ハードニング型復元力特性を示す免震用積層ゴムの 非線形振動に関する研究

振幅, 振動数, 面圧の依存性と振動応答解析

STUDY ON NONLINEAR VIBRATION OF RUBBER BEARING FOR BASE ISOLATION SYSTEM WITH HYSTERESIS RESTORING FORCE CHARACTERISTICS OF HARDENING TYPE

Dependency of amplitude of horizontal displacement, frequency
and surface pressure and analysis of vibration response

柴田 耕一*, 一ノ瀬 博明**, 桜井 弘幸***, 大澤 慶吉****

Koichi SHIBATA, Hiroaki ICHINOSE, Hiroyuki SAKURAI and Keikichi OSAWA

We propose new analytical model for the hysteresis restoring force characteristics of rubber bearing for base isolation system and a new analytical method of hysteresis system using the restoring force model of power function type for vibration response. This model can express the restoring force characteristics of hardening and softening type depending on amplitude of horizontal displacement, frequency and surface pressure. First we calculated the nonlinear vibration properties (damping, stiffness) of rubber bearing using this model, then we analyzed the dynamic vibration response reflected in the vibration properties. We examined the appropriateness of this method as a result of analyzing the vibration response of practical rubber bearing for a bridge.

Key Words: rubber bearing, nonlinear vibration, analytical model, hysteresis restoring force,
vibration properties, vibration response

積層ゴム、非線形振動、解析モデル、履歴復元力、振動特性、振動応答

1. 序論

本論は免震構造の最適設計を行うために免震用積層ゴムの振動特性を把握し、その特性を反映した動的応答解析手法を開発するとともに応答解析を精度良く行うことを目的としている。

一般に高減衰積層ゴムは非線形振動特性を示すためにその特性を正確に把握し、解析することは困難であった。また、振動特性（減衰、剛性）は変位振幅、振動数および面圧（軸力）に依存して変化するため、免震構造の動的振動応答解析を精度よく行うためには、これらに依存する振動特性を十分反映する解析モデルを設定する必要がある。著者らは、既に車両用防振ゴムにおいて振幅、振動数の依存性を考慮したソフトニングタイプの解析モデル¹⁾を提案し、その妥当性を示している^{2) 3)}。さらにソフトニング特性を示す積層ゴムの試験体において変位振幅、振動数および面圧の依存性を考慮した解析モデルを示した⁴⁾。

またソフトニングタイプの応答周波数の選択方法につ

いては、FFTを用いて行う手法が開発された²⁾。しかしその後、履歴ループの半周期を用いる方法が優れていることが示され³⁾、本論でもこの手法を採用した。

本論では、ハードニング特性を示す試験体を用いて水平方向の動的加力実験を行い、得られた復元力特性に対して変形が小さくソフトニング特性を示す領域から変形が大きくなってハードニング特性を示すまでを精度よく表現できるべき関数型復元力モデルを設定した。このモデルを用いて変位振幅、振動数および面圧に依存する振動特性を解析的に算出し、その解析モデルの有効性について検討した。

またこの手法で得られた積層ゴムをばね要素とする一質点系に強制外力が作用する場合の振動応答解析に等価線形系解析手法（PFT-ELS法）と新たに提案したべき関数型履歴系解析手法（PFT-HYS法）とを適用した。そしてそれらの解析結果の比較、検討を行うことによりPFT-HYS法の有効性を示すものである。

* 日本大学生産工学部数理工学科 教授・工博

** 東洋ゴム工業(株) 研究員

*** 日本大学生産工学部数理工学科 大学院生

**** 日本大学生産工学部数理工学科 専任講師

Prof., Dept. of Mathematical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon Univ., Dr. Eng.
Research Engineer, Toyo Tire & Rubber Co., Ltd.
Graduate Student, Dept. of Mathematical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon Univ.
Lecturer, Dept. of Mathematical Engineering, College of Industrial Technology, Nihon Univ.

図1 試験体3の形状

図2 試験体4の形状

表1 ゴムの材料特性値

	試験体3	試験体4
静的せん断弾性率 (MPa)	2.35	0.98
硬度	69	74
引張破断強さ (Mpa)	19.6	18.6
引張破断伸び (%)	300	570
比重	1.3	1.16
ゴム材質	高減衰ゴム	

表2 測定条件

	試験体3	試験体4
面圧 (MPa)	3.92~9.81	5.45
鉛直荷重 (kN)	39.2~98.1	7800
振動数 (Hz)	0.01~2.0	0.01
変位振幅 (m)	$0.6 \times 10^{-3} \sim 20 \times 10^{-3}$	$35 \times 10^{-3} \sim 200 \times 10^{-3}$

2. 実験概要

実験に用いた2種類の試験体は、いずれも高減衰ゴムを材料とする積層ゴムであり、復元力がハードニング特性を示す。試験体3は実験用の小型の積層ゴムである。一方、試験体4は実際の橋梁用積層ゴムであり、本論で提示する解析モデルの実用性を確かめるために用いた。その形状とゴムの材料特性値を図1、2、表1に示す。

動的加力実験に使用した実験装置は試験体に鉛直荷重を加えながら水平方向にせん断変形を与えられる構造である⁵⁾。表2の測定条件により水平方向の復元力の示す履歴曲線を測定した。

3. 振動特性解析

3.1 解析手法

ゴムのように変位振幅 x 、円振動数 Ω 、面圧 σ に依存する復元力特性が $f(x, \Omega, \sigma)$ で表現できる一質点系(質量 m)に強制外力 $p_0 \cos \omega t$ が作用する場合の運動方程式は次式で表すことができる。

$$m\ddot{x} + f(x, \Omega, \sigma) = p_0 \cos \omega t \quad (1)$$

(x : 変位、 p_0 : 外力振幅、 ω : 外力の円振動数)

上式を無次元化すれば次式となる。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + F(X, \eta, q) = P_0 \cos \eta \tau \quad (2)$$

$$\left(\begin{aligned} X &= x/x_s, X_0 = x_0/x_s, \omega_s^2 = F_s/(x_s \cdot m), \eta = \Omega/\omega_s \\ q &= \sigma/\sigma_s, \tau = \omega_s t, P_0 = p_0/F_s, k_s = F_s/x_s, \eta = \omega/\omega_s \end{aligned} \right)$$

$F(X, \eta, q)$: 無次元化した復元力

x_s, F_s : 線形限界における変位と荷重

ω_s : 線形領域における固有振動数

σ_s : 面圧の無次元化定数

x_0 : 変位振幅

(2)式の定常応答解を平均法により求めて、線形振動系の定常解と恒等的に等しいとおくことにより等価な振動特性が求められる。一方、次の(3)式のべき関数型復元力モデルを仮定し、 α, k が変位と振動数のみに依存する場合の復元力は $F(X, \eta)$ で表現できることを文献1)で示した。ここではさらに α, k が段階的に変化する面圧 q にも依存するので復元力は $F(X, \eta, q)$ で表現できる。

履歴曲線の基本型としてべき関数型復元力モデルを用い、ハードニング型復元力モデルの基本式を次式で表わすことができる。この $F(X, \eta, q)$ の関係(3)、(4)、(5)式を用いて X, η, q に依存する減衰係数、ばね定数を以下の方法で求める。

$$\text{骨曲線 } F(X, \eta, q) = kX^\alpha \quad (3)$$

加力線

$$\begin{cases} X \geq 0 \\ X \leq 0 \end{cases} F(X, \eta, q) = -2k \left[\frac{1}{2} (X_0 - X) \right]^\alpha + kX_0^\alpha + F_4 \quad (4)$$

減力線

$$\begin{cases} X \geq 0 \\ X \leq 0 \end{cases} F(X, \eta, q) = 2k \left[\frac{1}{2} (X_0 + X) \right]^\alpha - kX_0^\alpha + F_3 \quad (5)$$

ここで F_1, F_2, F_3, F_4 は復元力がハードニング特性を示すように設定した関数であり、次式で表わす。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \beta_1 k X_0^{\alpha-2} X (X_0^2 - X^2)^{\frac{1}{2}} \mp \beta_0 k X_0^{\alpha-1} (X_0 \mp X) \\ F_2 &= \pm \beta_2 k X_0^{\alpha-3} X^2 (X_0^2 - X^2)^{\frac{1}{2}} \pm \beta_0 k X_0^{\alpha-1} (X_0 \mp X) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

本論で使用した試験体に対して設定した $\beta_i (i=0,1,2)$ を表3に示す。この数値は履歴復元力モデルが実験から得られた復元力の微妙な形状を正確に示すのに有効であり、その形状に基づき算出した値を変位振幅で関数化したものである。

この復元力モデルに積層ゴムの振動特性を反映させる

表3 ハードニング型復元力モデルに用いた関数

試験体3	試験体4
$\beta_0 = 0.02643X_0 - 0.2674$	$\beta_0 = -0.0004721X_0 + 0.2069$
$\beta_1 = 0.06700X_0 + 0.7658$	$\beta_1 = -0.001864X_0 - 0.07515$
$\beta_2 = -0.03427X_0 - 0.1348$	$\beta_2 = -0.003244X_0 - 0.4753$

ために、加力実験により得られた履歴曲線の囲む面積 $G_0(X_0, \eta, q)$ 、骨曲線 $F_0(X_0, \eta, q)$ に対して上式により得られる復元力モデルの面積、骨曲線をそれぞれ一致させる⁴⁾。この減衰量、剛性量の一致条件により骨曲線 $F_0(X_0, \eta, q)$ 、面積 $G_0(X_0, \eta, q)$ を用いた履歴曲線の形状パラメータ α 、 k は次式のように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha(X_0, \eta, q) &= -\frac{(T-4)F_0(X_0, \eta, q)X_0 - G_0(X_0, \eta, q)}{(T+4)F_0(X_0, \eta, q)X_0 - G_0(X_0, \eta, q)} \\ k(X_0, \eta, q) &= \frac{F_0(X_0, \eta, q)}{X_0^\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{ただし } T = \frac{2}{3}\beta_1 - \frac{\pi}{8}\beta_2 - 2\beta_0$$

(3)、(4)、(5) 式の履歴を示す履歴振動系を等価な線形振動系に置換し、(7) 式で定まった α 、 k を用いて等価減衰定数 H_{eq} 、等価ばね定数 K_{eq} を求めると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} H_{eq} &= \frac{1}{2\pi\eta} \left\{ 4 \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1} \right) + T \right\} k X_0^{\alpha-1} \\ K_{eq} &= \left\{ \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \right) \frac{\Gamma(\alpha+1/2)}{\Gamma(\alpha+1)} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\beta_1}{3} + \frac{\beta_2}{4} \right) \right\} k X_0^{\alpha-1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

上式を用いて変位振幅 X_0 、振動数 η 、面圧 q に依存する減衰係数 $C(x_0, \omega, \sigma)$ とばね定数 $K(x_0, \omega, \sigma)$ を以下の(9) 式より求めることができる。

$$C(x_0, \omega, \sigma) = \frac{2F_s}{\omega_s \cdot x_s} \cdot H_{eq}, K(x_0, \omega, \sigma) = k_s \cdot K_{eq} \quad (9)$$

表4 骨曲線の関数

$F_0(X, \eta, q) = Z_1(\eta) + Z_2(\eta, q) \cdot X^\wedge Z_3$ $Z_1(\eta) = M_1 \cdot (a \cdot \eta)^\wedge M_2$ $Z_2(\eta, q) = M_3 \cdot \exp\{M_4 \cdot (a \cdot \eta)\} \cdot \exp\{M_5 \cdot (q \cdot \sigma_s \cdot A)\}$ $Z_3 = M_6$	
試験体 3	試験体 4
$M_i (i=1,2,3,4,5,6): \text{constant}$	$Z_1(\eta), Z_2(\eta, q), Z_3 = \text{constant}$
Frequency f (Hz): $f = a\eta$, $a = \omega_s/2\pi$	$f = 0.01$
Vertical load P_v (kN): $P_v = q \cdot \sigma_s \cdot A \cdot g$	$P_v = 7800$
$g = 9.80$, A : Area of rubber sheet	

表5 履歴曲線の囲む面積の関数

$G_0(X, \eta, q) = Y_1(\eta, q) \cdot X^\wedge Y_2(q) + Y_3$ $Y_1(\eta, q) = N_1 + N_2 \cdot (q \cdot \sigma_s \cdot A) + N_3 \cdot \log(a \cdot \eta)$ $Y_2(q) = N_4 + N_5 \cdot \log(q \cdot \sigma_s \cdot A)$ $Y_3 = N_6$	
試験体 3	試験体 4
$N_i (i=1,2,3,4,5,6): \text{constant}$	$Y_1(\eta, q), Y_2(q), Y_3 = \text{constant}$
Frequency f (Hz): $f = a\eta$, $a = \omega_s/2\pi$	$f = 0.01$
Vertical load P_v (kN): $P_v = q \cdot \sigma_s \cdot A \cdot g$	$P_v = 7800$
$g = 9.80$, A : Area of rubber sheet	

3. 2 関数化

表2で示す測定条件のもとで加力実験により得られた履歴曲線の頂点を結んだ骨曲線と履歴曲線の囲む面積を無次元化し、最小二乗法を用いて関数化した。

試験体3の骨曲線と面積を変位振幅 X_0 、振動数 η 、面圧 q で関数化した近似関数 $F_0(X_0, \eta, q)$ と $G_0(X_0, \eta, q)$ および試験体4の面圧 5.45MPa (鉛直荷重 7800kN)、振動数 0.01Hz の場合の骨曲線と面積を変位振幅 X_0 で関数化した $F_0(X_0, \eta, q)$ と $G_0(X_0, \eta, q)$ を表4、5に示す。

骨曲線および面積が関数化できれば、(9) 式により対象とする系の振動特性を求めることができる。

3. 3 α 、 k 値の算出

表4、5の骨曲線 $F_0(X_0, \eta, q)$ と履歴曲線の囲む面積 $G_0(X_0, \eta, q)$ を用いて復元力モデルの形状パラメータ α 、 k 値を(7) 式から算出する。

試験体3において表4、5の $F_0(X_0, \eta, q)$ 、 $G_0(X_0, \eta, q)$ を用いて求めた連続的な α 、 k 値と、面圧 (9.81MPa)、振動数 (2.0Hz) に対する変位振幅ごとの関数化していない履歴曲線の頂点、面積から求めた離散的な α 、 k 値との比較を図3に示す。また、試験体4も同様に面圧 (5.45MPa)、振動数 (0.01Hz) に関して比較した(図4)。図中の実線、破線は連続的な α 、 k 値を、○、□印は離散的な α 、 k 値を表す。

図3 試験体3の変位振幅に対する α 、 k (面圧 9.81MPa、振動数 2.0Hz) 図4 試験体4の変位振幅に対する α 、 k (面圧 5.45MPa、振動数 0.01Hz)

これらの比較から、関数化による $F_0(X_0, \eta, q)$ 、 $G_0(X_0, \eta, q)$ を用いた連続的な α 、 k 値と離散的な値とがよく対応していることがわかり、これを用いた履歴曲線が復元力モデルに精度よく置換されていることは 3.4 で示す履歴復元力特性 (図 5、6) から明らかである。

文献 4) ではハードニング特性を示す振幅の大きい範囲についてのみ α 、 k を求めているが、本論ではほぼ全域にわたり α 、 k が得られている。また α 、 k の式中に用いられる β の値は文献 4) では一定であったが、本論では変位により変化する (表 3)。したがって文献 4) の α 、 k の離散値は本論と違う値を示す。

3.4 履歴復元力特性

3.3 で求められた α 、 k 値を、式 (3)、(4)、(5) のハードニング型復元力モデルの基本式にそれぞれ代入し解析的に履歴曲線を求めた。

連続的な α 、 k 値を用いて求めた履歴曲線と実験から得られた履歴曲線との比較をそれぞれ図 5、図 6 に示す。図中の破線は実験から、実線は解析的に求めた履歴曲線である。

文献 4) においては変位の小さい領域ではあまりよい対応を示めさなかったが、本論では表 3 のように (6) 式中の β を変位振幅の関数にしたために、変位振幅が小さい領域 (ソフトニング領域) から大きな領域 (ハードニング領域) まで、ほぼよい対応を示すようになった。

3.5 解析結果

3.5.1 変位振幅依存性

3.1 の (9) 式により、変位振幅に対する減衰係数、ばね定数を求めた。解析値と離散値を試験体 3 (面圧 9.81MPa、振動数 0.1~2.0Hz) と試験体 4 (面圧 5.45MPa、振動数 0.01Hz) について求め、それぞれを図 7~10 に示した。図中の連続的な曲線は解析モデルの骨曲線および面積を用いて算出した解析値で、○、△印等は実験により得られた履歴曲線の離散的な値である。

それぞれの振動数において、変位振幅が増大するにつれて、減衰係数、ばね定数はともに減少し、強い非線形特性を示している。特に振幅の小さい範囲ではその傾向が顕著にあらわれている。このことはソフトニングタイプ⁴⁾の場合と同様な傾向を示しているといえる。文献 4) のハードニングタイプの場合についてはハードニング特性を示す狭い部分の解析に限られたが、本論文ではすべての可能な範囲を解析した。なお減衰係数、ばね定数の離散値が文献 4) と違うのは β の式の影響である。

3.5.2 振動数依存性

一定面圧での振動数 (0.1~2.0Hz) に対する減衰係数、ばね定数の解析値と離散値を試験体 3 (面圧 9.81MPa)

についてそれぞれ求めて、図 11、12 に示した。図中の実線等は解析値、○、△印等は離散値を示す。

減衰係数はどの変位振幅においても振動数依存性を示し、振動数が増大するにしたがって減衰係数ははじめ急激に減少してその後一定値に近づく傾向にある。一方、ばね定数は振動数が増大するにしたがい、変化の程度は比較的小さいが増大する傾向にある。しかし、振動数の依存性は小さいといえる。これらのハードニングタイプの性質はソフトニングタイプ⁴⁾の傾向と類似して振動数依存性は減衰係数 C に対して大きく現れている。

3.5.3 面圧依存性

一定振動数での面圧 (3.92~9.81MPa) に対する減衰係数、ばね定数の解析値と離散値を試験体 3 (振動数 2.0Hz) についてそれぞれ求めて、図 13、14 に示した。

面圧が増大するにしたがい、いずれの変位振幅の場合も減衰係数とばね定数は極端ではないがやや増大する傾向にある。図中、○、△印等は離散値を示し、解析値と同様な傾向を現わしていることがわかる。今回のハードニングタイプの減衰係数 C は文献 4) のソフトニングタイプのそれと比較して面圧による変化が少ないといえる。ただし、今回のハードニングタイプの場合は面圧 3.92MPa 以上であり、文献 4) のソフトタイプの面圧は 3.0MPa 以下である。

図5 試験体3の履歴復元力特性
(面圧 9.81MPa、振動数 2.0Hz)

図6 試験体4の履歴復元力特性
(面圧 5.45MPa、振動数 0.01Hz)

図7 減衰係数の変位振幅依存性
(試験体3 面圧9.81MPa)

図11 減衰係数の振動数依存性
(試験体3 面圧9.81MPa)

図8 ばね定数の変位振幅依存性
(試験体3 面圧9.81MPa)

図12 ばね定数の振動数依存性
(試験体3 面圧9.81MPa)

図9 減衰係数の変位振幅依存性
(試験体4 面圧5.45MPa)

図13 減衰係数の面圧依存性
(試験体3 振動数2.0Hz)

図10 ばね定数の変位振幅依存性
(試験体4 面圧5.45MPa)

図14 ばね定数の面圧依存性
(試験体3 振動数2.0Hz)

4. 振動応答解析

4. 1 等価線形系解析手法 (PFT-ELS 法)

本解析手法により求めた減衰係数 C 、ばね定数 K を用いて、積層ゴムをばね要素とする一質点系に強制外力が作用する場合の運動方程式は次式で表わせる。

$$m\ddot{x} + K(x_0, \omega_0, \sigma)x + C(x_0, \omega_0, \sigma)\dot{x} = -m\ddot{y} \quad (10)$$

ω_0 : 積層ゴムの相対応答変位の振動数

$\ddot{y}$: 入力加速度

さらに上式を無次元化して、等価減衰定数 H_{eq} 、等価ばね定数 K_{eq} を用いると次式になる。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + 2H_{eq} \frac{dX}{d\tau} + K_{eq} X = -\frac{d^2 Y}{d\tau^2} \quad (11)$$

(11) 式を用いることにより振動系の応答計算が可能となり、振動応答計算は次の手順で行った。

(I) 相対応答変位の向きが変化した時の応答変位を変位振幅 $x_{0(i)}$ と認識する。また、その一つ前に折り返した点から現折り返し点までに要した時間 Δt_i を用いて振動数 $\omega_{0(i)}$ を求める。この振動数の決定方法については次に述べる 4. 2 PFT-HYS 法の場合と同じである。

(II) 上記 (I) で求めた $x_{0(i)}$ と $\omega_{0(i)}$ から C 、 K を求め、その値を用いて次の折り返し点まで線形加速度法により応答計算を進める。以下、同様の手順を繰り返し行う。

4. 2 べき関数型履歴系解析手法 (PFT-HYS 法)

べき関数型復元力モデルを用いた PFT-HYS 法による解析方法を示す。非定常入力に対し、次に述べる動的履歴則を設定する。

(I) 相対応答変位の向きが変化した時、その変位を変位振幅 $X_{0(i)}$ と認識する (図 15 中 C)。また、その一つ前に折り返した点 (図 15 中 A) から現折り返し点 C までの継続時間 $\Delta t_{(i)}$ を次の式 (11) に代入することにより振動数 $\eta_{0(i)}$ を求める。

$$\eta_{0(i)} = \frac{\pi}{\Delta t_{(i)} \cdot \omega_s} \quad (12)$$

(II) C 点で折り返した後の復元力ループは (I) で

図 15 べき関数型動的履歴則

図 16 試験体 3 の絶対応答加速度波形
(正弦波入力: 100gal, 2.0Hz、面圧 9.81MPa)

図 17 試験体 3 の相対応答速度波形
(正弦波入力: 100gal, 2.0Hz、面圧 9.81MPa)

図 18 試験体 3 の相対応答変位波形
(正弦波入力: 100gal, 2.0Hz、面圧 9.81MPa)

図 19 試験体 3 の振動応答の履歴曲線
(正弦波入力: 100gal, 2.0Hz、面圧 9.81MPa)

求めた変位振幅 $X_{0(i)}$ 、振動数 $\eta_{0(i)}$ を用いて新たに求めた α 、 k を復元力モデルの基本式に代入することにより求める。

(Ⅲ) 同様の手順を復元力ループの折り返す毎に行い、変位振幅 $X_{0(i)}$ 、振動数 $\eta_{0(i)}$ により時々刻々と変化する復元力ループ $F_{0(i)}(X, \eta_{0(i)}, \sigma)$ を逐次定義し、次の式 (13) の運動方程式を用いて線形加速度法により応答特性を求める。

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + F_{0(i)}(X, \eta_{0(i)}, \sigma) = -\frac{d^2 Y}{d\tau^2} \quad (13)$$

ただし面圧 σ は一定として解析した。

4. 3 正弦波加速度入力による振動応答

試験体 3 をばね要素とする一質点系 (面圧 9.81MPa) に強制外力として正弦波加速度入力 (最大加速度 100gal、振動数 2.0Hz) を与えたときの質点の絶対応答加速度波形、相対応答速度波形、相対応答変位波形、応答の履歴曲線を図 16～19 に示す。図中の実線は PFT-HYS 法によるもので、破線は PFT-ELS 法によるものである。

また、同様に試験体 4 については、正弦波加速度入力 (最大加速度 250gal、振動数 1.0Hz) を与えたときの質点 (面圧 5.45MPa) の絶対応答加速度波形、相対応答速度波形、相対応答変位波形、応答の履歴曲線を図 20～23 に示す。

応答の履歴曲線 (図 19、23) から PFT-HYS 法の解析結果は PFT-ELS 法による結果に比べて加力実験より得られた履歴ループ (図 5、6) に形状が良く似ていることがわかる。これは PFT-ELS 法が (11) 式を用いるために履歴ループの微妙なハードニング型の履歴特性を表現するのに困難であることに対して、PFT-HYS 法は変位振幅、振動数により時々刻々と変化する履歴ループそのものを定義し、その履歴ループを用いて直接変位振幅、振動数に依存した非線形系の運動方程式 (式 (13)) を解くためである。

また応答波形から初期の過渡状態に対する応答は微妙な相違を示すが、定常状態ではほぼ 2 つの手法による解析結果は近い値を示している。このことに関連してソフトニングタイプの解析モデルについての文献 6)、7) では防振ゴムに対して 2 つの手法 (PFT-ELS 法、PFT-HYS 法) を使い、ランダム波入力に対する応答解析を行っている。さらにその結果を実験と比較しており、PFT-HYS 法は過渡状態での追従性の良いことが示されている。

4. 4 地震波加速度入力による振動応答

試験体 3 をばね要素とする一質点系 (面圧 9.81MPa) に強制外力として地震波加速度入力 (図 24、エルセントロ地震波 (NS)、最大加速度 100gal) を与えたときの質点の絶対応答加速度波形、相対応答速度波形、相対応

図 20 試験体 4 の絶対応答加速度波形
(正弦波入力：250gal, 1.0Hz、面圧 5.45MPa)

図 21 試験体 4 の相対応答速度波形
(正弦波入力：250gal, 1.0Hz、面圧 5.45MPa)

図 22 試験体 4 の相対応答変位波形
(正弦波入力：250gal, 1.0Hz、面圧 5.45MPa)

図 23 試験体 4 の振動応答の履歴曲線
(正弦波入力：250gal, 1.0Hz、面圧 5.45MPa)

図 2-4 エルセントロ地震波形 (NS)

図 2-8 試験体 3 の振動応答の履歴復元力特性
(エルセントロ地震波、面圧 9.81MPa)

図 2-5 試験体 3 の絶対応答加速度波形
(エルセントロ地震波、面圧 9.81MPa)

図 2-9 試験体 3 のフーリエ・スペクトル
(エルセントロ地震波、面圧 9.81MPa)

図 2-6 試験体 3 の相対応答速度波形
(エルセントロ地震波、面圧 9.81MPa)

図 3-0 試験体 4 の入力波形と絶対応答加速度波形の
比較 (面圧 5.45MPa)

図 2-7 試験体 3 の相対応答変位波形
(エルセントロ地震波、面圧 9.81MPa)

図 3-1 試験体 4 のフーリエ・スペクトル
(エルセントロ地震波、面圧 5.45MPa)

答変位波形、応答の履歴曲線、フーリエ・スペクトルをそれぞれ図25～29に示す。

また、試験体4（面圧5.45MPa）にランダム波加速度入力（エルセントロ地震波（NS）、最大加速度250gal）を与えたときの入力波と絶対応答加速度波形の比較、フーリエ・スペクトルを図30、31に示す。

試験体3の応答の履歴曲線（図28）からランダム波加速度入力に対してもPFT-HYS法はハードニング型の履歴復元力曲線を表すことができる。また、変位振幅が小さい領域では振動応答の履歴曲線もソフトニング特性を示し、変位振幅が大きくなるとハードニング特性を示すことがわかる。（図28）

このことから、本論で提案した3.1の解析手法で示した復元力モデルがソフトニング領域からハードニング領域までも表現でき、またハードニング特性を示す高減衰積層ゴムの振動応答解析に、PFT-HYS法の有効性も示された。

図30、31よりスペクトル成分が振動数の低い方に変化していると同時に応答加速度が小さくなっており、試験体4の実際の積層ゴムにおいてもこの手法が十分有効であることがわかる。

5. 結論

本論では、高減衰積層ゴムの動的加力実験から得られた復元力特性に対応したハードニング型の復元力モデルを提案し、PFT-ELS法により変位振幅、振動数および面圧に依存して変化する非線形の振動特性、すなわち減衰係数、ばね定数を算出しその特徴を求めた。またその結果を用いて応答計算をPFT-ELS法とPFT-HYS法の2つの解析手法により行いその有効性を比較し検討した。その結果、以下のことが明らかとなった。

- (1) 文献4)で示したハードニング型復元力モデルはハードニング特性を示す領域のみに対応し、振動数、面圧の依存性については考慮していない。しかし、本論で新たに提案したハードニング型復元力モデルはソフトニング型復元力モデルの基本式を拡張することで表現することができた。さらに復元力特性の違いによりモデルを使い分ける必要がなく、変位振幅、振動数、面圧の依存性を考慮した1つのモデルで表現できるようになった。
- (2) PFT-HYS法は変位振幅、周波数及び面圧により時々刻々と変化する復元力特性そのものを今回提案した復元力モデルに置換し、動的履歴則に基づき、直接非線形の運動方程式を解くため、振動特性を等価減衰と等価ばねに置換するPFT-ELS法より履歴応答曲線を正確に表現できることが確かめられた。
- (3) 本論の試験体3は実験用の小型積層ゴムであり、絶対応答加速度波形（図25）からは免震効果がはっきりしないが、試験体4は実際の橋梁用の積層ゴムであり

免震効果が多少あらわれていることが確認できた。

最後に試験体3の結果から今回提案した解析手法（ハードニング型復元力モデルによるべき関数型履歴系解析手法）の有効性が示されたこと、また試験体4は振動数、面圧の依存性を考慮して解析していないが実際の橋梁用の積層ゴムであり解析手法の応用が十分可能であったことから、これらの解析手法が実用的であり、今後実際の積層ゴムについて、変位振幅、振動数、面圧を考慮した応答解析を行うことができる。そして免震効果についての研究は我々が提案した解析手法を用いて今後さらに一歩進めることができると同時に、不必要なパラメータは効果的に除外して解析可能となる。

謝辞

本研究を進めるに当たり御協力して下さった東洋ゴム工業（株）の高橋勤氏、西垣静雄氏、佐々木頼孝氏また大学院生廣瀬茂雄君、金井真君、学部生神保浩之君に厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) 柴田耕一・見坐地一人・加藤英樹：ゴムの振動特性に関する研究（周波数及び変位振幅依存型の非線形振動特性）、日本機械学会論文集（C編）59巻564号、pp.144-150、1993.8
- 2) 見坐地一人・加藤英樹・柴田耕一：車両用防振ゴムの振動特性に関する研究（非線形振動応答解析）、日本機械学会論文集（C編）60巻578号、pp.42-48、1994.10
- 3) K.Misaji,S.Hirose and K.Shibata：Vibration analysis of rubber vibration isolation of vehicle using the restoring force model of power function type(Analysis of nonlinear vibratoin using frequency characterristics determined by the hysteresis loop) JSME International Journal, Series C, Vol.38, No.4, December, 1995, pp.679-685.
- 4) 柴田耕一・高橋勤・笹川孝義・一ノ瀬博明：免震用積層ゴムの振動特性に関する研究（履歴復元力特性のモデル化と非線形振動特性）、日本建築学会構造系論文集、第475号、pp.93-102、1995.9
- 5) 一ノ瀬博明、笹川孝義、高橋勤、柴田耕一：免震用積層ゴムの振動特性に関する研究（その2 ハードニング型復元力特性のモデル化）、日本大学生産工学部第27回学術講演会数理部会講演概要、pp.37-40、1994.12
- 6) 廣瀬茂雄、見坐地一人、柴田耕一：車両用防振ゴムの振動特性に関する研究（その1履歴ループから周波数特性を決定する方法による非線形振動応答解析）、日本大学生産工学部第27回学術講演会数理部会講演概要、pp.25-28、1994.12
- 7) 見坐地一人、廣瀬茂雄、柴田耕一：車両用防振ゴムの振動特性に関する研究（その2 べき関数型履歴系による非線形振動応答解析）、日本大学生産工学部第27回学術講演会数理部会講演概要、pp.29-32、1994.12

（1996年5月10日原稿受理、1996年7月25日採用決定）