円柱を用いた高流動コンクリートのレオロジー定数算定方法

APPLICATION OF CYLINDRICAL BAR TO CALCULATION OF RHEOLOGICAL CONSTANTS OF SELF-COMPACTING CONCRETE

呉 相 均*, 野口 貴文**, 友澤 史紀***

Sang-Gyun OH, Takafumi NOGUCHI and Fuminori TOMOSAWA

The performance evaluation and the mix designing of self-compacting concrete should be approached on the basis of rheology in which fresh concrete is modeled as a Bingham plastic fluid with two parameters of yield value and plastic viscosity. In this paper, the constitutive equations explaining the flow of self-compacting concrete around a cylindrical bar are induced by the application of Stokes' approximation to the Bingham plastic fluid. Theoretical discussion and experimental investigation using resin mortar led to not only proving the validity of the equations but also devising a method for quantitatively evaluating the behavior of self-compacting concrete flowing around a reinforcing bar from the rheological standpoint.

Keywords: *cylindrical bar, rheology, plastic viscosity, yield value, self-compacting concrete, Stokes' approximation*
円柱、レオロジー、塑性粘度、降伏値、高流動コンクリート、Stokes 近似

1. はじめに

近年の構造物の高層化および大規模化の動きに伴って、システム化施工に適した環境が徐々に成立しつつあり、建設産業が労働集約的な産業から脱皮して行く中で、超高強度コンクリート、水中不分離性コンクリート、自己充填コンクリートなどが実用化されつつある。これらのコンクリートは、従来のスランプ 18cm 程度の普通コンクリートに比べて粉体の量が非常に多かったり、分離を防止するために増粘剤が混入されていたりするため、粘性がフレッシュコンクリートの特性を表す重要な指標と考えられるようになった。また、これらのコンクリートの流動性評価はスランプ値だけでは表現しきれず、流動速度も計測される傾向にある。フレッシュコンクリートを理想的なビンガムモデルで表されると仮定すれば、その物理量である 2 つのレオロジー定数（降伏値および塑性粘度）を用いることによりこれまで定性的にしか表現されていなかったフレッシュコンクリートの流動特性を定量的かつ理論的に評価することが可能になる。それを基礎に、コンクリートの流動挙動に対するコンピュータ

シミュレーションがなされつつあり、フレッシュコンクリートの流動性をレオロジー的に解明しようとする研究が近年数多く報告されている^{1)~9)}。また、自己充填コンクリートの場合には、コンクリートが鉄筋間隙を通過するとき、骨材どうしの接近・相互干渉により、閉塞とか流動速度の低下といった現象が生じる。その挙動を把握することが、自己充填コンクリートの流動設計を行う上では鍵になるため、円柱まわりのビンガム流体の挙動を解明する必要がある。

本論文は、自己充填コンクリートの鉄筋間通過挙動を明らかにした上で、フレッシュ時の流動性に関する調査設計手法の確立に資することを目的として、円柱まわりにおけるビンガム流体の挙動を、Stokes 理論を適用することにより実験的に検討した。

2. 粘塑性流体の解析

2.1 Stokes の近似

粘性流体の運動は Navier-Stokes 方程式 (式 (1)) によって支配される¹⁰⁾。

* 東京大学大学院工学系研究科建築学専攻
大学院生・修士(工学)

** 東京大学大学院工学系研究科建築学専攻
助教授・博士(工学)

*** 東京大学大学院工学系研究科建築学専攻 教授・工博

Graduate Student, Dept. of Arch., Graduate School of Eng., Univ. of Tokyo, M. Eng.

Assoc. Prof., Dept. of Arch., Graduate School of Eng., Univ. of Tokyo, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Arch., Graduate School of Eng., Univ. of Tokyo, Dr. Eng.

$$\frac{Dv}{Dt} = K - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\eta}{\rho} \Delta v \quad (1)$$

v : 流速、 t : 時間、 K : 外力、 ρ : 密度、 p : 圧力、 η : 粘性

流体の運動を求めるには、Navier-Stokes 方程式と連続方程式 (2) を適当な境界条件のもとに連立させて解き、速度 v と圧力 p の性質を調べばよい。ただし、ここでは簡単のために密度も粘性率も一定であるとする。

$$\text{div } v = 0 \quad (2)$$

ところが、式 (3) のように加速度は未知数 v に関する 2 次式になっているため、数学的に取り扱いが極めて困難である。したがって Navier-Stokes 方程式の解を見出すには、なんらかの近似を行わなければならない。

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \text{grad})v \quad (3)$$

Navier-Stokes 方程式では、流速のおそい運動の場合には、非線形項である慣性項 $(v \cdot \text{grad})v$ は流速の 2 乗程度であるから、粘性項に比べて無視できる。したがって慣性項を無視する近似 (Stokes 近似) を行えば、式 (1) は式 (4) となる。

$$\frac{Dv}{Dt} \approx \frac{\partial v}{\partial t} = K - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\eta}{\rho} \Delta v \quad (4)$$

外力 K が保存力である場合には、 K は圧力項の中に含ませることができるから、式 (4) は一般性を失うことなく、式 (5) のように書け、さらに定常流の場合には、時間に関係しないので式 (6) のように整理され、また、式 (5) の div をとり、式 (2) を考慮すれば、圧力 p は式 (7) のように常に調和関数となる。

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\eta}{\rho} \Delta v \quad (5)$$

$$\Delta v = \frac{1}{\eta} \text{grad } p \quad (6)$$

$$\Delta p = 0 \quad (7)$$

したがって、粘性流体の挙動を解くためには、物体表面での粘性境界条件を満たすに十分な自由度を有するように、式 (6) および式 (7) の非同次解が必要であり、それは一般的に任意の調和関数 $\phi(x)$ を用いて式 (8) および式 (9) のように表される。

$$v = \text{grad}(x \cdot \phi) - 2\phi \quad (8)$$

$$p = 2\eta \text{div } \phi \quad (9)$$

定常流の速度場と圧力場は、この調和関数 ϕ を適当に選ぶことによって、一般的に表すことができる。ここで流体の占める無限空間の中に有限の大きさの物体が置かれた場合の、いわゆる外部問題を考えると、速度や圧力、すなわち関数 ϕ は無限遠方で特異性をもたない。そのようなベクトル調和関数は一般に、 $1/r$ ($r = |x|$) の各階微分係数の級数として式 (10) のように表すことができ、調和関数の級数の第一項だけを取り、式 (11) とおけば、これに対応する速度と圧力は式 (12) および式 (13) のようになる。

$$\phi_i = \frac{\lambda_i}{r} + \lambda_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{r} \right) + \lambda_{ijk} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \left(\frac{1}{r} \right) + \dots \quad (10)$$

ここに、 $\lambda_i, \lambda_{ij}, \lambda_{ijk}, \dots$: 定数

$$\phi = \frac{A}{r} \quad (A: \text{定数ベクトル}) \quad (11)$$

$$v = (x \cdot A) \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) - \frac{A}{r} \quad (12)$$

$$p = 2\eta(A \cdot \text{grad}) \frac{1}{r} \quad (13)$$

ここで、ベクトル A を軸とする球座標 (r, θ, φ) をとれば、速度成分 $v = (v_r, v_\theta, v_\varphi)$ および圧力 p は、式 (14) および式 (15) のように表される。

$$v_r = -2\frac{\lambda}{r} \cos \theta, \quad v_\theta = \frac{\lambda}{r} \sin \theta, \quad v_\varphi = 0 \quad (14)$$

$$p = -2\eta \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta, \quad \lambda = |A| \quad (15)$$

これは、ベクトル A を軸とし、原点で $-A$ の方向に向かう軸対称流を表している。ここで、式 (14) および式 (15) の一般解を求めるためには、未知数である λ を求めなければならない、境界条件として物体の表面で流れが静止する (滑りが生じない) ことを用いればよい。例えば、球の場合には λ は式 (16) のようになる。

$$\lambda = \frac{3}{4} Va \quad (16)$$

ここで、 V : 代表的な速度、 a : 半径

この式 (16) を式 (15) に代入すると、式 (17) が得られ、また、それを偏微分することによって球面上に作用する応力を式 (18) および式 (19) のように求めることができる。

$$p = -\frac{3}{2}\eta V a \frac{1}{r^2} \cos \theta \quad (17)$$

$$\text{法線応力: } p_{rr} = \frac{3}{2} \frac{\eta V}{a} \cos \theta \quad (18)$$

$$\text{接線応力: } p_{r\theta} = \frac{3}{2} \frac{\eta V}{a} \sin \theta \quad (19)$$

対称性から考えて力は軸方向 ($\theta = 0$) の成分のみをもち、球と流体との境界面を S 、その面要素を dS とすれば、球に働く抵抗力 D_s は式 (20) となる。

$$D_s = \iint p_r dS = 6\pi\eta r V \quad (20)$$

また、円柱の場合は、2次元流に特有の方法として複素関数論を用いて2次元定常流を記述する方法が、今井によって見出された¹¹⁾。それによれば、2次元流中の単位長さの物体に作用する力 D は、式 (21) で表される。

$$D = -4\pi\eta\lambda \quad (21)$$

ここで、円柱の場合 λ は式 (22) であり、したがって、半径が r 、長さ L の円柱に働く抵抗力 D_b は式 (23) のようになる。

$$\lambda = -\frac{2V}{1 + \log\left(\frac{l_c}{r}\right)} \quad (22)$$

$$D_b = \frac{8\pi\eta V}{1 + 2\log\left(\frac{l_c}{r}\right)} L \quad (23)$$

2.2 ビンガム流体のレオロジー定数算定

ビンガム流体においては、慣性力および粘性力の他に降伏力という力が関係するため、3つの効果を評価しなければならない。ここで、一般的に慣性力 (F_i)、粘性力 (F_v)、降伏力 (F_y) は半径 r の球および円柱において、それぞれ式 (24)～式 (26) で表され、それぞれの比は式 (27)～式 (29) のようになる。

$$F_i = \rho V \quad (24)$$

$$F_v = \frac{\eta_{pl}}{2r} \quad (25)$$

$$F_y = \frac{\tau_y}{V} \quad (26)$$

$$N_1 = \frac{F_i}{F_y} = \frac{V^2 \rho}{\tau_y} \quad (27)$$

$$N_2 = \frac{F_v}{F_y} = \frac{2r \tau_y}{V \eta_{pl}} \quad (28)$$

$$R_e = \frac{F_i}{F_v} = \frac{2r \rho V}{\eta_{pl}} \quad (29)$$

ここで、 N_2 はビンガム数、 R_e はレイノルズ数として一般に知られているものである。ビンガム体中を物体がゆっくり運動するという条件下では、慣性力 F_i が小さいため、 N_1 と R_e は小さくなり、慣性力の影響は無視できるので、Stokes 近似が成立する。

1) 球を用いた場合

静止流体中を一定の速さ V で動く物体の受ける力を F とし、無次元量 X を式 (30) のように定義する。

$$X = \frac{F}{D_s} = \frac{F}{6\pi r \eta_{pl} V} \quad (30)$$

この式において、 $X = 1$ であればニュートン流体における Stokes の定理を示しているが、ビンガム流体では X は定数 α と N_2 を用いて式 (31) のように表される。

$$X = 1 + \alpha N_2 \quad (31)$$

また、式 (28) と (30) を式 (31) に代入すれば式 (32) が得られ、ビンガム流体の構成方程式である式 (33) と比較することによりせん断応力とひずみ速度は、式 (34) および式 (35) のようになる。

$$\frac{F}{12\pi r^2} = \frac{V}{2r} \eta_{pl} + \alpha \tau_y \quad (32)$$

$$\tau = \dot{\gamma} \eta_{pl} + \tau_y \quad (33)$$

$$\tau = \frac{F}{12\alpha\pi r^2} \quad (34)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{2\alpha r} \quad (35)$$

ここで、未知数 α について Ansley は、ほぼ理想的なビンガム体と考えられる粘土およびカオリンのサスペンションについて検討し、さらに既往のデータを整理することにより、式 (36) のように α の値を求めた¹²⁾。

$$\alpha = \frac{7\pi}{24} \quad (36)$$

2) 円柱を用いた場合

コンクリートが鉄筋間隙を通過するとき、骨材どうしの接近・相互干渉により、閉塞とか流動速度の低下といった現象が生じる。その挙動を把握することが、自己充填コンクリートの流動設計を行う上では鍵になるため、円柱まわりのビンガム体の挙動を理論的に解明する必要がある。近年、円柱を同体積の球に置換することにより球周辺の挙動を示す式に修正を施して円柱に適用した (37) および (38) 式が提案されている¹³⁾。

$$\tau = \frac{F}{12\pi r^2} \times \frac{1}{n} = \frac{F}{12\pi r^2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \times \frac{1}{\pi r^2 L} \right) = \frac{F}{9\pi r L} \quad (37)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{2r} \quad (38)$$

n : 球の数、 L : 円柱の代表的な長さ

しかし、この式 (37) および式 (38) では、円柱まわりの流れを表現するには無理があると考えられる。なぜならば、円柱の場合、流れは円柱を2次元的に避け通過することになるが、球の場合には3次元的に回り込むことができるからである。したがって、流れの剥離が起こる臨界レイノルズ数は球の方が円柱よりも大きい。また、同じレイノルズ数では球の背後の渦巻の大きさは円柱のそれよりも小さい。球が一樣な静止流体中を速度 V で運動する場合、速度ポテンシャル式から得られる最大速度も球の場合は $1.5V$ 、円柱の場合は $2V$ と異なる¹⁴⁾。

2次元流に対して、半径が r である円柱のまわりに一樣流が流れる場合、Stoke 近似を適用した今井の解法により円柱に働く力は、式 (23) のように求められる¹¹⁾。しかし、この式から抵抗が流速と粘性率に比例するという結果は一見もっともらしいが、円柱の長さに関係のない任意定数 l_c の解釈については問題点が残されており、この事実は Stokes パラドックスとして知られている。Stokes パラドックスを避けるためには、本来 Oseen 近似が必要であるが、Oseen 近似の基礎方程式が Stokes 近似に比べ複雑で、それを解くことは数学的に相当困難である。ところが、円柱を過ぎる一樣流の場合を見ると、Oseen 近似の解は結果的には Stokes 近似の解とさほど異ならない。また、3次元流については、Oseen 近似の第1近似が完全に Stokes 近似に一致するし、2次元流についても Stokes 近似にごくわずかの修正を加えるだけで Stokes 近似のパラドックスの影響を受けない解が得られる。以上のように Stokes 近似は2次元流に対してまったく有効性のないというわけではなく、流れの領域が有限の場合、あるいは無限に広がっている場合でも物体に力が働かないときには、Stokes 近似によって低レイノルズ数の2次元流は十分扱えるといえる。

したがって、Stokes 近似により円柱まわりを挙動する流体から円柱が受ける抵抗力を用いることでビンガム流体のレオロジー定数算定が可能であると考えられる。すなわち、円柱も球と同じ方法で無次元量 X を定義すれば (39) 式のようになり、 X を定数 α と N_2 を用いて表すと式 (40) のようになる。

表 1 モデル流体の調合およびフロー

記号	高吸水性樹脂の単位重量 (g/l)	フロー (cm)
PN	4.7	20.1
PS	5.4	18.1

表 2 実験因子および水準

実験因子	水準	記号
円柱の半径 (m)	0.008	r8
	0.010	r10
	0.012	r12
	0.014	r14
	0.016	r16
	0.018	r18
	0.020	r20
円柱の移動速度 (m/sec)	0.005	
	0.010	
	0.015	
	0.020	
高吸水性樹脂のレオロジー特性	Normal	PN
	Sticky	PS

図1 円柱引き上げ試験装置および円柱

$$X = \frac{F}{D_B} = \frac{F \left(1 + 2 \log \left(\frac{l_c}{r} \right) \right)}{8\pi\eta_{pl}vL} \quad (39)$$

$$\frac{F \left(1 + 2 \log \left(\frac{l_c}{r} \right) \right)}{16\pi r L} = \frac{V}{2r} \eta_{pl} + \alpha \tau_y \quad (40)$$

また、球と同様に、ビンガム流体の構成方程式である式 (33) と式 (40) を比較すれば、ビンガム流体中において円柱が受けるせん断応力 (τ) とその時のひずみ速度 ($\dot{\gamma}$) は、式 (41) および式 (42) のように表される。

$$\tau = \frac{F \left(1 + 2 \log \left(\frac{l_c}{r} \right) \right)}{16 \alpha \pi r L} \quad (41)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{2 \alpha r} \quad (42)$$

しかし、この式 (41) および式 (42) を用いて、ビンガム流体のレオロジー定数を算出するためには、未知数である l_c と α を求める必要がある。

3. 実験概要

3.1 使用材料および調合

本研究では、ビンガム流体中を一定速度で動く円柱に働く抵抗力測定して、降伏値および塑性粘度を式 (41) および式 (42) により算出し、レオロジー定数の測定で既の実績のある円盤型回転粘度計から求めた値と比較検討を行った。ビンガム流体のモデルとしては、標準的な高流動コンクリート（スランプフロー：65 ± 5 cm、50 cm スランプフロー時間：約 2.5 秒～6 秒）のモルタル部分に近いモデルモルタルを製造し、実験を行うことにした。そのモデル流体の調合およびフロー試験結果を表 1 に示す。モデル流体は、白色粉末状の高吸水性樹脂を水道水に添加して粘性を調節したものであり、粘性の異なる 2 水準のモデル流体を製造した。

3.2 実験因子および水準

実験の因子と水準を表 2 に示す。式 (41) および式 (42) を用いてレオロジー定数を算出するためには、まず、未知の定数である l_c および α を求めることが必要である。式 (41) から l_c は円柱の半径 r と関係があると推測されたため、円柱の半径を 8 水準に設定して実験を行うこととした。また、円柱の移動速度は 4 水準とした。

3.3 実験方法

測定項目としては、円盤型回転粘度計によるレオロジー定数、円柱引上げ試験における抵抗力および速度である。本実験に用いた円柱引上げ試験装置を図 1 に示す。45 l の容器内に試料（モデル流体）を入れ、円柱を容器の底から速度を変化させながら引き上げ、円柱にかかる抵抗力を測定した。コントローラーにより円柱を引き上げる速度は任意に変化できるので、速度に対応する抵抗力がそれぞれ得られる。本研究で用いる記号については、最初の PN および PS はモデル流体の特性を示し、次の $r8 \sim r20$ は円柱の半径を、RV は円盤型回転粘度計から得られた結果であることを、37, 38 および 41, 42 はそれぞれ式 (37), (38) および式 (41), (42) に基づいて得られた結果であることを示す。

4. 実験結果および考察

図 2 および図 3 は、円柱引上げ試験で得られた引上げ速度と抵抗力の関係を示している。2 種類のモデル流体ともに円柱の半径が増加することにより抵抗力も増大した。粘性が高い PS の場合、PN よりその増加率が高く、チクソトロピー現象も見える。このような傾向は流体の粘性が高いほど著しくなると考えられる。本試験装置を用いてビンガム流体の挙動を定量的に捉えており、式 (41) および式

(42) を用いて流動曲線を求めれば、レオロジー定数の算出が可能であることがいえる。本手法と回転翼型粘度計によりレオロジー定数を算出する方法との違いは、本手法によれば、すなわち円柱を抵抗物体として用いれば、計器定数を算出する必要はなく、球引上げ試験と同様にレオロジー定数の測定が普遍に行われることである。しかし、式 (41) および式 (42) には未知数 l_c および α があるため、まずそれらを定めなければならない。そこで、回転粘度計から得られたレオロジー定数を、式 (40) に代入し、それと円柱引上げ試験から得られた流動曲線の表示式（式 (43)）を対比することにより、 l_c と α を定めた。

$$F = HV + T_y \quad (43)$$

ここに、 H ：流動速度－抵抗力関係の傾き、

T_y ：流動速度－抵抗力関係の切片

式 (40) と式 (43) を対比すると、式 (44) および式 (45) が得られる。

$$H = \left(\frac{16 \pi r L}{1 + 2 \log \left(\frac{l_c}{r} \right)} \times \frac{\eta_{pl}}{2r} \right) \quad (44)$$

$$T_y = \left(\frac{16 \pi r L}{1 + 2 \log \left(\frac{l_c}{r} \right)} \times \alpha \tau_y \right) \quad (45)$$

式 (44) において η_{pl} に円盤型回転粘度計から得られた値を代入すれば、 H は実験から得られるので、未知数 l_c の値が求められる。図 4 に示すように、円柱の半径を 8 mm から 20 mm まで変え、 l_c の値は円柱の半径 r の増加に伴い比例的に増大し、両者の間に式 (46) の回帰式が得られた。

$$l_c = 4.69 \times 10^{-1} r + 6.82 \times 10^{-3} \quad (46)$$

l_c の値が分かれば、式 (40) の未知数 α が求められる。円柱の半径 r と定数 α との関係をプロットしたのが図 5 である。この図から、円柱の半径 r が増加することにより定数 α は反比例的に減少することが分かり、両者の関係として式 (47) に示す回帰式を求めた。

$$\alpha = 1.03 \times 10^{-3} r^{-1.5257} \quad (47)$$

しかし、この式で定数 α が長さの単位をもつため、式 (41) および式 (42) のせん断応力とひずみ速度の単位があわないので、単位長さ $r_0 (=1 \text{ m})$ を加えることで式を修正する。したがって、円柱引上げ試験からビンガム流体のレオロジー定数を算定する際には、用いる円柱の半径に応じて式 (46) および式 (47) から l_c と α を求めて、試験結果から得られる抵抗力 (F) と円柱引上げ速度 (V) を式 (41) および

図2 円柱引き上げ速度と抵抗力との関係(PN)

図3 円柱引き上げ速度と抵抗力との関係(PS)

図4 定数 l_c と円柱の半径 r との関係 図5 定数 α と円柱の半径 r との関係

式 (42) に代入することにより、せん断応力とひずみ速度が算出され、流体のレオロジー曲線を得ることが可能になる。元来の粘性流体理論では式 (42) の速度 V は流体の移動速度であるが、本実験では、 V を静止した流体中を移動する物体の移動速度 V に置き換えている。

図6および図7は、図2および図3の流動速度と抵抗力を式 (37) および式 (38) を用いて計算した後、プロットした結果である。図のように円柱の半径ごとのデータをビンガム流体と見なして直線回帰した。また、図8および図9は、本研究で求めた式 (41) および式 (42) を用いて算出した流動曲線である。図6・7と図8・9を比較すると図6および図7の場合は、円柱の半径の増加に伴うレオロジー曲線の傾きが図8および図9の場合とは明確に異なっている。それは式 (41) および式 (42) の場合は、 α によってせん断応力およびひずみ速度の両方が補正されるため、円柱の半径に関わらずレオロジー曲線を得ることができるのに対して、式 (37) および式 (38) を用いた場合は、先にも述べたように、円柱まわりの2次元流れを3次元流れとして扱っているために、円柱の半径が変わるとレオロジー曲線も変化している。その結果、式 (37) および式 (38) を用いた場合には、試料流体のレオロジー曲線は一見チクソトロピー現象を持つ

かように評価されている。この傾向は粘性の高いPSの場合に著しい。レオロジー曲線の算出式が正しければ、同一流体では円柱の半径が変わっても得られる流動曲線は異ならないはずであり、図8および図9では2つのモデル流体ともに同一の流動曲線上に実験値がプロットされ、レオロジー定数も円柱の半径に関わらず、同一の値が得られることが分かる。

円盤型回転粘度計から得られたレオロジー曲線(細い実線)、Stokesの球における近似式を応用した式 (37) および式 (38) を用いて得られたレオロジー曲線(点線)および本研究で得られた式 (41) および式 (42) を用いた結果(太い実線)を比較したのが図10である。また、レオロジー定数を算出方法ごとに比較し、表3に示す。図10および表3から分かるように、球におけるStokes近似を応用した場合(式 (37) および式 (38))には円盤型回転粘度計の結果とは大きな隔たりが認められた。すなわち、式 (37) および式 (38) を用いた図6および図7の場合は、式 (41) および式 (42) を用いた場合よりせん断応力が2つの試料で両方ともに高く評価されることが分かる。また、流体の粘性や円柱の半径の変化に伴うせん断応力の変動も大きく見える。一方、本研究で導いたレオロジー定数算定方法で求めた結果は、

図6 式(37)および式(38)を用いて算出した流動曲線(PN)

図7 式(37)および式(38)を用いて算出した流動曲線(PS)

図8 式(41)および式(42)を用いて算出した流動曲線(PN)

図9 式(41)および式(42)を用いて算出した流動曲線(PS)

図10 レオロジー定数算出方法ごとの流動曲線の比較

表3 モデル流体のレオロジー定数比較

記号	算出方法	塑性粘度 (Pa·s)	降伏値 (Pa)
PN	回転粘度計 (-RV)	6.9	5.5
	式(37) および (38)	9.8	10.6
	式(41) および (42)	7.2	6.0
PS	回転粘度計 (-RV)	14.5	9.3
	式(37) および (38)	17.0	17.8
	式(41) および (42)	13.7	9.4

ばらつきも少なく、円柱の半径が変わっても円盤型回転粘度計の結果とよく一致する。

したがって、式 (41) および式 (42) を用いれば、流体中を挙動する円柱の移動速度および抵抗力を測定し代入することにより、その流体のレオロジー曲線を算出することが可能であるといえる。

5. まとめ

本研究では、円柱まわりのビンガム流体の流動挙動を明らかにすることを目的として、円柱まわりのビンガム体の流動に対する理論的な考察と実験を行った。その結果、下式を導き、これらの式を用いることにより、円柱まわりのビンガム流体の挙動が表現できることがわかった。

$$\tau = \frac{F\left(1 + 2\log\left(\frac{l_c}{r}\right)\right)}{16\alpha\pi\frac{r}{r_0}L}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{2\alpha\frac{r}{r_0}}$$

$$\text{ここで、 } l_c = 4.69 \times 10^{-1}r + 6.82 \times 10^{-3}$$

$$\alpha = 1.03 \times 10^{-3}r^{-1.5257}$$

本論文で得られた円柱まわりのビンガム流体の解析結果は高流動コンクリートのレオロジー特性評価だけではなく、高流動コンクリートが自己能力のみで鉄筋間および型枠の間を通過する能力（間隙通過性）をレオロジー的に捉え、定量的に評価することによりコンピュータによる流動シミュレーションおよび調合設計に反映される上でも大変有効な意味をもつと判断される。

今後の課題としては、実際コンクリートレベルでの検討が必要であると考えられる。

参考文献

- 1) Mizuguchi, H. : Experimental Research on Rheological Formula of Fresh Concrete, Proceedings of Symposium on Properties of Fresh Concrete and Their Application in Concreting Practice, Japan Society of Civil Engineering, pp. 13-18, Mar. 1986
- 2) 和美広喜, 笠井 浩, 榊田克巳, 亀田泰弘: 回転翼型粘度計による高強度コンクリートの流動特性値測定方法に関する実験的研究, コンクリート工学論文集, Vol.1, No.1, pp.133-141, 1990
- 3) 谷川恭雄, 森 博嗣: フレッシュコンクリートの流動シミュレーション, 建築技術, No. 470, pp.176-183, 1990. 12
- 4) Hattori, K. and Izumi, K. : A New Viscosity Equation for Non-Newtonian Suspensions and Its Application, Proceeding of the RILEM Colloquium on Properties of Fresh Concrete, H.-J. Wierig, ed., Chapman and Hall, London, pp. 83-92, 1990
- 5) Banfill, P. F. G. : Vibration and the Rheology of Fresh Concrete - a Further Look, Production Method and Workability of Concrete, Proceeding of the International RILEM Concrete, edited by P. J. M. Bartos, et al, E & FN SPON, pp. 319-326, 1996

- 6) Lanos, C., Laquerbe, M., and Casandjian, C. : Rheological Behaviours of Mortars and Concretes: Experimental Approach, Production Method and Workability of Concrete, Proceeding of the International RILEM Concrete, edited by P. J. M. Bartos, et al, E & FN SPON, pp. 342-353, 1996
- 7) de Larrard, F., Hu, C., Sedran, T., Sztikar, J. C., Joly, M., Claux, F., and Derkx, F. : A New Rheometer for Soft-to-Fluid Fresh Concrete, ACI Material Journal, V. 94, No. 3, pp. 234-242, May.-June 1997
- 8) 呉 相均, 友澤史紀, 野口貴文, 姜 丙熙: 高流動コンクリートの間隙通過時のレオロジー定数評価, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No.1, pp.459-464, 1996
- 9) Yen, T., Chen, H. J., Tang, J. W., and Wu, W. H. : The Rheological Behavior of Fresh High-Performance Concrete, 4th International Symposium on Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete, Paris, pp. 281-285, 1996
- 10) Frank, M.W. : Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, Inc.
- 11) 今井 功: 流体力学, 裳華房, 1973
- 12) Ansley, P. W. and Smith, T. N. : Motion of Spherical in a Bingham Plastic, AIChE, Vol. 13, No.6, pp. 1193-1196, 1967. 11
- 13) 寺西浩司, 谷川恭雄, 森 博嗣, 黒川善幸: 振動下のビンガム流体の力学モデルに関する研究, 日本建築学会構造系論文集, No.467, pp. 19-26, 1995
- 14) 種子田定俊: 画像から学ぶ流体力学, 朝倉書店, 1988
- 15) Happel, J. and Brenner, H. : Low Reynolds Number Hydrodynamics, Prentice-Hall, 1965
- 16) Lamb, H. : Hydrodynamics, 6th ed., Cambridge Univ. Press, p. 617, 1932
- 17) Batchelor, G. K. : An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge Univ. Press, 1967

(1998年6月10日原稿受理, 1998年11月9日採用決定)