任意方位角を有する平面波斜め入射に対する 2次元構造物の応答解析

RESPONSE ANALYSIS OF 2-D STRUCTURE SUBJECTED TO OBLIQUELY INCIDENT WAVES WITH ARBITRARY HORIZONTAL ANGLES

永野正行*, 源栄正人**

Masayuki NAGANO and Masato MOTOSAKA

In the response analysis of a two-dimensional structure, plane body waves acting at an arbitrary angle with respect to the axis of a two-dimensional section induce a three-dimensional response with constant wave velocity normal to a two-dimensional section. Hyperelements and finite elements of moving loads are used for three-dimensional response analyses of two-dimensional structures subjected to an obliquely incident wave with an arbitrary horizontal angle. As examples, three-dimensional wave propagation of a sedimentary basin and three-dimensional responses of twin tunnels embedded in a uniform half-space are investigated and their response characteristics are discussed.

Keywords : hyperelement, finite element, two-dimensional structure, three-dimensional response, obliquely incident wave, horizontally incident angle

ハイパーエレメント、有限要素、2次元構造物、3次元応答、斜め入射波、方位角

1. はじめに

奥行き方向に無限に続く同一断面を有する不整形地盤やトンネル状の地下構造物などの2次元構造物に対する平面波入射問題において、Fig.1に示すように入射波の進行方向が2次元断面と直交せず、ある角度（この角度 θ_h を以降、方位角と記す。）をもって入射するとき、奥行き方向には一定の速度で伝播する波動が現れる。この場合の応答はSH波、ラブ波による面外波動、P・SV波、レイリー波による面内波動が連成した3次元挙動を示す。このような3次元問題に対しては、移動荷重に対するグリーン関数（Moving Green's Function、以降MGFと記す。）や動的剛性等を用いることにより、モデル上は1節点3自由度を有するものの、見かけ上2次元問題として効率的に解析することができる。

この3次元応答問題に対し、本論文ではKauselら¹⁾によって提案された解析手法を発展させ、移動荷重に対して定式化したhyperelement剛性を用いた解析手法を示す。この手法の特徴として、無限積分の形となっているMGF

の計算が不要であること、同一成層領域では水平方向には厳密解と同じ波動関数を用いているため水平方向に有限要素法のような要素分割を行う必要がなく、有限要素解析に比べ少ない自由度でかつ高精度の解析が可能であり、大領域構造の解析に有効であることが挙げられる。

Fig.1 Three-dimensional response of two-dimensional structure

* 鹿島小堀研究室 研究員
** 鹿島小堀研究室 主管研究員・工博

Kobori Research Complex, Kajima Corporation
Kobori Research Complex, Kajima Corporation, Dr. Eng.

また本論文では鉛直境界で区切られた比較的大きな領域のモデル化を対象としているhyperelement手法とともに、鉛直境界以外の不整形境界を有する局所的な構造への応用も考え、移動荷重に対して定式化した有限要素を用い hyperelementと結合したハイブリッド手法を、任意方位角を有する平面波斜め入射に対する2次元構造の3次元応答問題に適用する。これは現在多くの構造物、地盤の地震応答解析において用いられている、底面・粘性境界、側面・エネルギー伝達境界とした2次元FEM解析手法に対し、任意方位角を有する斜め入射波に対する3次元応答解析へと発展可能な手法としても有用なものである。これらの手法は当然のことながら、車両等の移動加振源に対する応答解析手法としても用いることも可能である。

この3次元問題に対する既往の研究には、固有関数展開法を用いて半無限地盤中の埋設管の3次元応答解析を行ったWongら²⁾の研究、半無限成層構造に対するMGFを用いて、間接境界要素法により、任意方位角を有する平面実体波斜め入射に対する円形谷や埋設トンネルの応答解析を実施したLucoら^{3,4)}の研究を始め、遠方境界には半無限弾性体に対するMGFを内部領域には移動荷重に対する有限要素を用いた結合解析を、沖積谷や埋め戻し土中のパイプラインの実体波入射解析に適用したKhairら⁵⁾、Liuら⁶⁾の研究などがある。これらの移動荷重問題に関連した研究として、福和らは全無限地盤に対するMGF⁷⁾と薄層要素を用いて誘導したMGF⁸⁾を、源栄ら⁹⁾は成層半無限地盤におけるMGFを示し、それぞれその基本的特性を示している。また移動荷重に対する有限要素法を用いた3次元解析はHwangら¹⁰⁾により適用され、固定基盤での位相差入力により矩形トンネルの応答解析を行っている。またHanazatoら¹¹⁾はトラック等の振動による地盤応答を、移動振源に対して定式化した有限要素法とエネルギー伝達境界を用いて解析している。しかしこれらは地盤の半無限性を考慮した任意方位角、入射角を有する入射波に対する解析までは行っていない。

本研究では、最初にhyperelement手法を用いた大領域構造の解析例として、2次元形状の堆積谷に実体波が斜め入射するときの波動伝播解析を実施し、入射波が鉛直軸に対する入射角のみでなく、現在まであまり行われていない方位角を有するケースでの3次元波動伝播特性を検討する。次にhyperelement手法と有限要素との結合手法を用いた例として、半無限地盤中に建設される双設トンネル構造物の応答計算例を示し、入射角、方位角入射がその応答に与える影響を単独トンネルの場合と比較して調べる。

2. 解析手法の概要

(1) 移動荷重に対するhyperelementの定式化

3次元弾性体の支配方程式は物体力を無視すると次式で与えられる。

$$(\lambda + \mu)u_{i,jj} + \mu u_{j,ii} = -\omega^2 \rho u_i, \quad i = x, y, z \quad (1)$$

ここで λ 、 μ は地盤のLamé定数、 ρ は密度、 ω は円振動数で、時間に関する定常状態を $e^{i\omega t}$ と仮定している。(1)式を x, y に関してフーリエ変換後、波数領域における変位場の x 方向成分と y 方向成分をRadial方向成分とTransverse方向成分へ変換し、P-SV成分 $\{U_1, U_2\}$ とSH成分 $\{U_3\}$ の変位場に分離する。

$$\begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} ik_x/k & 0 & ik_y/k \\ ik_y/k & 0 & -ik_x/k \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで $U_i(k_x, k_y, z, \omega)$, $i = x, y, z$ はフーリエ変換領域での値を示し、 k_x は x 方向の波数、 k_y は y 方向の波数、 $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ である。また $i = \sqrt{-1}$ である。変換された各方程式に対し z 方向にガラーキン法を適用し、層内で変位を線形仮定し離散化後、剛性の重ね合わせをすると次式の一般化レイリー波方程式と一般化ラブ波方程式が得られる。各方程式の大きさは半無限層を含む地盤分割数 N となる。各マトリックスの内容はAPPENDIX-Iに示されている。

$$(k^2[A_p] + [E_s] + [E_s'])\{U_1\} - k[B]^T\{U_2\} = \{0\} \quad (3a)$$

$$(k^2[A_s] + [E_p] + [E_p'])\{U_2\} - k[B]\{U_1\} = \{0\} \quad (3b)$$

$$(k^2[A_s] + [E_s] + [E_s'])\{U_3\} = \{0\} \quad (3c)$$

ここで $[E'_{s(p)}]$ は鉛直方向における地盤の半無限効果を表現するため、底面位置に設定する粘性境界項である。また下方地盤の半無限性を表現するものとして他にparaxial近似やdoubly asymptotic近似¹²⁾が用いられる場合もある。次に波数 k に関する代数方程式となっている(3a)(3b)式のP・SV波に関する4N次元(地盤物性により2N次元に縮約可能)の固有値解析、(3c)式のSH波に関するN次元の固有値解析を行う。ここで得られた固有値、固有モードを(2)式により直交座標系に変換し、 k_y を入射角等により決定される y 方向の波数 k_y^0 に固定し、 k_x に関し x の正負進行方向に分解する。得られた x 方向の s 次固有波数を $k_{L(R)}^{(+)}$ 、 s 次固有モードを $\{V_{L(R)}^{(+)}\}$ とし、各モードに対する刺激係数を $\alpha_{L(R)}^{(+)}$ とする。上添字+、-は x 方向に関し正負進行モードを、下添字L、Rは(3c)式のラブ波方程式、(3a)(3b)式のレイリー波方程式からの寄与を示し、それぞれ $s=N$ 、 $2N$ 組を有する。またこれらをまとめた形として、正負方向の固有波数マトリックス(対角項のみ)を $[k_+^*], [k_-^*]$ 、モードマトリックスを $[V^+], [V^-]$ 、刺激係数ベクトル(未知係数)を $\{\alpha^+ \}, \{\alpha^- \}$ とする。これらは3N次正方行列もしくは3N次元ベクトルとなる。

2次元の不整形地盤がFig.2に示すように、いくつかの層序の異なる鉛直境界を有する成層地盤領域でモデル化できるものとする、ある成層領域 j における変位は局

所座標系 ξ により次式のように示される。

$$\begin{aligned} \{^j U(\xi)\} &= \{^j U^l(\xi)\} \\ &+ \sum_{n=1}^N \{^j V_L^n\} e^{-ik_{L,n}^z \xi} \alpha_{L,n}^+ + \sum_{n=1}^N \{^j V_R^n\} e^{-ik_{R,n}^z (\xi-d)} \alpha_{R,n}^- \\ &+ \sum_{n=1}^{2N} \{^j V_L^n\} e^{-ik_{L,n}^z \xi} \alpha_{L,n}^+ + \sum_{n=1}^{2N} \{^j V_R^n\} e^{-ik_{R,n}^z (\xi-d)} \alpha_{R,n}^- \quad (4a) \\ &= \{^j U^l(\xi)\} + [^j V^-] [^j K^-(\xi)] \{\alpha^+\} + [^j V^-] [^j K^-(\xi)] \{\alpha^-\} \quad (4b) \end{aligned}$$

Fig.2 Irregularly layered media comprising several regions with horizontally flat layers

ここで

$$[^j K^+(\xi)] = \begin{bmatrix} \cdot & 0 \\ e^{-ik_x^+ \xi} & \cdot \\ 0 & \cdot \end{bmatrix}, [^j K^-(\xi)] = \begin{bmatrix} \cdot & 0 \\ e^{-ik_x^- (\xi-d)} & \cdot \\ 0 & \cdot \end{bmatrix}$$

である。 d は領域 j の幅である。また $\{^j U^l(\xi)\}$ は入射場における変位を示し、 $e^{-ik_x^+ \xi}$ を含む形となる。ここで k_x^+ は k_x^0 と同様に入射角、方位角より決定される x 方向の波数である。同様に節点力は次式で表される(マトリックスの内容はAPPENDIX-II参照)。

$$\{^j P(\xi)\} = [^j A] \frac{\partial}{\partial \xi} \{^j U(\xi)\} n_x + (-ik_x^0 [^j G] - [^j H]) \{^j U(\xi)\} n_x \quad (5)$$

ここで n_x は x 一定面に対する法線ベクトル係数であり、左右鉛直境界に対してそれぞれ-1, 1となる。(4)(5)式に左右境界座標($\xi=0, d$)を代入した後、刺激係数ベクトル $\{\alpha^+\}, \{\alpha^-\}$ を消去することにより、領域 j の左右境界における節点力ベクトル $\{^j P_{L(R)}\}$ と変位ベクトル $\{^j U_{L(R)}\}$ との関係が次式のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} \{^j P_L\} \\ \{^j P_R\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [^j S_{LL}] & [^j S_{LR}] \\ [^j S_{RL}] & [^j S_{RR}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{^j U_L\} \\ \{^j U_R\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{^j Q_L\} \\ \{^j Q_R\} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

式中、下添字L,Rは左右境界の自由度に対応する量を示す。また $[^j S_{IJ}]$ ($I, J=L, R$)は領域 j における移動荷重に対するhyperelementマトリックス、また $\{^j Q_J\}$ ($J=L, R$)はサブストラクチャー法における左右境界端のドライビングフォース・ベクトルに相当し、それぞれ以下のように示される。

$$\begin{bmatrix} [^j S_{LL}] & [^j S_{LR}] \\ [^j S_{RL}] & [^j S_{RR}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [^j R_{LL}] & [^j R_{LR}] \\ [^j R_{RL}] & [^j R_{RR}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [^j V^+] & [^j V^-] [^j K_L^-] \\ [^j V^-] [^j K_R^+] & [^j V^-] \end{bmatrix}^{-1} \quad (7)$$

$$[^j R_{LL}] = i [^j A] [^j V^+] [^j K_L^+] + (ik_x^0 [^j G] + [^j H]) [^j V^+] \quad (8a)$$

$$[^j R_{LR}] = i [^j A] [^j V^-] [^j K_L^-] [^j K_R^+] + (ik_x^0 [^j G] + [^j H]) [^j V^-] [^j K_L^-] \quad (8b)$$

$$[^j R_{RL}] = -i [^j A] [^j V^+] [^j K_R^+] [^j K_L^+] - (ik_x^0 [^j G] + [^j H]) [^j V^+] [^j K_R^+] \quad (8c)$$

$$[^j R_{RR}] = -i [^j A] [^j V^-] [^j K_R^-] - (ik_x^0 [^j G] + [^j H]) [^j V^-] \quad (8d)$$

$$[^j K_R^+] = \text{diag}[e^{-ik_x^+ d}], [^j K_L^-] = \text{diag}[e^{ik_x^- d}] \quad (8e)$$

$$\begin{Bmatrix} \{^j Q_L\} \\ \{^j Q_R\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [^j S_{LL}] & [^j S_{LR}] \\ [^j S_{RL}] & [^j S_{RR}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{^j U_L^l\} \\ \{^j U_R^l\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{^j P_L^l\} \\ \{^j P_R^l\} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで $\{^j U_L^l\}, \{^j P_L^l\}$ ($I=L, R$)は左右鉛直境界における自由地盤場の変位と節点力である。(6)式を成層領域1からMに対して構築し、 $\{^1 U_L\} = \{^1 U_R\}, \{^1 P_L\} + \{^1 P_R\} = \{0\}$ の領域間の鉛直境界に対する適合条件を適用することにより解くべき全体方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [^1 S_{RR}] + [^1 S_{LL}] & [^1 S_{LR}] & \cdots \\ \cdots & [^1 S_{RR}] + [^1 S_{LL}] & [^1 S_{LR}] & \cdots \end{bmatrix} \{U\} = \begin{Bmatrix} \{^1 Q_R\} + \{^1 Q_L\} \\ \{^1 Q_R\} + \{^1 Q_L\} \\ \cdots \end{Bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} [^1 S_{RR}] + [^1 S_{LL}] & [^1 S_{LR}] & \cdots \\ \cdots & [^1 S_{RR}] + [^1 S_{LL}] & [^1 S_{LR}] & \cdots \end{bmatrix} \{U\} = \begin{Bmatrix} \{^1 Q_R\} + \{^1 Q_L\} \\ \{^1 Q_R\} + \{^1 Q_L\} \\ \cdots \end{Bmatrix} \quad (10) \end{aligned}$$

ここで左端、右端領域境界に付加する剛性 $[^1 S_{RR}], [^M S_{LL}]$ はいわゆるエネルギー伝達境界マトリックスに相当する。(10)式で鉛直境界における変位が得られると、(4)式より各領域の刺激係数ベクトルが算定され、任意の点における変位を求めることができる。

(2) 平面波入射時の自由地盤の応答

3次元成層地盤の水平平面で y 軸に θ_h (方位角)、平面波入射面 x', y' で z 軸に θ_v (入射角)の成す角を持って入射する自由地盤場における応答変位や x, y 方向の波数を求める。Fig.3に示すように x, y 軸を方位角に対応した x', y' 軸に変換し、この軸における変位を表すと、

$$\begin{Bmatrix} U_x' \\ U_y' \\ U_z' \end{Bmatrix}^T = e^{-ik_x x} \begin{Bmatrix} U_x' \\ U_y' \\ U_z' \end{Bmatrix}^T \quad (11)$$

ここで、

$$k_x = \frac{\omega}{V_{SN}} \sin \theta, \quad (\text{S波入射時})$$

$$k_x = \frac{\omega}{V_{PN}} \sin \theta, \quad (\text{P波入射時})$$

Fig.3 Horizontal and vertical angles of obliquely incident wave

U_x', U_y' はP・SV入射時に、 U_z' はSH波入射時に発生し、2次元の薄層要素マトリックスに入射角に応じたインピーダンスマトリックス、ドライビングフォースを薄層領域底面に考慮することにより得られる (APPENDIX-III参照)。また下添字Nは入射波を規定する最下層(半無限層)での諸元を示す。 x, y, z 軸での自由地盤応答は、

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_h & -\cos\theta_h & 0 \\ \cos\theta_h & \sin\theta_h & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [T]^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (12a)$$

$$\begin{Bmatrix} U_x^t \\ U_y^t \\ U_z^t \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} U_x^t \\ U_y^t \\ U_z^t \end{Bmatrix} \quad (12b)$$

の関係を考慮すると次式のように示される。

$$\begin{Bmatrix} U_x^t \\ U_y^t \\ U_z^t \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} U_1^t \\ U_2^t \\ U_3^t \end{Bmatrix} \exp(-ik_x^0 x - ik_y^0 y) \quad (13)$$

ここで、

$$k_x^0 = k_x \sin\theta_h, \quad k_y^0 = -k_x \cos\theta_h \quad (14)$$

$k_y^0 = \omega/c_y^0$ とすると、 $c_y^0 = -V_{S(P)N}/(\sin\theta_h \cos\theta_h)$ は y 方向の見かけ上の波動伝播速度を示す。実体波入射時には振動数に関わらず c_y^0 は一定となり、これが hyperelement マトリックス等を算定するときの移動荷重の速度に対応する。また切り欠き力として表される自由地盤の節点力 $\{P^t\}$ は、(13)式により得られた自由地盤応答を(5)式に代入することにより得られる。以上により得られた $k_x^0, k_y^0, \{U^t\}, \{P^t\}$ を(6)式の hyperelement マトリックスやドライビングフォースベクトルの算定に用いる。

(3) 移動荷重に対する有限要素剛性の定式化

移動荷重に対する有限要素剛性の誘導⁵⁾は基本的には通常の有限要素剛性と同様であるが、奥行き方向 (y 方向) に関してはフーリエ変換を行うので、 x, z 平面上の3自由度を有する節点に対し離散化を行う。例えば4角形4節点アイソパラメトリック要素に対しては、仮想仕事の原理を用いることにより剛性マトリックスは最終的に次のような形で示される。

$$[K_r] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_r]^T [D_r] [B_r] \det[J] d\eta d\xi \quad (15)$$

ここで $[D_r], [B_r]$ はそれぞれ応力-歪マトリックス、歪-節点変位マトリックスで、 6×6 行列、 6×12 行列となっている。 $*$ は共役複素マトリックスを、また $[J]$ はヤコビアンマトリックスを示す。 $[B_r]$ は y 方向の波数 k_y^0 を含む形となる (APPENDIX-IV 参照)。(15)式は Gauss-Legendre の求積法などの数値積分により算定する。質量マトリックスについても同様に求める。

(4) 有限要素領域底面における半無限地盤のモデル化

ある鉛直境界で区切られた不整形領域を、有限要素と hyperelement とのハイブリッドで表現する場合は、hyperelement 左右境界におけるドライビングフォースで外力を規定すればよいが、有限要素のみで不整形領域をモデル化する場合、領域底面に半無限性を表現するために粘性境界と平面波入射に伴うドライビングフォースを考慮する必要がある。このときの領域底面における表面力は次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} i\omega\rho_N V_{SN} & 0 & 0 \\ 0 & i\omega\rho_N V_{SN} & 0 \\ 0 & 0 & i\omega\rho_N V_{PN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q_x^a \\ Q_y^a \\ Q_z^a \end{Bmatrix} \quad (16)$$

ここで $Q_i^a (i=x,y,z)$ は領域底面におけるドライビングフォースで次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} Q_x^a \\ Q_y^a \\ Q_z^a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} i\omega\rho_N V_{SN} & 0 & 0 \\ 0 & i\omega\rho_N V_{SN} & 0 \\ 0 & 0 & i\omega\rho_N V_{PN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_x^a \\ U_y^a \\ U_z^a \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} P_x^a \\ P_y^a \\ P_z^a \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ここで $U_i^a, P_i^a (i=x,y,z)$ は領域底面における自由地盤場での変位と z 面に関する表面力であり、前述の自由地盤の応答計算より求められる。(16)式を離散化する事により、有限要素領域下に考慮する粘性境界とドライビングフォースが得られる。

3. 解析手法の検証

任意方位角を有する平面波斜め入射に対する2次元構造系の解析手法として定式化した移動荷重に対する hyperelement と有限要素を検証するために、Fig.4(a)に示すような半径 a の円形谷に入射角、方位角を伴って入射するSV波に対する応答結果を、MGFを用いて間接境界要素法で計算を行った Luco らによる解析結果³⁾と比較する。

(a) Semi-circular canyon subjected to obliquely incident SV-waves

(b) Modeling of Semi-circular canyon

Fig.4 Analytical model for verification of the proposed model

Fig.4(b)に示すように、検証用モデルとして不整形領域を hyperelement と有限要素の結合により表した解析モデル (MODEL-1)、有限要素のみにより表した解析モデル (MODEL-2) の2つを用いる。いずれも左右の境界では移動荷重に対する hyperelement、すなわち移動荷重に対するエネルギー伝達境界が仮定されている。水平方向は $2a$ の領域を $a/5$ 幅で分割し、深さ方向は底面まで $4a$ の領域を $a/5$ 幅の要素20層でモデル化している。Fig.5に $\eta = \omega V_s / a = 1.0$ 、

ポアソン比1/3、 $\theta_h=45^\circ$ 、 $\theta_h=1^\circ$ 、 45° 、 90° ($\theta_h=90^\circ$ は2次元面内問題)の解析ケースに対して半円谷を含む地表面応答の絶対値を示している。変位勾配の大きな箇所や上下方向の応答においては、空間離散化の影響や深さ方向の有限な領域長等に起因すると考えられる若干の差異が見られるが、本解析モデルによる結果はいずれもLucóらの結果と良い対応を示していることがわかる。

MODEL-1,2 — $\theta_h=90^\circ$ - - - $\theta_h=45^\circ$ - - - $\theta_h=1^\circ$
 Lucó et al.³⁾ ○ $\theta_h=90^\circ$ △ $\theta_h=45^\circ$ ◇ $\theta_h=1^\circ$

Fig.5 Comparison of canyon responses

4. 2次元堆積谷における波動伝播性状の検討

Fig.6に示すような2次元形状の堆積谷地形(以降、堆積盆地と表現する。)に対し入射角、方位角を有する平面実体波が入射するときの波動伝播特性を検討する。

厚さ400mの堆積層の地盤物性は $V_s=500\text{m/s}$ 、 $V_p=1000\text{m/s}$ 、 $\gamma=2.0\text{t/m}^3$ 、 $h=0.01$ 、半無限地盤の物性は $V_s=1300\text{m/s}$ 、 $V_p=2600\text{m/s}$ 、 $\gamma=2.3\text{t/m}^3$ 、 $h=0.005$ でインピーダンス比は約2である。解析では3つのhyperelementで水平方向の領域をモデル化しており、深さ方向の薄層要素モデルは全ての領域に対して40mの層を10層、130mの層を10層、最下層にせん断波波長の1.5倍を25分割した層構造より構成されている。堆積層部分の表面波基本モードの位相速度、群速度の分散曲線をFig.7に示す。同図には薄層要素法、理論解によって得られた表面波の分散曲線を示しているが、両者は良く一致しており、薄層

モデルの妥当性を示している。

Fig.6 Sedimentary basin subjected to obliquely incident wave

Fig.7 Dispersion curves of fundamental modes of surface waves

入射波の時刻歴波形としてRicker waveletを用い、その中心周期は堆積層部のラブ波基本モードのAiry相に相当する3.2秒とする。応答計算は振動数領域で1.5Hzまで行い、地震応答はFFTを用いて時間領域への変換を行う。

解析結果の一例としてSH波入射で入射角 θ_i を 20° に固定し、方位角 θ_h を 90° 、 45° 、 0° とした3ケースの応答結果を示す。Fig.8はy方向の、Fig.9,10はx,y,z方向の $y=0$ 断面における盆地部と盆地両端の地表面での応答波形を示したものである。入射波は、盆地左側端部下位置で規定している。また(4a)式において右辺第1項を入射場の応答、鉛直境界からの散乱場応答のうち第2、第3項目を面外波動場における応答、第4、第5項目を面内波動場における応答として分離したときの、面外波動場における応

Fig.8 Displacement waveforms in y-direction across a 2-D basin at $y=0$ (Incident SH wave with $\theta_i=20^\circ$, $\theta_h=90^\circ$)

Fig.9 Displacement waveforms across a 2-D basin at $y=0$ (Incident SH wave with $\theta_v = 20^\circ$ and $\theta_h = 45^\circ$)

Fig.10 Displacement waveforms across a 2-D basin at $y=0$ (Incident SH wave with $\theta_v = 20^\circ$ and $\theta_h = 0^\circ$)

答、面内波動場における応答をFig.9、10に併せて示している。ただし分離された散乱応答波形の振幅は全応答波形の振幅の2倍のスケールで示している。

Fig.8の方位角 $\theta_h=90^\circ$ のケースは2次元面外波動伝播問題であり、実体波入射後に盆地端部からラブ波を含む面外波が発生し、反対方向の盆地端部へ向かって伝播していき、再び盆地端部で反射するという盆地構造の面外波動伝播解析でよく見られる現象が現れている。

一方、Fig.9の方位角 $\theta_h=45^\circ$ のケースでは3次元応答となり、実体波入射時に盆地端部よりラブ波のみならず、レイリー波を含む面内波も発生している様子が明らかに現れている。またラブ波で代表される面外波動成分はy方向の応答が、レイリー波で代表される面内波動成分ではx,z方向の応答が優勢であるが、それぞれx方向、y方向にも連成した応答が現れていることがわかる。これは奥行き方向の一定速度の波動伝播を考慮するために、x方向とy方向の応答が連成した形となるためである。(2)式に示すように振動数領域のある波数に対してはこの連成挙動はある水平角度で分離可能であるが、振動数毎にこの角度が変化するため時間領域での分離は不可能である。

次にFig.10の $\theta_h=0^\circ$ のケースでは入射SH波がy軸方向に伝播していく形となり、x,z投影面では見かけ上鉛直SV波入射の形となっている。それゆえに波動伝播特性は鉛直SV波入射時の性質を帯び、盆地端部から発生する表面波は面内波が優勢ではあるが、y方向に一定の速度の波動場が生じるためにラブ波も同時に発生している。Fig.10(e)の面外波成分に注目してみると、盆地端部に入射SH波が入射しラブ波が発生しているが、このラブ波の波群が反対側の盆地端部に到達する前に、20秒あたりで別のラブ波の相が盆地端部から発生していることがわかる。これは入射SH波によって盆地端部に生じたレイリー波が反対側の盆地端部に到達する時刻とほぼ一致していることから、ラブ波が反対側の盆地端部に到達する前に、レイリー波からラブ波への表面波の変換が盆地端部で発生しているものと考えられる。またFig.9の $\theta_h=45^\circ$ のケースでも $\theta_h=0^\circ$ のケースほど明瞭ではないが、30秒前後で反対にラブ波からレイリー波の変換が発生している。一般的にこの表面波の変換に関してはレイリー波からラブ波、その逆のパターンその他、本解析ケースのような鉛直境界での反射のみでなく、逆に表面波が堆積層へ透過するときに発生する変換も考えらる。すなわち現象としては、異なる物性を有する層に斜めから入射してくるSV波が反射SV波、反射P波、透過SV波、透過P波となる現象に類似している。ただしその反射、透過の大小関係については、平面波の反射・透過とは異なり、領域の層構成、方位角、振動数等の条件によって複雑に変化するものと考えられる。ここではSV波入射時、表面波入射時の結果

は省略するが、水平方向の連成挙動や鉛直境界での表面波変換については同様の現象が見られている。

5. 半無限地盤中の双設トンネルの地震応答解析

既往の研究では方位角を有する入射波に対し単独トンネルを対象とした解析⁴⁾や、双設トンネルの2次元解析¹³⁾は実施されているが、方位角を有する斜め入射波に対する双設トンネルの3次元解析例はあまり見られない。そこで半無限地盤中の双設トンネルについて、斜め入射角、方位角を有する平面波入射に対する3次元応答解析を行う。このときトンネルの半径 $r=5\text{m}$ 、厚さ $t=0.5\text{m}$ 、地表面からトンネルの中心点までの深さ $H=15\text{m}$ 、半無限地盤のせん断波速度 $V_s=200\text{m/s}$ 、ポアソン比0.4、単位体積重量 2.0t/m^3 、減衰定数1%とし、SV波入射時を対象とする。入射角 θ_i 、方位角 θ_h 、トンネル間隔 L を変化させたパラメータ解析を実施し、同じ条件で単独トンネルの応答と比較することによってその周波数応答性状を検討する。解析モデルはFig.11に示すように、トンネル部とその周囲を有限要素で、トンネル間領域や左右無限領域等はhyperelementでモデル化する。トンネル部は1層28個の4節点アイソパラメトリック要素でモデル化し、その材料定数はヤング率 $2.7 \times 10^6 \text{t/m}^2$ 、ポアソン比0.167、単位体積重量 2.5t/m^3 、減衰定数0%とする。

Fig.11 Modelling of twin tunnels embedded in a half-space

最初にトンネル間隔 L を10mに固定して、入射角 θ_i 、方位角 θ_h を変化させたときの応答結果を示す。解析ケースは(a) $\theta_i=0^\circ, \theta_h=90^\circ$ 、(b) $\theta_i=20^\circ, \theta_h=90^\circ$ 、(c) $\theta_i=20^\circ, \theta_h=45^\circ$ 、(d) $\theta_i=20^\circ, \theta_h=0^\circ$ の4ケースとする。このとき(a)(b)のケースは2次元面内問題となる。ここでは応答変位結果のみを示すが、応力に関してもその周波数応答性

Fig.12 Displacement amplitudes at surface points of twin tunnels

Fig.13 Distribution of displacement at surface points of twin tunnels

Fig.14 Displacement amplitudes at surface points of twin tunnels with various spacings

状は変位と同様の傾向を示している。Fig.12は4解析ケースに対して左右トンネルの外周2点における3方向の応答変位、すなわち半径方向 u_r 、奥行き方向 u_y 、円周方向 u_θ の応答変位の絶対値を振動数10Hzまでに対して示したものであり、単独トンネルの応答も比較して示している。入射波規定位置は双設トンネル間中央の地表面とし、半無限地盤における入射波の振幅に対する値として示している。また、Fig.13は、(c) $\theta_i=20^\circ$ 、 $\theta_\theta=45^\circ$ の解析結果のうち4振動数(2.5,5.0,7.5,10.0Hz)を対象として、応答変位3成分の絶対値振幅分布を各トンネルの円周方向における位置から放射状に示している。応答振幅は各図に示されている最大値で規準化されている。

鉛直入射となる(a)のケースでは、双設トンネルと単独トンネルの挙動の差異はほとんど見られないが、2次元斜め入射となる(b)のケースでは5Hzを越えたあたりから左右のトンネルの挙動に差異が現れてくる。特に入射波に対し前面側となる左側の応答が右側に比べ大きくなっており、いわゆるshadow効果が現れている。周波数特性はトンネル該当位置から上の地盤の固有振動特性に影響を受けており、モードの節、腹が明瞭に現れている。(c)(d)のケースは3次元応答となり、奥行き方向となる y 方向にも応答が現れる。(c)のケースでは(b)のケースと同様に半径方向、円周方向にshadow効果が現れ、その効果は2次元の(b)のケースに比べ若干大きい。一方、奥行き方向の応答には双設トンネルの影響はあまり顕著には現れず、双設トンネル、単独トンネルとも同様な挙動を示す。特に低振動数域ではFig.13(a)に示すように、振幅分布は同心円状となっている。また(d)のケースでは入射が見かけ上SH波入射となり、その応答も鉛直SH波入射時の性質を帯びてくる。しかし面内方向(r,t 方向)にも比較的大きな応答振幅が現れ、方位角入射による3次元効果が大きいことが分かる。双設トンネルと単独トンネルの応答比較では奥行き方向に比べ、面内方向に差異が若干大きく現れてくる。Fig.13の応答振幅分布では振動数によって分布性状が大きく変化すること、振動数が高くなるにつれて双設トンネルと単独トンネルの応答の差異が大きくなり、shadow効果により左側のトンネルの応答変位分布が若干大きくなっていることが分かる。

次に入射角 θ_i を 20° 、方位角 θ_θ を 45° に固定して、トンネル間隔 L を(a)5m、(b)20mと変化させたときの応答結果をFig.13に示す。Fig.12(c)と同様に双設トンネルの面内方向の応答には相互作用の影響が高振動数域で現れ、トンネル間隔が短くなるほどその効果が大きくなる傾向にある。また $L=20\text{m}$ のケースでは低振動数域から左右トンネルの振幅に若干の差異が現れるが、これはトンネル間隔が長くなり、低振動数域で地盤のせん断波長によるモード長と合致したために、左右トンネルの応答に影響を及

ぼしたものと考えられる。奥行き方向の y 方向では前解析ケースと同様に双設トンネルによる相互作用の影響は小さい。

以上の応答結果は非常に限られた解析ケースでの結果であり、その応答性状は入射波、入射角、振動数だけではなく、トンネルの大きさ、地盤の物性、深さ等によっても大きく変化する。また方位角を有する入射波に対しては、その応答が3次元となり、考慮する応力も6成分となるので、設計時に地震応答解析を行うときは個々のケースに応じた応力評価が必要であろう。

6. まとめ

斜め入射波が方位角を有する場合の2次元構造物の3次元応答解析に対して、移動荷重に対するhyperelementや有限要素との結合による解析手法を示し、その適用例として2次元堆積谷地形における3次元波動伝播解析、半無限地盤中の双設トンネルの実体波斜め入射時の応答解析を示した。前者に関しては、大領域構造における波動伝播解析手法の1つとしてhyperelementを用いた手法の有用性を示した。また3次元波動伝播特性として堆積地盤での面外波、面内波の連成挙動や、鉛直地層境界でのレイリー波からラブ波への表面波の変換を確認することができた。後者に関しては、単独トンネルとの比較により、shadow効果等の双設トンネルの複雑な3次元応答特性が示された。

いずれの3次元応答も通常の面内・面外2次元解析、もしくはその組み合わせのみでは表現できない応答特性を示しており、以上のような3次元応答解析が今後も重要となるものと考えられる。またhyperelementと有限要素とを組み合わせることにより、複雑な地層構成を有する構造や、トンネル構造以外にもパイプライン、共同溝などその断面寸法に対し奥行き方向が比較的に長い土木構造物など、各種2次元構造物のモデル化が可能であり、これらの3次元応答解析手法として幅広い応用が期待できる。

謝辞

本研究はKAJIMA/CUREeプロジェクトの1つである「Seismic Response of Underground Structures in Soft Soil」を契機として実施したものであり、鹿島技術研究所、大保 直人博士をはじめとする関係各位に感謝いたします。また本研究を進めるに当たり御協力頂きました鹿島小堀研究室、釜田 正毅氏に感謝いたします。

参考文献

- 1) Kausel,E. and Roesset,J.M. : Semianalytic Hyperelement for Layered Strata, *J.Engng.Mech.*, ASCE, 103(4), pp.569-588, 1977
- 2) Wong,K.C., Datta,S.K. and Shah,A.H. : Three-Dimensional Motion of Buried Pipeline, *J. Engng. Mech.*, ASCE, 112(12), pp.1319-1337, 1986
- 3) Luco,J.E., Wong,H.L. and Barros,F.C.P. : Three-Dimensional Response of a Cylindrical Canyon in a Layered Half-Space, *Earthquake eng. struct. dyn.* 19, pp.799-817, 1990
- 4) Luco,J.E. and Barros,F.C.P. : Seismic Response of a Cylindrical Shell Embedded in a Layered Viscoelastic Half-Space, *Earthquake eng. struct.*

dyn. 23, pp.553-580, 1994

- 5) Khair, K.R., Datta, S.K. and Shah, A.H. : Amplification of Obliquely Incident Seismic Waves by Cylindrical Alluvial Valleys of Arbitrary Cross-Sectional Shape. Part I. Incident P and SV Waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79(3), pp.610-630, 1989
- 6) Liu, S.W., Datta, S.K., Khair, K.R. and Shah, A.H. : Three Dimensional Dynamics of Pipelines Buried in Backfilled Trenches due to Oblique Incident of Body Waves, *Soil dyn. earthquake eng.* 10, pp.182-191, 1991
- 7) 福和伸夫, 梅村健次, 多賀直恒 : 等速移動点加振力に対する3次元均質等方弾性体の基本解に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第441号, pp.45~52, 1992
- 8) 福和伸夫ほか4名 : 自動車走行外乱による地盤の振動性状に関する研究—実測記録の解析と薄層法によるシミュレーション解析—, 構造工学論文集, Vol.39B, pp.95~104, 1993
- 9) 源栄正人, 菅原 長, 永野正行 : 3次元成層地盤におけるMoving Green's Functionの基本的検討, 日本建築学会構造系論文報告集, 第462号, pp.51~60, 1994
- 10) Hwang, R.N. and Lysmer, J. : Response of Buried Structures to Traveling Waves, *J. Geotech. Engrg.*, ASCE, 107(8), pp.183-200, 1981
- 11) Hanazato, T., Ugai, K., Mori, M. and Sakaguchi, R. : Three-Dimensional Analysis of Traffic-Induced Ground Vibrations, *J. Geotech. Engrg.*, ASCE, 117(8), pp.1133-1151, 1991
- 12) 前田 寿郎 : 面内問題における半無限体近似インピーダンスの検討, 日本建築学会大会構造系論文報告集, 第442号, pp.61~70, 1992
- 13) Takemiya, H. and Wang, H. : Seismic Responses of Tunnels Buried in a Layered Half Space, *Proc. of the 9th Japan Earthquake Engineering Symposium*, Vol.2, 1267-1272, 1994

APPENDIX- I

(3)式中のマトリックスについて

$$[A_s]^* = \frac{\mu H}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, [A_p]^* = \frac{(\lambda + 2\mu)H}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[E_s]^* = \frac{\mu}{H} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \omega^2 [M_s]^*, [E_p]^* = \frac{(\lambda + 2\mu)}{H} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \omega^2 [M_s]^*$$

$$[B]^* = \begin{bmatrix} (\lambda - \mu)/2 & (\lambda + \mu)/2 \\ -(\lambda + \mu)/2 & -(\lambda - \mu)/2 \end{bmatrix}, [M_s]^* = \frac{\rho H}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$E_s^*(N, N) = i\omega \rho_N V_{SN}, E_p^*(N, N) = i\omega \rho_N V_{PN}$$

上添字eは1層分の薄層要素の剛性を示し、Hは薄層要素の厚さを示す。

APPENDIX- II

(5)式中のマトリックスについて

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_p] & [0] & [0] \\ [0] & [A_s] & [0] \\ [0] & [0] & [A_s] \end{bmatrix}, [G] = \begin{bmatrix} [0] & [A_p] - 2[A_s] & [0] \\ [A_s] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}$$

$$[H] = \begin{bmatrix} [0] & [0] & [H_p] \\ [0] & [0] & [0] \\ [H_s] & [0] & [0] \end{bmatrix}, [H_p]^* = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \lambda & -\lambda \\ \lambda & -\lambda \end{bmatrix}, [H_s]^* = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mu & -\mu \\ \mu & -\mu \end{bmatrix}$$

APPENDIX- III

(11)式中の自由地盤応答の算定

$$(k_x^2 [A_p] + [E_s] + [I_{11}]) \{U_1^t\} + (-ik_x [B] + [I_{12}]) \{U_2^t\} = \{D_1\}$$

$$(k_x^2 [A_s] + [E_p] + [I_{22}]) \{U_2^t\} + (ik_x [B] + [I_{21}]) \{U_1^t\} = \{D_2\}$$

$$(k_x^2 [A_s] + [E_s] + [I_{33}]) \{U_3^t\} = \{D_3\}$$

$$I_{11}(N, N) = c_1 \eta_p, I_{12}(N, N) = -c_1 k_x + c_2$$

$$I_{21}(N, N) = c_1 k_x - c_2, I_{22}(N, N) = c_1 \eta_s$$

$$I_{33}(N, N) = i\mu_N \eta_s$$

$$D_1(N) = c_1 \eta_p \tilde{U}_1^t, D_2(N) = c_1 \eta_s \tilde{U}_2^t, D_3(N) = i\mu_N \eta_s \cdot 2U_0^{SH}$$

$$c_1 = i\omega^2 \rho_N / (k_x^2 + \eta_p \eta_s), c_2 = 2i\mu_N k_x$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{U}_1^t \\ \tilde{U}_2^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\eta_s V_{SN}}{\omega} \\ -\frac{k_x V_{SN}}{\omega} \end{Bmatrix} \cdot 2U_0^{SV}, \begin{Bmatrix} -\frac{k_x V_{PN}}{\omega} \\ \frac{\eta_p V_{PN}}{\omega} \end{Bmatrix} \cdot 2U_0^P$$

(SV-wave) (P-wave)

$$\frac{\omega^2}{V_{SN}^2} - \eta_s^2 = \frac{\omega^2}{V_{PN}^2} - \eta_p^2 = k_x^2$$

$U_0^{SH}, U_0^{SV}, U_0^P$ はそれぞれの入射波の振幅を示す。

APPENDIX- IV

(15)式中のマトリックス $[B_f]$ について

$$[B_f] = \begin{bmatrix} \partial\{N\}^t / \partial x & [0] & [0] \\ [0] & -ik_y \{N\}^t & [0] \\ [0] & [0] & \partial\{N\}^t / \partial z \\ -ik_y \{N\}^t & \partial\{N\}^t / \partial x & [0] \\ [0] & \partial\{N\}^t / \partial z & -ik_y \{N\}^t \\ \partial\{N\}^t / \partial z & [0] & \partial\{N\}^t / \partial x \end{bmatrix}$$

ここで $\{N\}$ は要素形状関数から成る4次元のベクトルであり、 $\partial\{N\} / \partial x, \partial\{N\} / \partial z$ はヤコビアンマトリックスを用いて求めることができる。

(1995年1月10日原稿受理, 1995年5月9日採用決定)