劣化する場合と荷重履歴により劣化する場合の構造物の信頼性解析は個別に展開され、劣化関数の取扱いの違いから、それぞれの解析手法は他方の要因により劣化する場合への適用は考慮されていない。しかしながら、実際には構造物は環境要因と荷重履歴のどちらか一方ではなく両方の影響を受けて劣化すると考えるのが自然である。

本論は、環境要因および荷重履歴による構造耐力の劣化を時間に依存する信頼性解析の中に組み込み、荷重効果の大きさ、生起回数ならびに生起時刻、および部材の初期耐力における不確定性を考慮に入れた、構造物の信頼性評価法に関するものである。荷重履歴による耐力劣化を環境要因による耐力劣化と同様に時間の関数として近似評価することにより両者の劣化効果による耐力劣化を考慮に入れた構造信頼性の評価が可能となり、また、それぞれの劣化要因の構造信頼性に対する影響を同じ時間軸で比較することができる。環境要因により鉄筋コンクリート構造物の耐力劣化関数は定性的に評価することができる³⁾。ここでは、荷重履歴による耐力劣化をKameda & Koike¹⁰⁾の劣化モデルにより評価し、様々なパラメータが構造物の劣化関数および時間に依存する信頼性にどのような影響を与えるかを簡単な構造部材モデルを用いた解析例により示す。また、モンテカルロ法による評価結果との比較により荷重劣化効果を時間の関数として近似評価をすることの妥当性について検討を加えている。

2 荷重の確率モデル

構造物の信頼性評価をする上で、適切な荷重の確率モデルの設定は重要な問題である。構造物に大きな影響を及ぼす荷重は、時間的にランダムに発生し、またその大きさもランダムである。構造物の寿命と考えられる40年あるいはそれ以上の時間のスケールでみると荷重の継

図1: 荷重と抵抗の劣化の概略図

続時間は一般に非常に短く、このような事象は使用期間中のごくわずかな時間を占めるにすぎない。このような仮定から、大きさが時間的に不規則に変化する荷重は図1に示されるような、ランダムな大きさ S_j 、およびランダムな継続時間 τ_j をもった、ランダムに生起するパルスの時系列としてモデル化することができよう。ここでは、荷重の継続時間は十分に短く、荷重が作用している最中の耐力劣化はないものと仮定する。以上の考察より荷重の生起は、平均生起率 λ をもつポアソン・インパルス過程としてモデル化することができ、このとき、時間 $(0, t]$ 間に $N(t) = n$ 回の事象が発生する確率は下式で表される。

$$P[N(t) = n] = \frac{(\lambda t)^n \cdot e^{-\lambda t}}{n!}; n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

ここに、 $P[\bullet]$ は、事象 $\bullet$ が発生する確率を表す。さらに、一連の荷重効果の大きさ S_j ($j = 1, 2, \dots$) を独立同分布で確率分布関数 $F_S(s)$ 、確率密度関数 $f_S(s)$ を持つ確率変数と仮定することにより、離散的不規則過程としての荷重モデルを構成することができる。

3 耐力変化を無視した場合の信頼性解析

単一荷重を受ける構造物の信頼性 L は下式で表すことができる¹¹⁾¹²⁾。

$$L = P[R > S] = \int_0^\infty F_S(r) f_R(r) dr \quad (2)$$

ここで、 $f_R(r)$ は荷重効果 S と同じ単位を持つ構造抵抗 R の確率密度関数である。

時間 $(0, t_L]$ に一連の荷重を受けるとき耐力変化がないと仮定した場合は構造物は構造抵抗が時間 $(0, t_L]$ に生起する荷重効果の最大値より大きければ限界状態に入り込まない。従って、この時の信頼性は下式で表すことができる。

$$L(t_L) = P[R > S_{\max}(t_L)]$$

$$= \int_0^{\infty} F_{S_{max}}(r; t_L) f_R(r) dr \quad (3)$$

ここに、 $F_{S_{max}}(s; t_L)$ は時間 $(0, t_L]$ 間に生起する最大荷重効果 $S_{max}(t_L)$ の累積分布関数であり、荷重の生起が平均発生率 λ のポアソン過程にしたがい、かつ、時刻 $t = 0$ において荷重が作用していない場合は全確率の定理を用いて下式より得ることができる。

$$\begin{aligned} F_{S_{max}(t_L)}(s; t_L) &= \sum_{n=0}^{\infty} P[S_{max} < s | N(t_L) = n] \cdot P[N(t_L) = n] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \{F_S(s)\}^n \cdot \frac{(\lambda t_L)^n \cdot e^{-\lambda t_L}}{n!} \\ &= \exp[-\lambda t_L \{1 - F_S(s)\}] \end{aligned} \quad (4)$$

時刻 t において構造物が限界状態に入り込んでいないという条件の下で、引き続き微小時間 dt に限界状態に入り込む確率、すなわち危険率 $h(t)$ は、信頼性関数 $L(t)$ との間に次式の関係がある。

$$h(t) = -\frac{d}{dt} \ln\{L(t)\} \quad (5)$$

耐力にばらつきがある構造物がランダムな大きさの一連の荷重効果を受けるとき、耐力の小さな構造物は早く限界状態に入り込むが、耐力の大きな構造物は限界状態に入り込まずその信頼度は増加する。これを非破壊効果と呼ぶ⁹⁾。既存の構造物の信頼性評価においては、耐力に関する新たな情報として過去の荷重履歴による非破壊効果を考慮し、耐力の確率密度関数を更新する必要がある。しかし、将来における非破壊効果は危険率および信頼性関数にはその定義から明かなように含まれているので、あらためて考慮する必要はない。

4 耐力劣化を考慮した場合の信頼性解析

4.1 環境要因のみによる劣化

耐力劣化を考慮した場合の信頼性解析の基本的な概念を示すために、図1に示すような時系列のランダム荷重効果を受ける構造部材を考える。部材の抵抗は、環境要因により、(6)式で表されるように時間とともに低下すると仮定する。

$$R(t) = R_0 \cdot G_a(t) \quad (6)$$

ここに、 $R(t)$ は時刻 t における部材の耐力、 R_0 は劣化していない初期の状態の部材の耐力、 $G_a(t)$ は環境要因による劣化関数であり荷重履歴に独立であると仮定する。劣化のメカニズムは不確定性をもち、実験データは不足しているため、劣化関数 $G_a(t)$ は確率変数として取り扱わなければならない。しかし、劣化関数の不確定性

を正しく評価することは非常に困難であるので、ここでは $G_a(t)$ は確定的でありその平均 $E[G_a(t)] = g_a(t)$ に等しいとする。

ここで、一時 $R_0 = r$ とする。時間 $(0, t_L]$ の間に $N(t_L) = n$ 個の荷重が結合確率密度関数 $f_{\mathbf{T}}(t)$ を持つランダムな時刻 $\mathbf{T} = \{T_1, \dots, T_n\}$ ($T_1 < T_2 < \dots < T_n$) に生起したとすると部材の信頼性関数、すなわち、時間 $(0, t_L]$ の間に部材が限界状態に入り込まない確率は下式で表される。

$$\begin{aligned} L(t_L) &= P[r \cdot g_a(T_1) > S_1 \cap \dots \cap r \cdot g_a(T_n) > S_n] \\ &= \underbrace{\int_0^{t_L} \dots \int_0^{t_L}}_{n \text{ 重積分}} \left[\prod_{j=1}^n F_S\{r \cdot g_a(t_j)\} \right] f_{\mathbf{T}}(t) dt \end{aligned} \quad (7)$$

荷重の生起がポアソン過程ならば、 $(0, t_L]$ 間に生起する回数が n 回であるという条件の下では、ランダムな生起時刻 $\mathbf{T}$ は独立同分布で、 $(0, t_L]$ 間で一様に分布している確率変数 $\mathbf{T}^* = \{T_1^*, \dots, T_n^*\}$ の順序統計量である¹³⁾。 $\mathbf{T}^*$ の結合確率密度関数は、

$$f_{\mathbf{T}^*}(\mathbf{t}^*) = \frac{1}{\{t_L\}^n} \quad (8)$$

であり、荷重効果の大きさは独立同分布であるから、信頼性関数は下式となる。

$$\begin{aligned} L(t_L) &= \underbrace{\int_0^{t_L} \dots \int_0^{t_L}}_{n \text{ 重積分}} \left[\prod_{k=1}^n F_S\{r \cdot g_a(t_k^*)\} \right] f_{\mathbf{T}^*}(\mathbf{t}^*) d\mathbf{t}^* \\ &= \left[\int_0^{t_L} F_S\{r \cdot g_a(t)\} \frac{1}{t_L} dt \right]^n \end{aligned} \quad (9)$$

次に $(0, t_L]$ 間に生起する荷重の回数の不確定性を考慮すると

$$\begin{aligned} L(t_L) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_0^{t_L} F_S\{r \cdot g_a(t)\} \frac{1}{t_L} dt \right]^n \frac{(\lambda t_L)^n \cdot e^{-\lambda t_L}}{n!} \\ &= \exp \left[-\lambda t_L \cdot \left[1 - \frac{1}{t_L} \int_0^{t_L} F_S\{r \cdot g_a(t)\} dt \right] \right] \end{aligned} \quad (10)$$

最後に初期耐力における不確定性を考慮に入れると、環境要因により劣化する構造部材の信頼性関数は下式となる。

$$L(t_L) = \int_0^{\infty} L(t_L | R_0 = r) f_{R_0}(r) dr \quad (11)$$

ここで $f_{R_0}(r)$ は荷重効果 S と同じ単位を持つ初期抵抗 R_0 の確率密度関数、 $L(t_L | R_0 = r)$ は(10)で与えられる。時間 $(0, t_L]$ の間に部材が限界状態に入り込む確率（限界状態確率）は下式で表される。

$$F(t_L) = 1 - L(t_L) \quad (12)$$

4.2 繰り返し荷重のみによる劣化

i 回目の荷重効果 S_i を受けているときの耐力劣化は $i-1$ 回目までの荷重効果にのみ影響され、 S_i を受けている最中の耐力劣化はなく、また、 S_i による耐力劣化は S_i を受けた直後に起こるとすると、荷重履歴のみにより耐力が劣化する場合は、劣化関数 $G_i(t)$ は階段状関数となる。従って、ある時刻における劣化の割合はそれまでに生じた荷重の回数とそれらの荷重効果の大きさに依存するが、荷重の生起時刻には依存せず、荷重履歴のみにより耐力劣化する場合の信頼性解析では荷重の生起時刻のランダム性を考慮する必要はない。

荷重効果 S_i による耐力劣化の割合が、 S_i に依存する関数 $\phi(S_i)$ によって下式のように表されるものと仮定する²⁾⁹⁾。

$$R_i = R_{i-1} \cdot \phi(S_i) \quad (13)$$

ここに、 R_i は、 i 回目の荷重効果を受けた後の構造物の残存耐力、また、

$$\phi(S_i) \leq 1 \quad (14)$$

i 回目の荷重効果を受けた後の ($i+1$ 回目の荷重効果を受けるときの) 残存耐力と初期耐力との間には次式の関係が成り立つ。

$$R_i = R_0 \cdot \prod_{j=1}^i \phi(S_j) \quad (15)$$

初期耐力を $R_0 = r$ 、時間 $(0, t_L]$ における荷重の生起回数を $N(t_L) = n$ とすると信頼性関数は次式のように表現される。

$$\begin{aligned} L(t_L) &= P[r > S_1 \cap r \cdot \phi(S_1) > S_2 \cap \dots \\ &\quad \cap r \cdot \prod_{j=1}^{n-1} \phi(S_j) > S_n] \\ &= \underbrace{\int_0^r \int_0^{r\phi(s_1)} \dots \int_0^{r \prod_{j=1}^{n-1} \phi(s_j)} \prod_{i=1}^n f_S(s_i) ds}_{n \text{ 重積分}} \end{aligned} \quad (16)$$

(16) 式には多重積分が含まれるので荷重の回数が多い場合まで $L(t_L)$ を精度良く算定することは非常に困難である。しかしながら、荷重履歴による耐力の劣化効果の変動が小さければ、荷重履歴による劣化は次式により近似的に評価できる⁹⁾。

$$\begin{aligned} R_i &\approx R_0 \cdot \prod_{j=1}^i \phi(\mu_S) \\ &= R_0 \cdot \{\phi(\mu_S)\}^i \end{aligned} \quad (17)$$

ここに、 μ_S は荷重効果の大きさの平均である。この時、信頼性関数は次式で表される。

$$\begin{aligned} L(t_L) &= P[r > S_1 \cap r \cdot \phi > S_2 \cap \dots \cap r \cdot \phi^{n-1} > S_n] \\ &= \prod_{j=0}^{n-1} F_S(r \cdot \phi^j) \end{aligned} \quad (18)$$

ここに、 $\phi = \phi(\mu_S)$ 。 $(0, t_L]$ 間に生起する荷重の回数の不確定性、および初期耐力における不確定性を考慮に入れると、信頼性関数は下式となる。

$$\begin{aligned} L(t_L) &= \int_0^\infty e^{-\lambda t_L} \left[1 + \sum_{n=1}^\infty \prod_{j=0}^{n-1} F_S(r \cdot \phi^j) \frac{(\lambda t_L)^n}{n!} \right] \\ &\quad \times f_{R_0}(r) dr \end{aligned} \quad (19)$$

4.3 環境要因および荷重履歴による劣化

構造耐力が荷重履歴のみにより劣化する場合の信頼性解析では環境要因により劣化する場合において重要な要素である荷重の生起時刻のランダム性は考慮されていないので、両者によって劣化する場合の信頼性評価をするうえで (19) 式を直接用いることはできない。

構造耐力が環境要因と荷重履歴の両者によって劣化する場合の劣化関数は、時間およびそれまでに発生した荷重効果の大きさと発生回数の関数として表される。初期耐力を $R_0 = r$ 、時間 $(0, t_L]$ において $N(t_L) = n$ 回の荷重が時刻 $\mathbf{T} = \{T_1, \dots, T_n\}$ ($T_1 < T_2 < \dots < T_n$) に生じたとする。 i 回目の荷重効果を受けるときの残存耐力を $r \cdot G(T_i, S_1, \dots, S_{i-1})$ とすると、信頼性関数は次式となる。

$$\begin{aligned} L(t_L) &= P[r \cdot G(T_1) > S_1 \cap r \cdot G(T_2, S_1) > S_2 \cap \dots \\ &\quad \cap r \cdot G(T_n, S_1, \dots, S_{n-1}) > S_n] \\ &= \underbrace{\int_0^{t_L} \dots \int_0^{t_L} L(t_L | \mathbf{T} = \mathbf{t}) f_{\mathbf{T}}(\mathbf{t}) d\mathbf{t}}_{n \text{ 重積分}} \end{aligned} \quad (20)$$

ここに、

$$L(t_L | \mathbf{T} = \mathbf{t}) = \underbrace{\int_0^{rG_n} \int_0^{rG_{n-1}} \dots \int_0^{rG_1} \prod_{i=1}^n f_S(s_i) ds}_{n \text{ 重積分}} \quad (21)$$

$$G_i = G(t_i, s_1, \dots, s_{i-1}) \quad (22)$$

また、 $\{T_1, \dots, T_n\}$ は、互いに独立で、 $(0, t_L]$ 間で一様分布している確率変数 $\{T_1^*, \dots, T_n^*\}$ の順序統計量であるからその結合密度関数は次式で与えられる。

$$f_{\mathbf{T}}(\mathbf{t}) = \frac{n!}{\{t_L\}^n} \quad (23)$$

(20) 式には $2n$ 重積分が含まれるので荷重の生起回数が 2 回の場合でさえ $L(t_L)$ を精度良く算定することは困難である。(17) 式の近似を用いても n 重積分が残る。しかし、荷重履歴による劣化を近似的に時間のみに依存する関数として表現できれば環境要因と荷重履歴による劣化関数 $G(t)$ も時間のみに依存する関数となり、 $G(t)$ の変動係数が小さければ信頼性関数は (11) 式の $g_a(t)$ を $g(t)(=E[G(t)])$ に置き換えることにより評価できる。ここでは、まず、荷重履歴のみにより劣化する場合の信頼性を (11) 式を用いて評価することを試み、その妥当性を次節の解析例において検討する。

時間 $(0, t]$ における荷重の生起回数を $N(t) = n$ とすると時刻 t における劣化関数は下式で与えられる。

$$G_t(t) = \prod_{i=1}^n \phi(S_i) \quad (24)$$

劣化関数の平均は、荷重効果の大きさが独立同分布であることを考慮すると次式となる。

$$\begin{aligned} g_t(t) &= E[G_t(t)] \\ &= \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty \prod_{i=1}^n \phi(s_i) f_S(s_i) ds \\ &= \left[\int_0^\infty \phi(s) f_S(s) ds \right]^n \end{aligned} \quad (25)$$

$N(t) = n$ の条件を取り除くと

$$\begin{aligned} g_t(t) &= \exp \left[-\lambda t \cdot \left\{ 1 - \int_0^\infty \phi(s) f_S(s) ds \right\} \right] \\ &= \exp \left[-\lambda t \cdot \{ 1 - E[\phi(S)] \} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

劣化効果の変動が小さい場合には $g_t(t)$ は次式で近似評価できる。

$$g_t(t) = \exp[-\lambda t \cdot \{ 1 - \phi(\mu_S) \}] \quad (27)$$

同様に、 $G_t(t)$ の二次統計量は次式で得られる。

$$E[\{G_t(t)\}^2] = \exp[-\lambda t \cdot \{ 1 - E[\phi(S)^2] \}] \quad (28)$$

環境要因と荷重履歴の両者により劣化する場合の劣化関数 $G(t)$ は、それぞれの要因のみで劣化する場合の劣化関数を基に表現することができよう。例えば、一方が材料強度に、他方が部材断面積に互いに独立に影響を与える場合には、 $G(t)$ は次式のように表すことができる。

$$G(t) = G_a(t) \cdot G_t(t) \quad (29)$$

それぞれの要因による劣化効果が互いに影響し合う場合の劣化関数は、その相乗効果をモデル化しなければなら

表 1: 抵抗および荷重モデル

	$\frac{\mu_R}{\mu_S}$	$\frac{\mu_R}{\mu_{S_{max}(60)}}$	V_S	λ (yr^{-1})	c_A
Case (A)	2.65	2.49	0.20	0.1	0.1
Case (B)	5.40	1.69	0.60	0.1	0.1
Case (C)	6.35	1.59	0.60	0.5	0.1

μ_s は $\bullet$ の平均値

図 2: 劣化を無視した場合の部材の限界状態確率

ないが、モデル化のためのデータは不十分であり、今後の研究を待たなければならない。

5 耐力劣化する構造物の信頼性解析の解析例

部材耐力の劣化が部材の信頼性に及ぼす影響を、表 1 にある簡単な解析モデルを用いて示す。荷重効果の大きさはグンベル分布を有する確率変数、初期耐力は、変動係数 $V_R = 0.15$ の対数正規確率変数と仮定する。それぞれの解析では、構造物の供用期間は 60 年と仮定している。耐力劣化を考慮しない場合の信頼性は図 2 に示すように全ての Case においてほぼ同等である。

5.1 荷重履歴のみによる劣化

荷重履歴による劣化モデルとして次式の関数を用いる⁹⁾¹⁰⁾。

$$\phi(s) = \exp \left(-\frac{c_A \cdot \mu_R}{s} \right) \quad (30)$$

ここに、 μ_R は初期耐力の平均、 c_A は劣化効果を表す定数である。

$c_A = 0.1$ または 0.2 と仮定した場合の劣化効果 $\phi(S)$ の変動係数 V_ϕ を図 3 に示す。本論文で用いた劣化モデルの V_ϕ は中央安全率 μ_R/μ_S が小さいほど、荷重効果の変動係数 V_S が大きいほど増加するが、 c_A の値に関わらずその値は小さく、荷重履歴による劣化関数は (27) 式を用いて近似評価できる。

(26) 式および (28) 式より得られた劣化関数の平均値 $g_t(t)$ と変動係数 $V_{G_t}(t)$ を図 4 に示す。同図には (27) 式

図 3: 劣化効果の変動係数

図 4: 劣化関数の平均および変動係数

による劣化関数の平均値も併せて示されている。(27) 式は劣化関数の良い近似を与えているので以下の解析例では $g_t(t)$ の評価に (27) 式を用いる。 $V_{G_t}(t)$ は時間と共に増加するが、齢 60 年においてもその値は比較的小さい。

荷重履歴による劣化を考慮にいたした場合の、(19) 式、あるいは、(11) 式と (27) 式に基づく限界状態確率の評価結果をモンテカルロ法による解析結果と比較して図 5 に示す。同図には劣化を考慮しない場合の信頼性関数を Case(A) を対象に示してある。モンテカルロ法では時刻歴で荷重を発生させ劣化効果を (30) 式により順次評価しながら構造物の残存耐力と荷重効果の大きさを比較した。サンプル数は 1,000,000 である。(19) 式 (図 5-(a)) は全ての Case について非常に良い近似解を与えている。これは、(19) 式を得るうえで用いた近似が (17) 式だけであり、この近似の精度に影響を与える荷重効果による劣化の変動が小さいためと考えられる。一方、(11) 式および (27) 式に基づく評価値 (図 5-(b)) は、モンテカルロ法あるいは (19) 式による評価値よりも若干低めの値を示している。これは $G_t(t)$ の変動を無視したためと考えら

(a) (19) 式による評価

(b) (11) 式および (27) 式による評価

図 5: 荷重履歴により劣化する部材の限界状態確率

れるが、その影響は小さく、 $V_{G_t(60)} \leq 0.15$ ならば、荷重履歴による劣化を (27) 式により時間の関数として評価し、構造部材の信頼性を (11) 式により評価する手法は良い近似解を与えている。また、後で述べるように $V_{G_t(60)}$ を無視したことによる影響は劣化モデルや荷重・抵抗の統計量に比べ、限界状態確率に対し 2 次的なものでしかない。この結果は環境要因により劣化する場合の限界状態確率と整合している⁶⁾。

耐力劣化を考慮しない場合の 3 つの解析モデルの信頼性はほぼ同等であるが、劣化を考慮した場合は、図 4 に示されるように劣化関数の形状は似ているものの (時間に対しほぼ直線的) その傾きは大きく異なる。この差異の限界状態確率に対する影響は大きく、例えば、 $t = 60$ 年では Case(A) の限界状態確率は Case(C) の限界状態確率の約 10 倍となっている。また、それぞれの Case において $\log\{F(t)\}$ は、齢 15~25 年以降は時間に対し線形に増加、すなわち、 $F(t)$ は指数的に増加している。これは、残存耐力が小さいほど限界状態確率は耐力の小さな変化に敏感であり、この影響が時間を追って蓄積される

図 6: 環境要因および荷重履歴により劣化する部材の劣化関数

図 7: 環境要因および荷重履歴により劣化する部材の限界状態確率

からである。図 4 および図 5 は中央安全率、荷重の平均生起率、荷重効果の大きさの変動係数の適切な評価が荷重履歴により劣化する構造物の信頼性評価をするうえで重要なことを示している。

5.2 環境要因および荷重履歴による劣化

構造物が環境要因および荷重履歴により劣化する場合の信頼性の評価例を Case(B) を対象に示す。劣化関数は (29) 式で評価でき、環境要因による劣化は時間に対し線形で、 $t = 60$ 年における残存強度は初期強度の 85% あるいは 70% と仮定する。2.1 節に述べたように環境要因による劣化の変動は考慮されていない。このときの劣化関数の平均を図 6 に、対応する限界状態関数を図 7 に示す。図 7 にはモンテカルロ法による評価結果も併せて示されている。本論で示した近似解法による評価結果はモンテカルロ法による評価結果と良く対応している。環境要因および荷重履歴の両者を考慮した場合の $F(60)$ は荷重履歴のみによる劣化を考慮した場合に比べ、 $g_a(60) = 0.85$ の場合は約 2.5 倍、 $g_a(60) = 0.70$ の場合は約 8 倍以上大きく両者を同時に考慮することの重要性を示している。

6 使用期間中の点検・メンテナンス計画

使用期間中の定期的な点検およびその後の適切なメンテナンスは、劣化した構造物を初期に近い状態に回復させることができる。しかし、点検及びメンテナンスは費用を要するので、点検の精度、メンテナンスの程度・頻度、および必要とされる信頼性のレベルと、コストとの間でのトレード・オフが存在する。最適な点検・メンテナンス計画を決定するためには、下記の最適化問題（一般に非線形）を解く必要がある。

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } C_T \\ &\text{Subject to } F(t) < P_f' \end{aligned} \quad (31)$$

ここに、 C_T は点検とメンテナンスの全費用と構造物が限界状態に入り込んだ場合の損失の期待値との和、 P_f' は予め設定された目標限界状態確率である。設計段階における最適化では設計変数も (31) 式の決定変数となり、初期建設費も C_T に含まれる。疲労を対象とした鋼構造物の最適な点検・メンテナンス計画を決定するための研究は、点検にて発見された損傷があるレベル以上になった場合にはその部材を新しい製品（構要素）と交換し、部材耐力は初期の値に戻るという仮定の下になされている¹⁴⁾。しかし、点検の後に部材は交換されずに発見された損傷だけがメンテナンスされる場合もある。この時、部材の耐力は、初期の状態には戻らないこともある。点検にて見落とされた損傷の影響、すなわち点検の精度も最適な計画の決定に際して考慮に入れられる必要がある。

本論文に述べられている信頼性解析手法は、最適な点検・メンテナンス計画の決定に適用することができる。既存の構造物への適用例を Case(C)（荷重履歴による劣化のみを考慮）を対象にして示す。2つの計画案を考える：(1) 点検とメンテナンスを齢 20 年及び 40 年に行いメンテナンスの後には部材耐力は初期の値に回復する（低頻度・重整備）、(2) 点検とメンテナンスを齢 10, 20, 30, 40, 50 年に行うが部材耐力は初期の値の 95% までにしか回復しない（高頻度・軽整備）。劣化率はメンテナンスの前後で変わらないものとする。また、点検・メンテナンスにかかる時間は無視する。これらの計画を用いた場合の劣化関数を図 8 に、対応する限界状態確率を図 9 に示す。メンテナンスを行った時点で限界状態確率の傾きは減少し、これは、部材耐力がより大きく回復した場合ほど明確でありメンテナンスの効果がより大きいことを示している。両計画案の信頼性に対する点検・メンテナンス効果は同等であり、もし $F(60) \leq 0.0025$ ならば両計画案は合格である。この時、どちらの計画案を採用するかについては、(31) 式で示したように、 C_T を最小にすることが一つの選択規準となろう。環境要因により劣化

図 8: メンテナンスをした場合の部材の劣化関数

図 9: メンテナンスをした場合の部材の限界状態確率

する場合の点検及びメンテナンスの効果の不確定性を考慮にいた手法は既に考えられているが、非常に複雑である¹⁵⁾¹⁶⁾。荷重履歴により劣化する場合には実際にはメンテナンス時期は予め決められたレベル以上または回数¹⁵⁾の荷重の生起直後となろう。この場合荷重の生起時刻はランダムなので、メンテナンス時期は最適化問題における決定変数ではなく、確率変数となるので信頼性解析は一層複雑なものとなる。

7 あとがき

本論は、環境要因と荷重履歴の両者により耐力劣化する場合の構造物の信頼性を評価するための新しい解析手法について論じたものである。荷重履歴による耐力劣化を環境要因による耐力劣化と同様に時間の関数として近似評価することにより両者による耐力劣化を考慮に入れた構造信頼性の評価が可能となり、また、それぞれの劣化要因の構造信頼性に対する影響を同じ時間軸で比較することができる。荷重履歴により劣化する構造物の信頼性は中央安全率、荷重の平均生起率、荷重効果の大きさの変動係数に大きく影響され、これらの適切な評価は荷重履歴により劣化する構造物の信頼性評価をするうえで

極めて重要である。

耐力劣化を考慮しながら構造物の信頼性を評価することは、将来における総費用を最小とするうえで、既存の構造物については点検・メンテナンスの時期、頻度、および程度の決定、設計段階ではさらに初期耐力を決定するうえでの基礎となる。上記の手法をより現実的な構造物に適用するためには、耐力劣化やメンテナンスの効果の定量的評価、およびメンテナンスに必要なコストや、構造物が限界状態に入り込んだ場合の損失の算定に必要なデータの蓄積をしていかなければならない。

参考文献

- 1) Washa, G. W., J. C. Seaman, and S. M. Cramer: Fifty-year Properties of Concrete Made in 1937, ACI Materials Journal, Vol.86, No.4, pp.367-371, 1989
- 2) Koike, T. and H. Kameda: Reliability Theory of Structures with Strength Degradation in Load History, Memories of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Japan, Vol.35, pp.331-360, 1973.10
- 3) Clifton, J. R. and L. I. Knab: Service Life of Concrete, National Bureau of Standards, NUREG/CR-5466, 1989
- 4) Hanai, M: Assessment of Load Factor by Means of Structural Reliability Theory, Trans. of A.I.J. No.231, pp.13-20, 1975.5
- 5) 神田 順: 最適信頼性理論に基づく荷重係数決定の考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.23-24, 昭和 63 年 10 月
- 6) Mori, Y. and B. Ellingwood: Reliability-based Service-life Assessment of Aging Concrete Structures, J. Str. Engrg. ASCE, pp.1600-1621, 1993.5
- 7) Mori, Y. and B. Ellingwood: Time-dependent System Reliability Analysis by Adaptive Importance Sampling, Structural Safety, Vol.12, pp.59-73, 1993.4
- 8) 洪 起, 高梨晃一: 信頼性理論に基づく最適設計, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 418 号, pp.81-86, 1990 年 12 月
- 9) 洪 起, 高梨晃一: 繰り返し荷重を受ける構造物の信頼性理論, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 437 号, pp.11-20, 1992 年 7 月
- 10) Kameda, H. and T. Koike: Reliability Theory of Deteriorating Structures, J. Str. Div., ASCE, pp.295-309, 1975.1
- 11) Thoft-Christensen, P. and M. J. Baker: Structural Reliability Theory and Its Application, Springer-Verlag, New York, 1982
- 12) Melchers, R. E.: Structural Reliability; Analysis and Prediction, Ellis Horwood Ltd., West Sussex, England, 1987
- 13) Taylor, H. M. and S. Karlin: An Introduction to Stochastic Modeling, Academic Press, 1984
- 14) Thoft-Christensen, P. and J. D. Sorensen: Optimal Strategy for Inspection and Repair of Structural Systems, Civil Engrg. Systems, Vol.4, pp.94-100, 1987
- 15) Mori, Y. and B. Ellingwood: Maintaining Reliability of Concrete Structures I: Role of Inspection/repair, J. Str. Engrg. ASCE, pp. 824-845, 1994.3
- 16) Mori, Y. and B. Ellingwood: Maintaining Reliability of Concrete Structures II: Optimum Inspection/repair Strategies, J. Str. Engrg. ASCE, pp.846-862, 1994.3
(1994 年 5 月 10 日原稿受理, 1994 年 9 月 1 日採用決定)