高粉末度フライアッシュを使用した高強度マスコンクリートの発熱特性

THERMAL PROPERTIES OF HIGH-STRENGTH MASS CONCRETE USING HIGH-FINENESS FLY-ASH

手島 則夫*, 中村 成春**, 梶田 佳寛***

Norio TESHIMA, Shigeharu NAKAMURA and Yoshihiro MASUDA

The influence of thermal properties of high-strength mass concrete using high-fineness fly-ash was evaluated quantitatively by analytical method and experiment. Inverse analysis method based on heat diffusion equation and sequential analysis method using difference equation was applicable to obtain the numerical value of thermal diffusivity and other constants. The results by two analytical method were well corresponded. By using fly-ash to high-strength mass concrete could be the temperature of concrete lower than that of non fly-ash concrete and compressive strength per calorific value increased.

Keywords : *High-Strength Mass Concrete, Heat of Hydration, Fly-Ash, Heat Diffusion Equation, Inverse Analysis, Sequential Analysis*

高強度マスコンクリート、水和熱、高粉末度フライアッシュ、熱拡散方程式、逆解析、逐次解析

1. はじめに

近年、鉄筋コンクリート造建築物の高層化・大型化に伴い、高強度マスコンクリートの実用化が期待されている。部材断面の大きなマスコンクリートに高強度コンクリートを適用する場合、セメントの水和熱によるコンクリート内部の温度上昇が大きくなる¹⁾。コンクリートが水和初期に高温履歴を受けると、初期材齢における強度発現は良好であるが、長期材齢時には強度増進が停滞する傾向にある²⁾。また、温度上昇と構造物の冷却に伴う温度降下が、コンクリートの体積変化をもたらす。これらは、コンクリート内部における自己応力となり温度ひびわれを起こす要因となるため、コンクリートの水和熱による発熱を抑制する必要がある。

そこで、フライアッシュをセメントの一部に置換して使用すると、初期材齢でコンクリートの発熱を抑制し、構造体の強度発現性が改善できることが知られている³⁾。しかし、高強度領域におけるフライアッシュの混入によるコンクリートの性能改善効果の定量化については十分に検討されていない。特に今後、高性能コンクリートに使用が予想される粒度分別された高粉末度フライアッシュ（以下、フライアッシュ）の水和熱抑制効果を定量的に明らかにすることは重要である。

一方、マスコンクリート内部の温度分布を推定する解析手法は数

多く報告されているが⁴⁾、適用する熱特性値が解析結果に大きく影響するため、厳密な熱特性値を求めることは重要である。熱特性値に関する研究は古くから行われているが⁵⁾、内部温度を推定するための熱拡散方程式を解析する場合、有限要素法や差分近似法による逆解析評価⁶⁾が多く、厳密解に基づく評価は少ない。また、コンクリートの発熱特性は材齢に影響されることが考えられるが、発熱特性を材齢に対して逐次的に捉える評価は少ない。

本研究は、各種熱特性値を求める逆解析手法及び逐次解析手法を提案し、高強度マスコンクリートへのフライアッシュ混入量が及ぼす水和熱特性を解析的・実験的に検討し、フライアッシュが及ぼす水和熱抑制効果を定量的に考察することを目的とする。

2. 熱拡散方程式に基づく発熱特性の定量評価

2.1 一次元熱拡散モデル概要

フライアッシュ混入量が及ぼすコンクリートの熱特性値を定量評価するために、温度分布が部材中心からの距離と時間によって定まる一次元熱拡散モデルを適用した。図-1に一次元熱拡散モデルを示す。この一次元熱拡散モデルを用いて、熱拡散方程式の厳密解に基づく逆解析及び温度分布から差分法を用いた逐次解析を行って各種熱特性値を求めた。

* 宇都宮大学大学院工学研究科 大学院生
(現鹿島建設 工修)

** 宇都宮大学工学部建設学科 助手・工博

*** 宇都宮大学工学部建設学科 教授・工博

Graduate Student, Graduate School of Engineering, Utsunomiya Univ.

Research Assoc., Dept. of Architecture and Civil Engineering, Faculty of Engineering, Utsunomiya Univ., Dr. Eng.

Prof., Dept. of Architecture and Civil Engineering, Faculty of Engineering, Utsunomiya Univ., Dr. Eng.

2.2 熱拡散方程式の厳密解に基づく逆解析手法

有限長さの一次元部材の発熱特性の解析は、式(1)の熱拡散方程式を適用した。境界条件は、部材中心位置を $x=0$ とした式(2)及びニュートン形冷却条件の式(3)を用い、初期条件は式(4)を用いた。

$$[\text{基本式}] \quad \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q(t)}{c\rho} \quad (1)$$

$$[\text{境界条件}] \quad \begin{cases} x=0 & ; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ x=d & ; \quad -\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T - T_0) \end{cases} \quad (2)$$

$$[\text{初期条件}] \quad t=0 \quad ; \quad T = T_0 \quad (4)$$

ここに、 T :コンクリート温度、 t :材齢、 x :試験体中心からの距離、 c :比熱(0.22一定と仮定)、 ρ :密度、 λ :熱伝導率、 k :熱拡散率($k = \lambda / c\rho$)、 α :熱伝達率と熱伝導率の比、 T_0 :基準温度である。

また、発熱速度 $q(t)$ は式(5)で仮定した。

$$\int_0^t q(\tau) d\tau = Q_0(1 - e^{-\beta t}) \quad (5)$$

ここに、 τ :媒介変数、 Q_0 :終局発熱量、 β :発熱速度定数である。

変数分離により T 及び $q(t)/c\rho$ を式(6)、式(7)で表す。

$$\begin{cases} T = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \cos \mu_n x \\ \frac{q(t)}{c\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \cos \mu_n x \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} T = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \cos \mu_n x \\ \frac{q(t)}{c\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \cos \mu_n x \end{cases} \quad (7)$$

ここに μ_n は、 $\tan(\mu_n d) = \alpha / \mu_n$ ($n=1, 2, \dots, \infty$)から算定される。

式(6)の偏微分値を熱拡散方程式(1)に代入すると式(8)が得られる。ただし、 T' は T の微分値とする。任意の n について $\exp(k\mu_n^2 t)$ を式(8)の両辺に乗じて、整理すると式(9)を得る。

$$\sum_{n=1}^{\infty} T'_n(t) \cos(\mu_n x) = k \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) (-\mu_n^2 \cos(\mu_n x)) + \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \cos(\mu_n x) \quad (8)$$

$$T_n(t) = e^{-k\mu_n^2 t} \int_0^t e^{k\mu_n^2 \tau} q_n(\tau) d\tau \quad (9)$$

また、式(7)について、境界条件式(3)を用いて三角関数を消去すると式(10)が得られる。

$$q_n(t) = \frac{q(t)}{c\rho} \cdot \frac{2\alpha\sqrt{\mu_n^2 + \alpha^2}}{\mu_n \{\alpha + d(\mu_n^2 + \alpha^2)\}} \quad (10)$$

以上より式(9)及び式(10)を式(6)に組み込み、整理すると式(11)が得られる。また、式(11)に発熱速度式(5)を代入することにより熱拡散方程式の厳密解(12)が得られる。

$$T = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k\mu_n^2 t} \frac{\cos(\mu_n x) \cdot 2\alpha\sqrt{\mu_n^2 + \alpha^2}}{c\rho\mu_n \{\alpha + d(\mu_n^2 + \alpha^2)\}} \int_0^t e^{k\mu_n^2 \tau} \cdot q(\tau) d\tau \quad (11)$$

$$T = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\alpha\beta Q_0 \cos(\mu_n x) (e^{-\beta t} - e^{-k\mu_n^2 t}) \sqrt{\alpha^2 + \mu_n^2}}{c\rho\mu_n (k\mu_n^2 - \beta) \{\alpha + d(\alpha^2 + \mu_n^2)\} \{\alpha + d(\alpha^2 + \mu_n^2)\}} \quad (12)$$

厳密解(12)は、熱特性値のうち既知量 c 、 ρ を除いた α 、 β 、 λ 、 Q_0 の4種類の未知量で制御される。従って、厳密解(12)から実測値と合致する数値解を求めることは、未知の熱特性値を決定する問題に帰着する。各種熱特性値を非線形最小二乗法により最適化させ、実測値と適合する解を求めることで熱特性値の定量評価が可能となる(Appendix参照)。

図-1 一次元熱拡散モデル

図-2 逐次解析モデル

2.3 差分法を用いた逐次解析手法

一次元熱拡散モデルから温度 T は時間 t と距離 x による関数となり、熱拡散方程式(1)の両辺を差分方程式(13)、(14)で置き換えて熱拡散率 k について解くと式(15)を得る。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{(t+\Delta t, x)} - T_{(t, x)}}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{(t, x+\Delta x)} - 2T_{(t, x)} + T_{(t, x-\Delta x)}}{\Delta x^2} \quad (14)$$

$$k = \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \frac{T_{(t+\Delta t, x)} - T_{(t, x)}}{T_{(t, x+\Delta x)} - 2T_{(t, x)} + T_{(t, x-\Delta x)}} - \frac{\Delta x^2 q(t)}{c\rho(T_{(t, x+\Delta x)} - 2T_{(t, x)} + T_{(t, x-\Delta x)})} \quad (15)$$

ここで $q(t)=0$ と仮定し、式(16)により見かけの熱拡散率 k' を求め、実際に $q(t)=0$ となる材齢以降の k' を外挿して $q(t)=0$ とみなせない範囲の熱拡散率 k を求めた。これより $q(t)=0$ とみなせない範囲における $q(t)$ を求めると式(17)になる。この $q(t)$ を積分することにより発熱量(18)を時系列評価できる。図-2に逐次解析モデルを示す。

$$k' = \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \frac{T_{(t+\Delta t, x)} - T_{(t, x)}}{T_{(t, x+\Delta x)} - 2T_{(t, x)} + T_{(t, x-\Delta x)}} \quad (16)$$

$$q(t) = \frac{c\rho(k' - k)(T_{(t, x+\Delta x)} - 2T_{(t, x)} + T_{(t, x-\Delta x)})}{\Delta x^2} \cdot \Delta t \quad (17)$$

$$Q(t) = \int_{t_0}^t q(\tau) d\tau \quad (18)$$

ここに、 t_0 :解析開始材齢である。今回は温度履歴結果のデータノイズを最小にするために、図-1における各材齢の温度分布曲線を予め最小二乗法を用いて最適化させた二次曲線式(19)で近似し、各時刻 i の二次微分係数 a_i を求め、熱拡散率 k 及び発熱量 Q を求めた。

$$T_i = a_i x^2 + b_i \quad (19)$$

$$k'_i = \frac{\Delta T_i}{2a_i} \quad (20)$$

$$q_i(t) = 2a_i c\rho (k'_i - k_i) \cdot \Delta t \quad (21)$$

解析開始材齢 t_0 は、水和反応初期の潜伏期間が終了したと考えられる3.5時間からとし、3.5時間以前は解析から省いた。また、 $q(t)=0$ とみなせる熱拡散率の収束値は48時間から72時間の相加平均値を用い、便宜上60時間目の値を熱拡散率 k とした。

3.実験概要

3.1 実験の要因と水準

表－1に実験の要因と水準を示す。フライアッシュは、粉末度が異なるフライアッシュB及びフライアッシュDの銘柄を用い、水結合材比W/Bを4段階に設定し、2種類のフライアッシュを各々混入した。混入量の水準は、低W/B条件ほど多段的になるように設定した。また、フライアッシュ無混入のコンクリート（以下Pと略す）と比較することで、フライアッシュの混入効果を検討した。

3.2 使用材料

表－2に使用したフライアッシュの品質を示す。本実験で使用したフライアッシュは、同一プラントの電気集塵器にて採取されたもので、強制渦遠心法により分級されたものである。骨材は、鬼怒川産川砂（表乾比重2.60、吸水率2.02%、粗粒率2.61）と岩瀬産硬質砂岩碎石（表乾比重2.66、吸水率0.65%、実積率60.2%）を使用した。セメントは3社等量混合した普通ポルトランドセメントを使用した。混和剤は、ポリカルボン酸エーテル系高性能AE減水剤を使用し、空気量調整剤に高アルキルカルボン酸系AE剤を併用した。

3.3 コンクリートの調合と性質

表－3にコンクリートの調合、フレッシュコンクリート及び強度性状を示す。全調合において単位水量を170kg/m³とし、W/B条件毎に粗骨材かさ容積を一定とした。W/B=38、49%の条件では、

表－1 実験の要因と水準

要因	水準
フライアッシュ	高粉末度B：粉末度6610cm ² /g
銘柄	中粉末度D：粉末度4030cm ² /g
水結合材比W/B (%)	26、31、38、49
フライアッシュ	W/B=26%条件；0、200、300
混入量	W/B=31%条件；0、200
(kg/m ³)	W/B=38%条件；0
	W/B=49%条件；0

表－2 フライアッシュの品質

種類	比重	粉末度 (cm ² /g)	50%平均 粒径 (μm)	強熱 減量 (%)	フロー 値比 (%)	活性度 指数 (28日)
B種	2.42	6610	4.2	3.16	106	99
D種	2.29	4030	10.2	2.26	102	91

表－3 コンクリートの調合、フレッシュコンクリート及び強度性状結果

記号	FA 銘柄	W/B (%)	W/C (%)	FA 置換率 (%)	単位量 (kg/m ³)					混和剤*		スランブ (cm)	空気量 (%)	部材 最高温度 (℃)	圧縮強度 (MPa)	
					FA	W	C	S	G	主剤	助剤				7日	28日
P260	—	26	26	—	0	170	650	637	928	1.5	1.0	22.7	2.4	85.3	75.1	96.4
P310	—	31	31	—	0	170	550	689	960	1.0	0.0	21.3	2.2	79.5	64.8	84.0
P380	—	38	38	—	0	170	450	702	992	0.9	3.0	21.2	4.9	69.3	45.0	57.5
P490	—	49	49	—	0	170	350	783	992	1.2	3.0	21.3	4.1	56.4	35.1	44.7
B262	B	26	38	31	200	170	450	575	928	1.2	3.5	23.7	2.6	71.2	58.5	87.3
B263	B	26	49	46	300	170	350	549	928	1.2	4.5	23.2	3.0	57.6	47.4	71.8
B312	B	31	49	36	200	170	350	624	960	0.9	3.0	22.0	2.1	57.9	45.1	65.5
D262	D	26	38	31	200	170	450	577	928	1.3	3.0	23.3	3.4	72.1	59.3	80.4
D263	D	26	49	46	300	170	350	543	928	1.3	4.0	24.7	2.8	62.3	48.0	67.7
D312	D	31	49	36	200	170	350	627	960	1.0	0.1	22.5	1.9	61.0	43.1	64.2

*主剤（高性能AE減水剤）；セメント質量に対する%添加率（C・%）、助剤（AE剤）；セメント質量に対する0.001%添加率（C・0.001%）

スランブが21±2cm及び空気量が4.5±1.5%に、より高強度域のW/B=26、31%の条件では、スランブが23±2cm及び空気量が3.0±1.5%になるように混和剤の添加により調整した。以後、各調合の呼び名は、本表中の記号に従うものとする。

3.4 実験方法

図－3に部材試験体の概要を示す。メタルフォーム内の300×300×900mmのコンクリート試験体の上下面及び側面を150mm厚の発泡スチロールで覆って断熱状態とし、両端面からのみ放熱するようにした。部材試験体は恒温室内に設置し、温度は銅－コンスタンタン熱電対（タイプT）により検出した。測定は9チャンネル（以下ch）についてデータロガーで記録した。図－4に各chにおける温度測定位置を示す。ch1、2は、メタルフォームの外部表面及びコンクリート接触部の温度を計測し、ch3～6は部材試験体のxz平面上の中央部温度を、ch6～9は部材試験体中央におけるyz平面の温度を測定した。また、材齢7日及び材齢28日において標準養生供試体の圧縮強度試験を行った。

図－3 部材試験体の概要

図－4 温度測定位置

図-5 コンクリート内部の温度履歴

3.5 実験結果

図-5に各部材試験体におけるコンクリート内部の温度履歴を示す。ch6～9の内部温度はほぼ同じ温度変化を示し、図-3中の座標のyz平面上におけるコンクリートの温度変化はほぼ一定であった。また、ch3～6では放熱面から離れるほど温度が上昇しているため、本実験の部材試験体におけるコンクリートの温度変化は、x

軸上の一次元で温度変化することが示された。B262とD262は、フライアッシュの粉末度を比較したものであるが、どのchにおいても非常に近い温度変化を示しており、今回の実験では、フライアッシュの粉末度は、コンクリートの水和熱による温度上昇にあまり影響しなかったといえる。

同一水結合材比W/B条件でフライアッシュ混入量が異なるP260、B262、B263について着目すると、フライアッシュ混入量の増加に伴い単位セメント量が減少する。そのため、フライアッシュ混入量が増加するとコンクリートの最高温度は減少している。一方、水セメント比W/Cすなわち単位セメント量が等しいP380、B262、D262及びP490、B263は、フライアッシュ混入条件で僅かに最高温度が高いものの、フライアッシュ無混入条件とそれほど大差ない温度変化を示している。

4. 解析結果

4.1 逆解析結果

図-5には、逆解析結果に基づく解析温度と実測温度との対応を示した。解析温度は、概ね実測温度と合致しているため、求められた熱特性値は有意であり、本逆解析手法より、温度履歴から各種熱特性値の評価が可能となる。

表-4に逆解析結果を示す。発熱速度定数 β は、フライアッシュ無混入条件で単位セメント量の増加に伴い増加している。また、フライアッシュ混入条件では結合材量が同じである場合、混入量の増加に伴い発熱速度定数 β が小さくなる。熱伝導率 λ は水結合材比が小さくなるにつれて増加しているため、コンクリート強度が増加すると λ が増加する傾向にある。終局発熱量 Q_0 は、単位セメント量の増加に伴って増加し、フライアッシュ混入の場合、同一セメント量であれば、フライアッシュの増加に伴い増加している。

4.2 逐次解析結果

逐次解析によって求められた熱拡散率 k' を図-6に示す。図中に熱拡散率の収束値 k を示す。熱拡散率 k' は、発熱に依存する温度上昇の変化が大きい場合に差分計算が安定せず、初期挙動で若干の乱れが生じているが、発熱が収束すると挙動は安定してくる。

図-7に逐次解析から算出された累積発熱量 Q を示す。図中に終局発熱量 Q_0 を示す。以上から逐次解析は、温度履歴結果から熱拡散率の経時変化及び終局発熱量 Q_0 を求めることができ、時系列に

表-4 逆解析及び逐次解析結果

記号	逆解析					逐次解析		
	α	β	λ	k	Q_0	λ	k	Q_0
	(1/m)	(1/hr)	$\times 10^3$ (J/mhr°C)	(m²/hr)	$\times 10^7$ (J/m³)	$\times 10^3$ (J/mhr°C)	(m²/hr)	$\times 10^7$ (J/m³)
P260	3.82	0.37	12.9	0.0059	14.9	8.1	0.0037	14.3
P310	4.29	0.25	11.7	0.0053	14.0	7.9	0.0036	13.3
P380	4.45	0.18	11.0	0.0051	12.1	7.9	0.0037	11.7
P490	3.87	0.13	10.7	0.0051	9.4	7.5	0.0039	9.1
B262	3.66	0.17	11.8	0.0055	12.9	8.9	0.0041	12.9
B263	5.18	0.13	9.1	0.0043	9.8	7.2	0.0034	10.0
B312	5.52	0.13	8.0	0.0038	9.4	6.5	0.0031	9.8
D262	4.72	0.16	11.6	0.0054	13.6	8.6	0.0040	12.5
D263	4.90	0.10	11.7	0.0056	12.5	8.6	0.0040	10.9
D312	5.36	0.11	10.7	0.0050	11.7	8.7	0.0042	11.3

図-6 熱拡散率 k' の経時変化

よる熱特性値の挙動が評価できる。表-4中に逐次解析結果を示す。なお、終局発熱量 Q_0 は、60時間目の累積発熱量 Q を用いた。

5. 考察

図-8に同一セメント量における累積発熱量 Q の比較を示す。フライアッシュを混入した場合、フライアッシュ無混入条件と比較す

図-7 累積発熱量 Q の経時変化

ると初期の発熱量は低いものの、その後フライアッシュの発熱寄与により発熱量は無混入の場合よりも大きくなっている。

図-9に熱拡散率 k 及び終局発熱量 Q_0 の逐次解析及び逆解析との対応を示す。逐次解析における熱拡散率 k は、逆解析値よりも若干低くなっている。この理由として逐次解析では、材齢が長くなるとコンクリート温度の位置による差及び時間変化が小さくなり、熱拡

図-8 同一セメント量における累積発熱量の比較

図-9 逐次解析と逆解析の対応

図-10 圧縮強度と熱拡散率との関係

図-11 発熱量 Q_0 と結合材量の関係

図-12 圧縮強度・圧縮強度増加量と結合材量の関係

散率 k' の解析値が大きくばらつくため、便宜上材齢60時間を収束値としているが、図-6によれば熱拡散率 k' は時間とともに若干の増加傾向を示しており、材齢60時間の値がやや小さめの評価となったと考えられる。一方、終局発熱量 Q_0 については良い対応を示している。

逆解析手法は各種熱特性値を時間的に一定として解析解を求め、これに実測値をあてはめているため、実測値に多少の誤差や変動がある場合でも対応できる。一方、逐次解析手法は3計測点の温度差及び温度変化から熱特性値を求めるため、熱特性値の経時変化を正確に評価できるが、実測値に計測誤差や変動があるとその影響を受け、大きなばらつきを示す。従って、両方の解析を併用することが望ましいといえる。

図-10に材齢7日の圧縮強度と熱拡散率 k との関係を示す。逆解析では圧縮強度の増加に伴い熱拡散率 k も増加する。これは、圧縮強度が増加するとコンクリート内の組織が緻密化し、熱が伝わり易くなるためと考えられる。一方、逐次解析における熱拡散率 k は材齢60時間の値であり、圧縮強度に関係なく一定であった。また、

フライアッシュ混入による影響は明確ではない。

図-11に終局発熱量 Q_0 と結合材量との関係を示す。終局発熱量 Q_0 とセメント量及びフライアッシュ量との関係を原点を通る直線で回帰した。その結果、発熱量としてセメント量に対し、逆解析で $24.9 \times 10^4 \text{ J/kg}$ 、逐次解析で $23.9 \times 10^4 \text{ J/kg}$ 、また、フライアッシュ量に対し、逆解析で $5.8 \times 10^4 \text{ J/kg}$ 、逐次解析で $5.3 \times 10^4 \text{ J/kg}$ が得られた。単位質量あたりのフライアッシュの発熱量は、単位質量あたりのセメントの発熱量の1/4程度となり、フライアッシュの利用は高強度マスコンクリートの発熱抑制に効果があるといえる。

図-12にセメント量に対する圧縮強度及びフライアッシュ量に対する圧縮強度増加量との関係を示す。これより圧縮強度は、セメント単位量あたり $0.143 \text{ MPa/(kg/m}^3\text{)}$ 、圧縮強度増加量はフライアッシュ単位量あたり $0.099 \text{ MPa/(kg/m}^3\text{)}$ となり、フライアッシュはセメント単味の約70%の強度寄与率を示す。従って、終局発熱量 Q_0 に対するフライアッシュの寄与率と圧縮強度増加量に対する寄与率から、高強度マスコンクリートへのフライアッシュの混入は極めて有効であるといえる。

6. 結論

高粉末度フライアッシュを使用した高強度マスコンクリートの発熱特性を解析的、実験的に検討した結果、本研究の範囲で以下のことが明らかになった。

- 1) 一次元熱拡散モデルに基づく熱拡散方程式を適用した逆解析手法及び逐次解析手法をそれぞれ提案した。
- 2) 逆解析手法による温度履歴結果から得られた各種熱特性値と逐次解析手法により得られた熱特性値は良く一致した。
- 3) 逆解析及び逐次解析を行って発熱特性の定量評価を行った。その結果、発熱量としてセメント量に対し、逆解析で $24.9 \times 10^4 \text{ J/kg}$ 、逐次解析で $23.9 \times 10^4 \text{ J/kg}$ 、また、フライアッシュ量に対し、逆解析で $5.8 \times 10^4 \text{ J/kg}$ 、逐次解析で $5.3 \times 10^4 \text{ J/kg}$ が得られた。
- 4) 高強度マスコンクリートにおいてフライアッシュをセメントの一部に置換して用いるとコンクリートの発熱が抑制でき、発熱に対する圧縮強度増加が大きくなる。

Appendix

熱特性値 α 、 β 、 λ 、 Q_0 をパラメータ $\mathbf{H}=(H_1, H_2, H_3, H_4)$ で表すと、解析温度は $\mathbf{H}$ の関数になり、着目点 i の解析温度 $A_i(\mathbf{H}, t)$ が実測温度 $T_i(t)$ と一致するように、 $\mathbf{H}$ の値を定める。一致の度合いを評価する関数 $f(\mathbf{H})$ は、最小二乗法の概念を用いて、残差平方和式 (A1) で表することができる。

$$f(\mathbf{H}) = \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \{T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)\}^2 dt \quad ; i=1, 2, \dots, N \quad (\text{A1})$$

ここに、 N ；着目点の総数、 t_0, t_b ；逆解析を適用する開始材齢及び終了材齢である。従って、式 (A1) が最小となる $\mathbf{H}$ に関する導関数がゼロとなる必要条件は、式 (A2) で表される。

$$\frac{\partial f(\mathbf{H})}{\partial H_m} = \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \{T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)\} \cdot \frac{\partial A_i(\mathbf{H}, t)}{\partial H_m} \cdot dt = 0 \quad ; m=1, 2, 3, 4 \quad (\text{A2})$$

式 (A2) は、パラメータ $H_1 \sim H_4$ に関する4個の非線形連立方程式となる。いま、収束計算方法を偏微分係数が一次で表現される Gauss-Newton 法⁷⁾ を採用すると、 $A_i(\mathbf{H} + \Delta \mathbf{H}, t)$ は一次の Taylor 展開により式 (A3) で近似できる。

$$A_i(\mathbf{H} + \Delta \mathbf{H}, t) \approx A_i(\mathbf{H}, t) + \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial A_i(\mathbf{H}, t)}{\partial H_j} \right) \Delta H_j \quad ; j=1, 2, 3, 4 \quad (\text{A3})$$

ここで、 $\Delta \mathbf{H}=(\Delta H_1, \Delta H_2, \Delta H_3, \Delta H_4)$ は $\mathbf{H}$ の微小変化量である。

式 (A3) を式 (A1) に代入すると $\Delta \mathbf{H}$ に対する評価関数式 (A4) を得る。

$$f(\mathbf{H}) = \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left\{ T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t) - \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial A_i(\mathbf{H}, t)}{\partial H_j} \right) \Delta H_j \right\}^2 dt \quad (\text{A4})$$

従って、式 (A4) は式 (A1) と同様、 $\mathbf{H}$ の値は既知であるとし、 $\Delta \mathbf{H}$ を決定する最適化問題となる。式 (A4) を最小にする必要条件は式 (A5) となる。

$$\frac{\partial f(\mathbf{H})}{\partial H_m} = \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left\{ T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t) - \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial A_i(\mathbf{H}, t)}{\partial H_j} \right) \Delta H_j \right\} \cdot \left(- \frac{\partial A_i(\mathbf{H}, t)}{\partial H_m} \right) dt = 0 \quad ; m=1, 2, 3, 4 \quad (\text{A5})$$

式 (A5) を整理すると式 (A6) を得る。

$$\sum_{j=1}^4 \left[\int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A_i}{\partial H_j} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial H_m} \right) dt \right] \Delta H_j = \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \frac{\partial A_i}{\partial H_m} (T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)) dt \quad ; m=1, 2, 3, 4 \quad (\text{A6})$$

ここで、式 (A6) を展開すると式 (A7) となる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^4 \left[\int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A_i}{\partial H_j} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial H_1} \right) dt \right] \Delta H_j &= \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \frac{\partial A_i}{\partial H_1} (T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)) dt \\ \sum_{j=1}^4 \left[\int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A_i}{\partial H_j} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial H_2} \right) dt \right] \Delta H_j &= \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \frac{\partial A_i}{\partial H_2} (T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)) dt \\ \sum_{j=1}^4 \left[\int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A_i}{\partial H_j} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial H_3} \right) dt \right] \Delta H_j &= \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \frac{\partial A_i}{\partial H_3} (T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)) dt \\ \sum_{j=1}^4 \left[\int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A_i}{\partial H_j} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial H_4} \right) dt \right] \Delta H_j &= \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \frac{\partial A_i}{\partial H_4} (T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)) dt \end{aligned} \right\} \quad (\text{A7})$$

この式 (A7) を整理すると、正規方程式 (A8) を得る。

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} & C_{41} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} & C_{42} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{43} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

$$\text{ただし、} \quad C_{pq} = \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial A_i}{\partial H_p} \cdot \frac{\partial A_i}{\partial H_q} \right) dt \quad ; p=1, 2, 3, 4 : q=1, 2, 3, 4$$

$$D_p = \int_{t_0}^{t_b} \sum_{i=1}^N \frac{\partial A_i}{\partial H_p} (T_i(t) - A_i(\mathbf{H}, t)) dt \quad ; p=1, 2, 3, 4$$

従って、正規方程式 (A8) より $\Delta \mathbf{H}$ を求め、収束判定誤差 ϵ を用いて式 (A9) の収束判定を行う。特に本研究では、式 (A8) をハウスホルダー変換により QR 分解し、係数マトリックスの不安定性に配慮した。

$$\left. \begin{aligned} f(\Delta \mathbf{H}) / f(\mathbf{H}) &< \epsilon_1 \\ \Delta \mathbf{H} / \mathbf{H} &< \epsilon_2 \\ \epsilon_1, \epsilon_2 &= 1.0 \times 10^{-5} \sim 1.0 \times 10^{-6} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A9})$$

以上より、式 (A9) を満足すると最小二乗解となる $\mathbf{H}$ を得る。式 (A9) が満足しない時は、 $\mathbf{H}=\mathbf{H}+\Delta \mathbf{H}$ において $A_i(\mathbf{H}, t)$ を再計算し、式 (A9) が満足するまで繰り返す。

謝辞

本研究は、日本フライアッシュ協会の委託により日本建築学会フライアッシュ小委員会の一環として行ったものである。本研究の実施にあたり建設省建築研究所無機材料研究室室長・阿部道彦氏、主任研究員・鹿毛忠継氏、杉山央氏、当時部外研究員・大下昭三氏、藤田克巳氏、当時宇都宮大学卒論生・深川正浩氏、大久保敏彦氏、新井暢氏、押谷式子氏ならびに宇都宮大学建築材料研究室の皆様にも多大な御協力を賜りました。ここに記して厚く謝意を表します。

参考文献

- 1) 丸嶋紀夫、戸祭邦之、黒羽健嗣：高強度コンクリートの水和発熱による温度上昇がセメントの水和と強度発現に及ぼす影響、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.14、No.1、pp.457-462、1992.6
- 2) 住学、桂修、鎌田英治：高強度マスコンクリートモデル内部の温度履歴、含水率分布と長期強度、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.17、No.1、pp.1043-1048、1995.6
- 3) ACI226委員会報告、抄訳 三井健郎：フライアッシュのコンクリートへの利用、コンクリート工学、Vol.26、No.4、pp.67-71、1988.4
- 4) 長田晴道、小野定：温度解析方法に関する既往の研究成果について、マスコンクリートの温度応力発生メカニズムに関するコロキウム論文集、pp.35-44、1982.8
- 5) 徳田弘、庄谷征美：コンクリートの熱特性値と二、三の考察、土木学会論文報告集、第212号、pp.89-98、1973.4
- 6) 西田徳行、潮田和司、土橋義輝、松井邦人：現場計測データに基づくコンクリートの熱特性値の推定とその考察、土木学会論文集、No.544/V-32、pp.89-100、1994.8
- 7) 中川徹、小柳義夫：UP応用数学選書7、最小二乗法による実験データ解析—プログラムSALS、pp.96-98、東京大学出版会、1982

(1997年9月8日原稿受理、1998年1月13日採用決定)