2 軸曲げを受ける SRC 長柱の耐力

STRENGTH OF A COMPOSITE LONG COLUMN SUBJECTED TO BI-AXIAL BENDING

柴田 道生*
Michio SHIBATA

Theoretical and experimental studies are presented on the strength of a composite long column subjected to biaxial bending. In the analysis, the critical conditions for the maximum load are given explicitly and general solutions of strength of composite long columns are obtained for arbitrary cross sections and constitutive relations. In the experimental study, total 16 specimens with 4 types of slenderness are tested for concentric and biaxial eccentric loading. Buildup wide-flange H-62×50×6×6 and 9φ reinforcing bars are encased in 12cm×12cm concrete cross section. Computed results show good agreements with exact numerical solutions and experiments.

Keywords : composite column, biaxial bending, theoretical study, maximum strength, critical condition, experimental study
合成長柱, 2 軸曲げ, 最大耐力, 理論解析, 停留条件, 2 軸偏心圧縮実験

1 序

2 軸曲げを受ける SRC 長柱の耐力を求めるには, 通常荷重または変形を徐々に増大させながら耐力が最大となる点を求めるという手順をとる. それらは, たわみ曲線の形を正弦半波形などで近似する手法と^{1),2)}, 数値積分や差分法もしくは 1 次元有限要素法によりたわみ曲線を厳密に評価する手法³⁾⁻⁸⁾に分類できるが, 特に後者では, 荷重変位曲線上の 1 点を求めるだけでも非線形連立方程式を解かねばならず, $N-M_x-M_y$ 相関曲線を求めるには大量の数値計算を必要とする.

著者は先に, 1 軸曲げを受ける SRC 長柱が最大耐力となる条件を明示的に与えて, $N-M$ 相関曲線およびカラムカーブを求める手法を示した⁹⁾. 本論では, 同様の手法を 2 軸曲げ問題に拡張して $N-M_x-M_y$ 相関曲線およびカラムカーブを求め, 精密な数値解およびかまぼこ球座を用いた 2 軸偏心圧縮実験の結果と比較検討する.

2 軸曲げを受ける SRC 長柱の実験的研究は, 偏心圧縮実験として Virdi・Dowling¹⁾, 松井・森野他²⁾, 一定軸力のもとで材端モーメントを変動させる Johnson・May¹⁰⁾の研究など数少ない. この種の実験では材端で回転自由の支持条件を与え得るかが重要なポイントとなる. 全方向に完全な回転自由を実現しようとするれば, 油圧球座²⁾や交叉ナイフエッジ¹⁰⁾といった大がかりな材端支持装置を用いねばならないが, 岩井は RC 長柱の 2 軸偏心圧縮実験で簡易な球面滑り軸受けを

用い, 十分な機能を果たし得るとした¹¹⁾. 一方, 1 軸偏心圧縮実験では動作原理が単純明快なナイフエッジやかまぼこ球座が用いられる. しかし, 2 軸偏心問題では中立軸の傾きが曲げモーメント軸と一致しないので, 一般論としてはこれらの材端支持装置を用いるのは適当ではない. しかし, 直交方向の断面 2 次モーメントの値がそれほど異ならない場合は, 中立軸の傾きが曲げモーメント軸とほぼ一致すると期待できるので, 動作原理が単純明快な材端支持装置としてかまぼこ球座を用いるのも一つの選択と考えられる.

2 軸力と 2 軸曲げを受ける SRC 長柱の耐力

ここでは, 文献 9) の手法を 2 軸曲げ問題に拡張し, 一定軸力と 2 軸曲げを受ける SRC 長柱 (以後, 定軸力問題と呼ぶ) の $N-M_x-M_y$ 相関曲面および 2 軸偏心圧縮を受ける SRC 長柱 (以後, 偏心圧縮問題と呼ぶ) のカラムカーブを求める手法を提示する.

2.1 仮定

1) 一定軸力 N のもとで両材端に等しい 2 軸曲げ (M_{dx}, M_{dy}) を受ける単純支持梁, もしくは両端に等しい偏心量 (e_x, e_y) の 2 軸偏心圧縮を受ける単純梁を解析対象とする (図 1).

2) 部材中央での x, y 軸まわり曲率 κ_x, κ_y と対応するたわみ v_y, v_x には

$$v_y = R(L/\pi)^2 \kappa_x, \quad v_x = -R(L/\pi)^2 \kappa_y \quad (1)$$

* 摂南大学工学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Setsunan Univ., Dr. Eng.

図1 軸力と2軸曲げを受ける部材

が成立する。係数 R は文献9)での考察より $R = 1.05$ とする。

- 3) 平面保持仮定が成立し、中央断面での軸ひずみ分布（縮みを正とする）は、 x, y : 図心軸からの距離、 ε_c : 図心軸ひずみ、 x, y 軸回りの曲率によって表される。

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_c - \kappa_x y + \kappa_y x \quad (2)$$

- 4) 材料非線形問題を扱うが、塑性域でのひずみの反転による弾性除荷は考慮しない。したがって中央断面での応力分布は図心軸ひずみおよび曲率 $\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y$ によって一義的に定まる。

- 5) 対象部材が中実SRC部材であり、部材のねじれ変形を無視する。

2.2 構成則

中央断面での断面力 (N, M_x, M_y) と一般化ひずみ ($\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y$) の関係は次式で表される。ただし、軸力 N および軸方向応力 σ の符号は圧縮を正とする。

$$N(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) = \int_A \sigma(\varepsilon_c - y\kappa_x + x\kappa_y) dA \quad (3)$$

$$M_x(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) = -\int_A y\sigma(\varepsilon_c - y\kappa_x + x\kappa_y) dA \quad (4)$$

$$M_y(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) = \int_A x\sigma(\varepsilon_c - y\kappa_x + x\kappa_y) dA \quad (5)$$

$\Delta\sigma = E_t(\Delta\varepsilon - y\Delta\kappa_x + x\Delta\kappa_y)$ を考慮して式(3)~(5)を増分で表すと

$$\Delta N = \bar{A}\Delta\varepsilon - \bar{S}_x\Delta\kappa_x + \bar{S}_y\Delta\kappa_y \quad (6)$$

$$\Delta M_x = -\bar{S}_x\Delta\varepsilon + \bar{I}_x\Delta\kappa_x - \bar{I}_{xy}\Delta\kappa_y \quad (7)$$

$$\Delta M_y = \bar{S}_y\Delta\varepsilon - \bar{I}_{xy}\Delta\kappa_x + \bar{I}_y\Delta\kappa_y \quad (8)$$

ここに、 $\bar{A} = \int_A E_t dA$, $\bar{S}_x = \int_A y E_t dA$, $\bar{S}_y = \int_A x E_t dA$

$$\bar{I}_x = \int_A y^2 E_t dA, \quad \bar{I}_y = \int_A x^2 E_t dA, \quad \bar{I}_{xy} = \int_A xy E_t dA$$

は中央断面での接線弾性係数 E_t の積分値である。

定軸力問題では常に $\Delta N = 0$ であり、偏心圧縮問題においても最大耐力時に $\Delta N = 0$ となるから、式(6)~(8)より $\Delta\varepsilon$ を消去すると、

$$\Delta M_x = \bar{E}\bar{K}_x\Delta\kappa_x - \bar{E}\bar{K}_{xy}\Delta\kappa_y \quad (9)$$

$$\Delta M_y = -\bar{E}\bar{K}_{xy}\Delta\kappa_x + \bar{E}\bar{K}_y\Delta\kappa_y \quad (10)$$

$$\bar{E}\bar{K}_x = \bar{I}_x - \bar{S}_x^2 / \bar{A}, \quad \bar{E}\bar{K}_y = \bar{I}_y - \bar{S}_y^2 / \bar{A}$$

$$\bar{E}\bar{K}_{xy} = \bar{I}_{xy} - \bar{S}_x\bar{S}_y / \bar{A}$$

2.3 釣り合い条件

部材長の1/2の自由体の釣り合いより、次式を得る。

$$\begin{aligned} M_x(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) &= M_{dx} + N(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) \cdot v_y \\ &= M_{dx} + N(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) \cdot R(L/\pi)^2 \kappa_x \end{aligned} \quad (11)$$

$$M_y(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) = -M_{dy} + N(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) \cdot R(L/\pi)^2 \kappa_y \quad (12)$$

ここに、(M_{dx}, M_{dy}) は材端モーメントであり、偏心圧縮問題では ($N e_y, -N e_x$) となる。

$\Delta N = 0$ を考慮して式(11), (12)を増分で表せば

$$\Delta M_{dx} = \Delta M_x - NR(L/\pi)^2 \Delta\kappa_x \quad (13)$$

$$\Delta M_{dy} = -\Delta M_y + NR(L/\pi)^2 \Delta\kappa_y \quad (14)$$

2.4 停留条件

式(9), (10)を式(13), (14)に代入し、最大荷重時は $\Delta M_{dx} = \Delta M_{dy} = 0$ となることを考慮すると

$$\begin{bmatrix} \bar{E}\bar{K}_x - \frac{N}{R}\left(\frac{L}{\pi}\right)^2 & -\bar{E}\bar{K}_{xy} \\ -\bar{E}\bar{K}_{xy} & \bar{E}\bar{K}_y - \frac{N}{R}\left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\kappa_x \\ \Delta\kappa_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

式(15)において ($\Delta\kappa_x, \Delta\kappa_y$) が自明解以外の解を持つためには

$$N(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) = \frac{\pi^2 \bar{E}\bar{K}(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y)}{RL^2} \quad (16)$$

$$\bar{E}\bar{K} = \frac{\bar{E}\bar{K}_x + \bar{E}\bar{K}_y}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\bar{E}\bar{K}_x - \bar{E}\bar{K}_y}{2}\right)^2 + (\bar{E}\bar{K}_{xy})^2}$$

2.5 解析手順

- 1) $N-M_x-M_y$ 曲面 (定軸力問題)

式(16)を満たす $\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y$ を式(3)~(5)に代入すれば $N-M_x-M_y$ 曲面上の一点が定まる。

- 2) 偏心圧縮柱のカラムカーブ

式(11), (12), (16)より $NR\left(\frac{L}{\pi}\right)^2$ を消去して

$$M_x(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) - \bar{E}\bar{K}(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) \cdot \kappa_x = N(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) \cdot e_y$$

$$M_y(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) - \bar{E}\bar{K}(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) \cdot \kappa_y = -N(\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y) \cdot e_x$$

… (17), (18)

式(17), (18)を同時に満たす $\varepsilon_c, \kappa_x, \kappa_y$ より対応する材長 L を得る。

$$L^2 = \pi^2 \frac{M_x / N - e_y}{R \kappa_x} \quad (19)$$

図2 解析対象SRC部材

(a) Concrete (b) Steel ($r = 0.6$)

図3 パラボラ型構成則

(a) $L/D = 0$ (一般化累加強度理論) (b) $L/D = 4$ (c) $L/D = 10$ (d) $L/D = 20$ (e) $L/D = 30$ 図4 $M_x - M_y$ 相関曲線 (正方形断面材)

6 $N - M_x - M_y$ 曲面

図2(a)の断面形のSRC長柱について、軸力比 N/N_o を変化させた場合の $M_x - M_y$ 相関曲線を図4に示す。材料の構成則は図3のパラボラ型とし、仮定した材料定数を以下に示す。

- ・コンクリート 強度 $F_c = 0.374 \text{ t/cm}^2$
弾性係数 $E_c = 210\sqrt{5F_c} \text{ t/cm}^2$
- ・鉄骨 降伏応力 $\sigma_y = 3.17 \text{ t/cm}^2$
- ・鉄筋 降伏応力 $\sigma_y = 3.33 \text{ t/cm}^2$

縦、横軸はそれぞれ強軸および弱軸回りの基準曲げ強度（中立軸が断面中心を通るときの全塑性モーメント）で無次元化されており、曲線群は本解析結果、●、◆等は差分法によってたわみ曲線を近似した逐次数値解析結果（付録2参照）を示す。この例題における強軸および弱軸まわりの基準曲げ強さおよび曲げ剛性の比は、それぞれ $M_{yo}/M_{xo} = 1.26$ および $(EI)_y/(EI)_x = 1.11$ である。上記のような無次元化によれば、 L/D の小さい領域での $M_x/M_{xo} - M_y/M_{yo}$ 相関曲面は 45° 軸に関してほぼ対称の特性を示すが、 L/D が大きくなると高軸力時に弱軸曲げの特性が卓越し、曲げの構面が少しでも弱軸まわりの方向にふれると急激に耐力が低下する。

本解析結果は差分解と良好な対応を示すが、高軸力時にはわずかに安全側の誤差を伴う。これは、差分解では塑性域でのひずみ反転による弾性除荷を考慮しているのに対し、本解析が弾性除荷を考慮し得ないことに起因する。

(a) $L/D = 0$ (一般化累加強度理論) (b) $L/D = 4$ (c) $L/D = 10$ (d) $L/D = 20$ (e) $L/D = 30$ 図5 $M_x - M_y$ 相関曲線 (長方形断面材)

弾性除荷は、中心圧縮に近い荷条件で断面全体がいったん圧縮塑性化した後、座屈変形に伴って曲げ引張側のひずみが戻ることにより生じるから、偏心量の小さい領域（ $N - M$ 相関曲線上では高軸力域）で生じやすい。弾性除荷の効果を無視すると部材剛性を実際より小さく見積もるので耐力を小さく評価することになる。ここでは示していないが、弾性除荷を無視した数値解は本解析と一致した。

図3(b)の断面形を持つSRC長柱について同様の検討を試みた結果を図5に示す。基準曲げ強さおよび曲げ剛性の比は、それぞれ $M_{yo}/M_{xo} = 2.02$ および $(EI)_y/(EI)_x = 2.64$ である。 L/D の小さい領域での $M_x/M_{xo} - M_y/M_{yo}$ 相関曲面は 45° 軸に関してほぼ対称の特性を示し、その傾向は正方形断面材の場合とほぼ同様とみられるが、おおきな L/D に対する弱軸曲げ特性の卓越は著しい。

両例題とも $L/D = 30$ に対する相関曲面は一般化累加強度理論（ $L/D = 0$ に対応）に比べて著しく縮小しており、現行鉄骨鉄筋コンクリート構造計算規準の L/D の上限値 30 は、それより細長い部材に関する検討は不要であるという意味で、妥当な値とみられる。

3 2軸偏心圧縮を受けるSRC長柱の実験

3.1 実験概要

試験体の概要を表1、図6に示す。4種類の材長と中心圧縮および2種類の偏心圧縮の組合せで計16体の圧縮実験を行った。表1中の基準曲げ強度 M_{xo} 、 M_{yo} は中立軸が断面中心を通るときの x, y

表 1 試験体概要

試験体	Y040	Y041b	Y041d	Y042	Y080	Y081b	Y081d	Y082	Y120	Y121b	Y121d	Y122	Y180	Y181b	Y181d	Y182
コンクリート強度 $F_c(t/cm^2)$	0.384	0.384	0.384	0.384	0.365	0.388	0.335	0.384	0.370	0.381	0.370	0.381	0.384	0.388	0.335	0.365
材長 L (cm)	48	48	48	48	96	96	96	96	144	144	144	144	216	216	216	216
偏心量 e (cm)	0	0.9	0.9	2.65	0	0.9	0.9	2.7	0	0.9	0.9	2.7	0	0.9	0.9	2.7
降伏軸力 $N_o(t)$	89.3	88.8	88.7	88.1	85.8	89.1	82.1	88.5	86.3	87.9	86.0	87.9	88.3	88.6	81.6	85.4
基準曲 げ強度 $M_{xo}(tcm)$	143.1	141.9	142.2	141.1	137.8	142.8	131.8	142.0	138.1	140.8	137.8	141.0	141.5	141.8	131.0	136.8
$M_{yo}(tcm)$	180.5	179.0	178.6	177.2	173.4	179.3	168.6	177.9	174.6	176.9	173.9	176.8	177.6	177.9	167.0	172.5
無次元細長比 λ	0.181	0.181	0.181	0.181	0.360	0.363	0.358	0.362	0.543	0.543	0.543	0.542	0.816	0.818	0.805	0.814
実験耐力 $P_x(t)$	96.6	71.9	74.2	42.0	83.3	61.0	62.6	37.7	80.4	59.9	56.2	30.2	65.4	40.3	42.5	23.4
偏心率 $\mu = N_o e / M_{xo}$	0	0.563	0.561	1.654	0	0.562	0.561	1.683	0	0.562	0.562	1.683	0	0.562	0.560	1.685
$n = P_x / N_o$	1.081	0.809	0.836	0.477	0.971	0.685	0.763	0.426	0.912	0.682	0.653	0.343	0.740	0.454	0.520	0.273
$m = P_x e / M_{xo}$	0	0.456	0.469	0.789	0	0.385	0.427	0.717	0	0.383	0.367	0.577	0	0.255	0.292	0.461

軸まわりの全塑性モーメントであり、 $\lambda = \sqrt{N_o / N_E}$ は基準化細長比、 N_E は弾性座屈荷重である。

鉄骨は板厚 6 mm の鋼板を溶接して製作し、焼鈍を行った。主筋およびフープはコンクリートの充填性を最優先して 9mm、3mm の丸鋼を用いた。座屈実験で部材に生じるせん断力は小さいので、鋼材とコンクリートの付着性状の影響は小さいと考えられる。鉄骨のフランジおよびウェブより採取した引張試験片、および鉄筋の材料試験結果を表 2、図 7 に示す。コンクリートの調合は表 3 を基準とし、細骨材の表面水量に応じて水と細骨材量を補正した。コンクリート材料の概要を表 4 に示す。コンクリート打設は横打ちとし、屋外で打設後 2~3 日間シートを被せ、脱型した後は 5~9 週間標準水中養生し、その後空中養生とした。実験時の材令は 117~140 日であり、平均強度は 374 kg/cm²、標準偏差は 16.4 kg/cm² (4.4%) であった。

載荷・測定システムの概要を図 8 に示す。材端の回転軸が断面の弱軸と -45° の角度をなすかまぼこ球座を介して試験体を長柱試験機に設置した。本実験では、かまぼこ球座の回転軸と試験体断面弱軸のなす角度はすべて -45° である。変形の方法が確定しない 2 軸偏心

圧縮試験でのかまぼこ球座は境界条件として厳密ではなく、試験体の x, y 軸まわりの曲げ剛性が異なる場合は誤差を伴う可能性がある。しかし、本実験では x, y 軸まわりの曲げ剛性の差は 10% 程度であり、大きな影響を与えないと判断した。弱軸まわりに座屈する中心圧縮柱の材端を 45° 方向に回転拘束した場合の弾性座屈荷重は、曲げ剛性比が 1.1 の場合弱軸まわり座屈荷重の約 1.05 倍となる (付録 1 参照)。

中心合わせは、約 30 t の圧縮力をかけた状態で部材中央の横たわみが最小となるように上下端の材端移動機構を調整し、その状態を中心圧縮の状態とした。偏心圧縮実験では中心圧縮の状態から材端移動機構を操作して所定の偏心量を与えた。

球座装置をを支点とする測定フレームに設置した 2 個の 1 cm ストロークの変位計により材軸方向変位を、5 cm もしくは 10 cm 変位計により部材中央の横たわみを測定した。

3.2 実験結果と考察

1) 最大荷重および荷重-横たわみ関係

実験で得られた最大荷重を表 1 中に「実験耐力」として示す。また、実験で得られた荷重と軸方向相対変位、および中央点横たわみの関

表 2 鋼材の引張試験結果

	フランジ	主筋	フープ
降伏応力 (t/cm^2)	3.17	3.33	2.57
引張強度 (t/cm^2)	4.79	4.67	3.07
伸び率 (%)	26.5	23.7	36.7

表 3 コンクリートの調合 (1 m³ 当たり)

水セメント比	細骨材率	水	セメント	砂	砂利	ポリリス	AE 助剤
70 %	52 %	215 kg	307 kg	863 kg	830 kg	3.35	0.35 ℓ

表 4 コンクリート材料の概要

セメント	普通ポルトランドセメント 比重: 3.16
細骨材	京都府城陽産山砂, 比重: 2.56 吸水率: 2.0, 粗粒率: 2.80
粗骨材	大阪府高槻産採石 比重: 2.67 吸水率: 0.7, 実績率: 56, 最大粒径: 10
AE 減水剤	ポリリス N070 比重: 1.07 原液換算使用率: C×0.25%

図 6 試験体

図 7 鋼材の引張試験

図8 荷重・計測システム

係を図9, 10に実線で示す。縦軸は降伏軸力、横軸は降伏軸方向変位および材長で無次元化されている。図中の破線および1点鎖線はたわみ曲線を差分近似して得られた数値解析結果であり（付録2参照）、材料の構成則は図3のパラボラ型を用いた。破線は材端の回転が2

方向に自由な場合（解析1）、1点鎖線は材端回転を45°方向に拘束した場合（解析2）を示す。2種類の解析結果は最大耐力に達するまではほとんど差がみられないが、最大耐力以降の挙動に両解析にわずかな差が生じ、中心圧縮柱に影響が大きい。

初期軸方向剛性は、実験値と解析結果は良く一致している。原点付近のドリフトは、変位測定フレームを直接供試体に取り付けることができず、球座装置に取り付けたので、試験体端部が球座に密着するまでのずれが記録されたためと考えられる。

全体として最大耐力に至るまでの挙動に関しては、解析結果は実験値と良く対応している。実験値は最大耐力に達した以後急激に耐力が低下するが、解析では被りコンクリートの材料劣化等が考慮されないため、最大耐力以降の耐力低下は実験値に比べると緩やかである。この傾向は細長比が小さい場合に著しく、 $L/D = 18$ の場合は、最大耐力を過ぎてもおおむねの間は実験値と解析の対応はよい。

$L/D = 4$ の中心圧縮耐力は解析結果に比べていかにも大きい。この試験体の実験は初期の段階で行われたため、測定フレームの回転部分が強く締め付けられていたなど、いくつかの初歩的なミスがあった。そのため、測定フレームなどを介して余分な力が試験体に作用したおそれがある。

図11は中央断面での45°方向曲げモーメントと荷重の関係を示す。実線は実験値、破線は差分解（解析1）、1点鎖線および細点線は最大耐力に関する2章の手法による解（以後、本解析と呼ぶ）および一般化累加強度理論解であって、●印は実験で得られた最大耐力時の材端モーメントと軸力の関係を示す。縦軸は降伏軸力で、横軸は次式で定義される斜め方向基準曲げ強さで無次元化されている。

$$M_o(\theta) = \frac{M_{xo}M_{yo}}{\sqrt{M_{yo}^2 \cos^2 \theta + M_{xo}^2 \sin^2 \theta}} \quad (19)$$

図9 荷重－軸方向変位関係

図10 荷重－中央点横たわみ関係

図 11 荷重-中央点曲げモーメント関係

図 12 N-M 相関曲線

図 13 文献 2) の実験との比較

ここに、 M_{xo} 、 M_{yo} は x 、 y 軸まわりの基準曲げ強度（前出）、 θ は偏心方向と y 軸のなす角度で本実験ではすべて $\theta = 45^\circ$ である。式(19)の基準曲げ強さ M_o は 2 軸曲げ強度 ($M^* \cos \theta, M^* \sin \theta$) を次式の形で無次元化する場合の M_o に相当する。

$$\frac{M^*}{M_o} = \left(\frac{M^* \cos \theta}{M_{xo}} \right)^2 + \left(\frac{M^* \sin \theta}{M_{yo}} \right)^2 \quad (20)$$

中心圧縮柱では微小な元たわみを与えて数値解析を行ったが、実験値の処理では元たわみを考慮していない。解析で得られた偏心圧縮柱の初期軸方向剛性は実験値と良く対応している。 $L/D = 4 \sim 12$ 場合、解析では被りコンクリートの剥落による材料劣化が考慮されていないため、最大耐力に達した以降は累加強度理論解に漸近していくが、実験値は最大耐力に達した直後から急激に相関曲線の内側に進み、中央断面の応力は全塑性状態に達し得ない。

$L/D = 18$ の場合は $P-\Delta$ 効果が卓越し、大変形時にも解析結果は累加強度曲線に到達しない。実験結果は、最大耐力以後の耐力低下はゆるやかで、ほぼ累加強度耐力に達してから相関曲線の内側に進む。

図 12 は最大耐力時の材端モーメントと軸力の関係を示す。両軸の無次元化基準は図 11 と同様である。●、◆印などは実験値、実線は本解析結果、破線は差分法による数値解、細点線は一般化累加強度理論解である。本解析結果は数値解と良く対応しているが、高軸力域（小偏心域）で若干の差がみられる。これは 2.6 で述べたように、本解析が弾性除荷を考慮し得ないことに起因すると考えられる。本解析結果は実験値と良好な対応を示し、その妥当性が確認された。

文献 2) では、モーメント軸と部材断面の弱軸の角度が $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ となるような 2 軸偏心圧縮実験が報告されている。ここではそれらの内 $\theta = 30^\circ, 60^\circ$ の場合について本解析結果と比較した結果を図 13 に示す。本解析結果は実験値と良好な対応を示す。

図 14 カラムカーブ

図 14 は偏心圧縮実験における最大耐力と材長の関係を示す。縦軸は最大荷重と降伏軸力の比、横軸は基準化細長比 Λ を示す。偏心圧縮柱に対する実線の本解析結果と破線の数値解はほとんど重なってしまい両者の識別は難しい。●印で示された実験値は偏心圧縮柱に対する本解析結果、および細点線で示された中心圧縮柱に対する接線係数理論解と良好な対応を示す。

4 結論

2 軸曲げを受ける SRC 長柱の耐力に関する解析および 45° 方向 2 軸偏心圧縮を受ける SRC 長柱の実験を行い、以下の結論を得た。

- 1) 2 軸偏心圧縮もしくは定軸力と 2 軸曲げを受ける SRC 長柱の耐力に関する一般解を得た。
- 2) パラボラ型の構成法則を用いた本解析結果は、2 軸偏心圧縮実験結果および差分法による精密解と良好な対応を示した。
- 3) 塑性域でのひずみの反転に伴う弾性除荷の影響は一般に小さいが、高軸力もしくは小偏心時に若干の影響がでる。

- 4) 材長が大きいと弱軸曲げが卓越し、曲げの構面が少しでも弱軸回りにふれると急激に耐力が低下する。この傾向は、強軸まわりと弱軸回りの曲げ剛性の比が大きいほど著しい。
- 5) 材長とせいの比が $L/D = 30$ に達すると、 $N-M_x-M_y$ 相関曲面は著しく縮小し、現行 SRC 規準の L/D の上限値 30 は妥当な値と考えられる。
- 6) 実験で得られた荷重-横たわみ関係は、最大耐力に達する直前まではコンクリートの劣化を考慮しない数値解析結果と良好な対応を示したが、最大耐力に達してからはコンクリートの劣化性状が卓越し、数値解析結果は危険側の誤差を与える。
- 7) $L/D = 12$ 以上の偏心圧縮柱ではコンクリートの圧壊、劣化が始まる以前に安定限界に達するが、最大耐力に達した直後からコンクリートの圧壊、劣化が卓越し、中央断面は全塑性状態に達することはない。
- 8) $L/D = 8$ 以下の偏心圧縮柱では安定限界に達する以前にコンクリートの圧壊、劣化が始まる可能性がある。しかし、最大耐力の予測に関してはコンクリートの劣化現象を考慮する必要はない。

謝辞

コンクリートの打設に関して便宜を賜ったタイコーKK 藤木英晴氏、および実験に協力していただいた摂南大学大学院生 入澤 享氏に厚く感謝します。

参考文献

- 1) Virdi, K.S. and Dowling, P.J. : The Ultimate Strength of Composite Columns in Biaxial Bending, Proceedings Inst. Civil Engrs., Vol. 55, Part 2, pp.251-272, 1973.03.
- 2) 松井千秋・森野捷輔 他：2 軸偏心圧縮を受ける SRC 長柱の弾塑性性状に関する研究（その 1），日本建築学会大会学術講演梗概集（構造系），pp.1627-1628, 1979.9.（その 2），日本建築学会大会学術講演梗概集（構造系），pp.1887-1888, 1980.9.（その 4），日本建築学会大会学術講演梗概集（構造系），pp.2257-2258, 1981.10. 森野捷輔：構造部材および骨組の弾塑性不安定現象に関する研究，京都大学学位請求論文，1994.07.
- 3) Farah, A. and Huggins, M.W. : Analysis of Reinforced Concrete Columns Subjected to Longitudinal Load and Biaxial Bending, ACI Journal, Vol. 66, No.7, pp.569-575, 1969.08.
- 4) Chen, W.F. and Shoraka, M.T. : Analysis and Design of Reinforced Columns und Biaxial Loading, Preliminary Report, IABSE Symposium, Quebec, pp.187-195, 1974.
- 5) Virdi, K.S. and Dowling, P.J. : The Ultimate Strength of Biaxially Restrained Columns, Proceedings Inst. Civil Engrs., Vol. 61, Part 2, pp.41-58, 1976.03.
- 6) May, I.M. and Johnson, R.P. : Inelastic Analysis of Biaxially Restrained Columns, Proceedings Inst. Civil Engrs., Vol. 65, Part 2, pp.323-337, 1978.06.
- 7) Al-Noury, S.I. and Chen, W.F. : Finite Segment Method for Biaxially Loaded RC Columns, Jour. Str. Div, ASCE, Vol.108, No.ST4, pp.780-799, 1982.04.
- 8) 岩井 哲・南 宏一・若林 實：2 軸偏心圧縮を受ける鉄筋コンクリート長柱の終局耐力-その 2 実験挙動の解析的考察，日本建築学会構造系論文報告集，No.378, pp.67-74, 1987.08.
- 9) 柴田道生：任意形状の鉄骨を持つ SRC 長柱の N-M 相関曲線，日本建築学会構造系論文集，No.493, pp.139-146, 1997.03.
- 10) Johnson, R.P. and May, I.M. : Tests on Restrained Composite Columns, The Structural Engineer, Vol. 56B, No. 2, pp.21-28, 1978.06.
- 11) 岩井 哲・南 宏一・若林 實：2 軸偏心圧縮を受ける鉄筋コンクリート長柱の終局耐力-その 1 正方形断面柱の載荷実験，日本建築学会構造系論文報告集，No.367, pp.59-68, 1986.09.

付録 1 斜め方向に回転支持された部材の弾性座屈

部材断面の弱軸 (x 軸) に対して角度 θ 傾いた ξ 軸まわりに回転支持された部材の弾性座屈荷重を求める (図 A1)。

釣り合い微分方程式

$$EI_x v_y''''(z) + P v_y''(z) = 0, \quad EI_y v_x''''(z) + P v_x''(z) = 0 \quad (A1)$$

の一般解は、変形の対称性を考慮して部材中央を原点にとれば、 $v_x(z) = A \{\cos(k_y z) - \cos(\alpha \xi)\}$, $v_y(z) = B \{\cos(k_x z) - \cos \xi\}$ (A2)

$$k_x^2 = P/(EI_x), \quad k_y^2 = P/(EI_y), \quad \xi = k_x L/2, \quad \alpha = k_y/k_x$$

材端で ξ 軸まわりに回転自由: $v''(L/2) = 0$, η 軸まわり回転拘束: $u'(L/2) = 0$ の境界条件より

$$\begin{bmatrix} \alpha^2 \mu \cos(\alpha \xi) & -\lambda \cos \xi \\ \alpha \lambda \sin(\alpha \xi) & \mu \sin \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A3)$$

$$\lambda = \cos \theta, \quad \mu = \sin \theta$$

A, B が 0 以外の値を持つには ξ は次式の根として得られる。

$$\alpha \tan^2 \theta \tan \xi + \tan(\alpha \xi) = 0 \quad (A4)$$

弾性座屈荷重 P_{cr} は Euler 荷重を P_E とおけば

$$P_{cr} = P_E (2\xi/\pi) \quad (A5)$$

$\theta = 45^\circ$ の場合、 I_y/I_x と P_{cr}/P_E の関係は次表となる。

表 A1 45° 方向に支持された部材の弾性座屈荷重

I_y/I_x	4	2	1.5	1.1
P_{cr}/P_E	1.479	1.298	1.188	1.047

付録 2 たわみ曲線の差分近似による逐次数値解析

部材長の $1/2$ を n 分割し (図 A2)，各節点での曲率を ξ , η 軸方向変位 u_i , v_i で差分表示すれば

$$\begin{aligned} \kappa_{\xi i} (= -v_i'') &= (-v_{i-1} + 2v_i - v_{i+1})/s^2 & 0 < i < n \\ \kappa_{\eta i} (= u_i'') &= (u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1})/s^2 & 0 < i < n \\ \kappa_{\xi n} &= 2(v_n - v_{n-1})/s^2, & \kappa_{\eta n} &= 2(u_n - u_{n-1})/s^2 \quad \dots (A6) \end{aligned}$$

各節点での断面力と変形の関係は

$$\begin{aligned} P &= \int_A \sigma \{ \epsilon_c - (\lambda y - \mu x) \kappa_{\xi} + (\lambda x + \mu y) \kappa_{\eta} \} dA & (A7) \\ M_x (\epsilon_c, \kappa_{\xi}, \kappa_{\eta}) &= - \int_A y \sigma \{ \epsilon_c - (\lambda y - \mu x) \kappa_{\xi} + (\lambda x + \mu y) \kappa_{\eta} \} dA \\ M_y (\epsilon_c, \kappa_{\xi}, \kappa_{\eta}) &= \int_A x \sigma \{ \epsilon_c - (\lambda y - \mu x) \kappa_{\xi} + (\lambda x + \mu y) \kappa_{\eta} \} dA \quad \dots (A8) \end{aligned}$$

節点 i での ξ , η 軸回りの釣り合いより、

$$M_{\xi i} = P(e + v_i), \quad M_{\eta i} = -P u_i \quad (A9)$$

式(A9)に式(A6)~(A8)を代入し、各節点での ϵ_{ci} を消去した後、 $2n$ 元非線形連立方程式を解くことにより、与えられた v_n に対する u_i : $i = 1 \dots n$, v_i : $i = 1 \dots n-1$ および P が求まる。

図 A1 座標系

図 A2 たわみ曲線の差分近似

(1998年9月7日原稿受理, 1998年12月8日採用決定)