角形鋼管・高強度プレキャストコンクリート合成柱の 非線形増分剛性行列

INCREMENTAL INELASTIC STIFFNESS MATRIX OF STEEL SQUARE TUBE-TO-HIGH STRENGTH PRECAST CONCRETE COMPOSITE COLUMN

井上一朗*, 多田元英**, 上村健二***, 向井裕貴****

Kazuo INOUE, Motohide TADA, Kenji UEMURA
and Hiroki MUKAI

The incremental inelastic stiffness matrix of the composite column is derived. In the column, high-strength four precast-concrete panels are fixed to the steel square tube with high strength headed studs. Strain softening type stress-strain relation of precast concrete panel is assumed from the test results of short column whose length is equal to the failure length decided by Mohr-Coulomb criterion. Hysteretic rule concerning shear force-to-slip relation of headed stud is also proposed based on the test results. Analytical results agree well with the hysteretic behavior of composite columns subjected to constant axial force and anti-symmetrical repeated moment.

Keywords : composite column, inelastic analysis, stiffness matrix, strain softening

合成柱, 非線形解析, 剛性行列, 歪軟化

1. 序

筆者らは, 鋼繊維補強した高強度プレキャストコンクリート板 (以下, PCa板) 4枚を角形鋼管に頭付きスタッドで結合した合成柱 (以下, SPC合成柱; 図1参照) の力学的挙動に関する実験的・解析的研究を進めてきた^{1)~4)}. このような鋼・コンクリート合成部材からなる骨組構造物の非線形域の応答を解析・予測するためには, 対象とする構造部材に発生する応力・変形増分の任意の組合せに適用できる増分構成関係が必要となる.

本論では上記のSPC合成柱の解析モデルを提示し, スタッドのずれを考慮した部材端応力-部材端変形の増分構成関係を構築する. この合成柱は鉄骨・PCa板・頭付きスタッドで構成されるが, このうちPCa板と頭付きスタッドの応力-歪関係の履歴則は素材試験結果に基づいて定式化している. この定式化において特に重要なことは, 歪軟化特性を有するPCa板の要素長さとその応力度-歪度関係の設定である. 本論ではさらに解析結果を合成柱の実験結果¹⁾と比較し, 合成柱・合成梁からなる単純な骨組の解析例を示す.

図1 SPC合成柱 (試験体¹⁾)の形状・寸法)

本論の一部は日本建築学会大会学術講演梗概集C構造II, 1994.9に発表している。

* 大阪大学工学部建築工学科 助教授・工博

** 大阪大学工学部建築工学科 助手・工博

*** 川崎製鉄鋼構造研究所 研究員・工修

**** 大阪大学工学部建築工学科 大学院生

Associate Prof., Dept. of Architectural Engineering, Faculty of Engineering, Osaka Univ., Dr. Eng.

Research Assoc., Dept. of Architectural Engineering, Faculty of Engineering, Osaka Univ., Dr. Eng.

Research Engineer, Structure Research Laboratories, Kawasaki Steel Corporation, M. Eng.

Graduate Student, Dept. of Architectural Engineering, Faculty of Engineering, Osaka Univ.

2. 解析モデルと増分剛性行列

2.1 解析モデルと仮定

解析モデルの設定に先立って、有限要素法^{2,3)}による解析結果を図2に示す。図2は、一定軸力の下で逆対称曲げを受けるSPC合成柱試験体の部材端モーメントー部材端回転角の関係である。PCa板の圧縮応力度ー歪度関係には、歪軟化域を含む谷川式⁵⁾を適用している。図2では、二種類の要素分割の結果が比較されている。どちらも部材端のPCa板の圧縮歪が軟化域に入ると耐力低下が生じるが、最大耐力以降で両者はかなり異なった荷重ー変形関係となっている。

すでに指摘されているように^{6,7)}、歪軟化型の応力度ー歪度関係を呈する材料で構成される構造の解析では、要素寸法の設定が結果に重大な影響を与える。さらに、図2の解析に用いた有限要素法では、部材単位の解析に相当の時間を要するため、骨組の解析には適用しがたい。ここでは、上記の有限要素解析結果を踏まえて、図3の解析モデルを設定する。

図3の解析モデルでは、合成柱を材軸方向に4要素に分割し、断面についてはPCa板と端部の鉄骨要素を4質点モデルに置換する。両者ともウェブの質点の位置は、実断面の断面2次モーメントおよび塑性断面係数と等値になるように定める。スタッドは図3の断面a, b, cの3箇所に集約する。部材中央の節点bにスタッドを配置したのは、逆対称曲げに対して弾性域では中央付近のずれが最も大きくなるからである。なお、部材中央の節点bには全スタッドの半分を集約し、節点a, cにはそれぞれ残りの1/4づつを振り分ける。

図3に示す解析モデルの増分剛性行列の誘導に当たり、以下の仮定を用いる。

- (1) PCa板と鉄骨では、端部要素を弾塑性要素、中間要素を弾性要素とする。
- (2) PCa板は軸力だけを支持するものとし、かつ引張力には抵抗しないものとする。
- (3) 鉄骨は軸力と曲げに抵抗する。端部の鉄骨は一次元有限要素モデル^{8,9)}に置換し、中間要素の鉄骨はせん

図2 有限要素法による合成柱の解析例

断変形を考慮した弾性棒とする。

- (4) スタッドはPCa板と鉄骨の相対ずれに抵抗するずれパネモデルとする。
- (5) 鉄骨とウェブPCa板ではそれぞれで平面保持が成立し、柱の両端では全断面で平面保持が成立する。
- (6) 端部要素の長さは、修正Mohr-Coulombの破壊基準¹⁰⁾から求まるPCa板の圧縮破壊域の長さとする。
- (7) 合成柱の部材剛性行列の作成において、幾何学的非線形性を無視する。

上記の仮定(6)によれば、端部要素の長さはPCa板厚の2倍になる。実験においてもPCa板端部の圧壊域の長さが板厚のほぼ2倍程度であることが観察されている¹⁾。

2.2 合成柱の増分剛性行列

2.2.1 節点変位と節点荷重

ここでは、部材軸方向に4要素に分割された解析モデルの各要素の増分剛性行列を誘導する。図3に示す解析モデルの各節点i, a, b, c, jの変位ベクトルを次のように定義する(図4参照)。符号はすべて右手直交系に従う。

$$\{D_i\} = \{u_i, \theta_i\}^T \quad (1)$$

$$\{D_h\} = \{u_h, v_h, \theta_h, u_{h1}^c, u_{h2}^c, u_{h3}^c, u_{h4}^c\}^T \quad (2)$$

$$h = a, b, c$$

$$\{D_j\} = \{u_j, \theta_j\}^T \quad (3)$$

上記の変位ベクトルに対応する節点荷重ベクトルを次のように定義する。

$$\{P_i\} = \{N_i, M_i\}^T \quad (4)$$

$$\{P_h\} = \{N_h, Q_h, M_h, N_{h1}^c, N_{h2}^c, N_{h3}^c, N_{h4}^c\}^T \quad (5)$$

$$h = a, b, c$$

$$\{P_j\} = \{N_j, M_j\}^T \quad (6)$$

図3 解析モデル

2.2.2 中間要素abの剛性行列

鉄骨・PCa板・スタッドの各応力-歪の増分関係を次のように表す。

・鉄骨： $\{\Delta p_{ab}^s\} = [k_{ab}^s] \{\Delta d_{ab}^s\}$ (7)

$$\{\Delta p_{ab}^s\} = \{\Delta n^s, \Delta m_a^s, \Delta m_b^s\}^T$$

$$\{\Delta d_{ab}^s\} = \{\Delta \delta^s, \Delta \theta_a^s, \Delta \theta_b^s\}^T$$

・PCa板： $\{\Delta p_{ab}^c\} = [k_{ab}^c] \{\Delta d_{ab}^c\}$ (8)

$$\{\Delta p_{ab}^c\} = \{\Delta n_1^c, \Delta n_2^c, \Delta n_3^c, \Delta n_4^c\}^T$$

$$\{\Delta d_{ab}^c\} = \{\Delta \delta_1^c, \Delta \delta_2^c, \Delta \delta_3^c, \Delta \delta_4^c\}^T$$

・スタッド： $\{\Delta p_{ab}^{st}\} = [k_{ab}^{st}] \{\Delta d_{ab}^{st}\}$ (9)

$$\{\Delta p_{ab}^{st}\} = \{\Delta q_{a1}, \Delta q_{a2}, \Delta q_{a3}, \Delta q_{a4}, \Delta q_{b1}, \Delta q_{b2}, \Delta q_{b3}, \Delta q_{b4}\}^T$$

$$\{\Delta d_{ab}^{st}\} = \{\Delta s_{a1}, \Delta s_{a2}, \Delta s_{a3}, \Delta s_{a4}, \Delta s_{b1}, \Delta s_{b2}, \Delta s_{b3}, \Delta s_{b4}\}^T$$

(7)式において、 $[k_{ab}^s]$ はせん断変形を考慮した通常の曲げ材の弾性剛性行列である。また、 $\{\Delta p_{ab}^s\}$ は軸力増分 Δn^s と両端のモーメント増分 $\Delta m_a^s, \Delta m_b^s$ からなる応力増分ベクトル、 $\{\Delta d_{ab}^s\}$ は対応する変形増分ベクトルである。(8)式の $\{\Delta p_{ab}^c\}$ はPCa板の各質点要素の軸力増分、 $\{\Delta d_{ab}^c\}$ は対応する軸方向変形増分、(9)式の $\{\Delta p_{ab}^{st}\}$ はスタッドのせん断力増分、 $\{\Delta d_{ab}^{st}\}$ は対応するずれ増分を表すベクトルである。また、(8)式および(9)式

における $[k_{ab}^c]$ と $[k_{ab}^{st}]$ はそれぞれ次式で表される対角行列である。

$$[k_{ab}^c] = \text{diag.} [k_1^c, k_2^c, k_3^c, k_4^c] \quad (10)$$

$$[k_{ab}^{st}] = \text{diag.} [k_{a1}^{st}, k_{a2}^{st}, k_{a3}^{st}, k_{a4}^{st}, k_{b1}^{st}, k_{b2}^{st}, k_{b3}^{st}, k_{b4}^{st}] \quad (11)$$

上式で、 k_i^c ($i=1, 2, 3, 4$) は PCa 板の軸方向剛性、 k_{ai}^{st}, k_{bi}^{st} ($i=1, 2, 3, 4$) はスタッドのずれ剛性である。

(7)~(9)式における要素歪の増分 $\{\Delta d_{ab}^s\}, \{\Delta d_{ab}^c\}, \{\Delta d_{ab}^{st}\}$ と(2)式の節点変位の増分 $\{\Delta D_a\}, \{\Delta D_b\}$ の適合条件は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \Delta d_{ab}^s \\ \Delta d_{ab}^c \\ \Delta d_{ab}^{st} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [T_{ab}^s] \\ [T_{ab}^c] \\ [T_{ab}^{st}] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta D_a \\ \Delta D_b \end{Bmatrix} \quad (12)$$

ここで、変換行列 $[T_{ab}^s], [T_{ab}^c], [T_{ab}^{st}]$ は図4を参照して次のように表される。

$$[T_{ab}^s] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/l_{ab} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/l_{ab} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/l_{ab} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/l_{ab} & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_{ab}^c] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_{ab}^{st}] = \begin{bmatrix} [t_{ab}^{st}] & [0] \\ [0] & [t_{ab}^{st}] \end{bmatrix}$$

$$[t_{ab}^{st}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -h^s & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & h^s & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -h^{st} & 0 & 0 & \frac{1}{2} + \frac{h^{st}}{2h_2^c} & \frac{1}{2} - \frac{h^{st}}{2h_2^c} \\ -1 & 0 & h^{st} & 0 & 0 & \frac{1}{2} - \frac{h^{st}}{2h_2^c} & \frac{1}{2} + \frac{h^{st}}{2h_2^c} \end{bmatrix}$$

(12)式の変換行列 $[T_{ab}^s]$ などは要素の長さ l_{ab} や断面の幾何学的形状(図3参照)によって決まる。これらの変換行列を用いて、節点荷重増分と要素応力増分の釣合条件は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \Delta P_a \\ \Delta P_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{ab}^s]^T & [T_{ab}^c]^T & [T_{ab}^{st}]^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta p_{ab}^s \\ \Delta p_{ab}^c \\ \Delta p_{ab}^{st} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

(7)~(13)式より中間要素abの増分剛性行列が次式のように得られる。

図4 節点変位とスタッドのずれ

$$[K_{ab}] = [T_{ab}^S]^T [T_{ab}^C]^T [T_{ab}^{ST}]^T \times \begin{bmatrix} [k_{ab}^S] & [0] & [0] \\ [0] & [k_{ab}^C] & [0] \\ [0] & [0] & [k_{ab}^{ST}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [T_{ab}^S] \\ [T_{ab}^C] \\ [T_{ab}^{ST}] \end{bmatrix} \quad (14)$$

中間要素 bc の増分剛性行列も同様にして得られる。ただし、b 節点位置のスタッドは中間要素 ab に含めているので、中間要素 bc には c 節点位置のスタッドだけを考慮する。

2.2.3 端部要素 ia の剛性行列

鉄骨と PCa 板の各応力-歪の増分関係を次のように表す。

$$\cdot \text{鉄骨: } \{\Delta p_{ia}^S\} = [k_{ia}^S] \{\Delta d_{ia}^S\} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \{\Delta p_{ia}^S\} &= \{\Delta n^S, \Delta m_i^S, \Delta m_a^S\}^T \\ \{\Delta d_{ia}^S\} &= \{\Delta \delta^S, \Delta \theta_i^S, \Delta \theta_a^S\}^T \end{aligned}$$

$$\cdot \text{PCa 板: } \{\Delta p_{ia}^C\} = [k_{ia}^C] \{\Delta d_{ia}^C\} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \{\Delta p_{ia}^C\} &= \{\Delta n_1^C, \Delta n_2^C, \Delta n_3^C, \Delta n_4^C\}^T \\ \{\Delta d_{ia}^C\} &= \{\Delta \delta_1^C, \Delta \delta_2^C, \Delta \delta_3^C, \Delta \delta_4^C\}^T \end{aligned}$$

(15)式における $[k_{ia}^S]$ は一次元有限要素法^{8,9)}によって求められる弾塑性増分剛性行列であり、 $[k_{ia}^C]$ は(10)式と同様の行列である。

(15)、(16)式における要素歪増分 $\{\Delta d_{ia}^S\}, \{\Delta d_{ia}^C\}$ と(1)、(2)式で定義される節点変位の増分 $\{\Delta D_i\}, \{\Delta D_a\}$ は、(12)式の場合と同様にして次式で関係づけられる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta d_{ia}^S \\ \Delta d_{ia}^C \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{ia}^S] \\ [T_{ia}^C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta D_i \\ \Delta D_a \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ここで、

$$[T_{ia}^S] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1/l_{ia} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/l_{ia} & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[T_{ia}^C] = \begin{bmatrix} -1 & -h_1^C & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & h_1^C & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -h_2^C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & h_2^C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

節点荷重と要素応力の各増分の釣合条件は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta P_a \end{Bmatrix} = [T_{ia}^S]^T [T_{ia}^C]^T \begin{Bmatrix} \Delta p_{ia}^S \\ \Delta p_{ia}^C \end{Bmatrix} \quad (18)$$

(15)～(18)式より端部要素 ia の増分剛性行列が次式のように得られる。

$$[K_{ia}] = [T_{ia}^S]^T [T_{ia}^C]^T \begin{bmatrix} [k_{ia}^S] & [0] \\ [0] & [k_{ia}^C] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [T_{ia}^S] \\ [T_{ia}^C] \end{bmatrix} \quad (19)$$

2.2.4 SPC合成柱の増分剛性行列

端部要素 ia, cj と中間要素 ab, bc の剛性行列を重ね合わせて合成柱全体の剛性行列が得られる。ここで、合成柱の増分剛性方程式を次のように並べ変える。

$$\begin{Bmatrix} \{\Delta P_{ij}\} \\ \{\Delta P_{ac}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_1] & [K_2] \\ [K_3] & [K_4] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta D_{ij}\} \\ \{\Delta D_{ac}\} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

上式で、

$$\begin{aligned} \{\Delta P_{ij}\} &= \{\Delta N, \Delta M_i, \Delta M_j\}^T \\ \{\Delta P_{ac}\} &= \{\Delta N_a, \Delta Q_a, \Delta M_a, \Delta N_{a1}^C, \dots, \Delta N_{a3}^C, \Delta N_{a4}^C\}^T \\ \{\Delta D_{ij}\} &= \{\Delta u, \Delta \theta_i, \Delta \theta_j\}^T \\ \{\Delta D_{ac}\} &= \{\Delta u_a, \Delta v_a, \Delta \theta_a, \Delta u_{a1}^C, \dots, \Delta u_{a3}^C, \Delta u_{a4}^C\}^T \end{aligned}$$

ここで、 $\{\Delta P_{ij}\}, \{\Delta D_{ij}\}$ は合成柱の部材端力と部材端変形の増分であり、 $\{\Delta P_{ac}\}, \{\Delta D_{ac}\}$ は中間節点 a, b, c の節点荷重と節点変位の増分である。ただし、 $\{\Delta D_{ij}\}$ の要素 Δu は合成柱の軸方向変形増分であり、

$$\Delta u = \Delta u_j - \Delta u_i \quad (21)$$

である。合成柱中間節点の荷重を 0 とすると

$$\{\Delta P_{ac}\} = \{0\}$$

であるから、(20)式より、SPC合成柱の部材端力と部材端変位の増分構成関係が次式のように得られる。

$$\{\Delta P_{ij}\} = ([K_1] - [K_2][K_4]^{-1}[K_3])\{\Delta D_{ij}\} \quad (22)$$

(22)式は合成柱の軸力 (N)・両端の曲げモーメント (M_i, M_j) と軸方向変形 (u)・両端の回転角 (θ_i, θ_j) の増分関係を与えるものであり、増分剛性行列は 3×3 である。

3. SPC合成柱構成材料の履歴モデル

3.1 鉄骨の応力度-歪度関係

鉄骨の繰返し応力度-歪度関係には、パウシンガー効果を考慮した山田・辻の応力度-歪度関係モデル¹¹⁾ (図5) を採用する。合成柱端部要素の鉄骨の増分剛性行列、例えば(15)式における $[k_{ia}^S]$ は図5の関係から決定される。

図5 鉄骨の応力度-歪度関係の履歴モデル¹¹⁾

3.2 頭付きスタッドのせん断力-ずれ関係

頭付きスタッドの繰返しせん断力-ずれ関係については、その履歴則を把握する目的で図6に示す繰返しせん断力実験を行っている。試験体の材料およびPCa板の断面形状は合成柱試験体¹⁾のものと同一である。試験体は、プレス有PCa板と70kg/mm²級スタッドを組み合わせた試験体2体、およびプレス無PCa板と41kg/mm²級スタッドを組み合わせた試験体2体の計4体である。プレス有PCa板は、養生時に100t/m²の圧力を加えて製作されたプレキャストコンクリート板である。

実験結果から図7の履歴モデルを設定する。破線で示す骨格曲線をTri-Linear型とし、その初期剛性 k_{st} は、図8に示すように、 $q_{max}/3$ 点の割線剛性とする。 q_{max} は最大せん断力である。骨格曲線の第1折れ点(降伏点)にはせん断力試験から得られる降伏点 q_y を適用し、 q_y は q_{max} と初期剛性 k_{st} を用いて図8に示す方法によって定める。第1折れ点

図6 頭付きスタッドの繰返しせん断力実験

図7 頭付きスタッドの骨格曲線と履歴モデル

図8 降伏せん断力 q_y の定義

以降の骨格曲線の形状は、せん断力試験結果の包絡線を表現できるように決定する。

履歴曲線の除荷剛性は初期剛性とする。再載荷過程は、図7に示すように、せん断力の0点aから前サイクルまでの最大変形点b(降伏点を越えていない場合は降伏点)を目指す直線abを基準として次のように決定する。すなわち、点aと点bの中間点cまでの直線acの勾配を直線abの勾配の1/2とする。骨格曲線上以外の履歴曲線からの除荷剛性も初期剛性とし、せん断力の0点からの逆載荷時の履歴則も上記と同様である。

図9に実験結果とここで定義した履歴曲線を比較して示す。縦軸はスタッド1本当たりのせん断力であり、横軸はスタッドのずれ変形である。

3.3 PCa板の応力度-歪度関係

PCa板については、文献1)に示されているPCa板の短柱試験結果を図10に示す区分線形型の応力度-歪度関係にモデル化する。短柱試験体は板厚(5cm)の2倍の長さ(10cm)で、断面は合成柱試験体のものと同一である。図10の骨格曲線は、最大応力点までの3本の直線と歪軟化域を表す3本

図9 スタッドの履歴モデルと実験結果の比較

の直線の計6本の直線で構成される。各直線の勾配と交点は実験結果の包絡曲線にできるだけ一致するように定める。図10に示すように、応力上昇域（ac間）における除荷曲線にはab間の骨格曲線を反転させた曲線を用いる。応力下降域における除荷曲線efgにはac間の骨格曲線を比例的に縮小して反転させた曲線を用い、再載荷曲線gheにはこれを反転させた曲線を用いる。なお、PCa板の引張強度は無視する。

PCa板の応力度－歪度関係の最大強度点以降の負勾配が大きいと、合成柱の部材端モーメント（ M ）－回転角（ θ ）関係において回転角の増加方向に静的釣合経路が存在しない場合がある。すなわち、実験では観察されない図2の分割致15の場合のような M － θ 関係になることがある。このような場合には、部材内部の節点に質量を付加しない限り直接積分法による動的応答解析が実行不能となる¹²。

回転角の増加方向に釣合経路が存在するための条件を図11に示すモデルで検討する。図11は、図3に示す合成柱の解

図10 PCa板の履歴モデル

図11 PCa板－スタッド系

図12 PCa板の応力度－歪度関係

析モデルの端部にモーメントが作用し、圧縮側フランジのPCa板に圧縮力が作用している状況を鉄骨の変形を無視して描いたものである。図中の応力・変位などはすべて図10の最大強度点c以降の微小増分を表すものとし、記号は図4などに準ずる。

回転角の増加方向に釣合経路が存在するための条件は、端部節点iの回転角増分が正でかつ端部要素iaのPCa板の応力－歪関係に除荷が生じないことである。これらの諸条件は、圧縮および縮みを正として次式で表される。

$$\begin{aligned} \Delta u_i^c &> 0 \\ \Delta n_{ia}^c &< 0 \\ \Delta \delta_{ia}^c &= \Delta u_i^c - \Delta u_a^c > 0 \end{aligned} \quad (22)$$

これらの条件式と図11の系の増分構成関係から、PCa板の端部要素iaの最大強度直後の軸方向剛性 k_{ia}^c （図10の線分cdの勾配）に関する次の不等式が得られる。

$$0 > k_{ia}^c > -[(k_{ab}^c + k_a^{st})K + (k_{ab}^c)^2(k_{bc}^c + k_c^{st})]/K \quad (23)$$

$$K = (k_{bc}^c)^2 - (k_{bc}^c + k_c^{st})(k_{ab}^c + k_{bc}^c + k_b^{st})$$

ここで、中間要素のPCa板は弾性と仮定しているの、その剛性 k_{ab}^c, k_{bc}^c には初期弾性剛性を用いる。スタッドのずれ剛性 k_a^{st} などはPCa板の圧縮耐力とスタッドの全耐力とを対比して適宜選択する。

図3の解析モデルでは、鉄骨部分の変形も上記の不等式に関与するので問題は複雑化するが、不等式(23)はPCa板の応力度－歪度関係の最大強度直後の負勾配の設定に関する一つの目安となる。

4. SPC合成柱の解析結果と実験結果の比較

4.1 材料定数と応力－歪関係

鉄骨・PCa板・スタッドの各構成材は文献1)の素材試験結果に3章の履歴則を適用して定める。PCa板要素の応力度－歪度関係の骨格曲線を短柱試験結果¹⁾と比較して図12に示す。図中には骨格曲線を構成する各直線の勾配と折れ点の歪度 ϵ_{ci} ($i=1\sim5$)を記している。同様にスタッド要素のせん断力－ずれ関係の骨格曲線を押抜き試験結果¹⁾とともに図13に示す。角形鋼管 (SM490) の降伏応力度は 3.61 t/cm^2 である。

図13 スタッドのせん断力－ずれ関係

4.2 解析結果と実験結果の比較

図14に示すように、一定軸力と逆対称曲げを受けるSPC合成柱の繰返し部材端曲げモーメント(M)—部材端回転角(θ)関係の解析結果を実験結果¹⁾と比較して図15に示す。軸力比(n)をパラメータとして6ケースを示している。点線で表されている実験結果は柱頭側と柱脚側の両方の $M-\theta$ 関係を示している。

解析結果は、軸力比にかかわらずSPC合成柱の繰返し弾塑性挙動を精度良く追跡している。特に、PCa板の圧壊点に対応する最大耐力点とその発生時期、最大耐力点以降の耐

力劣化性状など、解析結果は実験結果をほぼ再現している。ただし、軸力比が0.29以上の場合は、PCa板が圧壊した後の耐力低下が解析では急激で、実験結果とかなりの耐力差が生じている。これはウェブのPCa板の圧壊を伴う場合で、例えば図15の軸力比0.29の $M-\theta$ 関係におけるb点はウェブのPCa板の圧壊点に対応している。この実験結果との相違は、ウェブのPCa板を図3に示すように離散的な2質点モデルに置換していること

図14

図15 部材端曲げモーメント(M)—部材端回転角(θ)関係

図16 端部要素構成材の応力—歪履歴

に起因しているものと考えられる。これを改善するためには、ウェブのPCa板の二つの質点間のせん断力を考慮する必要がある。

図15に示した軸力比 0.29 の場合の解析結果を例にとって、端部要素の圧縮フランジ側の鉄骨・PCa板・スタッドの履歴挙動の解析結果をそれぞれ図16(a)～(c)に示す。図16に示す点A, B, Cは、それぞれ図15の $M-\theta$ 関係における A, B, C の各点に対応している。

PCa板端部の圧縮力はスタッドに作用するせん断力の合力と釣り合う。したがって、SPC合成柱の最大耐力やその発生時期、耐力劣化域の挙動にはスタッドの履歴挙動が大きく影響する。図16(b)において、点Aからフランジ側PCa板要素の軸圧縮力が増大し始め、点Bで圧壊し、点Cにおいて軸力が0となっている。点BでフランジPCa板が圧壊すると鉄骨では負荷方向に歪が進行しているが、フランジ側スタッドには除荷が生じ（図16(c)参照）、PCa板の軸力の低下に伴って逆方向に負荷されている。これは、端部要素のPCa板に隣接する中間要素のPCa板における圧縮力の残存と対応している。

図17は、頭付きスタッドのずれ変形が $M-\theta$ 関係に及ぼす影響を示すもので、フランジのPCa板が圧壊するまでの解析結果を実験結果と比較している。ずれを無視すれば弾性域の剛性を過大評価するだけでなく、PCa板の圧壊も実験結果に比べてかなり早期に発生することになる。

図17 $M-\theta$ 関係に及ぼすずれの影響

5. 合成構造骨組の解析例

図3に示した解析モデルは、床スラブコンクリートと鉄骨梁をスタッドで結合した合成梁にも適用可能である。ここでは、図18に示すように合成柱と合成梁で構成される門型ラーメンの解析例を示す。柱・梁の断面構成とコンクリート強度を図19に示している。どちらも鉄骨はSS400級とする。柱・梁の合成率（スタッドのせん断耐力ととコンクリート板の圧縮耐力の比）が0.5と1.5の二種類の骨組を解析して比較する。数値解析は、本論で展開した合成柱および合成梁の部材剛性行列の作成ルーチンを文献13)のプログラムに組み込んだものによる。

解析骨組では合成梁の塑性モーメントを合成柱のものよ

り小さくし、柱頭側では合成梁が塑性化し、柱脚では合成柱が塑性化するように強度比を設定している。なお、柱・梁接合部パネルには十分な強度を与え、降伏しないものとする。

合成部材を構成する鉄骨・コンクリート・スタッドの応力-歪関係には4.1節の履歴モデルを適用する。各部材の増分剛性行列の作成時に幾何学的非線形性は無視されるが、骨組全体の増分剛性行列の作成時には、節点の移動に伴う幾何学的非線形性は考慮されている。すなわち、PΔ効果は考慮されている。解析では、まず柱頭の節点1, 2に合成柱の

図18 解析骨組の形状・寸法

(a) 合成柱 (b) 合成梁

図19 部材断面とコンクリート強度

図20 水平力-層間変位角関係

軸力比にして 0.25 に相当する 235t の鉛直荷重を載荷し、その後水平荷重 H を作用させる。

解析結果を図20～図23に示す。図20は水平荷重 H と層間変位角 R の関係である。合成率が 0.5 の骨組では合成率が 1.5 の骨組に比べて剛性・耐力ともに幾分低下しているが、柱の PCa 板の圧壊に伴う耐力低下は生じていない。

図21は各部材の材端モーメントと層間変位角 R の関係で

ある。図21におけるモーメント M_1, M_2 は合成梁の端部モーメントであり、正曲げ側 (M_1) の方が負曲げ側 (M_2) より剛性・耐力ともに大きくなる合成梁特有の結果が得られている。合成率が 1.5 の骨組では、合成柱の柱脚側で PCa 板が圧壊し、これに伴って曲げ耐力が低下している。PCa 板の圧壊は、梁せん断力の付加軸力によって圧縮力が増大する風下側 (M_4) の方が圧縮力が減少する風上側 (M_3) に比べて

図21 部材端モーメント－層間変位角関係

図22 繰返し水平力－層間変位角関係

(a) 左側合成柱の柱脚側

(b) 合成梁の左端側

図23 繰返し部材端モーメント－部材端変形角関係

早期に発生している。一方、合成率が0.5の骨組ではスタッドの降伏が先行するためPCa板は圧壊せず、柱の曲げ耐力は低下しない。

図22, 図23は繰返し水平力に対する解析結果である。図22の水平力-層間変位角関係において、図20の一方向水平力に対する結果と同様、合成率が0.5の骨組ではPCa板が圧壊せず、繰返し水平力に対しても耐力は低下していない。図23(a), (b)は、合成率が1.5の骨組の部材端モーメント-部材端変形角関係の一例を示すもので、(a)は合成柱、(b)は合成梁の履歴挙動を表す。合成梁については正曲げ側を正として描いている。

6. 結論

本論では、角形鋼管と高強度PCa板を頭付きスタッドで結合したSPC合成柱の解析モデルと解析方法を示し、素材試験結果に基づいてPCa板とスタッドの応力-歪関係の履歴モデルを設定した。PCa板のように歪軟化挙動を呈する素材で構成される部材の解析で最も重要な点は、破壊域の要素寸法を実際の破壊寸法に合致させることである。本論では、PCa板の要素寸法を修正Mohr-Coulombの破壊基準から得られる寸法、すなわち板厚の2倍としている。このPCa板要素に、同じ長さで同じ断面のPCa板の短柱試験結果をモデル化した応力-歪関係を適用し、SPC合成柱の実験結果と比較した。解析結果は、ウェブのPCa板が圧壊するまで実験結果を極めて良好な精度で追跡できることを確認した。

本論で展開したSPC合成柱の増分構成式は、軸力と部材端モーメントの任意の増分と対応する変形増分の関係を与えるものである。さらにこの合成柱の解析モデルと増分構成式は合成梁の解析にも適用可能であり、このような合成構造部材で構成される平面骨組の静的・動的応答解析を可能とするものである。

謝辞

図2のEFM解析結果は中塚光一君（当時大学院生、現大林組）作成のプログラムによる。ここに記して感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 井上一朗, 金 結煥, 上村健二, 田中利幸, 瀬川輝夫: 角形鋼管・高強度プレキャストコンクリート板合成柱の力学特性, 日本建築学会構造系論文報告集, No.458, 1995.2.
- 2) 中塚光一, 多田元英, 井上一朗: 合成面のずれおよびコンクリートの負勾配を考慮した合成柱の弾塑性解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集C構造II, pp.1591-1592, 1991.9.
- 3) 中塚光一, 多田元英, 井上一朗: PCa板に修正Mohr-Coulombの破壊基準を適用した合成柱の弾塑性解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集C構造II, pp.1827-1828, 1992.9.
- 4) 井上一朗, 上村健二, 多田元英, 金 結煥: 角形鋼管・高強度PCa板合成柱の簡易解析モデルによる弾塑性解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, C構造II, pp.1901-1902, 1993.9.
- 5) 谷川恭雄: 鋼繊維補強コンクリートの圧縮応力度-ひずみ度曲線の表示式, 第2回コンクリート工学年次講演会講演論文集, pp.197-200, 1980.
- 6) 日本コンクリート工学協会: コンクリート構造物の設計にFEM解析を適用するためのガイドライン, 付録[B]有限要素法によるコンクリート非線形解析の数値計算上の特徴, 1989.3.
- 7) 日本建築学会: RC構造物の有限要素解析法-現状と将来性-, RC構造部門PD資料, 1991.9.
- 8) R. Tanabashi, T. Nakamura and S. Ishida: Gravity Effect on the Catastrophic Dynamic Response of Strain-Hardening Multi-Story Frames, Proc. of 5th WCEE, 1973.6.
- 9) 藤本盛久, 和田章, 他: 筋違付鉄骨ラーメンの弾塑性解析に関する研究, 日本建築学会論文報告集, No.209, pp.41-51, 1973.7.
- 10) M. P. Nielsen: LIMIT ANALYSIS AND CONCRETE PLASTICITY, Prentice-Hall, Inc. 1984.
- 11) 山田登, 辻 文三: Bauschingerモデル, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.161-164, 1973.6.
- 12) 多田元英, 水遊 明: トラス部材を含む骨組構造物の動的座屈挙動解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No.446, pp.51-56, 1993.4.
- 13) 小川厚治, 多田元英: 柱・梁接合部パネルの変形を考慮した静的・動的応答解析プログラムの開発, 台17回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集, pp.79-84, 1994.12.

(1995年1月10日原稿受理, 1995年2月8日採用決定)