多スパン山形フレーム構造の三次元折板効果と
遺伝的アルゴリズムを用いた最小重量設計MINIMUM WEIGHT OPTIMIZATION OF MULTI-SPAN GABLE FRAME
STRUCTURES AND THE CUBIC FOLDED PLATE EFFECTS

皆川 洋一*

Youchi MINAKAWA

Multi-span gable frame structures shows significant cubic effects that may reduce the displacements and stress resultants of the frame. The optimal weight may express not only a literal design standard of a structure but also a quantitative evaluation of the cubic effect of the structures. Then, adopting the genetic algorithms to optimize the weight of the multi-span gable frame structures that have a same plan and height of eaves but have various gable frame pitch and beam pitch, we examine the minimum weight design of the structures and the cubic folded plate effects on the design. It takes much computing time, when the genetic algorithms is applied to the design. In order to reduce the computing time, we adopt equivalent beam theories of the multi-span gable frame structures.

keywords: genetic algorithms, optimal weight, multi-span gable frame, folded plate, cubic effect, Gray code

多スパン山形フレーム構造、最小重量設計、遺伝的アルゴリズム、折板効果、三次元効果

1. 序

桁行き方向にいくつかの山形フレームが配置された多スパン山形フレーム構造は屋根面にブレースが適切に設置されると、この屋根面が三次元の折板効果を発揮し、各山形フレームの変位や合応力は平面内において挙動する山形フレームにモデル化された構造体よりかなり小さくなることが知られている。鉄骨部材で構成される多スパン山形フレーム構造は節点数や部材数が多く、立体フレームの解析法を適用してこの三次元効果を解析するとき、データ量や計算量が多く、労力が多大になる。ここでは、適切に設計されるならば三次元効果を発揮するものの、節点数や部材数が多い多スパン山形フレーム構造の最小重量設計問題を扱う。最小重量設計は設計荷重に対応できる構造体のうち最小の構造体重量となるフレーム形状、山形フレームのピッチ、部材の配置、断面性能等を定める問題である。折板効果を示す多スパン山形フレームを対象とするこの問題はふたつの意味を持つと考えられる。ひとつは合理的な設計法としての最小重量設計の本来の目的である。他方は折板の三次元的な効果を定量化するひとつの指標を与えることである。多スパン山形フレーム構造の形状を表すいくつかのパラメータの変化に伴い折板効果が最小重量設計の解に及ぼす影響を定量的に評価することを主な目的として、この問題を検討する。

最適問題の解析方法として、遺伝的アルゴリズム¹⁾(GA)を採用する。この方法はタフで優れた最適問題の解法として近年広く利用されてきている^{2)~7)}。この解法の欠点のひとつは、形質の伝達という制御機構を有するものの試行錯誤の解析の繰り返しであるために、計算量が膨大となることであろう。

皆川^{8),9)}は棟に関する対称変形と逆対称変形する多スパン山形フレーム構造をそれぞれ剪断変形を考慮に入れたはりにモデル化し、解析する方法を示した。この方法を適用すると、数百元以上の自由度を有する多スパン山形フレームを数自由度の系に置換し、設計するのに十分な精度(数%の誤差)で変位や応力を解析することが可能となる。GAを用いた多スパン山形フレーム構造の最小重量設計問題にこの解析法を適用して、データ量、および計算量の削減を図る。

GAの適用に当たって、個体の淘汰の仕方やビット表示を採用するか否かに依存して最適問題解法としての効率に差違があることが報告¹⁰⁾されている。ここでは親の選択、および次世代の個体の淘汰にふたつの方法を採用して、能率を検討する。また、数字をバイナリーコード(2進法)表示すると特定の数字への移行が制限されることも指摘されている。故に、構造体を表現する数字をビット表現に置換する方法として、ふたつの方法を採用し、能率の比較を行う。ひとつは通常利用されている二進法表示(バイナリーコード)であ

* 鹿児島大学工学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture and Architectural Engineering, Faculty of Engineering, Kagoshima Univ., Dr. Eng.

り、他方はCaruana、Schaffer¹⁰⁾が提案しているグレイコードである。このコードを用いて表現されると、連続した数字は1ビットの相違しか存在しないので、ビットコード上で連続した数字へ移行する時の障害が解消される。

2. 多スパン山形フレーム

山形フレームが桁行き方向と直交して配置され、4箇所の隅角部に桁行き、梁間の2方向に壁体として作用するブレースを有し、棟に関して対称形状を有する多スパン山形フレーム構造を対象とする。妻壁において屋根は鉛直方向に支持されているものとする。この多スパン山形フレーム構造の形状の例をFig.1に示す。材のヤング率 E 、スパン L_y ($=2a \cos \phi$)、桁行き方向長さ L 、軒高 h_c 、桁行き方向の山形フレームのピッチ s_x 、およびスパン数 n_x ($=L/s_x$)、一枚の屋根板の幅 a 、はりのピッチ s_y 、はりスパン数 n_y ($=a/s_y$)、屋根勾配 $\tan \phi$ とする。各山形フレームは桁行き方向に垂直に配置され、壁ブレースは4カ所の屋根隅角部に配置されるものと仮定する。

2-1 多スパン山形フレーム構造のTimoshenko 梁への置換法

この多スパン山形フレーム構造の棟に関して対称変形、および逆対称変形をする三次元構造体はいくつかの仮定 (付録A3節に示す)を導入すると、剪断変形を考慮に入れたはり弾性床に設置されたモデルに数学的に置換される。この解析手法^{8,9)}の概要を付録に示す。結果として、この多スパン山形フレーム構造の棟に関する対称変形、および逆対称変形の挙動はそれぞれ次の汎関数で支配される。構造体をこれらふたつの変形に分解したことに対応して、外力の成分も同様に棟に関する対称成分と逆対称成分に分ける。屋根面に作用する単位鉛直射影面当りの荷重を対称成分 q_{sg} 、逆対称成分 q_{ag} 、屋根の法線方向の単位当りの荷重を対称成分 q_{sn} 、逆対称成分 q_{an} 、立面に作用する単位当りの荷重を対称成分 q_{sc} 、逆対称成分 q_{ac} 、および軒に作用する単位長さ当りの水平方向荷重を対称成分 H_s 、逆対称成分 H_a と分解して表現する。これら荷重の対称成分、および逆対称成分を変位成分と共にそれぞれFig.2-1、およびFig.2-2に示す。

(1) 棟に関する対称変形⁸⁾

一枚の屋根板の中央点の桁行き方向に x 軸、平面内の棟に向かう方向に y 軸、上向き法線方向に z 軸を定めた直交アカルト座標を導入する。屋根板の x 軸方向の変位 u_x 、法線周りの回転 θ_x 、および山形フレームのはりの x 軸周りの部材角 R_x を未知関数とする。

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{bd}}^s(u_x, \theta_x, R_x) = 2 \left[\int_0^{L/2} \left\{ \frac{1}{2} \{ (EA)_x^s u_{x,x}^2 + (EI)_x^s \theta_{x,x}^2 + (GA)_x^s (a R_{x,x} \sin \phi \cos \phi \right. \right. \\ \left. \left. - \theta_x \right)^2 \right\} dx + \sum_j s_{xj} \left\{ \frac{1}{2} k_s R_x^2 - (C_{sg} + C_{sn} + C_{sc} + H_s a \sin \phi) R_x \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} K_{Lw} (u_x + a \theta_x / 2)^2 \right]_{x=L/2} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{where } C_{sg} &= -q_{sg} a^2 \cos^2 \phi \{ 2(5+3\gamma) - \gamma(a/h_c) \sin \phi \} / \{ 4(4+3\gamma) \} \\ C_{sn} &= -q_{sn} a^2 \{ 2+2(4+3\gamma) \cos 2\phi - \gamma(a/h_c) \sin \phi \} / \{ 4(4+3\gamma) \} \\ C_{sc} &= q_{sc} h_c^2 \{ 3+2(5+3\gamma)(a/h_c) \sin \phi \} / \{ 4(4+3\gamma) \} \\ k_s &= 12(D_2/a) \{ 1 + \gamma \{ 3+3(a/h_c) \sin \phi + (a/h_c)^2 \sin^2 \phi \} \} / \{ 4(4+3\gamma) \} \\ K_{Lw} &= EA_{Lw} / s_x \{ [(1 + h_c^2 / s_x^2)^{3/2} + 2A_{Lw} / A_y (h_c / s_x)^3] \\ \gamma &= a D_2 / (h_c D_2) \\ A_{Lw} &: \text{桁行き方向端部に配置されたブレースの断面積} \end{aligned}$$

Fig.1 Overall View of Gable Frames

Fig.2-1 Displacement & Force Components of Symmetric Deformation

Fig.2-2 Displacement & Force Components of Anti-Symmetric Deformation

(2) 棟に関する逆対称変形⁹⁾

棟における短辺方向の水平変位 d_H 、棟における鉛直軸周りの屋根板の回転を θ_z とする。

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{bd}}^a(\theta_z, d_H) = 2 \left[\int_0^{L/2} \left\{ \frac{1}{4} \{ (EI)_z^a \theta_{z,x}^2 + (GA)_z^a (d_{H,x} - \theta_z)^2 \right\} dx + \frac{1}{2} K_{ew} d_H^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} K_{Lw} \theta_z^2 a^2 \cos^2 \phi + \sum_j s_{xj} \left\{ \frac{1}{4} k_{ac} d_H^2 - (C_{an} + C_{ag} + C_{ac} + H_a) d_H \right\} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{where } k_{ac} &= 6D_2 / \{ (1+\gamma) h_c^3 \}, C_{ag} = \gamma q_{ag} a^2 \cos^2 \phi / \{ 8h_c (1+\gamma) \}, \\ C_{an} &= q_{an} a \{ (1+\gamma) \sin \phi + \gamma a / (8h_c) \} / (1+\gamma), C_{ac} = (5+4\gamma) q_{ac} h_c / \{ 8(1+\gamma) \} \\ K_{ew} &= EA_{ew} \cos^2 \phi / \{ s_y (\cos^2 \phi + h_c^2 / s_y^2)^{3/2} + 2A_{ew} / A_y \{ a + s_y \\ &\quad + h_c (h_c / s_y + \sin \phi) (3h_c / s_y + 2 \sin \phi) \} / 3 \} \\ A_{ew} &: \text{妻壁端部に配置されたブレースの断面積} \end{aligned}$$

(3) 外力

屋根フレームの単位面積当りの固定荷重 (自重、積載荷重) q_d 、単位水平面当りの短期の積雪荷重 q_{snow} 、風荷重の速度圧、閉鎖型の山形フレームの風力係数は「建築基準法施行令」の第87条を用いて算定する。各外力を対称変形、および逆対称変形の成分、および長期荷重、短期荷重に区別すると、荷重成分は次のように定義される。

1) 対称変形

$$\text{長期荷重 } q_{sg} = q_d / \cos \phi, q_{sn} = 0, q_{sc} = 0, H_s = 0 \quad (3-1)$$

$$\text{短期荷重 } q_{sg} = q_{snow}, q_{sn} = (0.65 \sin \phi - 0.5) p, q_{sc} = 0.1 p, H_s = 0.05 p h_c \quad (3-2)$$

2) 逆対称変形

$$\text{長期荷重 } q_{ag}=0, q_{an}=0, q_{ac}=0, H_a=0 \quad (4-1)$$

$$\text{短期荷重 } q_{ag}=0, q_{an}=0.65p_r \sin \phi, q_{ac}=0.3p_r, H_a=0.15ph_c \quad (4-2)$$

$$\text{ここに、} \quad p_r = 60\sqrt{h_c/2} / 10^8 \text{ tonf/cm}^2$$

$$p = 60\sqrt{h_c + a/2 \tan \phi} / 10^8 \text{ tonf/cm}^2$$

(4) 解析

汎関数 (1) 式、および (2) 式へ Ritz 法を適用して解析する。対称変形の3個の未知関数、および逆対称変形の2個の未知関数はそれぞれ3項 ($N_k=3$) までの Fourier 級数を用いて仮定^{8,9)}した。ただし、逆対称変形の未知関数 d_H はこれらの項に定数項も加えた^{8,9)}。結局、対称変形は未知数9個、逆対称変形は未知数7個を用いた解析となる。

2-2 解析条件と制約条件

屋根面は面内の剛性を有しているので、山形フレームの挫屈の影響を無視する。また、中間部に配置される山形フレームは同一断面を有し、妻壁を構成する山形フレームは中間部のその1/2の断面性能を有すると仮定した。この構造は通常水平力として風荷重の方が地震荷重よりも大きくなるので、ここでは短期の荷重として、風荷重のみを考慮する。多スパン山形フレーム構造の満足すべき応力、および変形に関する制約条件を示す。

a. 応力に関する制約条件

- 1) 山形フレームの棟において、引張りおよび圧縮の最大縁応力度が許容応力度以下である。
- 2) 柱頭において、引張りおよび圧縮の最大縁応力度が許容応力度以下である。
- 3) はりの引張、および圧縮の最大縁応力度は許容応力度以下である。
- 4) 各山形フレーム間の剪断力に起因する屋根プレースの引張応力度が許容応力度以下である。この応力度は最大4箇所で検討される。
- 5) 妻壁のひとつの隅点に配置されたプレースは軒の高さから上に作用する風荷重による水平力を負担しても許容応力度以下である。プレースは引張、および圧縮両方の応力を伝達できるものと仮定する。
- 6) 桁行き端部の壁面の一本のプレースは桁行き方向に作用する風荷重の全荷重の1/4を負担しても許容応力度以下である。

b. 変形に関する制約条件

- 7) 棟の長期、および短期の鉛直方向たわみがスパンのそれぞれ1/300、および1/120以下である。
- 8) 軒の長期、および短期の変形角（水平変位/軒高）がそれぞれ1/300、および1/120以下である。
- 9) 屋根に作用する荷重を等分布荷重としたとき、各はりの屋根面の法線方向の長期、および短期のたわみがはりの長さの1/300、および1/120以下である。
- 10) 妻壁の長期、および短期の面内の変形角がそれぞれ1/300、および1/200以下である。

「建築基準法施行令」において規定されている変形制限の数値は地震時の水平力による層間変形角1/200、または1/120のみである。また、建築学会の「鋼構造設計規準」の10章に通常の場合にはりの（長期の）たわみはスパンの1/300以下、片持ちはりについては1/250以下と記述されている。これらを考慮して、棟やはりの短期のたわみ、妻壁や軒の長期の変形角を上記のように定めた。

c. 形状に関する制約条件

- 11) 山形フレームのピッチ s_x は200cm以上1100cm以下である。
- 12) はりのピッチ s_y は600cm以下である。

これらは現実性を持たせるために導入された制約である。

項目4)は屋根板の4箇所を検討されるので、制約条件は合計15個である。

3. 遺伝的アルゴリズム

3-1 遺伝的アルゴリズムの概要

人口を N_{pop} と表す。この解析におけるパラメータは13個ある。これらのパラメータをビット表現した染色体を用いる。交叉は各パラメータに対応する染色体に一点交叉を適用する。すなわち、染色体全体では13点交叉となる。突然変異は子の染色体の各ビット毎に p_m の確率でビットが反転する方式を採用した。これらは後述するすべてのモデルに共通して適用された。親の選択、淘汰の仕方についての方法を導入する。「確率モデル」(Pモデル)と「家族内淘汰モデル」(Fモデル)と名付ける。

(1) 確率モデル (Pモデル)

- a. 適応度のスケールリングとして、評価関数 (4-2に示す) の平均値を100とした偏差値を導入し、これを評価換算値と表す。この値が負となる個体の評価換算値は0とする。
- b. 世代ギャップ (generation gap) が0.5となるよう評価換算値の小さい $N_{pop}/2$ 個の個体を淘汰する。
- c. 世代ギャップが0.5となるように、 $N_{pop}/4$ 組の親を評価換算値の値に応じたルーレットルール⁹⁾に従って選択する。一組の親は子を2個体つくる。
- d. 新しく生まれた $N_{pop}/2$ の各々にこの世代で淘汰される各個体の染色体を1/3の確率で伝達する。淘汰される個体を含め、親は3個体と考えることも可能。

このPモデルは淘汰や親になる確率等がスケールリングされた現在の適応度（評価換算値）に依存して定められる。

(2) 家族内淘汰モデル (Fモデル)

- a. 適応度のランクに従って上位から2個体づつの親を選び、合計 $N_{pop}/2$ 組の組み合わせ（全個体が親になる）をつくる。
- b. 各ペアの親から2個体の子をつくる。
- c. 親と子、合わせて4個体の適応度を判定し、このなかで大きな適応度を有する2個体を次世代とする。

このFモデルでは評価値に関係なくどの個体も親になり、親と子の中で適応度が大きな2個体が次世代として、生存することになる。

3-2 ビットコード

染色体として二進法表示されたコードを利用する。このコードと対応する数字の対応にふたつの方法、二進法コード (Binary Code) とグレイコード^{10,11)} (Gray Code) を適用する。十進法の0から8までの数字とこれらのコードの対応を Table1 に示す。

Table1 Code Expressions of Numbers

integer	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Binary Code	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000
Gray Code	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100

十進法の1と2は隣り合う数字であるが、二進法コードにおいてそれぞれ01および10と表され、ふたつのビットが共に変化しなければ表現できない大きな隔たりのあるコードである。しかしながら、グレイコードではそれぞれ01、および11となり1ビットが変化すれば相互に移行できる隣接したコードとなる。

4. 最小重量設計モデルとその解析

4-1 多スパン山形フレームの最小重量設計のパラメータ

多スパン山形フレームの形状 L_y 、 L 、及び h_c を与え、13個のパラメータとその変化の範囲をTable 2に示す。表中のパラメータの定義域に用いられた大カッコ[]はGaussの記号である。これらのパラメータについて説明する。屋根の勾配は8種類、山形フレームピッチ、および屋根板に設置される梁間の数を与える n_x 、および n_y はそれぞれ16種類に変化する。山形フレーム、およびはりとして利用した合計20種類のH型鋼の規格、名称、断面積、強軸方向の断面係数、強軸、及び弱軸方向の断面二次半径をTable 3に示す。鋼材はSS400(ヤング率 $E=2100\text{t/cm}^2$, $F=2.4\text{t/cm}^2$)とした。山形フレームを構成するH型鋼はTable 3のNo.5からNo.20までの16種類、はりを構成するH型鋼はTable 3のNo.1からNo.16までの16種類から選択される。 A_{ew} 、 A_{Lw} はそれぞれ妻壁、および桁行き方向のブレース壁として屋根の隅点に設置されるブレースの断面積を表し、それぞれ8種類の変化がある。 x_1/L 、および x_2/L は屋根板に配置されるブレースの数が変化する位置を与える。結果的に、一枚の屋根板の桁行き方向の二等分線の方にある $n_x/2$ 個の山形フレーム間を最大4分割し、中央から端部に向かってそれぞれ断面積 A_{br1} 、 A_{br2} 、 A_{br3} 、および A_{br4} のブレースを配置する。系の変化の場合の数は 2^3 通りとなる。

ここで検討する構造体の重量は山形フレーム、はり、屋根ブレース、壁ブレースの重量の総計であり、重量を平面の面積を用いて除いた量を単位面積当りの構造体の重量(単位: kgf/m^2)と表現する。間柱、もや、胴差等の重量は構造体の重量に含まれていない。

Table 2 Variation Range of Parameters

	variation range
$\tan\phi$	0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5
n_x	$n_x = 2i \ (i = 1, \dots, 16)$
n_y	$n_y = i \ (i = 1, \dots, 16)$
Gable	from No.5 to No.20 in Table 3 (H-shaped Steel)
Beam	from No.1 through No.16 in Table 3 (H-shaped Steel)
A_{ew}	$A_{ew} = 8.727 \times i \ (i = 1, \dots, 8)$
A_{Lw}	$A_{Lw} = 8.727 \times i \ (i = 1, \dots, 8)$
x_1/L	$x_1/L = i/36 \ (i = 1, \dots, 8)$
x_2/L	$x_2/L = (i+9)/36 \ (i = 1, \dots, 8)$
A_{br1}	$A_{br1} = 7.527 \times i \ (i = 1, \dots, 8) \ (0 \leq x_{n_x}/L/2 \leq [x_1 n_x/L/2])$
A_{br2}	$A_{br2} = 7.527 \times i \ (i = 1, \dots, 8) \ ([x_1 n_x/L/2] \leq x/L \leq [x_2 n_x/L/2])$
A_{br3}	$A_{br3} = 7.527 \times i \ (i = 1, \dots, 8) \ ([x_2 n_x/L/2] \leq x/L \leq (1-2/n_x)/2)$
A_{br4}	$A_{br4} = 7.527 \times i \ (i = 1, \dots, 8) \ ((1-2/n_x)/2 \leq x/L \leq 1/2)$

Table 3 H-Shaped Steel & Properties

No.	H-shaped Steel	A cm ²	Z_x cm ³	i_x cm	i_y cm
1	H-150 × 75 × 5 × 7	17.85	88.8	6.11	1.66
2	H-175 × 90 × 5 × 8	23.04	139	7.26	2.06
3	H-198 × 99 × 4.5 × 7	23.18	160	8.24	2.21
4	H-200 × 100 × 5.5 × 8	27.16	184	8.24	2.22
5	H-248 × 124 × 5 × 8	32.68	285	10.4	2.79
6	H-250 × 125 × 6 × 9	37.66	324	10.4	2.79
7	H-298 × 149 × 5.5 × 8	40.80	424	12.4	3.29
8	H-300 × 150 × 6.5 × 9	46.78	481	12.4	3.29
9	H-346 × 174 × 6 × 9	52.68	641	14.5	3.88
10	H-350 × 175 × 7 × 11	63.14	775	14.7	3.95
11	H-396 × 199 × 7 × 11	72.16	1010	16.7	4.48
12	H-400 × 200 × 8 × 13	84.12	1190	16.8	4.54
13	H-446 × 199 × 8 × 12	84.30	1290	18.5	4.33
14	H-450 × 200 × 9 × 14	96.76	1490	18.6	4.40
15	H-496 × 199 × 9 × 14	101.3	1690	20.3	4.27
16	H-500 × 200 × 10 × 16	114.2	1910	20.5	4.33
17	H-506 × 201 × 11 × 19	131.3	2230	20.7	4.43
18	H-596 × 199 × 10 × 15	120.5	2310	23.9	4.05
19	H-600 × 200 × 11 × 17	134.4	2590	24.0	4.12
20	H-606 × 201 × 12 × 20	152.5	2980	24.3	4.22

4-2 最小重量設計の評価関数

最小重量設計を行う上で記述を避けられない問題のひとつは評価関数であろう。制約条件を満足する解のなかから重量が小さいものに高い評価を与えれば良いのであるから一見簡単に見えるものの、注意しなければ成らない事項がある。

制約条件を満足しない解にはペナルティを与えて処理するのが通例である。最適解すなわち最小重量解はどのひとつの部材の断面性能を小さくしても制約条件を満足しなくなる。制約条件を満足しない解のペナルティを過度に大きくすると、重量よりも制約条件を満足することの方が高く評価されることになる。この結果、最小重量への収束の速度が遅くなる。一方、ペナルティを小さくすると制約条件を満足することが軽く判定され、相対的に重量の小さな解が高く評価され、制約条件を満足する本来の最適解に収束しなくなる。

各個体 j の評価関数 f_j を定める。評価関数は制約条件をすべて満足するとき重量の逆数を表し、2-2に示した15個の制約条件のうちの V_{pj} 個を満足しないとき V_{pj} 値に関して指数関数的に評価値が小さくなる次式を用いる。

$$f_j = \exp(c_p \times V_{pj}) / W_j \quad (5)$$

ここに、定数 $c_p = 0.43$ 、 W_j は個体の構造体の重量である。

$$W_j = w_s \{ n_x \times (2h_c + L_y / \cos\phi) A_y + 2(n_y + 1) L A_x + 4A_{ew} \sqrt{h_c^2 + s_y^2} \cos^2\phi + 4A_{Lw} \sqrt{h_c^2 + s_x^2} + A_{brF} \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \}$$

$$\text{where } A_{brF} = 2 \{ A_{br1} [n_y / 2x_1 / L] + A_{br2} [(n_y / 2x_2 / L) - [n_y / 2x_1 / L]] + A_{br3} (n_y / 2 - 1 - n_y / 2x_1 / L) + A_{br4} \}$$

ここに、 $w_s = 7.86 \times 10^{-6} \text{ tonf/cm}^3$: 鋼材の単位体積当りの重量、大カッコ[]はGaussの記号。 W_j の第1項は山形フレーム、第2項ははり、第3項は妻壁ブレース、第4項は桁行き方向の壁のブレース、第5項は屋根ブレースの重量を表す。定数 c_p は試行錯誤を行って定めた。上記の値を用いたとき、制約条件を満足しない解が評価値の最上位を占める場合は出現しなかった。

Fig.3 The Best W_u vs p_m Curves out of 5 Trials ($q_d = 80 \text{ kgf/m}^2$) Fig.4 Best 4 W_u vs p_m Curves out of 5 Trials ($q_d = 80 \text{ kgf/m}^2$)

4-3 4つの解析手法の特性と突然変異の影響

スパン $L_y = 2400 \text{ cm}$ 、桁行き方向長さ $L = 4800 \text{ cm}$ 、軒高 $h_c = 600 \text{ cm}$ 、屋根面積当りの固定荷重を 80 kgf/m^2 、短期の積雪荷重を水平射影面当り 60 kgf/m^2 とする。

GAに基づく解析手法は3-1に示したPモデルとFモデルと3-2に示した二進法コード(B)とグレイコード(G)の組み合わせた4つの解法を用いる。これらはPB、PG、FB、FGと表現される。先頭の文字がPモデル、あるいはFモデルを、末尾の文字が二進法コード、あるいはグレイコードを採用することを表す。子の染色体の各ビットを反転する突然変異の確率 p_m と表す。この確率と最良解の関係を検討する。本論文のすべての解析において、人口を $N_{pop} = 16$ とする。突然変異の確率 p_m を0.01から0.20まで0.01の増分で変化させて、上記の4つの解法を用いて各確率に対応する最適化問題を5回ずつ解析し(各試行は1200世代まで実行)、得られた最小重量(5回の試行の中での最良解)と突然変異の確率 p_m との関係をFig.3に示す。図中の記号○、△、●、および▲はそれぞれ解法FG、FB、PG、およびPBに対応する。5回の試行の最良解のうち、最も大きな重量を与えた解を除いた4回の最小重量の平均値(最良解のベスト4の平均値)をFig.4に示す。図中の記号はFig.3と同一である。

これらのデータから次のような結論を得ることができる。

Fig.5 Min. W_u vs Length L Curves for Each n_x ($q_d = 80 \text{ kgf/m}^2$) Fig.6 Min. W_u vs Length L Curves for Each n_x ($q_d = 50 \text{ kgf/m}^2$)

1. FG (○印) と PG (●印)、あるいは FB (△印) と PB (▲印) を適用して得られた解を比較すると、FモデルはPモデルより良好な最良解を与え、良好な解を与える確率 p_m も広い。
2. Fモデルと組み合わせたときグレイコードの方が突然変異の確率の広い領域において二進法コードより良好な解を与える。FBモデルの最良解、およびベスト4の平均値は p_m が0.05から0.15の領域においてFGモデルのそれらよりそれぞれ1.0%、および2.6%大きな平均値となる。Pモデルは能率が極端に悪くなる突然変異の確率を有するが、 p_m が0.01から0.20の領域においてPBモデルの最良解の平均値はPGモデルより3.5%大きな値となる。

Pモデルの世代ギャップを0.5としているので、一世代に生み出され、淘汰の対象とされる個体数はFモデルの1/2であり、計算量も約1/2である。故に、上記1.の知見を同一の計算量のもとで、再検討する必要がある。Fモデル、およびPモデルの中でそれぞれ優れた性能を示したFGモデル、およびPGモデルのふたつの解法を採用し、両者の性能が十分発揮できると判断される突然変異の確率 p_m が0.06から0.12の領域において確率の増分を0.01として検討する。

FGモデルは世代数1200まで計算したデータ、PGモデルは世代数2400まで解析したものを利用して、5回の試行を実行して得られた最良解、および最良解のベスト4の平均値をTable 4に示す。両方の

最小重量の値とも FG モデルの方が良好な解を与えている。

Table 4 Best Solutions out of 5 Trials (unit : kgf/m²)

pm	The Best Solution out of Five Trials		Mean Value of Best Four Solutions out of Five Trials	
	FG-Model	PG-Model	FG-Model	PG-Model
0.06	20.836	20.836	21.170	21.104
0.07	20.836	20.836	22.148	24.907
0.08	20.836	21.379	21.549	22.796
0.09	21.219	22.334	22.432	24.377
0.10	20.836	20.836	21.055	22.852
0.11	20.836	21.208	21.335	21.488
0.12	21.017	21.198	21.143	21.985
mean	20.917	21.232	21.547	22.787

故に、同一計算量の下で比較しても、FG モデルの方が PG モデルより性能が良いと判断できる。また、最良解における差違よりも、5 回のうちのベスト4の平均値において両者の差違は大きくなる。GA を利用して、最適解のみならず最適解に準ずるいくつかの解を求めたいと意図するなら FG モデルは PG モデルより適切であると判断される。すなわち、上記 1. は同一計算量とした比較でも成立する。

F モデルでは各個体は評価値に関係なく親に劣らない優秀な次世代を残すことができる。このため、重要な遺伝子を持った個体が少しづつ評価値を増加させる作用（進化の過程）を維持できる。一方、P モデルでは評価値の低い個体は 1/3 の確率でビット表現の遺伝子を次世代に引き継ぐことができるものの、次の世代も評価値が低ければ遺伝子はその時点における評価値の高い個体のものに置き換わる。そのため、重要な遺伝子を有していても、それが評価値を高める前に消滅する確率が高くなる。この違いがモデルの効率の相違となっていると判断される。

4-4 固定荷重の大きさと桁行き方向長さ

固定荷重の大きさが異なるふたつのモデルを設定して、桁行き方向長さとも最小重量解の関係を検討する。ひとつは固定荷重 $q_d=80\text{kgf/m}^2$ 、他方は $q_d=50\text{kgf/m}^2$ である。後者は積雪の少ない地域の標準的な固定荷重である。短期の積雪荷重 q_{snow} は共に 60kgf/m^2 とした。解法は FG モデルを採用し、突然変異の確率を 0.09 として、世代数 1200 までの試行解析を 5 回行い、得られた最小重量解について検討する。

固定荷重 80kgf/m^2 、軒高 600cm、スパン 2400cm、桁行き方向長さをパラメータとし、多スパン山形フレーム構造の最小重量問題を検討する。得られた最良解（単位平面あたりの構造体重量）と桁行き方向のスパン数 n_x の関係、および得られた最適解との関係を Fig.5 に示す。図中 n_x が 6、8、10、12、14 の解はそれぞれ△、□、○、△、□印を付けて、最適解となる解には○印が併せて付されている。これらの解析結果からこの最小重量設計では各 n_x に対応する極小の重量を与える解が存在することが分かる。これらの極小の重量と桁行き方向長さとの関係を Table 5 に数値を用いて示す。下線を付した値は各桁行き方向長さに対応して得られた最適解の値である。

固定荷重 50kgf/m^2 として得られた同様な最良解（単位平面あたりの構造体重量）と桁行き方向の梁間の数 n_x の関係、および得られた最適解との関係を Fig.6 に示す。図中の印は Fig.5 と同一である。

Table 5 Min. W_u corresponding to n_x ($q_d=80\text{kgf/m}^2$)

L cm	$n_x=6$	$n_x=8$	$n_x=10$	$n_x=12$	$n_x=14$
2400	<u>16.23</u>				
3000	17.80	<u>17.09</u>			
3600	<u>18.06</u>	18.40	18.41		
3900	19.30	18.91	<u>18.26</u>		
4200	19.85	<u>18.85</u>	19.96	19.14	
4800		<u>20.84</u>	21.64	22.33	
5400		<u>24.30</u>	25.89	25.80	
6000		26.53	26.16	<u>25.58</u>	
6600		27.69	<u>25.50</u>	25.77	26.81
7200		25.89	26.65	26.09	<u>25.09</u>

Table 6 The Best Solution of A Gable Frame Structure ($q_d=80\text{kgf/m}^2$)

L cm	W_u kgf/m ²	$\tan\phi$	n_y	n_x	No. H GBL	No. H beam	brace installation for each roof plate
2400	16.23	0.3	3	6	5	1	211112
3000	17.09	0.3	3	8	5	1	32111123
3600	18.06	0.4	2	6	7	6	331133
3900	18.26	0.4	2	10	5	3	3622222263
4200	18.85	0.4	2	8	7	5	44311344
4800	20.84	0.4	2	8	7	7	76633667
5400	24.30	0.4	2	8	10	7	76633667
6000	25.58	0.1	2	12	13	3	111111111111
6600	25.50	0.05	2	10	15	5	1111111111
7200	25.09	0.1	2	14	13	3	111111111111
7800	24.93	0.15	3	14	13	2	211111111112

Table 7 The Best Solution of A Gable Frame Structure ($q_d=50\text{kgf/m}^2$)

L cm	W_u kgf/m ²	$\tan\phi$	n_y	n_x	No. H GBL	No. H Beam	brace installation for each roof plate
2400	13.71	0.2	2	4	5	4	2112
3000	14.06	0.25	2	6	5	2	211112
3600	14.08	0.25	2	6	5	4	232232
3900	14.40	0.3	2	6	5	5	321123
4200	14.72	0.3	2	8	5	3	32222223
4800	15.93	0.3	2	8	5	5	44422444
5400	17.49	0.3	2	8	7	5	68333386
6000	19.66	0.3	2	8	9	6	68333386
6600	19.44	0.05	2	8	13	5	11111111
7200	19.93	0.15	2	12	11	3	21111111112
7800	20.10	0.05	2	10	13	5	1111111111

上述した方法で得られた固定荷重 80kgf/m^2 、および固定荷重 50kgf/m^2 とした桁行き方向長さ 2400cm から 7800cm モデルの最適解の単位面積当りの重量、屋根勾配、 n_y 、 n_x 、山形フレームとはりの H 型钢の規格に対応する Table 3 の番号、および一枚の屋根の各山形フレーム間に取り付けられるべきブレースの数をそれぞれ Table 6 および Table 7 に示す。これらから次のことが分かる。

1. 桁行き方向長さ L が 6000cm を越えると（形状比 2.5 ($=L/L_y$) 以上）、必要な屋根ブレースが少なく、屋根勾配も小さい、三次元の折板効果を期待しないフレームが最適解となる。各山形フレームは二次元的な挙動をすることが予測される。
2. 桁行き方向長さ L が 6000cm (形状比 2.5) より小さい領域で三次元の折板効果に起因する構造体重量の軽減化が可能である。この領

域では屋根勾配は0.3から0.4の値をとる。形状比が1の多スパン山形フレーム構造の単位面積当りの重量は二次元的な挙動をするフレームの65%程度の値となる。

3. 長さ L と単位面積当りの構造体重量の図から判断すると、この長さ3600cm(形状比1.5)以下の領域では屋根の剪断剛性の効果が大きく桁行き方向長さ L の増加に対する重量の増分は小さい。一方、長さ $L>2400$ cmの領域では、屋根の剪断剛性と曲げ剛性の両方の剛性を高めた最適解が出現する。はり材の断面が大きくなり、桁行き方向長さ L の増加に対する単位面積当りの重量の増分は大きくなる。

5. まとめ

構造解析法としてこの構造をTimoshenko梁に置換して解析する方法、および最適解析法としてGAを適用して解析し、多スパン山形フレーム構造の平面形状、および軒高を与え、屋根の勾配、山形フレームのピッチ、および断面性能、はりのピッチ、および断面性能、屋根板のブレースの配置数等を制御する最小重量設計を行い、次のような知見を得た。

1. GAにおける親の選択淘汰を行う上でふたつのモデル(Fモデル、およびPモデル)を検討し、親子において適応度が高い個体を残すFモデルの方が全人口のなかで適応度の高い個体を残すPモデル(世代ギャップ=0.5とした)より高い性能を発揮した。
2. 数字をビット表現する方法として、グレイコードの方がバイナリコードより能率を向上させる効果を示した。
3. スパン2400cm、軒高600cmの多スパン山形フレーム構造をモデルとして、2種類の固定荷重を設定し、桁行き方向長さ依存する最小重量設計の解析を行った。
4. 多スパン山形フレームの最小重量設計の解は三次元効果をも反映する最適解を導き出し、立体フレームの三次元的な応力伝達機能を有効に評価するひとつの方法にもなり得る。
5. 多スパン山形フレームの平面形状の比が2.5以上になると三次元効果は期待できない。この比が2.5以下の領域において、屋根板の三次元効果に起因して多スパン山形フレーム構造の面積当りの主要構造体重量を小さくする効果が観測される。ここで用いた形状比1のモデルの単位面積当りの重量は、二次元的な挙動をするフレームの65%程度となる。

参考文献

- 1) D.E.Goldberg: Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, ADDISON-WESLEY, 1989
- 2) R.Le Riche and R.T.Hafka: Optimization of Laminate Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm, AIAA J., vol.31, No.5, pp.951-956, 1993
- 3) 北野宏明編: 遺伝的アルゴリズム, 産業図書, 1993
- 4) L.アービス編: 遺伝的アルゴリズムハンドブック, 森北出版, 1994
- 5) 大崎純: 遺伝的アルゴリズムに基づく不連続コスト関数を有する構造物の最適設計法, 日本建築学会構造系論文集, 第464号, pp.119-127, 1994年
- 6) 林康裕, 護雅史: GAと樹形モデルを用いた制振構造物の創生的基本計画, 日本建築学会構造系論文集, 第480号, pp.47-56, 1996年
- 7) 三井和男, 登坂宣好: 遺伝的アルゴリズムの空間構造形態解析への応用, 日本建築学会構造系論文集, 第484号, pp.75-83, 1996年
- 8) Y.Minakawa: Timoshenko Beam Theories for Folded Plate Effect of Multispan

Gable Frame Structures, Part I A case of asymmetric deformations, Journal of Structural And Construction Engineering, No.483, pp.99-109, 1996

9) Y.Minakawa: Timoshenko Beam Theories for Folded Plate Effect of Multispan Gable Frame Structures, Part II A case of symmetric deformations, Journal of Structural And Construction Engineering, No.489, pp.47-58, 1996

10) Caruana, R.A. and J.D.Schaffer: Representation and hidden bias: Gray vs. Binary Coding for Genetic Algorithms Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning, pp.153-161. Ann Arbor, Mich., 1988

付録 多スパン山形フレーム構造のはり置換理論の概要

この構造 (Fig.1) は棟に関して対称な構造であると仮定する。この構造の変形を棟に関する対称変形と逆対称変形に分けて考える。これに伴い荷重もこれら2つの成分 (Fig.2) に分解して扱う。これらふたつの変形は、後述する仮定を導入して算定すると、剪断変形を考慮したはりに置換される。このとき、屋根板の三次元的なつりあいは満足される。このはり置換理論の概要を示す。

A1. 対称変形の汎関数⁹⁾

屋根板を直交異方性、捻れ剛性を持たない平板とモデル化する。デカルト座標系 (Fig.1) を導入し、 x, y, z 方向の変位成分を u, v, w とすると、この変形の汎関数は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \Pi_1^s(u, v, w, N_y, H, R) = 2 \int_0^{L/2} \int_{-a/2}^{a/2} \left\{ \frac{1}{2} [C_1 u_x^2 + 2N_y v_y - N_y^2 / C_2 \right. \\ \left. + C_{12}(u_y + v_x)^2 + D_1 w_{xx}^2 + D_2 w_{yy}^2] + q_{sg}(w \cos \phi + v \sin \phi) \cos \phi \right. \\ \left. + q_{sa} w \right\} dy + H (w \sin \phi - v \cos \phi)|_{y=a/2} + R (w \cos \phi + v \sin \phi)|_{y=a/2} \\ + M_{sc} w_y|_{y=a/2} - H_{sc} (v \cos \phi - w \sin \phi)|_{y=a/2} dx \end{aligned} \quad (A.1)$$

ここに、屋根板が y 方向に伸縮しない条件を導入するため、この方向のひずみエネルギーはHellinger-Reissner型のそれを用い、棟の水平変位がゼロ、および柱の伸縮がゼロの条件に対応するLagrange乗数をそれぞれ H 、および R とした。また、柱の影響を考慮するため M_{sc} 、および H_{sc} の未定係数を導入した。 M_{sc} 、および H_{sc} は柱の曲げ剛性、柱脚の境界条件を考慮すれば、直交異方性の屋根板の軒位置の境界条件に変換される。

A2. 逆対称変形の汎関数⁹⁾

対称変形と同様に屋根板を直交異方性、捻れ剛性を持たない平板とモデル化すると、この変形の汎関数は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \Pi_1^a(u, v, w, N_y, R_1, R_2) = 2 \int_0^{L/2} \int_{-a/2}^{a/2} \left\{ \frac{1}{2} [C_1 u_x^2 + 2N_y v_y - N_y^2 / C_2 \right. \\ \left. + C_{12}(u_y + v_x)^2 + D_1 w_{xx}^2 + D_2 w_{yy}^2] + q_{ag}(w \cos \phi + v \sin \phi) \cos \phi \right. \\ \left. + q_{an} w \right\} dy + R_1 (w \cos \phi + v \sin \phi)|_{y=a/2} + R_2 (w \cos \phi + v \sin \phi)|_{y=a/2} \\ + M_{ac} w_y|_{y=a/2} - H_{ac} (v \cos \phi - w \sin \phi)|_{y=a/2} dx \end{aligned} \quad (A.2)$$

ここに、 y 方向のひずみエネルギーはHellinger-Reissner型のそれを用い、棟の鉛直変位がゼロ、および柱の伸縮がゼロの条件に対応するLagrange乗数をそれぞれ R_1 、および R_2 とした。また、柱の影響を考慮するため M_{ac} 、および H_{ac} の未定係数を導入した。 M_{ac} 、および H_{ac} は柱の曲げ剛性、柱脚の境界条件を考慮すれば、直交異方性の屋根板の軒位置の境界条件に変換される。

A3. はり理論置換上の仮定

はり理論に置換するために次の仮定を導入する。

1) 屋根板を桁行き方向曲げ剛性、および捻れ剛性を持たない直交異方性平板とモデル化する。すなわち、次式を仮定する。

$$D_{11}=0, D_{12}=0 \quad (\text{A.3.4})$$

(A.4) 式の条件は既に (A.1)、(A.2) 式に導入されている。

2) 山形フレームの柱は伸縮しない。

3) 山形フレームのはりは伸縮しない。

4) 屋根板の桁行き方向のひずみは直線的に分布する。

A4. 変形の表現

A4-1 対称変形

山形フレームのはりの部材角を R_s とし、仮定3)、および仮定4) を考慮して、対称変形時の変位 v は次式のように表される。

$$v(x,y)=R_s(x)a \sin \phi \cos \phi \quad (\text{A.5})$$

x 方向の軸変位を u_s 、屋根板の法線周りの回転を θ_s とし、仮定4) を考慮して、この変形時の変位 u は次式のように表される。

$$u(x,y)=u_s(x)-y \theta_s(x) \quad (\text{A.6})$$

A4-2 逆対称変形

棟の水平変位を d_H とし、仮定3) を考慮すると、逆対称変形時の変位 v は次式のように表される。

$$v(x,y)=d_H(x) \cos \phi \quad (\text{A.7})$$

棟位置での鉛直軸周りの回転を θ_z とすると、この変形時の変位 u は次式のように表される。

$$u(x,y)=-\theta_z(x)(y-a/2) \cos \phi \quad (\text{A.8})$$

A5. はり置換理論

A5-1 対称変形のはり置換理論

(A.1) 式から得られる屋根板の y 、および z 方向のつりあい式を対称変形時の境界条件の下で解析し、(A.5)、および (A.6) 式を代入して変分式の境界項を評価すると、対称変形時のはり置換理論のつりあい式を得る。このつりあい式に対応するはり置換理論の汎関数は (1) 式のように表される。この汎関数の表現に利用したはりとしての断面性能は次式のように表される。

$$(EA)_n^s=(a/s_y+1)C_1=(a/s_y+1)EA_x(1+c^3A_{bx}/A_x) \quad (\text{A.9-1})$$

$$(EI)_n^s=[EA_x(1+c^3A_{bx}/A_x)/s_y]a^3(1+s_y/a)(1+2s_y/a)/12 \quad (\text{A.9-2})$$

$$(GA)_n^s=EA_{br} s_y^2/(s_x^2+s_y^2)^{3/2} \quad (\text{A.9-3})$$

一枚の屋根板のはりとしての軸力、曲げモーメント、および剪断力は次式のように表される。

$$N_n^s=(EA)_n^s u_{s,x}, M_n^s=(EI)_n^s \theta_{s,x} \quad (\text{A.10-1,2})$$

$$Q_n^s=(GA)_n^s(aR_{s,x} \sin \phi \cos \phi - \theta_s) \quad (\text{A.10-3})$$

屋根板の変位成分 w 、面内力 N_y 、曲げモーメント M_y 、換算剪断力 V_y はそれぞれ次式のように表される。

$$w(y)=[aR_s\{(3+2(4+3\gamma)\cos 2\phi)/4+(y/a)\{9(1+\gamma)-6y/a-4(1+3\gamma)(y/a)^2\}/2-3\gamma(a/h_c)f_d \sin \phi\}+a^3 f_d\{q_{ax}h_c^2/a-(q_{an}+q_{ag}\cos^2\phi)(a(8+3\gamma)+2y(4+3\gamma))/6\}/(8D_2)]/(4+3\gamma) \quad (\text{A.11})$$

where $f_d(y)=(y/a-1/2)^2(y/a+1/2)$

$$N_y(y)=[12D_2R_s\{3\gamma(3-\cos 2\phi)+4\{(1+3\gamma)(h_c/a)+\gamma(a/h_c)\}\sin \phi\}/(ah_c)-4(4+3\gamma)H_s-q_{ax}h_c\{2(5+3\gamma)+3(h_c/a)\sin \phi\}-q_{an}a\{6(1+\gamma)\sin \phi+\gamma(a/h_c)\}+q_{ag}a\{-\gamma(a/h_c)+2(1+2(4+3\gamma)y/a)\sin \phi\}\cos^2\phi\}/\{4(4+3\gamma)\cos \phi\} \quad (\text{A.12})$$

$$M_y=[-3(D_2/a)R_s\{2+4(1+3\gamma)y/a+\gamma(6y/a-1)(a/h_c)\sin \phi\}+q_{ax}h_c^2(6y/a-1)/8+(q_{an}+q_{ag}\cos^2\phi)a^2\{2+\gamma-4y/a-4(4+3\gamma)(y/a)^2\}/8]/(4+3\gamma) \quad (\text{A.13})$$

$$V_y(y)=[-12D_2R_s\{2(1+3\gamma)+3\gamma(a/h_c)\sin \phi\}/a^2+q_{ax}(3h_c^2)/(2a)-(q_{an}+q_{ag}\cos^2\phi)\{a+2y(4+3\gamma)\}/\{2(4+3\gamma)\}] \quad (\text{A.14})$$

N_y 、および V_y を用いて、柱頭部の桁行き方向単位長さ当たり剪断応力 H_{sc} 、および軸力 R は次式のように表される。

$$H_{sc}=-N_y \cos \phi - V_y \sin \phi \quad (\text{A.15})$$

$$R=N_y \sin \phi - V_y \cos \phi \quad (\text{A.16})$$

A5-2 逆対称変形のはり置換理論

(A.2) 式から得られる屋根板の y 、および z 方向のつりあい式を逆対称変形時の境界条件の下で解析し、(A.7)、および (A.8) 式を代入して変分式の境界項を評価すると、逆対称変形時のはり置換理論のつりあい式を得る。このつりあい式に対応するはり置換理論の汎関数は (2) 式のように表される。この汎関数の表現に利用したはりとしての断面性能は次式のように表される。

$$(EI)_z^a=(2/3)\{EA_x(1+c^3A_{bx}/A_x)/s_y\}a^3(1+s_y/a)(1+s_y/(2a))\cos^2\phi \quad (\text{A.17-1})$$

$$(GA)_z^a=2\{EA_{br} s_y^2/(s_x^2+s_y^2)^{3/2}\}\cos^2\phi \quad (\text{A.17-2})$$

二枚の屋根板全体のはりとしての曲げモーメント、および剪断力は次式のように表される。

$$M_z^a=(EI)_z^a \theta_{z,x} \cos^2\phi \quad (\text{A.18-1})$$

$$Q_z^a=(GA)_z^a(d_{H,x}-\theta_z) \cos^2\phi \quad (\text{A.18-2})$$

山形フレームの合応力を定めるのに必要な屋根板の変位成分 w 、面内力 N_y 、曲げモーメント M_y 、換算剪断力 V_y はそれぞれ次式のように表される。

$$w(y)=-d_H[\sin \phi + \gamma(y^2/a^2-1/4)(y/a-3/2)a/\{2h_c(1+\gamma)\}+a(y^2/a^2-1/4)[q_{ax}h_c^2(2y-3a)+(q_{an}+q_{ag}\cos^2\phi)a\{(5+2\gamma)a^2+2a\gamma y-4(1+\gamma)y^2\}]/\{96(1+\gamma)D_2\}] \quad (\text{A.19})$$

$$N_y=\tan \phi [3\gamma D_2 d_H/(a^2 h_c)-q_{ax}h_c^2/(8a)+q_{an}a(4+3\gamma)/8+q_{ag}(y(1+\gamma)-a\gamma/8)\cos^2\phi]/(1+\gamma) \quad (\text{A.20})$$

$$M_y=(1-2y/a)[-q_{ax}h_c^2+(q_{an}+q_{ag}\cos^2\phi)a^2\{2+\gamma+4(1+\gamma)y/a\}+24\gamma D_2 d_H/(ah_c)]/\{16(1+\gamma)\} \quad (\text{A.21})$$

$$V_y=-[3\gamma D_2 d_H/(a^2 h_c)-q_{ax}h_c^2/(8a)+(q_{an}+q_{ag}\cos^2\phi)(y(1+\gamma)-a\gamma/8)]/(1+\gamma) \quad (\text{A.22})$$

N_y 、および V_y を用いて、柱頭部の桁行き方向単位長さ当たり剪断応力 H_{ac} 、および軸力 R_2 は次式のように表される。

$$H_{ac}=-N_y \cos \phi - V_y \sin \phi \quad (\text{A.23})$$

$$R_2=N_y \sin \phi - V_y \cos \phi \quad (\text{A.24})$$

P.S. 文献8、および文献9の変数 ny の表示に誤記があった。下記のように訂正する。

$$ny=2a/s_y \rightarrow ny=a/s_y$$

この誤記は解析結果に影響を与えていない。

(1997年3月10日原稿受理, 1997年6月24日採用決定)