薄肉はり置換法による高層ビルの最適設計

薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究 (その3)

STRUCTURAL OPTIMIZATION ANALYSIS OF HIGHRISE BUILDING
BY USING THE THIN-WALLED BEAM THEORY CONSIDERING
SHEAR EFFECTStudy on structural analysis of a high rise building
by the thin-walled beam theory (Part 3)

藤井大地*, 藤谷義信**

Daiji FUJII and Yoshinobu FUJITANI

In this paper, we present a generalized formulation of thin-walled beam theory considering the effect of out-plane distortion due to shear in flexural-torsional problems. By using the finite element method based on this theory, the shear-lag effect of the beams with general shaped cross section can be analysed accurately. By the application to the structural optimization analysis of highrise building, the accuracy and efficiency of this method is verified.

Keywords : *highrise building, FEM, thin-walled beam theory, shear deformation, structural design, optimization*

高層ビル, 有限要素法, 薄肉はり理論, せん断変形, 構造設計, 最適化

1. 序

初期の設計段階に用いることを目的として, チューブ構造高層骨組をエネルギー的に等価な連続体に置換して解析する方法は古くから研究されており^{1)~4)}, 最近の研究では, チューブ構造において特に重要となるシアラゲの効果をより正確に考慮すること, あるいはできるだけ幅広い設計への適用性を確保することなどが課題となっている。このような研究として, 1991年Connorら⁵⁾は, チューブ構造高層骨組を軸力のみを負担する弦とせん断力を負担するパネルに置換して解析する方法を提案し, 2枚のパネル・弦構造と4枚のパネル・弦構造に対して陽な解析解を求め, 正方形および長方形チューブ構造の解析を行っている。この方法では, シアラゲの効果が近似的に評価され, また4枚パネル・弦構造を利用すれば, 内柱と隅柱の剛性の変化にもある程度対応できる。また伝達マトリックス法を用いることにより, 高さ方向で剛性が変化する問題にも適用でき, 設計への適用性が

幅広いことが主張されている。しかし, この方法では断面形状が, 正方形, 長方形等の単純な断面に限られる。1993年Xinら⁶⁾は, 薄肉はりの断面を要素分割によって離散化することにより, 偏微分方程式を連立常微分方程式に変換し, これをODEソルバー(COLSYS)によって解く方法を提案し, ダブルチューブ構造の解析を行っている。この方法では, シアラゲの効果を評価でき, また断面形状は任意の形状が扱える。しかし, 高さ方向の剛性の変化に対応できない点と, ODEソルバーの性格から分布荷重の取り扱いが複雑になる点に問題がある。同じ1993年Takabatakeら⁷⁾は, フランジ面のシアラゲ効果をReissnerのシアラゲ関数によって近似的に評価したはり理論にもとづき, 拡張デルタ関数の利用により高さ方向で局所的に剛性が変化するチューブ構造(例えばタイトブレースがあるような場合)の陽な解析解を得ている。しかし, 断面形状は長方形に限られる。1994年Kwan⁸⁾は, 長方形チューブ構造のウェブ面とフランジ面の鉛直変位

* 広島大学工学部建設構造工学 助手・博士(工学)

** 広島大学工学部建設構造工学 教授・工博

Research Assoc., Hiroshima Univ., Dept. of Structural Engineering, Faculty of Engineering, Dr. Eng.

Prof, Hiroshima Univ., Dept. of Structural Engineering, Faculty of Engineering, Dr. Eng.

分布をそれぞれ3次と2次の関数で仮定し、シアラグの効果をより正確に解析できる方法を提案している。この方法は、長方形チューブ構造のシアラグの効果を見る場合には有効であるが、断面形状は長方形に限られるため設計への適用幅は狭い。1994年Capuaniら⁹⁾は、せん断変形を考慮したはり理論にもとづき、シアラグの効果を適切に評価でき、また断面内で剛性が変化する問題にも適用できる方法を提案している。この方法は、チューブ構造だけでなく任意の平面形状に適用できる。しかし、微分方程式の解を直接求める方法であるため、高さ方向の剛性に变化がある場合やセットバックがある場合等には適用が難しい。

以上のような手法に対して、著者らが提案している方法^{10),11)}は、はり理論にもとづく方法であるが、はりの断面および材軸を有限要素法によって離散化するため、1)シアラグの効果を適切に評価できる、2)断面内で剛性が変化する問題に適用できる、3)任意の断面形状を扱える、4)高さ方向の剛性が変化する問題に適用できる、5)高さ方向でセットバックのある問題に適用できる等の利点がある。したがって、通常の立体骨組解析に比較して、幅広い設計への適用性を確保しつつ解析の自由度を大幅に低減することができる。このため本方法は、初期の設計段階における感度解析、最適化、パラメトリックスタディー等に有効に利用できると考えられる。

著者らは、本研究その1¹⁰⁾において、高層立体骨組の薄肉はり置換法と、著者らが提案する3次元ゆがみ関数によってせん断変形を考慮する薄肉はり解析法を示し、静的および動的解析における本方法の解析精度を調査した。しかし、その1に示した理論では、変位場の仮定において、せん断変形項(3次元ゆがみ関数)を曲げ回転角およびねじれ率に対して独立なものと仮定していたため、これにもとづいて定式化された有限要素法では、固定境界近傍でせん断力の乱れが生じていた。そこで、本研究その2¹¹⁾では、上谷¹²⁾によって提示された要素剛性マトリックス縮約法を応用して、曲げ回転角およびねじれ率を縮約する方法を提案し、この問題を解決している。そして、実務設計に適用するために立体骨組部材の曲げモーメントの近似的算出法を示し、許容応力度設計において検討の対象となる柱、梁部材の応力度比の解析精度を立体骨組解析値と比較することによって調査している。その結果本方法は変形、応力ともに実務設計に十分適用できる精度が得られることが確かめられた。

ところで、本研究その2では、要素剛性マトリックスの縮約法に関して、全要素を縮約する方法と、固定端の自由度のみを縮約する2つの方法を示していた。この点に関してその後さらに検討した結果、固定境界のみを縮約する方法では、要素と要素の境界においてもせん断力と外力との釣り合い関係に矛盾が生じることがわかった。

したがって、本理論においてはすべての要素に関して縮約を行う方法が力学的に正しいと言える。しかし、その2に用いている要素剛性マトリックスを縮約するための力学的条件は、要素剛性方程式の等価節点力間の関係式であるため、1)力学的関係が解りにくい、2)計算のアルゴリズムが複雑になる、3)縮約に計算時間がかかる等の問題があった。

本報その3では、以上のことを考慮して、要素剛性方程式の自由度を縮約するための新たな力学的条件を示し、著者らが提案してきた理論をより明解なものとする。そして、本方法の幅広い設計への適用性と高い計算効率を有効に利用するために、本方法を最適設計問題に適用し、立体骨組解析にもとづく同様の手法との比較により、本方法を用いた最適設計解析の有効性を検討する。また、本報その3をもって一連の研究のまとめとし総括的な結論を導く。

2. 3次元ゆがみ関数を用いた薄肉はり解析法

図1に示す座標系において著者らが提案している薄肉はり理論の変位関数は次式のように表される¹³⁾。

$$\begin{aligned} U(s, z) &= u_s(z) - (y - y_s)\theta(z) \\ V(s, z) &= v_s(z) + (x - x_s)\theta(z) \\ W(s, z) &= -xu'_s(z) - yv'_s(z) + \omega_{ns}(x, y)\theta'(z) + W_s(s, z) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 U, V, W は薄肉はり任意点の x, y, z 方向の変位、 x_s, y_s は図心を原点とし主軸を x, y 座標軸としたときのせん断中心の座標値、 u_s, v_s, θ はせん断中心における x, y 方向の変位およびねじれ角、 ω_{ns} は断面のゆがみ関数を表す。 W_s ははりのせん断変形による3次元ゆがみ関数を表し、この項に本理論の特徴がある。また、 $(\cdot)'$ は z に関する微分を表す。

弾性論のひずみ-変位関係式により、薄肉はりに生じる直ひずみ ε_z およびせん断ひずみ γ_{xz} は次式となる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_z &= -xu''_s - yv''_s + \omega_{ns}\theta'' + \frac{\partial W_s}{\partial z} \\ \gamma_{xz} &= \left\{ \frac{\partial \omega_{ns}}{\partial s} - (y - y_s)\frac{\partial x}{\partial s} + (x - x_s)\frac{\partial y}{\partial s} \right\} \theta' + \frac{\partial W_s}{\partial s} \end{aligned} \quad (2)$$

なお、他のひずみ成分は無視される。また、はり理論における応力-ひずみ関係式は次式となる。

$$\sigma_z = E\varepsilon_z, \quad \tau_{xz} = G\gamma_{xz} \quad (3)$$

ただし、 E はヤング係数、 G はせん断弾性係数である。

(1),(2),(3)式中の各々の変位成分を次式のように離散化する。

$$\begin{aligned} u_s(z) &= [S]\{u_s\} \\ v_s(z) &= [S]\{v_s\} \\ \theta(z) &= [S]\{\theta\} \\ W_s(s, z) &= [H]\{W_s\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに,

$$\begin{aligned} [S] &= [1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, l_b(\xi - 2\xi^2 + \xi^3), \\ &\quad 3\xi^2 - 2\xi^3, l_b(-\xi^2 + \xi^3)] \\ [H] &= [(1-\eta)(1-\xi), \eta(1-\xi), (1-\eta)\xi, \eta\xi] \\ \{u_s\}^T &= [u_{si}, u'_{si}, u_{sj}, u'_{sj}] \\ \{v_s\}^T &= [v_{si}, v'_{si}, v_{sj}, v'_{sj}] \\ \{\theta\}^T &= [\theta_i, \theta'_i, \theta_j, \theta'_j] \\ \{W_s\}^T &= [W_{sik}, W_{sij}, W_{sjk}, W_{sji}] \end{aligned}$$

ただし, $\xi = z/l_b$, $\eta = s/l_s$ であり, l_b ははり要素の長さ, l_s はせん断補正要素の断面上の長さである。このせん断補正要素は, はりのせん断変形を評価するための要素で各節点 1 自由度となる。この要素ははり要素の膜面に沿って分割される (図 1 参照)。

(2),(3)式を用いて仮想仕事式をつくり, これを(4)式により離散化すると, 次式のような要素剛性方程式が得られる¹³⁾。

$$[k]\{\delta\} = \{f\} \quad (5)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \{\delta\}^T &= [u_{si}, u'_{si}, v_{si}, v'_{si}, \theta_i, \theta'_i, W_{sik}, \\ &\quad u_{sj}, u'_{sj}, v_{sj}, v'_{sj}, \theta_j, \theta'_j, W_{sjk}] \\ \{f\}^T &= [f_{xi}, m_{yi}, f_{yi}, m_{xi}, m_{zi}, m_{\alpha i}, f_{W_{ik}}, \\ &\quad f_{xj}, m_{yj}, f_{yj}, m_{xj}, m_{zj}, m_{\alpha j}, f_{W_{jk}}] \end{aligned}$$

ただし, 添字 k は, $k=1, \dots, N_s$ で, N_s はせん断補正要素の i 端および j 端のはり断面内のせん断補正要素節点数である。

図 1 薄肉はりの座標系と有限要素

(5)式の要素剛性方程式にもとづく有限要素法では, 要素境界における力学的条件に矛盾が生じる。例えば, 一端集中荷重の片持ちばりを考えると, 固定端では, (5)式の $\{\delta\}$ のすべての成分を 0 とする境界条件が与えられるが, この場合, (2)式のせん断ひずみと(3)式のせん断応力が 0 となり, 固定端およびその近傍では, 断面のせん断力と外力が釣り合わない。また, xz 面内の両端固定はりの中央集中荷重の問題を考えると, 荷重が作用する断面では u'_s と W_s は共に 0 となり, ここでも断面のせん断力と外力が釣り合わない。この矛盾は, (1)式の変位関数において, u'_s, v'_s, θ' と W_s をそれぞれ独立な変数として定義したことに起因している。しかし, Timoshenkoのはり理論のように最初から u'_s, v'_s, θ' に独立な回転角およびねじれ角を定義すると, C1連続性を満足する変位関数を仮定できない。したがって, 著者らは, 上谷によって提案された方法¹²⁾を参考にして, まず(5)式の要素剛性方程式を導出した後に u'_s, v'_s, θ' を縮約する。

要素境界における力学的矛盾を解決するためには, せん断変形による変位 W_s と u'_s, v'_s, θ' を組み合わせた変位量を考える必要がある。本理論の場合(1)式の鉛直変位 W がこれに相当する。そこで, せん断補正要素両端節点の鉛直変位を W_{ik}, W_{jk} ($k=1, \dots, N_s$) とすると, (1)式の z 方向の変位関数から次式の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} W_{ik} &= -x_{ik}u'_{si} - y_{ik}v'_{si} + \omega_{nsik}\theta'_i + W_{sik} \\ W_{jk} &= -x_{jk}u'_{sj} - y_{jk}v'_{sj} + \omega_{nsjk}\theta'_j + W_{sjk} \end{aligned} \quad (6)$$

ただし, $x_{ik}, y_{ik}, \omega_{nsik}$ は, i 端の k 番目節点の x, y 座標およびゆがみ関数値である。

(5)式の剛性方程式を要素両端の $[u_{si}, v_{si}, \theta_i, u_{sj}, v_{sj}, \theta_j]$ と(6)式で定義した W_{ik}, W_{jk} で表すためには, 何らかの力学的条件を用いて $[u'_{si}, v'_{si}, \theta'_i, W_{sik}, u'_{sj}, v'_{sj}, \theta'_j, W_{sjk}]$ を消去する必要がある。本報では, この力学的条件として, 以下の断面力間の関係式を用いる。

$$\begin{aligned} Q_x &= Q_s \cos \varphi = -\frac{\partial M_y}{\partial z} \\ Q_y &= Q_s \sin \varphi = \frac{\partial M_x}{\partial z} \\ M_z &= GK\theta' - \frac{\partial M_\omega}{\partial z} \end{aligned} \quad (7)$$

ここに,

$$\begin{aligned} Q_s &= \int \tau_\omega t ds = G \int \left\{ \frac{\partial \omega_{ns}}{\partial s} - (y - y_s) \frac{\partial x}{\partial s} \right. \\ &\quad \left. + (x - x_s) \frac{\partial y}{\partial s} \right\} t ds \cdot \theta' + G \int \frac{\partial W_s}{\partial s} t ds \\ M_x &= \int y \sigma_z t ds = -EI_x v''_s + E \int y \frac{\partial W_s}{\partial z} t ds \\ M_y &= -\int x \sigma_z t ds = EI_y u''_s - E \int x \frac{\partial W_s}{\partial z} t ds \end{aligned} \quad (8)$$

$$M_z = \int \{(x - x_s)\tau_{xz} \sin \varphi - (y - y_s)\tau_{yz} \cos \varphi\} t ds$$

$$M_\omega = -\int \omega_{ns} \sigma_z t ds = EI_\omega^{(s)} \theta'' - E \int \omega_{ns} \frac{\partial W_s}{\partial z} t ds$$

ただし、 φ は s 方向と x 軸とのなす角度、 $I_x, I_y, I_\omega^{(s)}$ は x, y 軸まわりの断面 2 次モーメントとせん断中心に関するゆがみ 2 次モーメント、 t は薄肉はり膜面の厚さである。

(8) 式を (4) 式を用いて離散化し、(7) 式に代入すると、はり要素の両端で計 6 個の関係式が得られる。これと (6) 式の関係を用いて W_{sik}, W_{sjk} を W_{ik}, W_{jk} と $u'_{si}, v'_{si}, \theta'_i, u'_{sj}, v'_{sj}, \theta'_j$ で表すと、(7) 式は次式のように整理できる。

$$[A]\{\delta_A\} = [\bar{A}]\{\tilde{\delta}\} \quad (9)$$

ここに、

$$\{\delta_A\}^T = [u'_{si}, v'_{si}, \theta'_i, u'_{sj}, v'_{sj}, \theta'_j]$$

$$\{\tilde{\delta}\}^T = [u_{si}, v_{si}, \theta_i, W_{ik}, u_{sj}, v_{sj}, \theta_j, W_{jk}]$$

$[A]$ は 6×6 の対称マトリックスとなり、 $[A]$ の逆行列をとると次式が得られる。

$$\{\delta_A\} = [\bar{A}]\{\tilde{\delta}\} \quad (10)$$

ここに、 $[\bar{A}] = [A]^{-1}[\bar{A}]$ 。

次に、(10) 式を (6) 式に代入し、 W_{sik}, W_{sjk} を $\{\tilde{\delta}\}$ で表すと、

$$\{\delta_B\} = [B]\{\tilde{\delta}\} \quad (11)$$

ここに、

$$\{\delta_B\}^T = [W_{sik}, W_{sjk}]$$

(10), (11) 式より、次式の変換式を得る。

$$\{\delta\} = [\Omega]\{\tilde{\delta}\} \quad (12)$$

(12) 式の変換式と仮想仕事式により、(5) 式の要素剛性方程式は次式のように縮約される。

$$[\tilde{k}]\{\tilde{\delta}\} = \{\tilde{f}\} \quad (13)$$

ここに、

$$[\tilde{k}] = [\Omega]^T [k] [\Omega], \quad \{\tilde{f}\} = [\Omega]^T \{f\}$$

(13) 式を全はり要素で重ね合わせて、全体剛性方程式を組立てると次式が得られる。

$$[\tilde{K}]\{\tilde{\Delta}\} = \{\tilde{F}\} \quad (14)$$

以上の方法で特筆すべき点は、はりの断面形状が材軸方向で変化する場合に、ねじれに関するゆがみ変形の適合性が、本方法の場合、断面上のせん断補正要素各節点の W_k の連続で満足されるため、文献 (14) に示されるような新たなエネルギー的な適合条件を考える必要がないことである。また、本縮約法は板理論にも応用できることを確かめている¹⁵⁾。

3. 最適設計解析法

本章の最適設計問題の定式化については文献 (16) を参考にしている。

まず、S 造高層骨組の最適設計問題における設計変数は、鋼材断面積 A のみとする。解析および許容応力度設計に必要な他の断面定数（断面 2 次モーメント、断面係数等）は、すべて鋼材断面積 A の関数（ $f = aA^b$ 、 a, b : 係数）として計算できるものとし、規格鋼材表 (17) から最小 2 乗近似によって係数を算定する。ただし、有効せん断係数に関しては、最小 2 乗近似ではなく平均値とする。

短期荷重下における制約条件は、各階の層間変形角 δ と、同じ断面をもつ柱、梁鋼材グループの最大応力度比 γ が設計許容値以内におさまることとする。また、長期荷重下の制約条件は、初期に与えた部材断面に対して算出された断面力が断面の大きさを変化させても変わらないものと仮定して、長期荷重下の設計条件を満足する部材の必要断面積を求め、これを短期荷重下の断面積の下限値とすることによって考慮する。

目的関数は、鋼材の価格と重量が比例するものとして、使用鋼材の総重量とする。以上の最適設計問題を定式化すると次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{制約条件} \\ \delta_j(A_1, \dots, A_n) \leq \delta_{ja} \quad (j = 1, 2, \dots, f) \\ \gamma_i(A_1, \dots, A_n) \leq \gamma_{ia} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ A_i^L \leq A_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{array} \right\} \quad (15)$$

の下で目的関数

$$W(A_1, \dots, A_n) = \rho \sum_{i=1}^n A_i L_i$$

を最小にする $\{A_i\}$ を求めよ。

ここに、 f は建物の階数、 n は断面定数の異なる鋼材の種類総数であり、 A_i^L は長期荷重下の部材応力の設計制約条件を満足するために必要な断面積、 ρ は鋼材の単位体積重量、 L_i は同種鋼材グループの部材総長さである。 δ_{ja}, γ_{ia} は層間変形角と応力度比の許容値で、通常は $1/200$ と 1 である。また、 γ_i は次式に定義される梁と柱の各鋼材グループの最大応力度比である。

$$\text{梁: } \gamma_i = \left| \frac{(M_i^V + M_i^E)/Z_i}{f_i} \right|_{\max} \quad \text{or} \quad \gamma_i = \left| \frac{(Q_i^V + Q_i^E)/A_{wi}}{f_s} \right|_{\max}$$

$$\text{柱: } \gamma_i = \left| \frac{(N_i^V + N_i^E)/A_i}{f_c} + \frac{(M_i^V + M_i^E)/Z_i}{f_t} \right|_{\max}$$

ここに、 M_i, Q_i, N_i はそれぞれ曲げモーメント、せん断力、軸力を表し、上添字 V は鉛直荷重下、 E は水平荷重

下であることを示す。 A_{wi} はウェブ断面積、 Z_i は断面係数である。また、 f_t, f_s, f_c は許容応力を示しており、それぞれ次式により計算される。

$$f_t = F, \quad f_s = F/\sqrt{3}$$

$$f_c = \begin{cases} 1.5F \times \frac{1 - 0.4(\lambda/A)^2}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}(\lambda/A)^2} & (\lambda \leq A) \\ 1.5F \times \frac{0.277}{(\lambda/A)^2} & (\lambda > A) \end{cases}$$

$$A = \sqrt{\pi^2 E / 0.6F}, \quad \lambda = \sqrt{l/r_g}$$

ただし、 F は F 値、 r_g は断面2次半径、 l は座屈長である。なお、本報では座屈長は部材長さとしている。

(15)式は非線形計画問題となるため、これに逐次線形計画 (SLP) 法を適用すると次式のようにになる。

制約条件

$$\left. \begin{aligned} \delta_j(\mathbf{A}) &= \delta_j(\mathbf{A}^0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \delta_j(\mathbf{A})}{\partial A_i} \bigg|_{\mathbf{A}=\mathbf{A}^0} \Delta A_i \leq \delta_{ja} \\ \gamma_i(\mathbf{A}) &= \gamma_i(\mathbf{A}^0) + \sum_{l=1}^n \frac{\partial \gamma_i(\mathbf{A})}{\partial A_l} \bigg|_{\mathbf{A}=\mathbf{A}^0} \Delta A_l \leq \gamma_{ia} \\ A_i^L &\leq A_i + \Delta A \\ -\varepsilon_i &\leq \Delta A_i \leq \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), (j = 1, 2, \dots, f) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$W(A_1, \dots, A_n) = W^0(A_1, \dots, A_n) + \rho \sum_{i=1}^n \Delta A_i L_i$$

を最小にする $\Delta \mathbf{A} = \{\Delta A_1, \dots, \Delta A_n\}$ を求めよ。

以上の問題を次のようにして解く。まず、部材断面積の集合 $\mathbf{A}^0$ の初期値を既知量として、制約条件を満足する十分大きな値を与える。このとき、部材断面積の増分値の集合 $\Delta \mathbf{A}$ を小さくとれば、この問題は近似的に線形計画問題となるので、これをシンプレックス法を用いて解く。得られた最適な増分値 $\Delta \mathbf{A}$ を断面積 $\mathbf{A}^0$ に加え (ただし、得られた増分値がマイナスの場合は減じることになる)、これを新しい $\mathbf{A}^0 (= \mathbf{A}^0 + \Delta \mathbf{A})$ として、同じ問題を解く。このような過程を $\Delta \mathbf{A}$ が十分小さくなるまで繰り返す。本報では、すべての ΔA_i が A_i の1%以下になったところで計算を打ち切っている。

ところで、(16)式の問題を解くには、層間変形角と応力度比の設計変数に対する感度係数が必要となる。本報では、この感度係数は計算効率のよい、差分法により計算する。差分法によれば、近似的に以下のように感度を計算できる。

$$\frac{\partial \delta_j(\mathbf{A})}{\partial A_i} = \frac{\delta_j(A_1, \dots, A_i + \delta A_i, \dots, A_n) - \delta_j(A_1, \dots, A_i, \dots, A_n)}{\delta A_i}$$

$$\frac{\partial \gamma_i(\mathbf{A})}{\partial A_i} = \frac{\gamma_i(A_1, \dots, A_i + \delta A_i, \dots, A_n) - \gamma_i(A_1, \dots, A_i, \dots, A_n)}{\delta A_i}$$

ただし、本報では $\delta A_i (= \Delta A_i)$ の値は $A_i / 10^4$ としている。

また、 ε_i は線形性を確保するための断面積増分量の制約値で、本プログラムでは最初は $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i / A_i = 0.1$ とし、総重量の変化が減少から増加に転じたところから、これを以下のように段階的に徐々に小さくしていく。

$$\tilde{\varepsilon}_i^{(p)} = \tilde{\varepsilon}_i^{(p-1)} / \alpha$$

ここに、 p はステップ数であり、 α は総重量が増加に転じて10ステップまでは1.1、10ステップから20ステップまでは1.15、20ステップ以上では1.5に設定している。以上の絞り込みにより、最大40ステップ程度で収束する。

以上の解析を薄肉はりへの置換、骨組への逆置換を繰り返しながら行う。なお、骨組の置換法と逆置換法はその1¹⁰⁾に、柱、梁部材の曲げモーメントの計算法はその2¹¹⁾に示している。

4. 解析例

本章では、前報^{10),11)}と同じチューブ構造高層ビル (図2) の解析により、2章に示した薄肉はり解析法の有効性と、この方法を3章に示した最適設計解析法に適用した場合の有効性に関して、立体骨組解析値との比較により検討を行う。

解析モデルの各階の重量は1階～29階を324tfとし、屋上は162tfとしている。水平力はベースシア1000tonの逆三角形震度分布としている。使用鋼材は10階ごとに变化させ、図中に示す断面のものをを用いている。鋼材は静変形解析では前報と同じSM520Bとし、 F 値を3.6としている。また、最適設計解析では通常よく用いられるSM490Bとし、 F 値を3.3としている。図3には、1/4断面の各柱の記号とせん断補正要素の分割を示している。

まず、2章に示した新たな力学的条件を用いた要素剛性方程式縮約法による解析値を、前報に示した縮約法による解析値と比較した結果、変形、応力ともにほぼ一致した解が得られた。したがって、2章に示した力学的条件と前報¹¹⁾に示した力学的条件は結果的には同じものであると考えられる。

次に、図4～図6は、はり要素の分割に対する各階の層間変形角と各階柱の軸力およびせん断力の高さ方向の分布を示したものである。ただし、軸力は隅柱(c4)、せん断力は中間柱(c1)のものである。図中Case1～Case4はそれぞれはり要素を3,6,15,30分割 (等分割) したものであり、実線は剛床仮定を導入した立体骨組解析値 (Frame)¹⁸⁾である。図より、層間変形角と部材せん断力は、分割が粗い場合、特に中層から上層において、要素中央点の値は立体骨組解析値と良好に一致するが、要素端に近づくほど精度が悪くなるのがわかる。これは、

本研究で採用している骨組の連続体置換法¹⁰⁾に起因しているものと考えられる。また、軸力に関しては要素分割が粗い場合、下層柱の軸力の精度が若干悪くなる。したがって、本方法を実務設計に利用する場合、以上のはり要素の分割に対する特性を考慮して、適切な分割を行う必要がある。すなわち、初期の構造計画の段階で、定性的な傾向を見る場合は粗い分割でよく、一次設計段階で部材断面を決定する場合は細かく分割する必要がある。なお、本モデルの場合、階数分分割した場合(30分割)でも、自由度が剛床仮定にもとづく立体骨組解析¹⁸⁾に比較して約1/1.7低減される。ただし、本モデルでは変形の対称条件を用いており、ねじれを含む一般の変形では約1/2.4の低減となる。以下では1次設計段階での利用を考えて、はり要素を30分割した場合の結果について示す。

図2 解析モデル

図3 柱記号とせん断補正要素の分割

図4 はり要素の分割に対する層間変形角の解析精度

図5 はり要素の分割に対する軸力の解析精度

図6 はり要素の分割に対するせん断力の解析精度

図7, 8は, シアーラグの効果を見るために, 1,10,20,30階断面の柱の軸力とせん断力の分布を示したものである。図より, 軸力に関しては立体骨組解析値と良好な一致を示しており, 本方法(図中にはT.W.B.と略記)がシアーラグの効果を精度よく解析できることがわかる。また, せん断力に関しては, ウェブ面中央で若干大きく, 隅で若干小さくなるのがわかる。

図7 柱の軸力分布

図8 柱のせん断力分布

次に, 3章に示す方法により, 図2の各鋼材の断面積を設計変数とする最適設計問題の解析を行った。ただし, C1はH形鋼広幅系列, C2は正方形鋼管, 梁はH形鋼中幅系列としている。また, 層間変形角と応力度比の許容値は1/200と1に設定している。

図9は, (16)式の繰り返し計算(改修計算)に対する, 鋼材総重量の収束状況を示したものである。図中のT.W.B.は薄肉はり置換解析法, Frame(実線)は, 著者らが作成した立体骨組解析プログラム¹⁸⁾に3章の最適設計解析法を適用した立体骨組の最適設計解析プログラム¹⁹⁾の解析値を示したものである。図より, 両者の収束状況はほぼ一致しており, 収束値は若干薄肉はり置換解析の方が大きくなるのがわかる。

図10~図12は, 隅柱(C1), 中柱(C2), 梁の鋼材断面積の収束状況を示したものである。これらの図より, 薄肉はり置換解析と立体骨組解析はよく似た収束傾向を示すことがわかる。

図13は, 層間変形角の初期解と最終解を示している。また, 表1は, 応力度比の最終解を示したものである。図13中の破線と表1中のT.W.B.(F)は, 薄肉はり置換解析の最終解の断面定数を用いて立体骨組の静変形解析¹⁸⁾を行った結果である。これらの図表より, 薄肉はり置換解析値と立体骨組解析値はほぼ同様な値となっていることがわかる。

表2, 3は, 最終解の鋼材断面積と鋼材総重量を示したものである。表2より, 下層の柱断面積が, 薄肉はり置換解析では内柱が大きく, 立体骨組解析では外柱が大きい結果となっているが, 表3の鋼材総重量はほぼ同様な値となっている。実際の設計においては施工上の制約等もあり, 厳密な最適解はそれほど意味を持たないことを考慮すれば, 薄肉はり置換解析で得られた結果は実際の構造設計に十分活用できるものと考えられる。表4は, 薄肉はり置換解析と立体骨組解析の最適設計に要した計算時間を比較したものである。表より, 薄肉はり置換解析では計算時間の大幅な短縮が可能であることがわかる。

図9 鋼材総重量の収束状況

図10 隅柱断面積の収束状況

図11 中柱断面積の収束状況

図12 梁断面積の収束状況

図13 層間変形角の初期解と最終解

表1 各鋼材グループの最大応力度比の最終解

Story	Member	T.W.B.	T.W.B. (F)	Frame
1-10th	C ₁	0.822	0.803	0.874
	C ₂	0.677	0.723	0.727
11-20th	C ₁	0.752	0.758	0.793
	C ₂	0.969	0.947	0.859
21-30th	C ₁	0.538	0.523	0.576
	C ₂	0.677	0.610	0.605
1-10th	Beam	0.561	0.721	0.765
11-20th	Beam	0.453	0.459	0.533
21-30th	Beam	0.357	0.358	0.412

T.W.B. (F) : T.W.B. → Frame

表2 断面積の最終解

Story	Member	T.W.B.	Frame	Error(%)
1-10th	C ₁	445.6	375.6	18.6
	C ₂	884.9	990.7	10.7
11-20th	C ₁	440.2	427.0	3.1
	C ₂	320.8	376.2	14.7
21-30th	C ₁	347.4	321.5	8.1
	C ₂	251.3	266.2	5.6
1-10th	Beam	283.5	298.0	4.9
11-20th	Beam	303.9	289.1	5.1
21-30th	Beam	256.4	234.4	9.4

unit : cm² Error(%) : |(T.W.B.)-(Frame)|/(Frame)×100|

表3 鋼材総重量の最終解

T.W.B.	Frame
1211 ton	1164 ton

表4 計算時間の比較

T.W.B.	Frame
13 minute	1 hour 34 minute

Computer : Sony news 5000UA

5. 結論

本報では、本研究で問題となっていた本方法の変位関数の仮定にもとづく、力学的矛盾を解消するより明解な方法を示した。本報に示した方法は、曲げモーメントとせん断力およびねじれモーメントとゆがみモーメントの関係を用いて要素剛性方程式を縮約する方法であり、前報¹⁾で示した方法に比較して、結果的には同じ解を与えるが、関係式が解りやすく、計算のアルゴリズムが簡単になる。前報と同じチューブ構造高層骨組の逆三角震度分布荷重に対する静変形解析により、はり要素の分割に関する特性を調査し、最近の研究で問題となっているシアラグの効果が精度よく解析できることを確かめた。そして、本方法の幅広い設計への適用性と計算効率の良さを有効に利用するために、本方法を最適設計問題に適用し、立体骨組解析における同様な手法と比較することにより、本方法を用いた最適設計解析の有効性を検討した。その結果、本方法を用いた最適設計解析は非常に計算効率がよく、線形計画問題の繰り返し計算においても立体骨組解析と同様な解の収束性が得られることがわかった。また、得られた最適解も立体骨組解析値とよく近似しており、実際の構造設計に十分適用できる部材断面を算定できることが確かめられた。

最後に本研究（その1～その3）で得られた知見を以下にまとめ一連の研究の結論とする。

- (1) 著者らが提案するせん断変形を考慮したはり理論はTimoshenkoのはり理論と比較して、変位関数がBernoulli-Eulerの仮定にもとづく変位関数にせん断によるゆがみ関数を付加した形になっているため、曲げ変形が支配的になる細長いはりから、せん断変形が支配的になる太く短いはりまで安定して精度の良い解が得られる。
- (2) 本方法は、はりの材軸方向だけでなく断面上も有限要素法によって離散化するため、任意の断面形状に適用でき、また断面内で剛性が変化する問題にも適用できるため幅広い応用性がある。
- (3) 本方法は、シアラグの効果を精度よく評価することができ、また、断面内のせん断応力の分布も直接求めることができる。
- (4) 本方法は、はりの断面形状が材軸方向で変化するねじれ変形問題に関しても、断面上の節点において、ゆがみ変形の適合性が満足されるため、精度のよい

解析を行うことができる。

- (5) 本方法によるチューブ構造高層ビルの解析では、幅広い設計への適用性を確保しつつ計算効率を高めることができるため、初期の構造計画や1次設計段階の感度解析、最適化、パラメトリックスタディー等に有効に利用できる。

なお、本研究では正方形のチューブ構造のみを対象としているが、文献20)では、シアラグの効果が大きくなる長方形断面やねじれ変形をとまなうL形断面に関しても調査しており、正方形と同様に良好な精度が得られることを確かめている。また、セットバックを有する高層ビルに対する解析精度も調査しており、良好な結果を得ている²¹⁾。さらに、2章にも述べたように、本報で示した要素剛性マトリックス縮約法は板理論にも応用することが可能であり、このような方法では薄板から厚板まで安定した解が得られる¹⁹⁾。

本研究の今後の発展としては、薄肉はりの弾塑性解析、座屈解析等が考えられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、(株)竹中工務店設計部の向井久夫氏、金沢工業大学教授高島秀雄先生、計算工学会の各委員から貴重なご意見を頂いた。また、最適設計手法に関して広島大学教授中村雄治先生から貴重なご助言を賜った。本研究をまとめるにあたり、広島大学大学院生朴成桓君と浅井浩司君（現島建設）に協力して頂いた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 富沢 稔, 小西義昭: 柱の伸縮を考慮したSHEAR-LAG-ANALOGYによるラーメンの近似理論—その1. D値法よりの拡張, 日本建築学会論文報告集, 第139号, pp.11-21, 1967
- 2) 富沢 稔: 歪エネルギー凍結解凍の方法による柱伸縮ラーメンの近似解法(その1のI, II), 日本建築学会論文報告集, 第157号, pp.27-31, 第158号, pp.27-33, 1969
- 3) 日置興一郎, 山中邦一, 北野博己: 反り変形を考えた棒理論による高層架構の解析—その1. 弾性静力学, 日本建築学会論文報告集, 第253号, pp.51-57, 1977
- 4) 日置興一郎, 北野博己: 反り変形を考えた棒理論による高層架構の解析—その2. 弾性自由振動, 日本建築学会論文報告集, 第257号, pp.31-38, 1977
- 5) J. J. Connor and C. C. Pouangare : Simple Model for Design of Framed-Tube Structure, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117, No.12, pp.3623-3644,

- 1991
- 6) K. G. Xin, S. H. Bao, and W. Y. Li : A Semi-discrete Method for Analysis of Tube-in-tube Structures, *Computers & Structures*, Vol. 53, No. 2, pp.319-325, 1993
 - 7) H. Takabatake, H. Mukai, and T. Hirano : Doubly Symmetric Tube Structures I: Static Analysis, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 119, No.7, pp.1981-2000, 1993
 - 8) A. K. H. Kwan : Simple Method for Approximate Analysis of Framed Tube Structures, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 120, No.4, pp.1221-1239, 1994
 - 9) D. Capuani, M. Savoia, and F. Laudiero : Continuum Model for Analysis of Multiply Connected Perforated Cores, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 120, No.8, pp.1641-1660, 1994
 - 10) 藤井大地, 藤谷義信 : 薄肉はり理論にもとづく立体高層骨組の有限要素解析法－薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究(その1), *日本建築学会構造系論文報告集*, No.453, pp.65-75, 1993
 - 11) 藤井大地, 藤谷義信 : 薄肉はり置換法の実務設計への適用に関する検討－薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究(その2), *日本建築学会構造系論文報告集*, No.467, pp.45-53, 1995
 - 12) 上谷宏二 : ティモシェンコ梁の有限要素剛性方程式誘導のための縮約法, *構造工学論文集*, Vol.39B, pp.65-72, 1995
 - 13) 藤谷義信 : 薄肉はり構造解析, 第4章, 培風館, 1990
 - 14) G. A. Gunnlaugsson and P. T. T. Pedersen : A Finite Element Formulation for Beams with Thin Walled Cross-sections, *Computers & Structures*, Vol. 15, No. 6, pp.691-699, 1982
 - 15) 藤井大地, 藤谷義信, 松岡秀樹 : 要素剛性方程式縮約法による厚板の曲げ解析, *広島大学工学部研究報告*, 第43巻第2号, PP.175-181, 1995
 - 16) 中村恒善 : 建築骨組の最適設計, 第10章, 丸善, 1980
 - 17) 鋼構造設計ハンドブック, 日本鋼管株式会社
 - 18) 岩本 治, 藤井大地, 藤谷義信 : 超高層立体骨組の有限要素解析, *日本建築学会中国支部研究報告集*, 第18巻, pp.9-12, 1994
 - 19) 岩本 治, 藤井大地, 藤谷義信 : S造高層立体骨組の最適設計システムの開発, *日本建築学会中国支部研究報告集*, 第19巻, pp.29-32, 1995
 - 20) 藤井大地, 藤谷義信 : 薄肉はり置換法による長方形およびL形平面形高層ビルの構造解析, *広島大学工*

学部研究報告, 第43巻第1号, pp.37-44, 1994

- 21) 松村聡也, 藤井大地, 藤谷義信 : 薄肉はり理論によるセットバックのある高層ビルの構造解析, *日本建築学会中国支部研究報告集*, 第19巻, pp.45-48, 1994

(1995年6月7日原稿受理, 1995年8月10日採用決定)