三軸圧縮下のコンクリートの応力～ひずみ関係

STRESS-STRAIN RELATIONSHIP FOR CONCRETE UNDER TRIAXIAL COMPRESSION

長沼 一 洋*

Kazuhiro NAGANUMA

A stress-strain relationship for concrete under triaxial compression is proposed for the analysis of confined concrete. The applicability of the existing failure criteria and equations for the stress-strain curve is discussed in comparison with the experimental results obtained from the past triaxial compression tests. It is demonstrated that the ascending and the descending parts of the stress-strain curve of concretes with different compressive strengths under various confining stresses can be represented well by the existing formula using proposed coefficients calculated as functions of the uniaxial compressive strength and strength enhancement ratio.

Keywords : compressive strength, failure criterion, strain softening, confining effect, lateral pressure

圧縮強度, 破壊基準, ひずみ軟化, 拘束効果, 側圧

1. はじめに

鉄筋コンクリート柱や鋼管コンクリート柱のように、鋼材等により拘束された部材におけるコンクリートの圧縮特性は、拘束度に応じて強度と靱性が大きく変化することが知られている。このようなコンクリートは一般に三軸圧縮状態にあり、その応力～ひずみ関係は一軸圧縮試験から得られるものとはかなり異なることが既往の数多くの実験で示されている。三軸圧縮下のコンクリートの応力～ひずみ関係を簡潔に表現することができれば、帯筋や鋼管で拘束される部材の耐力や変形能を解析的に評価する上で極めて有益と思われる。

三軸圧縮下のコンクリートの応力～ひずみ関係は、最近の Maekawaら^{1)・3)}の弾塑性破壊モデルや、水野ら^{4)・5)}の塑性理論に基づく構成モデルでは、かなりの精度で実験結果を再現できることが示されており、帯筋や鋼管による拘束効果の解析例も報告されている^{6)・7)}。しかし、拘束されたコンクリートの応力～ひずみ関係は陽な形で表現されていない。

コンクリートの三軸圧縮下の応力～ひずみ関係を拘束応力の関数として表現したものとしては、畑中ら^{8)・9)}が側圧（拘束応力）が比較的低い場合を対象として、

実験結果と良好に対応するモデルを提案している。その他にも幾つかの提案^{10)・11)}があるが、適用性に関しては十分な検討がなされていないものが多い。また、既往の提案モデルの相互比較や、様々な実験結果との対応性等が検討された例も少ない。

本論文は、鋼材等により拘束される部材の解析に用いることができるコンクリートの三軸圧縮下での応力～ひずみ関係の簡潔な表現式を得ることを目的として、三軸圧縮下での強度、強度時のひずみ、軟化域を含めた応力～ひずみ関係に関し、既往の様々な実験結果と提案モデルを比較して、各モデルの適用性を調べると共に、新たな提案を行ったものである。

2. 三軸圧縮下のコンクリートの破壊基準

三軸圧縮下の応力～ひずみ関係を表現する場合、まず最大応力点を決定する必要がある。一般に最大応力（強度）は主応力の関数で表現され、主応力空間内で強度に到達する点の集合は破壊曲面と呼ばれている。図1にコンクリートの破壊曲面の概念を示す。なお、破壊曲面を記述するための用語と記号の定義は以下の通りであ

* ㈱大林組技術研究所 博士(工学)

Technical Research Institute, Obayashi Corporation, Dr. Eng.

り、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は主応力で、圧縮を正とする。

静水圧軸：主応力空間で $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ となる軸

偏差平面：主応力空間で静水圧軸に直交する平面

子午面：主応力空間で静水圧軸を含む平面

子午線：子午面と破壊曲面の交線

応力の一次不変量： $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ …… (1)

偏差応力の二次不変量： J_2

$$J_2 = 1/6 \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad \dots\dots (2)$$

静水圧成分を表わす量： $\xi = I_1 / \sqrt{3}$ …… (3)

偏差成分を表わす量： $r = \sqrt{2 J_2}$ …… (4)

偏差平面上の位置を表わす量： θ (相似角)

$$\cos \theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{2\sqrt{3} J_2} \quad (0 \leq \theta \leq 60) \quad \dots\dots (5)$$

引張子午線： $\theta = 0$ 度 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) の子午線

圧縮子午線： $\theta = 60$ 度 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) の子午線

八面体垂直応力： $\sigma_{oct} = I_1 / 3$ …… (6)

八面体せん断応力： $\tau_{oct} = \sqrt{2/3} J_2$ …… (7)

既往の代表的な破壊基準の特徴を表1に示す。コンクリートの圧縮強度は一軸より二軸、二軸より三軸状態でもより高くなることから、その破壊基準は静水圧成分と中間主応力に依存することが明らかである。さらに、多くの実験結果より、コンクリートの破壊曲面は図1に示すように、曲線の子午線と非円形の偏差平面を有するものと考えられており¹²⁾、この条件を満たすものとして、Ottosenの基準(4パラメータモデル)¹³⁾、あるいはWillam-Warnkeの基準(5パラメータモデル)¹⁴⁾が適用していると言える。この2つの破壊基準の違いは、4パラメータモデルでは引張子午線と圧縮子午線が相似形であるのに対して、5パラメータモデルではその制約が無い点である。これらの基準は以下のように表現される。

・Ottosenの破壊基準(4パラメータモデル)

$$A \cdot \frac{J_2}{\sigma_B^2} + \lambda \cdot \frac{\sqrt{J_2}}{\sigma_B} + B \cdot \frac{I_1}{\sigma_B} - 1 = 0 \quad \dots\dots (8)$$

$$\lambda = K_1 \cdot \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} (K_2 \cdot \cos 3\theta) \right] \quad (\cos 3\theta \geq 0) \quad \dots\dots (9)$$

$$\lambda = K_1 \cdot \cos \left[\frac{\pi - \cos^{-1} (-K_2 \cdot \cos 3\theta)}{3} \right] \quad (\cos 3\theta < 0) \quad \dots\dots (10)$$

σ_B ：一軸圧縮強度

A, B, K_1 , K_2 ：材料試験結果から決まる係数

・Willam-Warnkeの破壊基準(5パラメータモデル)

$$\tau_{oct} = \frac{2B(B^2 - A^2)C^2 + B(2A - B)\sqrt{4(B^2 - A^2)C^2 + 5A^2 - 4AB}}{4(B^2 - A^2)C^2 + (B - 2A)^2} \quad \dots\dots (11)$$

$$A = [a_0 + a_1(\sigma_{oct}/\sigma_B) - a_2(\sigma_{oct}/\sigma_B)^2] \cdot \sigma_B \quad \dots\dots (12)$$

$$B = [b_0 + b_1(\sigma_{oct}/\sigma_B) - b_2(\sigma_{oct}/\sigma_B)^2] \cdot \sigma_B \quad \dots\dots (13)$$

$$C = \cos \theta \quad \dots\dots (14)$$

$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ ：材料試験結果から決まる係数

ここで、破壊曲面の形状を決定するための係数が問題となる。Ottosen¹³⁾は一軸圧縮強度に対する引張強度

図1 主応力空間における破壊曲面の概念

表1 既往の主な破壊基準の特徴¹²⁾

破壊基準	子午線の形状	偏差平面の形状	静水圧依存性	中間主応力依存性
von Mises	直線	円形	無	有
Mohr-Coulomb	直線	六角形	有	無
Drucker-Prager	直線	円形	有	有
Chen and Chen	曲線	円形	有	有
Ottosen	曲線	非円形	有	有
Willam-Warnke	曲線	非円形	有	有

表2 Ottosenの4パラメータモデルの係数

提案者	A	B	K_1	K_2
Ottosen ¹³⁾ ; $\sigma_c/\sigma_B = 0.08$	1.808	4.096	14.49	0.9914
〃; $\sigma_c/\sigma_B = 0.10$	1.276	3.196	11.74	0.9801
〃; $\sigma_c/\sigma_B = 0.12$	0.922	2.597	9.911	0.9647
Hatanakaら ¹⁵⁾	1.256	4.030	14.63	0.9870

(σ_c)の比が、0.08, 0.1, 0.12の3種類の場合について、既往の低側圧から高側圧の三軸圧縮試験の結果に基づいて4パラメータモデルの係数を決定している。また、Hatanakaら¹⁵⁾は、一軸圧縮強度の0.2倍程度までの比較的低側圧下での三軸圧縮試験の結果に基づいて、4パラメータモデルの係数を決定している。これらの値を表2に示す。4パラメータモデルでは三軸圧縮下での強度は σ_c/σ_B の比の違いによる影響をほとんど受けないことが分かっている¹³⁾。一方、5パラメータモデルに関しては、ElwiとMurray¹⁶⁾は、既往の二軸圧縮試験、及び三軸圧縮試験の結果に合わせて係数を決定している。また、大沼・青柳¹⁷⁾は、一軸圧縮強度の3倍程度までの高側圧下での三軸圧縮試験の結果に基づいて、5パラメータモデルの係数を決定している。これらの値を表3に示す。

ここで、4パラメータモデルと5パラメータモデルに関して、それぞれに既往の提案による係数を用いた場合の破壊曲面の形状を比較してみる。図2は柱部材などにおいて拘束を受けるコンクリートの応力状態に近い圧縮子午線上の実験データ($\sigma_2 = \sigma_3$ の側圧下で σ_1 を増大

表3 Willam-Warnke の5パラメータモデルの係数

提 案 者	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
Elwi, Murray ¹⁸⁾ ; Kupferらの実験	0.0630	0.6627	-0.0494	0.1136	1.1737	-0.3005
〃 ; Schickert らの実験	0.0692	0.6611	-0.0493	0.1230	1.1505	-0.3155
大沼・青柳 ¹⁷⁾	0.0689	0.6868	-0.0964	0.2040	0.8424	-0.1204

させ破壊させたもの)と、各係数による圧縮子午線の形状の違いを比較したものである。実験データは以下のものをプロットしている。

- ・Richart ら (文献12の図5-5 より)
- ・Balmer (文献12の図5-5 より)
- ・Chinn, Zimmerman (文献12の図5-21より)
- ・Schickert, Winkler (文献16のFig.5 より)
- ・大沼, 青柳¹⁷⁾
- ・Mills, Zimmerman¹⁸⁾
- ・Palaniswamy, Shah¹⁹⁾
- ・Gardner²⁰⁾
- ・山口, 藤本, 野村²¹⁾
- ・Kotsovos, Newman²²⁾
- ・畑中ら^{4), 8), 23), 24)}

柱部材において、コンクリートが鋼材から受ける側圧のレベルは、既往の鋼管コンクリートの実験²⁵⁾では300kgf/cm²程度に達し、コンクリートの強度は一軸圧縮強度の3倍程度まで増大することが示されている。この場合には ξ/σ_B がおおよそ2~3程度となる。一方、帯筋による拘束を受ける場合は側圧が不均一になり、平均するとおおよそ20kgf/cm²以下と言われており⁴⁾、概ね一軸圧縮強度の1~2倍の強度が得られている²⁶⁾。

図2(a)より、4パラメータモデルでは ξ/σ_B の増大に伴って偏差平面も拡大するが、5パラメータモデルでは ξ/σ_B が3~6程度に大きくなると偏差平面が小さくなり始める点に大きな違いがあることが分かる。また、4パラメータモデルでは ξ/σ_B が10を越えるような超高側圧下の実験データにも比較的对応している。図2(b)より、 ξ/σ_B が2.0を越える辺りより実験データのバラツキが大きくなり、特に異なるシリーズ間で差が見られる。このことは、コンクリートの調合、使用骨材、養生条件、載荷方法等の差が結果に影響を及ぼしている可能性を示唆するもので、係数の誘導の基礎とする実験データが異なれば、係数も変わり得ることを意味する。筆者が調べた限りでは、これらのシリーズ間の差を説明できる諸条件の差は見出せなかった。

図2(a)及び(b)より、 ξ/σ_B が1.0以上では、大沼らの係数を用いた5パラメータモデルが実験データの下限を表現しており、畑中らの係数を用いた4パラメータモデルが概ね実験データの上限を表現していると言える。図2(c)に示した ξ/σ_B が1.3以下の領域では、いずれのモデルもほぼ線形で、4パラメータモデルの方が5パラメータモデルより勾配が多少大きい。帯筋等の拘束により、比較的低側圧を受けるコンクリートの応力状態に近いと考えられる ξ/σ_B が1.0程度以下の

図2 圧縮子午線上の実験データと既往の破壊条件の圧縮子午線形状の比較

領域では、実験との対応性は畑中らの係数を用いた4パラメータモデルが最も良好と言える。このモデルの場合、二方向に等しい側圧 σ_r を受ける場合の強度 σ_P はおおよそ次式で与えられる。

$$\sigma_P = \sigma_B [1 + 5 (\sigma_r / \sigma_B)^{0.77}] \quad \dots\dots\dots (15)$$

図3は偏差平面の形状を各モデルで比較したものである。 $\xi/\sigma_B=1.0$ の場合には各モデルの差がほとんど見られず、偏差平面は三角形に近い形状を示すが、 ξ/σ_B の値が大きくなると、5パラメータモデルの方が4パラメータモデルより偏差平面が小さく、円形に近づいている。

以上より、拘束を受けるコンクリートの三軸圧縮下の破壊基準としては、比較的低側圧状態では畑中らの係数を用いた4パラメータモデルが適していると思われる。しかし、側圧レベルが高くなると実験データのバラツキが大きく、大沼らの係数を用いた5パラメータモデルが下限値、畑中らの係数を用いた4パラメータモデルがほぼ上限値を表現しており、側圧レベルが高い場合には既往の提案モデルの適用性を論じることは難しい。

3. 最大圧縮応力時のひずみ

多軸応力下において、一軸圧縮強度を越える最大圧縮応力(σ_P)に対応するひずみ(ε_P)の評価式としては以下の提案がある。

・ Darwinら²⁷⁾ (二軸圧縮対象)

$$\varepsilon_P = \varepsilon_B (3.15 \sigma_P / \sigma_B - 2.15) \quad \dots\dots (16)$$

ε_B : 一軸圧縮強度時のひずみ

・ Richart ら²⁸⁾ (三軸圧縮対象)

$$\varepsilon_P = \varepsilon_B [1 + 5(\sigma_P / \sigma_B - 1)] \quad \dots\dots (17)$$

・ Fafitis ら¹¹⁾ (三軸圧縮対象)

$$\varepsilon_P = \varepsilon_B + 0.0296 \sigma_P / \sigma_B \cdot [1 + 15(\sigma_P / \sigma_B)^2] \quad \dots\dots (18)$$

σ_P : 等二軸側圧

・ 畑中ら²⁹⁾ (低側圧三軸圧縮対象)

$$\varepsilon_P = 2\varepsilon_B (I_{1P} / \sigma_B - 1) + \varepsilon_B \quad \dots\dots (19)$$

$$I_{1P} = \sigma_P + \sigma_2 + \sigma_3 \quad \dots\dots (20)$$

σ_2, σ_3 : 側圧

・ 佐藤³⁰⁾ (円形断面鋼管コンクリート対象 ; 圧縮を正)

$$\varepsilon_P = 0.003 + 0.0002 \sigma_P \cdot e^c \quad \dots\dots (21)$$

$$c = -0.0025 \sigma_B \quad \dots\dots (22)$$

・ CEB-FIP MODEL CODE 1990³¹⁾

$$\varepsilon_P = 0.002 (\sigma_P / \sigma_B)^2 \quad \dots\dots (23)$$

以上の式は、側圧の関数で与えられるものと、強度増大率(σ_P / σ_B)の関数で与えられるものに分けられるが、側圧の関数で与えられるものは最大圧縮応力方向のひずみの評価に限定されており、一般性を考えると、強度増大率の関数で表現されている方が使いやすいと言える。そこで、強度増大率の関数となっている3つの提案式による評価精度を実験結果と比較したものを図4及び図5に示す。いずれも $\sigma_P / \sigma_B > 1.0$ となる領域で比較している。図4はDarwinらとRichartらの提案式を実験結果と比較したものである。実験では強度の増大よ

図3 既往の破壊条件の偏差平面の形状の比較

り強度時のひずみの増加が顕著で、強度が2倍になるとひずみは約4倍、強度が5倍になるとひずみは20倍程度に増加している。 σ_P / σ_B の値が3以上では実験結果はほとんどがRichartらとDarwinらの提案式の間に入り、 σ_P / σ_B の値が5以上ではRichartらの提案式の方が対応性がやや良好である。一方、 σ_P / σ_B が2以下ではDarwinらの提案式の方が実験結果と良く対応している。

図5はCEB-FIPの式を実験結果と比較したものである。実験結果にはバラツキが見られるが、CEB-FIPの式は比較的对応性が良い。但し、CEB-FIPの式は ε_P を直接評価するようになっており、 $\sigma_P / \sigma_B = 1.0$ の時に $\varepsilon_P = 0.002$ に固定されている点にやや問題がある。そこで、式(23)の係数0.002を ε_B に変えて、さらに、実験データとの対応性を向上させるために、ベキ乗数を最小自乗法により求めると次式が得られる。

$$\varepsilon_P = \varepsilon_B (\sigma_P / \sigma_B)^{1.8} \quad \dots\dots (24)$$

図6に式(24)と実験データを比較して示す。バラツキがやや見られるものの、全般的にRichartらやDarwinらの評価式に比べて ε_P の評価精度が向上している。よって、三軸圧縮下における最大応力時のひずみの評価式として、式(24)を提案する。

4. 三軸圧縮下の応力～ひずみ曲線

畑中ら^{29), 30)}は50kgf/cm²程度までの低側圧を受け、 σ_B が1000kgf/cm²までのコンクリートを対象として、主圧縮方向の応力～ひずみ関係を次式に示すように、上昇域をPopovics式³²⁾、下降域(ひずみ軟化域)を修正谷川式³³⁾で表現することを提案している。(応力の符号は圧縮を正とし、単位はkgf/cm²)

図4 強度増大率～ひずみ増大率関係の評価式と実験結果の比較

図5 強度増大率～強度時ひずみ関係の評価式と実験結果の比較

図6 強度増大率～ひずみ増大率関係の提案式と実験結果の比較

$$\sigma = \frac{N_a \cdot E \cdot \sigma_P}{N_a - 1 + E^{N_a}} \quad (0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_P) \quad (25)$$

$$N_a = E_0 / (E_0 - \sigma_P / \varepsilon_P) \quad (26)$$

E_0 : 初期剛性

$$E = \varepsilon / \varepsilon_P \quad (27)$$

$$\sigma = \left[\frac{1}{N_a} + \frac{(N_a - 1.0) \cdot X}{N_a - 1.0 + X^{N_a}} \right] \sigma_P \quad (\varepsilon > \varepsilon_P) \quad (28)$$

$$N_a = \alpha \cdot N_{a0} \quad (29)$$

$$N_{a0} = 1 + 6 (\sigma_B / 100)^{0.6} \quad (\sigma_B < 360 \text{ kgf/cm}^2) \quad (30)$$

$$N_{a0} = 1 + (\sigma_B / 100)^2 \quad (\sigma_B \geq 360 \text{ kgf/cm}^2) \quad (31)$$

$$\alpha = 3 - 2 \sigma_P / \sigma_B \quad (0.7 \leq \alpha \leq 1.0) \quad (32)$$

$$X = E_1^{0.2} \quad (33)$$

$$E_1 = \varepsilon / \varepsilon_P \quad (\varepsilon / \varepsilon_B < a) \quad (34)$$

$$E_1 = \log_e [b \cdot \varepsilon / \varepsilon_P - a + 1] / b + a \quad (\varepsilon / \varepsilon_B \geq a) \quad (35)$$

$$b = 0.0055 \cdot (\sigma_B / 100)^{3.8} \quad (36)$$

$$a = p / (\sigma_B / 100) + 1 \quad (37)$$

$$p = 200 / (\sigma_r + 50) \quad (38)$$

Fafitis ら¹¹⁾ は、側圧を受けるコンクリートを対象として、最大応力到達後の下降域までを含めた主圧縮方向の応力～ひずみ関係の表現式として次式を提案した。(応力の符号は圧縮を正とし、単位はkgf/cm²)

$$\sigma = \sigma_P \cdot [1 - (1 - \varepsilon / \varepsilon_P)^A] \quad (0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_P) \quad (39)$$

$$A = E_0 \cdot \varepsilon_P / \sigma_P \quad (40)$$

$$\sigma = \sigma_P \cdot e^c \quad (\varepsilon > \varepsilon_P) \quad (41)$$

$$c = -k (\varepsilon - \varepsilon_P)^{1.15} \quad (42)$$

$$k = 2.418 \cdot \sigma_B \cdot e^d \quad (43)$$

$$d = -0.1422 \sigma_r / \lambda \quad (44)$$

$$\lambda = 1 + 25 \sigma_r / \sigma_B \cdot (1 - e^h) \quad (45)$$

$$h = (-\sigma_B / 457)^g \quad (46)$$

Ahmad ら¹⁰⁾ は三軸応力下を対象として、最大応力到達後の下降域までを含めた圧縮応力～ひずみ関係の表現式として、既往の提案式の係数を τ_{oct} の関数で評価する方法を提案した。(次式；応力の符号は圧縮が正)

$$\sigma = \frac{[(A \cdot X + (D - 1) \cdot X^2)] \cdot \sigma_P}{1 + (A - 2) \cdot X + D \cdot X^2} \quad (47)$$

$$X = \varepsilon / \varepsilon_P \quad (48)$$

$$D = 1.111 + 0.876 \cdot A - 4.0883 \tau_{oct} / \sigma_P \quad (49)$$

$$A = E_0 / E_P \quad (50)$$

E_P : 最大応力点の割線剛性 ($= \sigma_P / \varepsilon_P$)

コンクリートの一軸圧縮試験結果³⁴⁾、畑中ら²⁴⁾の低側圧下の三軸圧縮試験結果、及びRichart ら²⁸⁾の高側圧下の三軸圧縮試験結果と、上記の畑中ら、Fafitis ら及びAhmad らの各提案式による圧縮応力～ひずみ関係を比較したものを図7～図9に示す。なお、応力～ひずみ関係の比較に主眼を置いたため、与条件である最大応力点(強度及び強度時のひずみ)は実験結果に一致させた。また、初期剛性は次式³⁵⁾で算定した。

$$E_0 = (1.14 \sqrt{\sigma_B} + 5.82) \times 10^4 \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (51)$$

図7は低強度から高強度までの3種類の一軸圧縮試験結果と比較したものである。高強度になると上昇域が直線的になり、ひずみ軟化域は急勾配となる点の特徴であり、他の多くの一軸圧縮試験も同様の傾向にある。Fafitis らの提案式は実験と良好に対応しており、畑中らの提案式も強度が約400kgf/cm²の場合のひずみ軟化域の形状が多少実験と異なる他は、概ね良好な対応性を示

図7 一軸圧縮試験結果²⁴⁾と各モデルの比較 図8 低側圧三軸圧縮試験結果²⁴⁾と各モデルの比較図9 高側圧三軸圧縮試験結果²⁸⁾と Fafitis らのモデルの比較

している。Ahmad らの提案式は高強度ではひずみ軟化域の対応性が悪い。また、Ahmad らの提案式は、ひずみ軟化域の形状が初期剛性に極めて敏感で、初期剛性を10~20%程度変化させただけで、ひずみ軟化域の勾配が大きく変化してしまう特性がある。

図8は畑中らの低側圧下の三軸圧縮試験の結果と、Fafitis ら及び畑中らの提案式を比較したものである。実験結果より、僅かな側圧の存在がひずみ軟化域の形状に大きな影響を及ぼしていることが分かる。Fafitis らの提案式では、側圧がある場合のひずみ軟化域が実験に比べてかなり急勾配となる。一方、畑中らの提案式は、比較的良く実験と対応している。

図9はRichart らの三軸圧縮試験と Fafitis らの提案式を比較したものである。畑中らの提案式は低側圧下を対象としたものであり、ここでは適用範囲外となるため比較していない。一軸圧縮強度が高い場合に上昇域が直線的になるのとは対照的に、側圧により強度が高くなる場合には緩やかな曲線となる点の特徴である。Fafitis らの提案式は最大応力近傍まで比較的剛性低下が少なく、剛性を過大評価する傾向がある。その後は急激に剛性が低下してほぼフラットなひずみ軟化域を示す。

以上のように、既往の提案式は条件によっては対応性が不十分と言える。そこで、低側圧から高側圧までの応力~ひずみ曲線の上昇域及び下降域を統一的に表現するために、前述のAhmad らの式(47)~式(50)において、係数XとDの評価方法を改良した。既往の実験結果より、応力~ひずみ曲線の形状には、一軸圧縮強度と側圧の大きさが顕著な影響を及ぼすことが明らかである。側圧の大きさは強度増大率(σ_P/σ_B)に現れるため、 σ_B と σ_P/σ_B の関数として係数を評価することにした。実験結果との対応性から係数を決定し、それらの回帰式より、係数XとDの評価式として次式を得た。(応力の符号は圧縮を正とし、単位はkgf/cm²)

・ 上昇域 ($\varepsilon \leq \varepsilon_P$)

$$X = \varepsilon / \varepsilon_P \quad \dots\dots\dots (52)$$

$$D = 200 / \sigma_B - (E_B / E_P - 1)^2 \quad (\geq 1 - E_0 / E_P) \quad \dots\dots\dots (53)$$

$$E_B = \sigma_B / \varepsilon_B \quad \dots\dots\dots (54)$$

・ 下降域 ($\varepsilon > \varepsilon_P$)

$$X = \left(1 + \frac{\varepsilon - \varepsilon_P}{\varepsilon_P} \right)^n \quad \dots\dots\dots (55)$$

$$n = 0.9 + 3.4 (\sigma_B / 1000)^2 \quad \dots\dots\dots (56)$$

$$D = 1 + 1800 \cdot (\sigma_P / \sigma_B - 1)^2 / \sigma_B \quad \dots\dots\dots (57)$$

式(47)に、上記の式で算定した X と D 、及び式(50)で算定される A の値を代入した結果を既往の実験と比較して図10に示す。一軸圧縮強度や側圧のレベルが異なる場合も、ほぼ良好に実験と対応することが分かる。但し、高側圧下で下降域が完全に得られている実験データがほとんど無いため、高側圧下での下降域の適用性は未確認である。また、下降域の形状は試験体の形状の違いによる影響を受けることが水野ら⁸⁾によって示されている。これらの点に関しては今後検討が必要である。

5. まとめ

三軸圧縮下のコンクリートの応力～ひずみ関係に関して、既往の実験結果や提案モデルを比較検討した結果、以下の結論を得た。

- 1) 三軸圧縮下のコンクリートの強度は、低側圧下では畑中らの係数を用いたOttosenの4パラメータモデルが実験結果との対応性が良い。高側圧下では実験結果のバラツキが大きく、上述の4パラメータモデルと大沼らの係数を用いたWillam-Warnekeの5パラメータ

図10 既往の種々の実験結果と提案モデルの比較

モデルが、それぞれ実験データの上限及び下限にほぼ対応する。

- 2) 圧縮強度時のひずみは強度より顕著に増大し、強度が2倍になるとひずみは約4倍、強度が5倍でひずみは20倍程度に増加し、ひずみの増加率は強度上昇率の1.8乗でほぼ評価できる。
- 3) 三軸圧縮下の応力～ひずみ曲線の形状には、一軸圧縮強度と強度増大率が顕著な影響を及ぼす。これらの関数として既往の提案式の係数を算定することで、一軸圧縮強度や側圧レベルが異なる場合の応力～ひずみ曲線の上昇域と下降域をほぼ良好に再現できる。

なお、応力～ひずみ曲線の下降域に関しては、高側圧下での適用性や試験体の形状の違いによる影響等、今後さらに検討が必要である。また、実際の解析に適用する場合には、コンクリートがボアソン効果で圧縮方向と直交方向に膨張することで、鋼材から拘束力を受けることから、ボアソン効果の非線形性の考慮が重要である。これに関しては別報にて報告の予定である。

参考文献

- 1) Maekawa, K., et al.: Continuum Fracture in Concrete Nonlinearity Under Triaxial Confinement, Proc. of JSCE, No. 460, V-18, pp. 113~122, Feb., 1993.
- 2) Maekawa, K., et al.: Plasticity in Concrete Nonlinearity Under Triaxial Confinement, Proc. of JSCE, No. 460, V-18, pp. 123~130, Feb., 1993.
- 3) Maekawa, K., et al.: Triaxial Elasto-Plastic and Fracture Model for Concrete, Proc. of JSCE, No. 460, V-18, pp. 131~138, Feb., 1993.
- 4) 水野英二, 畑中重光: 塑性理論によるコンクリートの圧縮軟化特性のモデル化, コンクリート工学論文集, 第2巻, 第2号, pp. 85~95, 1991.7
- 5) 水野英二, 畑中重光: 塑性理論によるコンクリートの載荷経路依存型圧縮軟化特性のモデル化, コンクリート工学論文集, 第3巻, 第2号, pp. 1~13, 1992.7
- 6) Irawan, P. and Maekawa, K.: Strength and Damage Analysis of Concrete Confined by Steel Casing, Proc. of JSCE, No. 472, V-20, pp. 97~106, Aug., 1993.
- 7) Irawan, P. and Maekawa, K.: Three Dimensional Analysis on Strength and Deformation of Concrete Confined by Lateral Reinforcement, Proc. of JSCE, No. 472, V-20, pp. 107~108, Aug., 1993.
- 8) 水野英二, 畑中重光: 低側圧3軸圧縮下の高強度コンクリートの塑性変形挙動, コンクリート工学年次論文報告集 12-2, pp. 719~724, 1990
- 9) 畑中重光, 他3名: 3軸圧縮下の普通・高強度コンクリートの応力～ひずみモデル, コンクリート工学年次論文報告集 13-2, pp. 31~36, 1991
- 10) Ahmad, S.H. and Shah, S.P.: Complete Triaxial Stress-Strain Curve for Concrete, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST4, pp. 728~742, April, 1982.
- 11) Fafitis, A. and Shah, S.P.: Lateral Reinforcement for High-Strength Concrete Columns, ACI Special Publication, No. SP-87, pp. 213~232, 1985.
- 12) 色部誠, 河角誠, 安達洋: コンクリート構造物の塑性解析, 丸善, 1985
- 13) Ottosen, N.S.: A Failure Criterion for Concrete, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM4, pp. 527~535, Aug., 1977.
- 14) Willam, K.J. and Warnke, E.P.: Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete, International Association for Bridge and Structural Engineering Proceedings, Vol. 19, pp. 1~30, 1975.
- 15) Hatanaka, S., Kosaka, Y. and Tanigawa, Y.: Plastic Deformational Behavior of Axially Loaded Concrete Under Low Lateral Pressure - An Evaluation Method for Compressive Toughness of Laterally Confined Concretes (Part 1), Trans. of AIJ, No. 377, pp. 27~40, July, 1987.
- 16) Elwi, A.A. and Murray D.W.: A 3D Hypoelastic Concrete Constitutive Relationship, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 105, No. EM4, pp. 623~641, Aug., 1979.
- 17) 大沼博志, 青柳征夫: 三軸圧縮応力下におけるコンクリートの強度特性, 電力中央研究所報告, No. 381021, 1981.12
- 18) Mills, L.L. and Zimmerman R.M.: Compressive Strength of Plain Concrete Under Multiaxial Loading Conditions, ACI Journal, Vol. 67, No. 10, pp. 802~807, Oct., 1970.
- 19) Palaniswamy, R. and Shah, S.P.: Fracture and Stress-Strain Relationship of Concrete Under Triaxial Compression, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST5, pp. 901~916, May, 1974.
- 20) Gardner, N.J.: Triaxial Behavior of Concrete, ACI Journal, Vol. 66, No. 2, pp. 136~146, Feb., 1969.
- 21) 山口 弘, 藤本一男, 野村設郎: 高圧3軸圧縮応力下におけるコンクリートの応力～ひずみ関係, 日本建築学会構造系論文報告集, 第389号, pp. 99~108, 1988.7
- 22) Kotsovos, M.D. and Newman, J.B.: A Mathematical Description of the Deformational Behavior of Concrete Under Complex Loading, Magazine of Concrete Research, Vol. 31, No. 107, pp. 77~90, June, 1979.
- 23) 畑中重光, 他4名: 低側圧3軸圧縮下のコンクリートの塑性変形挙動に関する研究 (その2: 応力～ひずみ特性), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造系, pp. 215~216, 1984.10
- 24) 畑中重光, 他3名: 各種コンクリートの圧縮特性の統一評価 (その1: 低側圧3軸圧縮実験) 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造II, pp. 189~190, 1985.10
- 25) 佐藤孝典, 下戸芳寛, 渡辺泰志: アンボンド型充填鋼管コンクリート構造の中心圧縮性状とその定式化, コンクリート工学年次論文報告集 10-3, pp. 355~360, 1988
- 26) 松浦恒久, 薬研地彰: 中心圧縮実験に関する文献調査, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造II, pp. 1005~1006, 1992.8
- 27) Darwin, D. and Pecknold, D.A.: Nonlinear Biaxial Stress-Strain Law for Concrete, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM2, pp. 229~241, April, 1977.
- 28) 崎野健治: コンファインドコンクリートの研究の現状, コンクリート工学, Vol. 30, No. 12, pp. 5~12, 1992.12
- 29) 畑中重光, 他3名: 横拘束を受ける高強度コンクリートの靱性評価 (その1: 低側圧3軸圧縮時の構成モデル), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造II, pp. 513~514, 1990.10
- 30) 佐藤孝典: 円形断面の充填鋼管コンクリート構造におけるコンファインド効果のメカニズムとそのモデル化, 日本建築学会構造系論文報告集, 第452号, pp. 149~158, 1993.10
- 31) CEB-FIP Model Code 1990, Bulletin D'Information, No. 189, 190a, 190b, Comite Euro-International du Beton, 1988.
- 32) Popovics, S.: Stress-strain Relations for Concrete under Compression, ACI Journal, Vol. 67, No. 3, pp. 243~248, Mar., 1970.
- 33) Kosaka, Y., Tanigawa, Y. and Hatanaka, S.: Experimental Study on Inelastic Stress-Strain Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete under Compression, Trans. of AIJ, No. 337, pp. 15~26, March, 1984.
- 34) ACI Committee 363: State-of-the-Art Report on High Strength Concrete, ACI Journal, Vol. 81, No. 4, pp. 364~411, July-Aug., 1984.
- 35) 雨宮 篤, 野口 博: 超高強度鉄筋コンクリート部材の有限要素解析プログラムの開発 (その1), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造II, pp. 639~640, 1990.10

(1995年3月10日原稿受理, 1995年5月9日採用決定)