拘束されたセメント硬化物の破壊に関する熱力学的研究

その4 力学による解析の限界と一連の熱力学研究の総括

THERMODYNAMIC ANALYSIS ON RESTRAINED HARDENED
CEMENT PASTEPart 4 Limitation of static analysis and generalization
about a series of thermodynamic study

鈴木 要*

Kaname SUZUKI

In general, statics has been used for analyzing a fracture. The author has described thermodynamic analyses of a non-linear fracture phenomenon, but different points of a static analysis and a thermodynamic analysis have never been examined. First, the phenomenon of a non-linear fracture is analyzed with statics and thermodynamics in this report. Secondly, the results of a thermodynamic analysis are compared with the results of a static analysis. Thirdly, the difference of the results becomes made to clear.

The conclusions are as follows.

- ① It is possible to analyze thermodynamic stable situations with statics, but impossible to do unstable situations with statics.
- ② The results of a thermodynamic analysis do not deny the results of a static analysis.
- ③ Even if the results of a static analysis and a thermodynamic analysis coexist, it is not irrational.
- ④ Limitation of static analysis is caused by the laws of composing statics and thermodynamics.

Keywords: non-linear, thermodynamics, statics, discontinuous phenomenon, irreversible process, analogy

非線形, 熱力学, 力学, 不連続現象, 不可逆過程, アナロジー

§ 1. はじめに

材料の破壊解析に関する研究は、ガリレオの著作である新科学対話にも登場するように、古くから現代にまで続いている研究テーマといえる。17世紀に刊行された新科学対話の2日目において、ガリレオは、かた持梁の破壊解析を行っているが、その解析手法として、ギリシャ時代の産物といわれているユークリッド幾何学と挺子の原理を用いている¹⁾。このガリレオの対話での例のように、論証科学的手法によりある未知現象を解明する場合、先人の業績により確立された論法・法則・原理が解析手法として採用される傾向にある。

現況におけるコンクリートの引張破壊研究においては、解析手法として、17世紀末に完成したニュートン力学(以後力学の用語を使用する)が使用されているが、先人の業績を導入している点に関しては、ガリレオの破壊研究の場合と同様、論証科学における轍を踏んでいるものといえる。

熱素説の否定に始まるとも言われている17世紀以後の科学革命は、ニュートン以後の多くの科学者に、多くの努力と厳しい犠牲を強いた。この革命の結果は、20世紀の今日、3つの法則より構成される熱力学の確立として現れた。熱力学確立後の現在の視点からすると、力学を構成する運動に関する3法則は、いずれも熱力学第一法則に分類され、また、熱力学第二法則は、エネルギーの変化特性を主張する内容を持ち、力学には存在しない法則であることが判明して久しい。そこで、力学で解析されていた非線形破壊現象に、熱力学を適用し解析したならば、力学による解析では得られない新しい知見の得られることは当然予測される^{2)~7)}。

この予測に基づき筆者は、近年、コンクリート分野でも注目されている⁸⁾ 非線形破壊材料の破壊挙動を熱力学により解析し、その結果を前報で報告した^{9)~12)}。しかし、未だ力学による解析結果との相違については明らかにされていない。

* 東京工科大学専門学建築科 科長・博士(工学)

Manager, Tokyo Technical College, Dept. of Architecture, Dr. Eng.

本報その4では、非線形破壊を示すセメント硬化物の結合力の挙動と亀裂開口変位を、力学と熱力学により解析し、結果の比較を試みた。その結果、力学による解析では、結合力の挙動の不連続性の存在の証明は不可能である、亀裂開口変位の線形域寄与分と非線形域寄与分の理論的区分は不可能である、など、力学による解析の限界の存在が明らかになった。さらに、力学と熱力学それぞれの構成法則の比較を試みた。その結果、力学による解析限界はその構成法則に由来する、熱力学による解析結果は力学による解析の限界を打破し補強する、力学と熱力学の解析結果の共存は不合理ではないなどが明らかになった。そこで、力学と熱力学による破壊解析の相互関係をアナロジーにまとめることにより一連の熱力学解析の総括を行った。

§ 2. 解析手法を構成する法則と既往の破壊研究

2.1 熱力学の2法則の主張

(1) 熱力学第一法則

準静的過程(理想過程)においては、エントロピー S 、熱量 Q 、絶対温度 T 、Gibbsの自由エネルギー G の間には(1)式が成り立つ。

$$dS = dQ/T \quad dG = 0 \quad \cdots(1)$$

(2) 熱力学第二法則

不可逆過程(一定の方向性を有して状態が変化する現実過程)においては(2)式が成り立つ。

$$dS > dQ/T \quad dG < 0 \quad \cdots(2)$$

2.2 力学を構成する法則の主張と法則の熱力学的性

(1) 運動の第一法則(慣性の法則)

静止している物体は永久に静止し、摩擦など外からの力学的影響のない状態で運動している物体は、同速の運動を持続することを主張する運動の第一法則は、無から有が生じないことを主張するものであり、熱力学第一法則の主張に他ならない。

(2) 運動の第二法則

$f \times l$ の仮想仕事のなした仕事量が、質量 m で、加速度 α となる物体が得るエネルギー量と等価であることを主張する(3)式の運動の第二法則は、熱力学第一法則の主張に他ならない。

$$f = f \times l = m\alpha \quad \cdots(3)$$

(3) 運動の第三法則(作用-反作用の法則)

(4)式は運動の第三法則の主張を示す。(4)式の主張は、変位 δr を仮想すると(5)式と等価となる。(5)式は、熱力学的安定状態(力の釣合状態)において、作用力と反作用力の所有する仮想仕事量の等価性を主張することから、(4)式で表現される運動の第三法則は、熱力学第一法則の主張に他ならない。

$$F_i + F_{ij} = 0 \quad \cdots(4)$$

$$(F_i + F_{ij}) \cdot \delta r = dG = 0 \quad \cdots(5)$$

図-1 非線形破壊現象の熱力学解析

2.3 既往の研究⁸⁾

非線形破壊現象の熱力学解析により得られる結合力・ポテンシャルエネルギー・変位の関係を図-1に示す。線形破壊力学の解析では、最大引張応力以後の非線形域(図-1で関数IIの領域)は存在しない材料を考察対象としている為、エネルギー条件でも(6)式、(7)式の解析による考察に限られ、本研究における(8)式、(9)式に示すような、最大引張応力以後の非線形域生成にともなうエネルギー上昇と不安定化の解析は、その研究対象に含まれないことになる。

また、亀裂の急激な進展に伴う不安定破壊に関する考察は、線形破壊材料の脆性破壊時の(7)式のエネルギー(関数III)の減少速度の大小の不安程度に関する考察であり、非線形破壊材料のエネルギーレベル(関数II)の上昇にともなう熱力学的不安定度に関する本研究の考察とは、研究対象が根本的に異なる。

$$\delta g_c = 0 \quad \cdots(6)$$

$$\delta g_c < 0 \quad \cdots(7)$$

$$\delta g_c > 0 \quad \cdots(8)$$

$$\delta w_c > 0 \quad \cdots(9)$$

2.4 解析対象と解析内容

図-2に解析対象の供試体概要を示す。鋼製リングの外周にモルタルを打設し、乾燥収縮によりひび割れ破壊を生じさせ、その間の内部応力度 $\rho(\varepsilon_s)$ と破壊部分の結合力(内部応力度) $\sigma(r_{cl})$ との関係を、熱力学と力学により比較解析する。

図-2 解析対象とした供試体

図-3 非線形破壊現象の力学解析

2.5 歪軟化曲線

図-3に歪軟化曲線を示す。破壊部分の結合力が縦軸に、亀裂開口変位が横軸に示され、亀裂開口にともなう破壊部分の結合力の低下が示され、非線形破壊現象の力学による解析結果の表現手法と考えられる。

2.6 使用記号

δg_c :セメント硬化物の所有するGibbsの自由エネルギーの微小変化量

$G(r_c)$:セメント硬化物の所有するポテンシャルエネルギー(破壊系の所有するGibbsの自由エネルギー)

δw_c :セメント硬化物の最大引張応力以後の非線形破壊

エネルギーの微小変化量

r_{co} :ポテンシャルの井戸を示す変位上の点

r_{ci} :最大引張応力を示す変位上の点

r_{cs} :破壊完了を示す変位上の点(非線形域)

r_{c4} :破壊完了を示す変位上の点(線形域)

r_c :結合力相互間の変位

ϕ :亀裂開口変位

δr_p :亀裂開口変位内の非線形域寄与分

δr_e :亀裂開口変位内の線形域寄与分

ε_s :鋼製リングの円周方向のひずみ

関数Ⅰ:最大張力応力以前の非線形変形を示す関数

関数Ⅱ:最大張力応力以後の非線形変形を示す関数

関数Ⅲ:関数Ⅰに含まれる線形変形を示す関数

図-4 破壊過程1の結合力と外力の関係

§3. 力学による理論解析の限界^{10)~12)}

破壊過程1より破壊過程3までの結合力の挙動と亀裂開口変位を熱力学((6)式、(7)式、(8)式、(9)式)と力学((6)式のみ)双方で比較解析し、力学による解析の限界について考察する。熱力学による解析経過の詳細は、既に参考文献10~12で述べている。そのため、本報では、力学による解析を主体とし、熱力学解析は、導入式と解析結果を記述するにとどめ、内容の重複を避けた。

3.1 破壊過程1(亀裂進展開始直前の釣合状態)

(1)結合力の挙動解析

熱力学による解析では、破壊開始が、図-4の鋼の内部応力 $\rho(\varepsilon_s)$ による黒矢印の結合力 $\sigma(r_{ci})$ への攻撃から始まる、また、破壊部分の黒矢印の結合力 $\sigma(r_{ci})$ と白矢印の結合力 $\sigma(r_{cl})$ は等価であり、(10)式が成立していることが証明される。しかし、力学による解析では、釣合状態での仮想仕事量の等価性のみが証明されるため、(10)式の成立していることのみが証明される。

$$\{\sigma(r_{cl}) - \sigma(r_{ci})\} \cdot \delta r = \delta g_c = 0 \quad \cdots (10)$$

(2)亀裂開口変位解析

熱力学による解析では、図-3において亀裂開口変位が $\phi=0$ の状態にあること、また、図-4、図-5において亀裂進展が非線形域寄与分の生成から開始することが証明される。しかし、力学による解析では、図-3の

$\phi = 0$ の状態にあることのみが証明されるにとどまり、図-5の $r = r_c$ から変位が増加し、非線形域寄与分の生成が始まることは証明できない。

図-5 破壊過程1の熱力学解析

3.2 破壊過程2(鈎合崩壊状態)

(1) 結合力の挙動解析

熱力学による解析では、破壊過程において、図-6、図-7に示すような不鈎り合いな状態が存在すること、また、大きな白抜矢印の結合力 $\sigma(r_{c1})$ は、小さな黒矢印の結合力 $\sigma(r_{c1} + \delta r_p)$ に鈎り合うまで小さくなることが証明される。しかし、力学による解析では、大きな

図-6 破壊過程2の結合力と外力の関係

図-7 破壊過程2の熱力学解析

図-8 破壊過程2の力学解析

結合力 $\sigma(r_{c1})$ と小さな結合力 $\sigma(r_{c1} + \delta r_p)$ との不鈎り合いが存在すること、2つの不鈎り合いの結合力が鈎合状態へ移行すること、いずれの予測も不可能である。

(2) 亀裂開口変位解析

熱力学による解析では、この間の亀裂開口変位が非線形域寄与分であること、また、この間の非線形域寄与分と鋼材の円周方向の長さ変化量が等価であることが証明される。しかし、力学による解析では、この間の亀裂開口変位が非線形域寄与分であることの証明は不可能であり、図-8に示すように、寄与分の特性についてはブラ

ックボックスとなる。また、この間の非線形域寄与分と鋼材の円周方向の長さ変化量が等価であることの証明も不可能である。

図-9 破壊過程3の結合力と外力の関係

図-10 破壊過程3の熱力学解析

3.3 破壊過程3 (次の釣合状態)

(1) 結合力の挙動解析

熱力学による解析では、図-9、図-10のように破壊部分の残存結合力 $\sigma(r_{cl} + \delta r_p)$ と破壊部分以外の結合力 $\sigma(r_{cl} - \delta r_e)$ が等価であり(11)式が成立していること、また、釣合状態が次の不釣り合いの状態に変化すること、また、次の崩壊は、鋼材の内部応力からの攻撃により、結合力 $\sigma(r_{cl} + \delta r_p)$ の減少から始まるこ

となどが証明される。しかし、力学による解析では、釣

図-11 破壊過程3の力学解析

合状態での仮想仕事量が等価であるため、破壊部分の残存結合力である $\sigma(r_{cl} + \delta r_p)$ と破壊部分以外の結合力である $\sigma(r_{cl} - \delta r_e)$ が等価となり、(11)式が成立していることが証明されるにとどまる。

$$\{\sigma(r_{cl} + \delta r_p) - \sigma(r_{cl} - \delta r_e)\} \cdot \delta r = \delta g_c = 0 \quad \dots (11)$$

(2) 亀裂開口変位解析

熱力学による解析では、線形域寄与分と非線形域寄与分の区分が可能であり、この間の亀裂開口変位と鋼材の円周方向の長さ変化の差が亀裂開口変位内の線形域寄与分であることが証明される。しかし、力学による解析では、線形域寄与分と非線形域寄与分の区分は不可能であり、図-11のようにブラックボックスとなる。

§ 4. 解析結果共存の合理性と総括

力学での解析は(5)式による解析を行うことであり、熱力学による解析は(1)式、(2)式で行うことである。(5)式は、力学的釣合条件を主張しており、破壊時の結合力が連続的に準静的に変化する場合のみが解析対象となる。(1)式での解析は、(5)式と等価であるため、力学と同等の解析となるが、(2)式では、将来状態変化が生じた場合、系のギブスの自由エネルギーが減少する方向にのみ変化することが証明されるため、不可逆性過程で結合力が不連続に変化する場合も解析可能となる。これら力学と熱力学による2つの解析手法の関係を、アナロジーで図-12に示す。月は地球の自転周期と同じ周期で地球を公転している。従って、地球に面している部分は常に一定の面で、如何なる高性能の天体望遠鏡をしても地上からの裏面の観測は不可能となる。しかし、人工衛星で月を観測した場合、裏面、表面ともに観測することが可能となる。いま、月を材料の破壊現象と考え、表面を連続性のある可逆過程、裏面を不連続性のある不可逆過程と考える。また、力学での破壊解析を地球からの天体望遠鏡での17世紀のニュートンの月観測、熱力学での破壊解析を人工衛星からの20世紀の宇宙

図-12 力学と熱力学の比較解析のアナロジー

飛行士の月観測とする（勿論宇宙飛行士は地上からの天体望遠鏡での月観測も可能）。力学（天体望遠鏡）での破壊解析（月の観測）結果は破壊（月）の可逆過程・ $dG = 0$ （表）を解析しているといえる。また、熱力学（人工衛星）での破壊解析（月の観測）結果は破壊（月）の可逆過程・ $dG = 0$ （表）だけでなく、破壊（月）の不可逆過程・ $dG < 0$ （裏）も解析しているといえる。従って、力学での解析結果は熱力学での解析結果の一部となるため、共存しても不合理は何等生じないことになる。寧ろ補強していることになる。一連の熱力学による解析と従来の力学による解析結果を熱力学的に解析し、結果を比較すると、力学による解析に生じる限界は、力学と熱力学を構成する法則に起因するものといえる。

§ 5. 結論

一連の破壊熱力学研究を、不連続性、不可逆性と解析限界の視点を中心に力学により解析した結果、以下の結論を得た。

(1) 力学による解析では、力の釣合状態（熱力学的安定状態）において、作用力と反作用力相互の仮想仕事量が等価であることが証明されるが、亀裂進展にとりなう釣合状態の崩壊の契機、結合力の変化の順番についてなどの確証は得られない。すなわち、力学では、破壊系が熱力学的に安定状態（力の釣合状態）の時にのみ解析可能であり、熱力学的に不安定な状態（力の釣合状態崩壊状態）の解析は不可能である。

(2) 力学による解析では、亀裂開口変位内の線形域寄分と非線形域寄分との区分はブラックボックスのままであり、区分しての測定は不可能である。従って、破壊過程は、変化方向の論証を必要とする結合力・変位・ポテンシャルエネルギーでの表現ではなく、歪軟化曲線での表現となる。

(3) 力学は、熱力学的には熱力学第一法則に属し、熱力学の一部となる。そのため、破壊現象を熱力学により解析した場合に得られる結果は、力学による解析結果を否定するものではなく、力学による解析では不可能な部分を証明しているものである。すなわち、双方の解析結果が共存しても何等不合理は生じない。寧ろ、熱力学による解析は、力学による解析の補強をするものといえる。

(4) 力学による解析の限界は、構成する法則に起因する。

謝辞

一連の本研究の研究費の一部は、昭和58年度竹中育英会建築研究助成金によることを付記する。

参考文献

- 1) ガリレオ・ガリレイ:新科学対話, 今野武雄訳, 岩波書店, 昭和50年11月
- 2) 佐々木潔ほか3名:理工学基礎物理学, 開成出版, 1974. 3
- 3) 守屋富次郎, 鷺津久一郎:力学概論, 培風館, 1982. 11
- 4) 吉岡甲子郎:物理化学大要, 養賢堂, 昭和44年11月
- 5) W. J. Moore:物理化学(上), 藤代亮一訳, 東京化学同人, 1982. 6
- 6) 中谷宇吉郎:科学の方法, 岩波新書, 1984. 6
- 7) トーマス・クーン:科学革命の構造, 中山 茂訳, みすず書房, 1982. 9
- 8) 日本コンクリート工学協会コンクリートの破壊力学研究委員会, コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム, 日本コンクリート工学協会, 1992. 3
- 9) 鈴木 要:エネルギー変換による表面自由エネルギー測定(基本概念と理論)ーその1ーセメント硬化物の破断応力に関する基礎的物性測定, 日本建築学会構造系論文報告集, 第347号, PP. 9~17, 1985. 1
- 10) 鈴木 要:拘束されたセメント硬化物の破壊に関する熱力学的研究ーその1ー熱力学の2大法則を使用しての解析, 日本建築学会構造系論文報告集, 第400号, PP. 11~19, 1989. 6
- 11) 鈴木 要:拘束されたセメント硬化物の破壊に関する熱力学的研究ーその2ー熱力学的解析結果から導かれる力の挙動, 日本建築学会構造系論文報告集, 第421号, PP. 11~19, 1991. 3
- 12) 鈴木 要:拘束されたセメント硬化物の破壊に関する熱力学的研究ーその3ー線形域寄分と非線形域寄分の区分方法の基礎理論, 日本建築学会構造系論文報告集, 第464号, PP. 17~23, 1994. 10

(1995年10月9日原稿受理, 1996年3月5日採用決定)