斜交座標に平行に単純支持した薄肉斜板の三次元振動解析

(境界面における面内変位の拘束度による固有振動数への影響)

THREE-DIMENSIONAL VIBRATION ANALYSIS OF THIN SKEWED PLATES
HAVING SIMPLE SUPPORT IN PARALLEL
WITH SKEW COORDINATE SYSTEM(Influence for natural frequency by binding area of in-plane displacement
with boundary face)

板倉 和則*

Kazunori ITAKURA

This paper presents numerical results of the free vibration analysis for thin skewed simple supported plates by using the 3-D Rayleigh-Ritz method. The strain-displacement relations of the skewed plate are based on the 3-D elasticity theory with skew coordinates and skew displacements. The simple support condition is assumed partial simple support in the direction of the thickness at the edges. As a result, the normal and shear stresses occurs at the boundaries, and the natural frequencies changes. The comparison shows the method presented in this paper to be useful for analyzing the free vibration of thin skewed plates having partial simple support in the direction of the thickness at the edges. The effects of skew angles and partial simple support of plates on the free vibratory characteristics of the thin skewed plates are also investigated.

Keywords : *natural frequency, thin skewed plate, Rayleigh-Ritz method, skew coordinate, skew displacement, 3-D elasticity theory, partial simple support*

固有振動数, 薄肉斜板, レーレ・リッツ法, 斜交座標, 斜交変位, 三次元弾性理論, 部分的単純支持

1. はじめに

斜板の自由振動解析は, 幾何学的境界条件が周辺固定, 単純支持, 片持ち等, それぞれ多くの研究報告がある^{(1),(2),(3),(4)}。しかし, それらは薄肉理論における斜板について論じたものが多く, 三次元弾性理論から論じたものはほとんどない^{(5),(6)}。単純支持斜板(長方形板も含む)の三次元振動解析の場合, 一般的には幾何学的境界条件は面内変位, 面外変位ともに板厚面全体を同じ条件(厚さ方向には無関係)に仮定している^{(7),(8)}ため, 面内変位の方によっては幾何学的境界面に厚さ方向のせん断変形が大きく生じる可能性があり, 幾何学的境界面での面内変位の動く方向の違いが面外振動数の違いとなってあらわれる。これは薄肉になった場合は, 厚さ方向のせん断変形は無視して考えられる, すなわち, 面内変位と面外変位は連成せず独立にあつかえると言う薄肉理論での仮定と合わない状態になり矛盾が生じる。

そこで, 本研究では, 単純支持薄肉斜板の三次元解析において, 幾何学的境界面での面内変位の動ける方向を座標に平行にとり, かつ, 厚さ方向の単純支持の拘束条件を板厚全体ではなく部分的に拘束して, 固有振動数を求める。また, その拘束条件の違いによる固有振動数の違いを考察し, かつ, 薄肉理論における解との整合性に

についても論じる。

解析方法としては, まず, 文献(6)で示す幾何学的境界面に平行な座標および変位を用いた三次元のひずみ・変位関係式を利用し, かつ, 幾何学的境界条件として厚さ方向に部分的な単純支持を仮定するためにペナルティ関数法⁽⁹⁾を用い, 斜板の自由振動に関する仮想仕事の原理を定式化し, Rayleigh-Ritz 法を用いて自由振動解析を行う。

2. ひずみ・変位関係式⁽⁶⁾

図1に示すような斜板を対象とする。板の中央面内に x 軸を定め, 中央面内で x 軸から ϕ だけ傾いた方向に y 軸を定める。 x, y 軸に垂直な右手系の方に z 軸をとり, それぞれの方向に平行に変位 U, V, W を仮定する。斜交座標, 斜交変位を用いた直交座標系 (X, Y, Z) に関する斜板のひずみ・変位関係式は文献(6)より次のようである。

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \cos \phi, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial U}{\partial y} \cos \phi + \frac{\partial V}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{\sin \phi} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \cos \phi + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} (\sin^2 \phi - \cos^2 \phi) \right)\end{aligned}$$

* 都城工業高等専門学校建築学科 助教授

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Miyakonojo National College of Technology

図1 斜板の座標軸, 変位方向

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial V}{\partial y} \cos \phi \} \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{\sin \phi} \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial y} \cos \phi \right) + \frac{\partial U}{\partial z} \sin \phi \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \cos \phi + \frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \quad (1)$$

3. 斜板の自由振動に関する仮想仕事の原理

三次元弾性理論に基づく、斜板の自由振動に関する仮想仕事の原理は次のようである。

$$\begin{aligned} & \int_m (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \delta \varepsilon_{zz} + \tau_{xy} \delta \varepsilon_{xy} \\ & + \tau_{xz} \delta \varepsilon_{xz} + \tau_{yz} \delta \varepsilon_{yz}) dm - \int_m \rho \omega^2 (U \delta U + V \delta V \\ & + W \delta W + U \delta V \cos \phi + V \delta U \cos \phi) dm + \delta K_{spring} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 ω は角速度、 dm は微小体積で

$$dm = \sin \phi dx dy dz \quad (3)$$

である。

変位 U, V, W を、厚さ方向座標を無次元化した $\xi = z/t$ のべき級数で、次のように仮定する。

$$u = \frac{U}{a} = \sum_{k=0}^{n_k} F_k \xi^k, \quad v = \frac{V}{a} = \sum_{n=0}^{n_n} G_n \xi^n, \quad w = \frac{W}{a} = \sum_{r=0}^{n_r} H_r \xi^r \quad (4)$$

ここに、 u, v, w は仮定した無次元化変位であり、 F_k, G_n, H_r は無次元化座標 $\xi = x/a, \eta = y/b$ の関数で、すべての辺が自由端となるように、

$$F_k = \sum_{i=0}^{n_i} \sum_{j=0}^{n_j} a_{ijk} \xi^i \eta^j$$

$$G_n = \sum_{l=0}^{n_l} \sum_{m=0}^{n_m} b_{lmn} \xi^l \eta^m$$

図2 厚さ方向の部分拘束範囲

$$H_r = \sum_{p=0}^{n_p} \sum_{q=0}^{n_q} c_{pqr} \xi^p \eta^q \quad (5)$$

と表す。ただし、 $a_{ijk}, b_{lmn}, c_{pqr}$ は未知係数である。

δK_{spring} は幾何学的境界条件をばねで仮定したときの仮想仕事 (ペナルティ関数) で、単純支持の場合

$$\begin{aligned} \delta K_{spring} &= K \int_{-t/2}^{t/2} \int (V \delta V + W \delta W)_{x=\pm a/2} dy dz \\ &+ K \int_{-t/2}^{t/2} (U \delta U + W \delta W)_{y=\pm b/2} dx dz \end{aligned} \quad (6)$$

と表される。ただし、 K はばね定数で、 $t1$ は図2に示すように厚さ方向の部分的な単純支持範囲 (付録参照) である。仮定変位、式(4)を無次元化表示した仮想仕事の原理式(2)に代入して積分すると、振動方程式が導かれ、無次元振動数パラメータ λ 、および、振動モードが計算される。なお、無次元振動数パラメータ λ 、無次元ばね定数 $\bar{K}$ は次のように定義している。

$$\lambda^2 = \frac{\rho a^4 \omega^2}{Et^3 / \{12(1-\nu^2)\}} \quad (7)$$

$$\bar{K} = \frac{Ka^3 t}{Et^3 / \{12(1-\nu^2)\}} \quad (8)$$

ただし、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

4. 解析結果

まず、板の長さとの比 $a/b = 1$ 、幅と厚さの比 $b/t = 100$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、 x 軸と y 軸の間の角度 (斜角と称す) $\phi = 45^\circ$ 、部分的な単純支持範囲厚さと板の厚さの比 $t1/t = 1/500$ の薄肉斜板を想定して、解析に必要な仮定変位の近似項数を定める。

なお、対象とする解析は薄肉斜板のため面外振動だけを求める。また、 ξ, η に関する積分は ξ 方向、 η 方向とも二等分し、その1/4片に対し、Gauss-Legendre 積分の10点積分を用い、倍精度で計算を行う。

4.1 仮定変位の厚さ方向の近似指数

仮定変位 u, v, w の、 ξ, η の指数はそれぞれ10, 10, 無次元ばね定数 $\bar{K} = 10^5$ の条件で固定し厚さ方向 ξ の指数だけを u, v は1, 3, ..., w は0, 2, ... と変えて無次元振動数パラメータ λ の収束状況を調べた。結果を表1に示す。

u, v は3次まで、 w は2次までで近似すると、解が収束している。したがって、以後の解析にはこれを用いる。

4.2 仮定変位の ξ, η の近似指数

無次元ばね定数 $\bar{K} = 10^5$ の条件で固定し、 u, v, w の ξ, η の近似指数を、(9,9), (10,10), (11,11) と変えその収束状況を調べた。結

表1 厚さ(ξ)方向の近似項数によるλの収束状況

No. of Terms No.	1×1×0	3×3×2	5×5×4
	100 100 100	200 200 200	300 300 300
1	38.80	35.03	35.03
2	73.21	66.12	66.12
3	110.8	100.1	100.1
4	119.1	107.6	107.6
5	155.6	140.5	140.5
6	186.0	168.1	168.1
7	206.0	186.0	186.0
8	242.9	219.5	219.4
9	251.8	227.4	227.4
10	270.1	243.9	243.9

1×1×0: u, v, w... terms of 1,1,0 powers with ξ
u, v, w... 100, 100, 100 terms
b/a=1, φ=45°, ν=0.3, K̄=10⁵

表2 ξ, ηの近似項数によるλの収束状況

No. of Terms No.	9×9	10×10	11×11
	162 162 162	200 200 200	242 242 242
1	35.23	35.03	34.87
2	66.15	66.12	66.11
3	100.3	100.1	99.9
4	108.1	107.6	107.2
5	142.0	140.5	140.2
6	169.6	168.1	167.7
7	191.7	186.0	184.5
8	223.4	219.5	218.1
9	236.5	227.4	224.4
10	265.5	243.9	237.7

9×9: terms of 9,9 powers with ξ, η
u, v, w... 162, 162, 162 terms
b/a=1, φ=45°, ν=0.3, K̄=10⁵

表3 バネ定数 K̄の値によるλの収束状況

No. K̄	10³	10⁴	10⁵	10⁶	10⁷
1	34.37	34.88	35.03	35.08	35.41
2	66.08	66.12	66.12	66.16	66.51
3	99.76	100.1	100.1	100.1	100.4
4	106.1	107.2	107.6	107.7	108.0
5	140.3	140.5	140.5	140.6	140.9
6	167.8	168.0	168.1	168.1	168.5
7	185.2	185.9	186.0	186.1	186.1
8	217.2	219.0	219.5	219.5	219.9
9	226.3	227.2	227.4	227.5	227.9
10	243.2	243.9	243.9	244.0	244.1

b/a=1, φ=45°, ν=0.3

表4.1 厚さ方向の部分拘束によるλの違い (φ=90°の場合)

t1/t No.	1/1	1/5	1/50	1/500	1/5000
1	19.73	19.73	19.71	19.71	19.71
2	49.31	49.29	49.26	49.26	49.26
3	49.31	49.29	49.26	49.26	49.26
4	78.85	78.82	78.73	78.73	78.72
5	98.54	98.53	98.50	98.50	98.49
6	98.54	98.53	98.50	98.50	98.49
7	128.0	128.0	127.9	127.9	127.9
8	128.0	128.0	127.9	127.9	127.9
9	167.5	167.5	167.4	167.4	167.4
10	167.5	167.5	167.4	167.4	167.4

b/a=1, b/t=100, ν=0.3

表4.2 厚さ方向の部分拘束によるλの違い (φ=75°の場合)

t1/t No.	1/1	1/5	1/50	1/500	1/5000
1	34.07	30.51	21.04	20.83	20.83
2	66.23	60.86	48.33	48.12	48.12
3	74.91	68.93	56.20	56.00	55.99
4	99.73	92.73	79.04	78.83	78.82
5	125.9	117.7	104.0	103.8	103.8
6	131.7	123.1	108.8	108.6	108.6
7	143.2	134.6	120.3	120.1	120.1
8	168.7	159.2	143.6	143.4	143.4
9	194.5	184.7	168.7	168.5	168.5
10	206.5	195.4	178.5	178.3	178.3

b/a=1, b/t=100, ν=0.3

表4.3 厚さ方向の部分拘束によるλの違い (φ=60°の場合)

t1/t No.	1/1	1/5	1/50	1/500	1/5000
1	44.67	42.32	25.90	24.89	24.86
2	79.33	75.70	53.57	52.54	52.54
3	102.0	97.23	72.68	71.65	71.59
4	115.4	110.0	84.67	83.63	83.61
5	160.2	152.9	123.5	122.5	122.5
6	160.3	153.1	123.6	122.5	122.5
7	180.5	172.4	141.2	140.2	140.1
8	214.0	204.7	170.2	169.1	169.1
9	214.5	205.3	170.8	169.7	169.7
10	260.8	249.4	211.4	210.3	210.3

b/a=1, b/t=100, ν=0.3

表4.4 厚さ方向の部分拘束によるλの違い (φ=45°の場合)

t1/t No.	1/1	1/5	1/50	1/500	1/5000
1	64.80	62.49	38.38	35.03	34.88
2	105.0	101.52	69.67	66.12	66.11
3	146.0	140.9	103.6	100.1	100.0
4	155.2	149.9	111.1	107.6	107.2
5	194.6	189.6	144.2	140.5	140.5
6	228.1	220.2	171.8	168.1	168.0
7	254.7	243.5	189.8	186.0	185.9
8	289.8	279.1	223.2	219.5	219.0
9	304.2	291.9	231.4	227.4	227.2
10	327.8	320.8	248.3	243.9	243.9

b/a=1, b/t=100, ν=0.3

果を表2に示す。若干解がばらつくが、10次までで近似するとほぼ収束している。したがって、以後の解析にはこれを用いる。

4.3 無次元ばね定数の影響

無次元ばね定数 K̄の値を10³~10⁷と変化させて、その収束状況を調べた。結果を表3に示す。

K̄=10⁵付近のλの変化が少ない。したがって、以後の解析にはこれを用いる。

4.4 部分的な単純支持厚さの影響

斜角 φ=90°, 75°, 60°, 45°, 部分的な拘束厚さと板厚の比 t1/t=1/1, 1/5, 1/50, 1/500, 1/5000, と変化させてλの変化状況を調べた。結果を表4.1~4に示す。

φ=90°(正方形板)を除いて、部分的な拘束範囲が大きいほど、無次元振動数パラメータλの値も大きくなっている。これは、幾何学

表5.1 薄板の無次元固有振動数の比較 ($\phi=90^\circ$)

No.	Liew ^(a)	Singh ⁽⁴⁾	Ref. (8)	Pre. 1	Pre. 2
1	19.74	19.74	19.73	19.71	19.73
2	49.35	49.35	49.31	49.26	49.31
3	49.35	49.35	49.31	49.26	49.31
4	78.96	79.40	78.85	78.73	78.85
5	—	100.2	98.53	98.50	98.54

b/a=1, $\nu=0.3$, Ref. (8);Reference (8)(b/t=100)

Pre. 1;Present method(b/t=100,t1/t=1/500)

Pre. 2;Present method(b/t=100,t1/t=1/1)

表5.2 薄板の無次元固有振動数の比較 ($\phi=45^\circ$)

No.	Liew ^(a)	Singh ⁽⁴⁾	Ref. (8)	Pre. 1	Pre. 2
1	34.94	36.97	35.30	35.03	64.80
2	66.42	67.02	66.20	66.12	105.0
3	100.9	113.3	100.3	100.1	146.0
4	107.8	114.9	108.1	107.6	155.2
5	—	175.3	140.5	140.5	194.6

b/a=1, $\nu=0.3$, Ref. (8);Reference (8)(b/t=100)

Pre. 1;Present method(b/t=100,t1/t=1/500)

Pre. 2;Present method(b/t=100,t1/t=1/1)

図3 薄板斜板の振動モード ($\phi=45^\circ$)

的境界面での面内変位の動く方向が法線方向でないため、厚さ方向の拘束が大きいほど厚さ方向のせん断変形が生じ、 λ の値も大きくなったものと考えられる。 $\phi=90^\circ$ (正方形板)の場合は幾何学的境界面での面内変位の動く方向が法線方向のため、 λ の値は厚さ方向の拘束範囲の違いにはほとんど影響を受けていない。

4.5 既存の解との比較

Liewら⁽²⁾, Singhら⁽⁴⁾は薄肉理論のRayleigh-Ritz法で、また、筆者⁽⁶⁾は三次元解析のRayleigh-Ritz法で、斜角 $\phi=45^\circ, 90^\circ$ 、板の幅と長さの比 $b/a=1$ 、板の幅と厚さの比 $b/t=100$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ の周辺単純支持の薄肉斜板の自由振動解析を行っている。本解析法でも $\phi=45^\circ, 90^\circ$ の場合を解析し表5.1, 2に示す。表のPre. 1, Pre. 2は $t1/t$ をそれぞれ1/500, 1/1としている。 $\phi=45^\circ$ のPre. 2より、三次元解析では、幾何学的境界面の法線方向以外に変位が動く場合は、厚さ方向の拘束が大きいほど厚さ方向のせん断変形が大きく生じて薄肉理論と違った λ となり、厚さ方向の拘束が小さいほど、厚さ方向のせん断変形が小さくなり、薄肉理論の値に近づく。

4.6 振動モード

$b/a=1$, $b/t=100$, $\nu=0.3$, $\phi=45^\circ$, $t1/t$ をそれぞれ1/1, 1/500と変えて周辺単純支持薄肉斜板の振動モードを描き、図3に示す。厚さ方向の部分拘束の違いによる振動モードの違いは余り見受けられない。

5. むすび

幾何学的境界面に平行な座標および変位を用いた三次元のひずみ・変位関係式、および、ペナルティ関数を用い、斜板の自由振動に関する仮想仕事の原理を定式化した。次に、薄肉単純支持斜板のRayleigh-Ritz法を用いた三次元振動解析において、厚さ方向の単純支持の拘束を板厚全体ではなく部分的に拘束して、無次元振動数パラメータおよび振動モードを求めた。また、その拘束条件の違いによる無次元振動数パラメータの違いを考察し、かつ、薄肉理論における解との整合性についても論じた。結果を以下に示す。

一般的には、板厚が薄くなると、薄肉理論(厚さ方向のせん断変

形は無視できるという仮定)を用いて、面内変位と面外変位を別々に考慮した振動解析を行うが、単純支持斜板において、幾何学的境界面での面内変位の動く方向が幾何学的境界面の法線方向になく、厚さ方向全面が支持されている場合は、厚さ方向のせん断変形が生じるため、薄肉理論は適用できない。また、厚さ方向のせん断変形の影響を少なくするために、厚さ方向に部分的な単純支持を行うとしても、薄肉理論と合うような厚さ方向の拘束範囲は本解析法の計算上では板の厚さの1/50~1/500程度だから、適用には注意が必要である。

振動モードは、厚さ方向の拘束範囲の違いにはほとんど影響されない。

6. 付録

仮想仕事の原理から釣り合い方程式及び境界条件を求める方法として、斜板の自由振動に関する仮想仕事の原理を部分積分すると、

$$\begin{aligned}
 & \int_m (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \delta \varepsilon_{zz} + \tau_{xy} \delta \varepsilon_{xy} \\
 & + \tau_{xz} \delta \varepsilon_{xz} + \tau_{yz} \delta \varepsilon_{yz}) dm - \int_m \rho \omega^2 \{ U \delta U + V \delta V \\
 & + W \delta W + U \delta V \cos \phi + V \delta U \cos \phi \} dm \\
 & = - \int_m \left\{ \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial y} \cos \phi + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \cos \phi + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \cdot \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \right. \right. \\
 & + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \cdot \frac{(\sin^2 \phi - \cos^2 \phi)}{\sin \phi} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \sin \phi + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \cos \phi \\
 & + \rho \omega^2 (U + V \cos \phi) \} \delta U \\
 & + \left\{ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sin \phi} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \cdot \frac{\cos \phi}{\sin \phi} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right. \\
 & + \rho \omega^2 (U \cos \phi + V) \} \delta V \\
 & + \left\{ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sin \phi} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} \cdot \frac{\cos \phi}{\sin \phi} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right.
 \end{aligned}$$

図4 局部直交座標軸の方向

$$\begin{aligned}
 & + \rho \omega^2 W \} \delta W \Big] dm + \int_{-t/2}^{t/2} \int \left[(\sigma_{xx} \sin \phi + \tau_{xy} \cos \phi) \delta U \right. \\
 & + \tau_{xy} \delta V + \tau_{xz} \delta W \Big]_{-a/2}^{a/2} dy dz \\
 & + \int_{-t/2}^{t/2} \int \left[(\sigma_{xx} \sin \phi + \tau_{xy} \cos \phi) \delta U + \tau_{xy} \delta V \right. \\
 & + \tau_{xz} \delta W \Big]_{-a/2}^{a/2} dy dz + \int_{-t/2}^{t/2} \int \left[(\sigma_{xx} \sin \phi + \tau_{xy} \cos \phi) \delta U \right. \\
 & + \tau_{xy} \delta V + \tau_{xz} \delta W \Big]_{-a/2}^{a/2} dy dz + \dots = 0 \quad (9)
 \end{aligned}$$

となり、これより厚さ方向に部分的に単純支持した斜板の境界条件が次のように求められる。

$$x = \pm a/2, -b/2 \leq y \leq b/2 \text{ で}$$

$$t/2 \leq z \leq t/2 \text{ および } -t/2 \leq z \leq -t/2 \text{ の場合}$$

$$\sigma_{xx}=0, \tau_{xy}=0, \tau_{xz}=0$$

$$-t/2 \leq z \leq t/2 \text{ の場合}$$

$$\sigma_{xx} \sin \phi + \tau_{xy} \cos \phi = 0, V=0, W=0$$

$$-a/2 \leq x \leq a/2, y = \pm b/2 \text{ で}$$

$$t/2 \leq z \leq t/2 \text{ および } -t/2 \leq z \leq -t/2 \text{ の場合}$$

$$\sigma_{yy}=0, \tau_{xy}=0, \tau_{yz}=0$$

$$-t/2 \leq z \leq t/2 \text{ の場合}$$

$$\sigma_{yy} \sin \phi + \tau_{xy} \cos \phi = 0, U=0, W=0$$

$$-a/2 \leq x \leq a/2, -b/2 \leq y \leq b/2, z = \pm t/2 \text{ の場合}$$

$$\sigma_{zz}=0, \tau_{xz}=0, \tau_{yz}=0$$

なお、それぞれの局部直交座標軸は図4に示す。

参考文献

- 1) Mizusawa, T., Kajita, T. and Naruoka, M.: Vibration of skew plates by using B-spline functions, J. Sound Vib. 62, pp.301-308, 1979
- 2) Liew, K.M. and Lam, K.Y.: Application of two-dimensional orthogonal plate function to flexural vibration of skew plates, J. Sound Vib. 139, pp.241-252, 1990
- 3) McGee, O.G., Leissa, A.W. and Huang, C.S.: Vibrations of cantilevered skewed plates with corner stress singularities, Int. J. Number, Vol. 35, pp.409-424, 1992
- 4) Singh, B. and Chakraverty, S.: Flexural vibration of skew plates using boundary characteristic orthogonal polynomials in two variables, J. Sound Vib. 173 (2), pp.157-178, 1994
- 5) McGee, O.G. and Leissa, A.W.: Three-dimensional free vibrations of thick skewed cantilevered plates, J. Sound Vib. 144 (2), pp.305-322, 1991
ERRATA: J. Sound Vib. 9 (3), pp.539-542, 1991
- 6) 板倉和則：三次元斜交座標を用いた厚肉片持ち斜板の自由振動，構造工学論文集，Vol. 41B, pp.297-304, 1995
- 7) Liew, K.M., Hung, K.C. and Lim, M.K.: Three-dimensional vibration of rectangular plates (Effects of thickness and edge constraints), J. Sound Vib. 182 (5), pp.709-727, 1995
- 8) 板倉和則：任意境界条件を有する厚肉斜板の自由振動解析，日本建築学会構造系論文集，第492号，pp.37-45, 1997
- 9) Young P.G. and Dickinson S.M.: Further studies on the vibration of plates with curved edges, including complicating effects, J. Sound Vib. 177, pp.93-109, 1994

(1997年4月7日原稿受理，1997年9月26日採用決定)