杭と架構を一体とした弾性解析による杭基礎の水平力作用時の 応力—変形系(一層地盤の場合)

SYSTEMATIC ELASTIC THEORY ON STRESS AND DEFORMATION OF PILE FOUNDATION WITH SUPERSTRUCTURE ON SINGLE LAYER GROUND SUBJECTED TO LATERAL LOAD

中澤 瑤子*
Yohko NAKAZAWA

Up to the present, the lateral stress of pile foundations have been usually designed without superstructure so, from the strict theoretical point of view, the stress and deformation are not considered to be correct. This paper expressed the systematic theory of pile foundation with superstructure by elastic analysis on single layer ground under lateral load.

1. General characteristics of pile foundation are explained not by absolute value but by stress per unit deformation.
2. General characteristics are controlled by non dimensional rotation. $\theta/\gamma_0\beta$ or $\theta/\gamma_0\eta$.
3. Non dimensional rotation is related with ω : the restraint factor of rotation.
 ω : consists of $E_cK_g(\text{kNm})$: rigidity of ground beam, $E_pI_p(\text{kNm}^2)$: bending rigidity of pile and β or η : constant of ground characteristics.
4. The stress and deformation of pile foundation are able to be easily calculated using the results of this paper.

Keywords: pile foundation, superstructure, systematic theory, lateral load, restraint factor of rotation, non dimensional rotation, non dimensional pile length, single layer ground, elastic analysis,
杭基礎、上部架構、理論系、水平力、回転拘束度、無次元回転角、無次元杭長さ、一層地盤、弾性解析

1. はじめに

現在、一般的な建築物では、上部架構(以下、架構と略称)をもった杭基礎(以下、杭基礎と略称)の水平力作用時の設計において、杭は架構と切り離され、杭頭は回転しないと考えて設計が行われることが多い¹⁾。しかし、架構は水平力を受けて水平に変位するだけでなく各節点は回転角を生じる。杭と基礎梁、1階柱で構成された基礎節点も例外ではなく²⁾、基礎に固定状態に埋め込まれている杭頭は基礎と同一の回転を生じる。また、杭基礎の回転角は加力方向に沿って基礎の両側に基礎梁がある中基礎では小さいが、片側だけに基礎梁がある隅基礎では大きい。このことが架構の中基礎と隅基礎の杭頭部での水平力分担や曲げモーメントの相違の一因となる。したがって、整合性のある応力や変形を得るためには杭は架構と一体として応力変形を求める必要がある。これまでに筆者らは、杭に弾性支承梁理論を適用し、架構部材に弾性線材としてのたわみ角法の式³⁾を適用し、杭と架構の精算法による弾性一体解析⁴⁾を数多く行ってきた。この弾性解析による結果として、杭基礎の応力・変形によって、基礎が回転することと基礎梁によって全ての杭頭水平変位 γ_0 が一定に拘束されることの2点は無視できないことがわかった。また、その後の検討で、この特性は杭の種類を問わないものであることもわかった。そこで、本報は、杭と架構を一体とした精算法によ

る弾性解析によって判明した杭基礎の応力・変形特性を、杭種を問わないひとつの系として整理して報告する。1柱1杭形式で杭頭が基礎に剛結された杭基礎である。地盤は水平反力係数 k_h が一定値の場合(以後、 β 型地盤と呼ぶ)および k_h が深さに比例して一定の割合で増大する場合(同・ η 型地盤)である。これらの地盤を共に一層地盤と称しておく。さらに、この応力・変形系に基づいた簡単な杭基礎の設計法を示した。

本報は弾性解析による結果であるが、杭基礎の設計は弾性状態だけでなく地盤および杭体の塑性化も考えて進めなければならないことは当然である。筆者らも、地盤および杭体の塑性化を段階的に進めて解析を行い、その結果を重ねあわせて杭基礎の終局耐力と変形を求めてきた^{5)~8)}。しかし、現状では、杭基礎の設計のための資料は、弾性域に限っても、筆者らによる提案⁹⁾などを除くと特には見あたらない。まず、弾性状態での杭基礎の挙動を架構の剛性を考慮して把握することが、ひいては塑性状態での杭基礎の設計を適切に行う基本になると考えたので、本報を示した。

2. 架構と一体とした杭基礎の応力変形解析法の概要

架構と杭基礎の一体解析は、壁のない柱梁のみで構成されたラーメン架構を対象とし、部材は曲げ剛性のみを考慮した線材として扱

* (株)アルマチュール構造設計事務所 工博

Armature Construction Bureau., Dr. Eng.

う。解法は、弾性支承梁理論解による杭頭部の応力変形式と、基礎に集まる架構部材のたわみ角法の式とで応力釣合式をたて、その他の各層の節点方程式、層方程式および全ての y_0 が一定の条件式とで多元連立にコンピュータで解くものであって、架構の節点角や水平変位、材端曲げモーメント、せん断力さらに杭頭の曲げモーメント M_0 、水平力 Q_0 、水平変位 y_0 、回転角 θ_0 が得られ、これらを弾性支承梁理論による杭の各深度での解に戻すことによって杭の地中部における応力変形も得られる。なお、基礎梁の軸方向伸縮は無視し、また基礎間の相対沈下はないものとした。以後、この精算解析を一体解析と略称する。

一体解析のための架構モデルは1層3スパンの鉄筋コンクリートラーメン架構(部材のヤング係数 $E_c=2,100\text{kN/cm}^2$)を採用した。しかし、本報の結果は架構のスパン数や層数に関係しない一般特性である。簡単な架構を選んだ理由は、これまでに多層架構での1階より上層の剛性が杭基礎応力に与える影響は少ないことがわかっており¹⁰⁾、また予備的な解析で、基礎間の相対沈下がない場合の杭基礎の回転角はほぼ隅基礎とそれ以外の中基礎にまとめられることがわかったためである。解析範囲は、基礎梁剛度 $K_g(=I_g/S$ 、ここに、 I_g :基礎梁断面2次モーメント、 S :スパン長さ)は0.0025、0.005、0.01、0.02、0.03、0.05 m^3 の6種類(ほぼ梁断面 $0.3\times 0.6\sim 0.6\times 2.0$ (単位:m))、1階柱剛度 $K_c(=I_c/h$ 、ここに、 I_c :柱断面2次モーメント、 h :階高)は0.005、0.007 m^3 の2種類(ほぼ柱断面 $0.6\times 0.6\sim 0.8\times 0.8$ (単位:m))である。2階梁剛度 $K_b(=I_b/S$ 、ここに、 I_b :2階梁断面2次モーメント)は杭基礎の応力にさほど影響しないため0.004 m^3 の一定値とした。杭は場所打ちコンクリート杭(杭部材のヤング係数 $E_p=2,100\text{kN/cm}^2$)で杭径1.0、1.2、1.4mの3種類(杭曲げ剛性 $E_p I_p=103\sim 396\times 10^4\text{kNm}^2$)およびPC杭(杭部材のヤング係数 $E_p=4,000\text{kN/cm}^2$)で杭径0.6、0.8mの2種類($E_p I_p=20\sim 62\times 10^4\text{kNm}^2$)、杭長さは4~20mの任意の長さとし、杭径に対して杭長さが短すぎる場合は解析の範囲から除外した。杭基礎は1柱1杭形式で架構内では同一の杭種、杭径、杭長さを選んだ。地盤は、 β 型地盤は $k_h=5,000, 10,000, 20,000\text{kN/m}^3$ の3種類($\beta=0.13\sim 0.4\text{m}^{-1}$ にあたる)および η 型地盤は $n_h=1,000, 2,200, 6,500\text{kN/m}^3$ の3種類($\eta=0.2\sim 0.5\text{m}^{-1}$ にあたる)とした。上述の範囲内で適宜組み合わせで約220例の一体解析を行った。解析を行った範囲での杭の無次元長さは $\beta L=1.3\sim 5.0$ 、 $\eta L=1.5\sim 7.2$ である。

3. 半無限長さの杭基礎の特性

架構を支持する杭基礎は、互いに基礎梁で繋がれ、杭頭水平変位

y_0 が一定に拘束されているため、杭基礎の応力や変形の一般特性は、その絶対量ではなく単位水平変位あたりの値に現れる。そこで、杭長さが十分に長く半無限長さともみなせる場合について、杭の弾性支承梁理論式($E_p I_p d^4 y/dx^4 + k_h D \times y = 0$ 、ここに、 $E_p I_p$:杭曲げ剛性、 k_h :地盤の水平反力係数、 D :杭径、 y :水平変位、 x :深さ)における杭頭での水平力 Q_0 、曲げモーメント M_0 の式を求め、これを単位水平変位あたりの式 Q_0/y_0 、 M_0/y_0 の形で表現してみた。弾性支承梁理論の解法は、杭を長さ方向に区分し、区分間の平均 k_h 値を用い、区分の境界条件を一致させて、杭頭部に Q_0 、 M_0 が作用し、杭先端はピンと仮定して解く方法である。この解法を杭の区分解と称しておく。 Q_0 、 M_0 式の記載は省略し、 Q_0/y_0 、 M_0/y_0 の形で示すと、 k_h が深さに関係なく一定の β 型地盤の場合は(1)および(2)式であり、 k_h が深さに比例する η 型地盤の場合($k_h=n_h \times x/D$ 、ここに、 n_h :定数)は(3)、(4)式である。これらと同等の式は文献^{11), 12)}にも見られる。ここに、 $\beta=(k_h D/(4E_p I_p))^{0.25}$ 、 $\eta=(n_h/(E_p I_p))^{0.2}$ である。同式の係数 $\theta_0/(y_0 \beta)$ および $\theta_0/(y_0 \eta)$ を θ で記号化する。 θ は杭頭の無次元回転角にあたる。杭基礎の Q_0/y_0 、 M_0/y_0 値は θ によって変化することがわかる。

$$Q_0/y_0 = (2 - \theta_0/(y_0 \beta)) \times 2E_p I_p \beta^3 \quad (1)$$

$$M_0/y_0 = (-1 + \theta_0/(y_0 \beta)) \times 2E_p I_p \beta^2 \quad (2)$$

$$Q_0/y_0 = (0.54 - 0.5 \theta_0/(y_0 \eta)) \times 2E_p I_p \eta^3 \quad (3)$$

$$M_0/y_0 = (-0.5 + 0.75 \theta_0/(y_0 \eta)) \times 2E_p I_p \eta^2 \quad (4)$$

一体解析の結果、 θ 値は、基礎に集まる基礎梁の曲げ剛度の和(隅基礎: $E_c K_g$ 、中基礎: $\Sigma E_c K_g$)と杭の曲げ剛性 $E_p I_p$ および β あるいは η の比で表される無次元量と相関性がみられた。そこで、この無次元量を(5)~(8)式で表現し、 ω で記号化した。 ω を杭頭の回転拘束度と称しておく。

β 型地盤における杭頭回転拘束度 ω

$$\text{隅基礎: } \omega = E_c K_g / (E_p I_p \beta) \quad (5)$$

$$\text{中基礎: } \omega = 1.6 \Sigma E_c K_g / (E_p I_p \beta) \quad (6)$$

η 型地盤における杭頭回転拘束度 ω

$$\text{隅基礎: } \omega = E_c K_g / (E_p I_p \eta) \quad (7)$$

$$\text{中基礎: } \omega = 1.6 \Sigma E_c K_g / (E_p I_p \eta) \quad (8)$$

ω を表す要素に1階柱剛度を含めなかった理由は、解析結果を見ると、 θ 値に対して1階柱剛度はほぼ一定値として関与していたためである。また、 θ 値は隅基礎では大きく中基礎では小さかった。この原因が、基礎梁が片側のみにある隅基礎に比べ両側にある中基礎は杭頭の回転拘束の度合いが大きいためとみて、中基礎の ω は拘束効果の重み r を乗じて表現するのが妥当と考えて、 $r=1.6$ として

図1 $\theta - \omega$ 関係 (β 型地盤)

図2 $\theta - \omega$ 関係 (η 型地盤)

中基礎の ω を表現した。これによって、中基礎と隅基礎での異なる θ 値の変化を一つの曲線に表現できた。これを $\theta-\omega$ 関係として、図1に β 型地盤の場合を、図2に η 型地盤の場合をそれぞれ実線で示した。 θ は ω の増大につれて減少し、 $\omega=\infty$ で $\theta=0$ となる曲線である。同曲線は β 型地盤では $\omega \approx 1.8$ 、 η 型地盤では $\omega \approx 0.8$ で急折しているが、これは ω がこの値以下では、基礎の回転角の増大率が増し、杭頭の回転角が杭頭ピン($\omega=0$)の場合の回転角に近づくためである。一体解析を行った範囲について ω 値を(5)～(8)式で求めると、隅基礎：0.1～13.0、中基礎：0.3～40.0であった。なお、杭および基礎梁剛度が均一な架構では、 $\Sigma EcK_g=2EcK_g$ であるため、中基礎の $\omega=1.6 \Sigma EcK_g/(E_p I_p \beta)$ は $\omega=3.2 EcK_g/(E_p I_p \beta)$ と読替えられるので、中基礎の ω 値は隅基礎の ω 値の3.2倍となる。

$$M_m = c \times Q_o / \beta \quad (9)$$

$$M_m = c \times Q_o / \eta \quad (10)$$

一方、杭の地中部最大曲げモーメント M_m は、変形と関連づけた式では表現しにくいので、一体解析で得た M_m 値を、同様に一体解析で得た Q_o 値との関係として(9)、(10)式で表現して同式の係数 c を得た。係数 c も ω とよい相関性があり、 $c-\omega$ 関係は β 型地盤では図3の実線、 η 型地盤では図4の実線であった。一体解析で得た M_m の発生深さ L_m を無次元量 βL_m および ηL_m で表現すると、これらは ω によって変化しており、 $\beta L_m-\omega$ 関係は図5、 $\eta L_m-\omega$ 関係は図6の実線となった。 $\omega=0$ での βL_m および ηL_m は杭頭ピンの場合(β 型地盤0.79および η 型地盤1.32)に一致し、 ω の増大につれて大きくなり、 $\omega=\infty$ で $\theta_0=0$ の場合の値(同1.57および同2.15)に一致する。

以上、架構を考慮した半無限長さの杭基礎の応力・変形特性を、杭頭の回転拘束度 ω との関係として定性的かつ定量的に明らかにした。

4. 有限長さ杭基礎の特性

杭長さを半無限長さ(“長い杭”とも言う)とみなせない範囲は文献^{13), 14), 15)}などに“中間長さの杭”、“短い杭”などとして記されているが根拠が判然としない。そこで、任意の長さの杭について杭

の区分解析を行った。この結果、杭頭の応力/変形は(11)～(14)式の形であり、同式の係数 Koz 、 Koy 、 Kom と無次元杭長さ βL の関係は図7、また ηL との関係は図8であることがわかった。これらは架構の有無に関係しない式であり係数値である。また、同式において基礎が回転しない場合($\theta_0=0$)を(15)、(16)式として示した。なお、 Koz 、 Koy 、 Kom と βL の関係については、すでに文献¹⁶⁾に類似の値が示されており、本報の杭の区分解析においても同じ結果であった。

$$Q_o/y_o = (2Koz - Koy \times \theta_0/(y_o \beta)) \times 2E_p I_p \beta^3 \quad (11)$$

$$M_o/y_o = (-Koy + Kom \times \theta_0/(y_o \beta)) \times 2E_p I_p \beta^2 \quad (12)$$

$$Q_o/y_o = (2Koz - Koy \times \theta_0/(y_o \eta)) \times 2E_p I_p \eta^3 \quad (13)$$

$$M_o/y_o = (-Koy + Kom \times \theta_0/(y_o \eta)) \times 2E_p I_p \eta^2 \quad (14)$$

$$M_o/y_o = -2Koy E_p I_p \beta^2 \quad (15)$$

$$M_o/y_o = -2Koy E_p I_p \eta^2 \quad (16)$$

同図から、 β 型地盤ではほぼ $\beta L > 2.5$ の範囲で無次元杭長さが大きくなっても係数 Koz 、 Koy 、 Kom の値が変化せず一定値であり、かつ半無限長さ杭の係数値((1)、(2)式参照)と一致することから、この範囲が半無限長さの範囲(長い杭)であるといえる。また、 η 型地盤では $\eta L > 3.1$ の範囲で同様に係数値が半無限長さ杭の場合((3)、(4)式参照)と一致した。したがって $\beta L < 2.5$ や $\eta L < 3.1$ の範囲が有限長さ杭の範囲とわかる。この範囲で(15)、(16)式をみると、 β 型地盤における $1.6 < \beta L < 2.5$ の範囲では係数 Koy 値が長い杭の場合よりも小さいため M_o/y_o 値も小さくなり、 $\beta L < 1.6$ の範囲では係数 Koy 値は長い杭の場合よりも大きいため M_o/y_o 値は大きくなる。ただし、これらは連続性をもって変化するためこれらの境界付近での値は等しい。このように $\theta_0=0$ の場合の杭頭曲げモーメントの大きさに注目すれば、有限長さ杭はおおよそ $\beta L < 1.6$ の短い杭の範囲と、 $1.6 < \beta L < 2.5$ の中間長さの杭の範囲に分けられる。同様に、 η 型地盤では、短い杭の範囲： $\eta L < 2.0$ 、中間長さ杭の範囲： $2.0 < \eta L < 3.1$ である。なお、これは弾性理論における区分であって塑性域における区分^{13), 14)}を云々するものではない。

有限長さ杭基礎においても、(11)～(14)式で明らかなように、杭頭応力/変形は θ によって変化する。一体解析を行って θ 値を得、そ

図3 $c-\omega$ 関係 (β 型地盤)

図4 $c-\omega$ 関係 (η 型地盤)

図5 $\beta L_m-\omega$ 関係 (β 型地盤)

図6 $\eta L_m-\omega$ 関係 (η 型地盤)

の値と前出の(5)～(8)式で求めたそれぞれの杭基礎の ω 値との関係を調べると、架構、杭などの条件に関係なく、隅基礎と中基礎の θ － ω 関係は一つの曲線となった。これを、図1、図2にいくつかの有限長さ杭基礎の θ － ω 関係として破線で併記した。なお、無次元杭長さ $\beta L > 2.5$ あるいは $\eta L > 3.1$ の範囲における θ － ω 関係は半無限長さ杭基礎の場合(同図の実線)に一致した。また、 ω 一定の場合の θ － βL 関係を図9、 θ － ηL 関係を図10に示した。 ω 一定の場合、 θ はそれぞれ、杭長さの区分にほぼ従って変化している。

一体解析で得られた有限長さ杭基礎の M_m 値を前出の(9)(10)式で整理すると、 c － ω 関係は前出の図3、図4に破線で併記した関係となった。 $\beta L > 2.5$ あるいは $\eta L > 3.1$ における c － ω 関係は半無限長さ杭基礎の場合(同図の実線)に一致した。 c の値は、ほぼ $\omega > 1.0$ の範囲で ω 一定の場合、 βL あるいは ηL が小さいほど小さく、 $\beta L \approx 1.5$ 、 $\eta L \approx 2.2$ で $c=0$ すなわち $M_m=0$ となり、それ以上短い杭では、杭全長にわたって曲げモーメントの符号が杭頭部と同じになるため、 M_m 値としては確認できなくなった。 M_m の発生深さ L_m も一体解析で判明したので、それを無次元量 βL_m あるいは ηL_m で表現すると、これらもまた、 ω との間に一義的な関係がみられ、前出の図5および図6に破線で併記した曲線となった。 βL あるいは ηL 一定の場合、 $\omega=0$ での βL_m あるいは ηL_m 値は、杭頭ピンの場合の値に一致し、 ω が増大するにつれて増大して、 $\omega=\infty$ で $\theta_0=0$ の場合の値に一致する。同図において、 β 型地盤では $\omega \approx 0.5 \sim 0.8$ 、 η 型地盤では $\omega \approx 0.2 \sim 0.5$ でそれぞれの曲線が急折しているが、これは ω がこの値以下では、 ω が小さいほど杭頭の回転角の増大率が大きくなって M_m の値が杭頭ピンの場合の値に近づくためである。この急折点の ω 値が杭頭部の θ － ω 関係における値よりもかなり小さいのは、 M_m の発生深さが杭頭から離れているため、杭頭の回転角の増大率による地中部の応

力・変形の変化が杭頭部に比べて遅れるためである。

以上、有限長さ杭基礎の応力・変形特性を、杭頭回転拘束度 ω と無次元杭長さ βL あるいは ηL との関係として、定性的かつ定量的に明らかにした。したがって、3. 半無限長さ～4. 有限長さの杭基礎にわたって、架構および杭長さを考慮した杭基礎の応力・変形を一つの系として明らかにすることができた。

5. 杭基礎の応力・変形の簡単な設計法

ここでは、以上で明らかになった杭基礎の応力変形系を利用した杭基礎の簡単な設計法を説明する。

Q_0/y_0 を q で、 M_0/y_0 を m で記号化する。架構の全ての杭基礎について杭の無次元長さ βL あるいは ηL を計算し、これに対応した K_{oz} 、 K_{oy} 、 K_{om} の値を図7あるいは図8で求める。架構の隅基礎および中基礎の ω を(5)～(8)式で求め、これらに対応する θ 値を β 型地盤では図1(図9参照)、 η 型地盤では図2(図10参照)で読みとる。各基礎についてそれぞれの K_{oz} 、 K_{oy} および θ 値を(11)あるいは(13)式に代入すると q 値が得られる。 q 値は単位がkN/mであって杭頭における水平力分担定数にあたる。架構の全ての杭の q 値の合計を Σq で記号化する((17)式)。ここに n ：全基礎数である。 $q/\Sigma q$ が杭頭の水平力分担率であって、これを基礎全体に作用する水平力の値 Q_{all} に乗ずれば、各杭が負担する水平力の大きさ Q_0 が(18)式で得られる。杭頭の水平変位量 y_0 は全ての杭頭部で等しいので、任意の杭の Q_0 および q 値によって(19)式で求められる。一方、 M_0 は、 θ 値および K_{oy} 、 K_{om} 値を(12)あるいは(14)式に代入して m を求め、これに y_0 を乗じて得られる((20)式)。なお、基礎の回転角 θ_0 は、 $\theta = \theta_0/(y_0 \beta)$ あるいは $\theta = \theta_0/(y_0 \eta)$ を変形した(21)式あるいは(22)式で求められる。

図7 K_{oz} 、 K_{oy} 、 K_{om} － βL 関係 (β 型地盤)

図8 K_{oz} 、 K_{oy} 、 K_{om} － ηL 関係 (η 型地盤)

図9 θ － βL 関係 (β 型地盤)

図10 θ － ηL 関係 (η 型地盤)

表1 簡単な設計法による杭基礎応力変形の計算例－ η 型地盤の場合－

項 目	隅 基 礎	中 基 礎
杭(PC杭) D, L, E_p, I_p	0.8m, 20m, 4,000kN/cm ² , 0.0153m ⁴	0.8m, 20m, 4,000kN/cm ² , 0.0153m ⁴
地盤(砂質) n_h, η	2,200kN/m ² , 0.324m ⁻¹	2,200kN/m ² , 0.324m ⁻¹
無次元杭長さ ηL	6.48	6.48
スパン数、 K_g, E_c, Q_{all}	3スパン、0.0055m ³ 、2,100kN/cm ² 、400kN	
K_{oz}, K_{oy}, K_{om} (図8より)	0.27、0.50、0.75	0.27、0.50、0.75
ω ((7), (8)式より)	$2100 \times 0.0055 / (4000 \times 0.0153 \times 0.324) = 0.58$	$0.58 \times 3.2 = 1.86$
θ (図2, 図10より)	0.23	0.11
q ((13)式より)	$(2 \times 0.27 - 0.5 \times 0.23) \times 2E_p I_p \eta^3 = 0.85E_p I_p \eta^3$	$0.97E_p I_p \eta^3$
Σq ((17)式より)	$(0.85 + 0.97 + 0.97 + 0.85) \times 2E_p I_p \eta^3 = 3.64E_p I_p \eta^3$	
Q_o ((18)式より)	$400 \times 0.85 / 3.64 = 93.4\text{kN}$ (解析値: 93.6kN)	106.5kN (解析値: 106.4kN)
y_o ((19)式より)	$93.4 / 0.85E_p I_p \eta^3 = 0.0053\text{m} = 0.53\text{cm}$ (解析値: 0.51cm)	
m ((14)式より)	$(-0.5 + 0.75 \times 0.23) \times 2E_p I_p \eta^2 = -0.655E_p I_p \eta^2$	$-0.835E_p I_p \eta^2$
M_o ((20)式より)	$-0.655E_p I_p \eta^2 \times 0.0053 = -223\text{kNm}$ (解析値: -227kNm)	-284kNm (解析値: -286)
c (図4より)	0.32	0.27
M_m ((10)式より)	$0.32 \times 93.4 / 0.324 = 92\text{kNm}$ (解析値: 89kNm)	88.8kNm (解析値: 89kNm)
ηL_m (図6より)	1.9	2.1
L_m	$1.9 / 0.324 = 5.9\text{m}$ (解析値: 6.0m)	$2.1 / 0.324 = 6.5\text{m}$ (解析値: 6.5m)

図1.1 隅基礎の曲げモーメント

図1.2 隅基礎の水平変位

$$\Sigma q = q_1 + q_2 + \dots + q_i + \dots + q_n \quad (17)$$

$$Q_o = Q_{all} \times q / \Sigma q \quad (18)$$

$$y_o = Q_o / q \quad (19)$$

$$M_o = m \times y_o \quad (20)$$

$$\theta_o = \theta \times y_o \times \beta \quad (21)$$

$$\theta_o = \theta \times y_o \times \eta \quad (22)$$

この設計法では、杭頭の水平力値、曲げモーメント値、地中部最大曲げモーメント値とその発生深さおよび杭頭での水平変位量だけが得られる。表1に一例を挙げて、この設計法による計算順序と計算による応力・変形値を示し、これらのうち隅基礎について、曲げモーメント値を図1.1に、杭頭水平変位を図1.2に◎で示した。中基礎の図は省略した。本例は η 型地盤であって、架構剛性および杭基礎が一定の場合である。比較のため一体解析による値を実線で併記してある。 Q_o 、 M_o 、 M_m 値および L_m の計算による値は一体解析値によく一致した。さらにもう一例として、杭長さが異なる場合の杭基礎の応力を本設計法で求め、曲げモーメント値を◎で図1.3に示した。杭長さが異なる場合にも本計算法による値が一体解析の値とよく一致することを示せた。これまでは架構を考慮した杭基礎の応力変形は精算法でしか求められなかったが、本報で杭基礎の応力・変形を一つの系として明らかにしたことによって、簡単で精度のよ

図1.3 杭長さが異なる場合の応力計算値

い設計法が示せた意義は大きいと思う。ただし、基礎間の相対沈下が多い場合は、精算法での一体解析を行う方がよい。

参考のために、架構の基礎まわりの部材端部曲げモーメントの設計法を以下に述べておく。まず任意の i 基礎の回転角を θ_o とする。その左右に位置する基礎の回転角は、それぞれサフィックスを付け

て $\theta_{0(L)}$ 、 $\theta_{0(R)}$ で区別する。 $\theta_{0(L)}$ 、 θ_0 および $\theta_{0(R)}$ は(21)あるいは(22)式で求められる。 i 基礎の左側の基礎梁の剛度を $K_{g(L)}$ 、右側にある基礎梁の剛度を $K_{g(R)}$ で区別する。さらに、 i 基礎の左側の基礎梁端部曲げモーメントを $M_{g(L)}$ 、右側の端部曲げモーメントを $M_{g(R)}$ で区別しておく。基礎間に相対沈下がない場合のたわみ角法の式((23)および(24)式)に $\theta_{0(L)}$ 、 θ_0 、 $\theta_{0(R)}$ 値を代入すると、 $M_{g(L)}$ 、 $M_{g(R)}$ が得られる。また、1階柱脚曲げモーメント M_c は i 基礎節点における曲げモーメントの釣合いから(25)式で求められる。この方法による基礎梁曲げモーメント値なども一体解析の値とよく一致するが、各図が煩雑になるので記載は省略した。

$$M_{g(L)} = 2EcK_{g(L)} \times (2\theta_0 + \theta_{0(L)}) \quad (23)$$

$$M_{g(R)} = 2EcK_{g(R)} \times (2\theta_0 + \theta_{0(R)}) \quad (24)$$

$$M_c = -(M_{g(L)} + M_{g(R)} + M_o) \quad (25)$$

6. 結論

杭と架構を一体とした精算法による弾性解析(一体解析と略称)を、架構剛性や杭剛性などを種々組み合わせて約220例行い、架構をもった杭基礎(杭基礎と略称)の応力変形を、杭種、杭長さ、架構などを限定しない一つの系として明らかにした。1柱1杭形式で杭頭が基礎に剛結された杭(基礎が回転すれば杭頭が同一の回転を生じる)であって、基礎間の相対沈下はないものとした。地盤は一層地盤であって、地盤の水平反力係数 k_h を一定値で表す場合を β 型地盤($\beta = (k_h D / (4E_p I_p))^{0.25}$)と呼び、 k_h が深さに比例する場合($k_h = n_h \times x/D$ 、ここに n_h : 定数)を η 型地盤($\eta = (n_h / (E_p I_p))^{0.2}$)と呼んだ。

(1) 杭基礎の一般特性は、基礎が基礎梁で繋がれているため、杭頭応力の絶対量ではなく単位水平変位あたりの値に特性が現れる。弾性支承梁理論解((1)~(4)式)から、半無限長さ杭基礎の Q_0/y_0 、 M_o/y_0 は、杭頭の無次元回転角 $\theta_0/(y_0\beta)$ および $\theta_0/(y_0\eta)$ (これらを θ で記号化した)によって変化することを指摘した。ここに、 Q_0 : 杭頭に生じる水平力、 M_o : 杭頭に生じる曲げモーメント、 y_0 : 杭頭水平変位および θ_0 : 杭頭回転角である。

(2) 半無限長さ杭基礎に関する一体解析結果の θ 値は、基礎に集まる基礎梁の曲げ剛度の和(隅基礎: EcK_g 、中基礎: ΣEcK_g)と杭の曲げ剛性 $E_p I_p$ および β あるいは η との比で表される無次元量と相関性が高かった。この無次元量を ω で記号化し、(5)~(8)式で表し、杭頭の回転拘束度と称した。 ω を表す要素に1階柱剛度を含めていない理由は、 θ 値に対して1階柱剛度はほぼ一定値として関与しているためである。 θ 値は隅基礎と中基礎で大きく異なったので、これは杭頭回転拘束度が異なるためとみて、中基礎には拘束効果の重み1.6を乗じて ω 式を示した。この ω 式を用いることによって隅基礎と中基礎の $\theta - \omega$ をひとつの曲線で表現できた(図1、図2の実線)。

(3) 半無限長さの杭基礎について、地中部最大曲げモーメント M_m を Q_0 と変数 c を用いた式で表し((9)、(10)式)、一体解析によって得た M_m 、 Q_0 値から c 値を求めて $c - \omega$ は一義的な関係であることを示した(図3、図4の実線)。

(4) 半無限長さの杭基礎の M_m の発生深さ L_m も一体解析で求め、無次元量 βL_m および ηL_m と ω が一義的な関係であることを示した(図5、図6の実線)。

以上、半無限長さの杭基礎の応力・変形値は杭頭回転拘束度 ω のみによって決まることを示した。

(5) 有限長さ杭基礎の Q_0/y_0 、 M_o/y_0 は、係数 K_{oz} 、 K_{oy} 、 K_{om} と θ で変化することを指摘した((11)~(14)式)。

(6) 係数 K_{oz} 、 K_{oy} 、 K_{om} はそれぞれ無次元杭長さ βL あるいは ηL によって一義的に決まる値である(図7、図8)。 K_{oy} と無次元杭長さの関係から弾性理論における杭長さの区分を明らかにした。 β 型地盤では半無限長さ相当杭: $\beta L > 2.5$ 、中間長さ杭: $1.6 < \beta L < 2.5$ 、短い杭: $\beta L < 1.6$ である。 η 型地盤では、半無限長さ相当杭: $\eta L > 3.1$ 、中間長さ杭: $2.0 < \eta L < 3.1$ 、短い杭: $\eta L < 2.0$ である。

(7) 有限長さ杭基礎について一体解析を行って θ 値を求め、 $\theta - \omega$ は一義的な関係であることを示した(図1、図2に破線で併記)。

(8) ω 一定の場合、 $\theta - \beta L$ 関係および $\theta - \eta L$ 関係はほぼ杭長さの区分に従って変化することを示した(図9、図10)。

(9) 有限長さ杭基礎の地中部最大曲げモーメント M_m を前述の(9)、(10)式で表し、一体解析によって得た M_m 、 Q_0 値から c 値を求めた。 c は ω と一義的な関係であった(図3、図4に破線で併記)。 M_m の発生深さ L_m の無次元量 βL_m 、 ηL_m もそれぞれ、無次元杭長さおよび ω との一義的な関係として示した(図5、図6に破線で併記)。

(10) したがって、有限長さ杭基礎の応力・変形値は、無次元杭長さ βL と杭頭回転拘束度 ω によって決まる値である。

以上、半無限長さ~有限長さの杭基礎の応力変形特性を、杭種を限定しない一つの応力変形系として明らかにした。

(11) この杭基礎の応力変形系を利用した杭基礎の応力、変形の簡単な設計法を説明し、2例を試算し、この簡単な設計法によって精度よい応力変形値が得られることを示した(表1、図11、図12、図13)。

参考文献

- 1) 建築基礎構造設計指針, 日本建築学会, pp.250~252, 1988.1
- 2) 中澤瑠子, 山肩邦男: 上部架構を考慮した杭基礎の水平抵抗について, 第18回土質工学研究発表会, pp.1051~1054, 1983.6
- 3) 武藤清: 耐震設計法シリーズ1, 丸善, pp.107~109, 1963
- 4) 中澤瑠子, 山肩邦男: 上部架構を考慮した群杭基礎の水平抵抗理論解, 日本建築学会構造系論文報告集, No.389, pp.132~143, 1988.9
- 5) 中澤瑠子, 山肩邦男: 上部架構を支持する基礎杭群の崩壊過程, 第27回土質工学研究発表会, pp.1663~1666, 1992.6
- 6) 中澤瑠子, 山肩邦男: 杭長さの異なる杭基礎における水平荷重時の崩壊過程, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1321~1322, 1992.8
- 7) 中澤瑠子, 山肩邦男: 粘性土地盤における支持杭の終局水平抵抗に関する解析的検討, 日本建築学会構造系論文報告集, 第454号, pp.85~94, 1993.12
- 8) 中澤瑠子, 山肩邦男: 一方向水平力による杭基礎の終局水平耐力と変形解析例, 第29回土質工学研究発表会, pp.1587~1590, 1994.6
- 9) 中澤瑠子, 山肩邦男: 架構剛性を考慮した群杭基礎の水平荷重時応力略算法, 日本建築学会構造系論文報告集, 第404号, pp.129~134, 1989.10
- 10) 中澤瑠子, 山肩邦男: 群杭の剛性と杭頭固定度を考慮した架構の応力解析例, 第21回土質工学研究発表会, pp.1201~1202, 1986.6
- 11) 横山幸満: くい構造物の計算法と計算例, 山海堂, p.34, 1985
- 12) 横山幸満: くい構造物の計算法と計算例, 山海堂, pp.88~93, 1985
- 13) B.B.Broms: Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils, Proc., ASCE, Vol.90, No.SM2, pp.27-63, 1964.3
- 14) B.B.Broms: Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils, Proc., ASCE, Vol.90, No.SM3, pp.123-156, 1964.5
- 15) 建築基礎構造設計指針, 日本建築学会, pp.248~249, 1988.1
- 16) 横山幸満: くい構造物の計算法と計算例, 山海堂, p.53, 1985

(1997年9月9日原稿受理, 1998年5月8日採用決定)