汎用構造解析コードによるRS解析法と単層ラチスドームの座屈問題への適用

REDUCED STIFFNESS ANALYSIS USING A COMMERCIALLY AVAILABLE CODE
AND ITS APPLICATION TO LATTICE DOME BUCKLING PROBLEM

山田 聖志*, 竹内 明子**, 多田 敬幸***, 堤 和敏****

Seishi YAMADA, Akiko TAKEUCHI, Yoshiyuki TADA
and Kazutoshi TSUTSUMI

This study proposes an alternative reduced stiffness analytical procedure using a commercially available finite element code and discusses its application to the buckling problem of single layer lattice domes under vertical loading. The present reduced stiffness analytical results are compared with a fully nonlinear finite element analysis considering initial imperfections. It is suggested that the reduced stiffness analysis provides a simple and reliable estimation for elastic and elastic-plastic design buckling loads in the lattice dome buckling problem.

Keywords : Single layer lattice dome, Buckling, Reduced stiffness method, Initial imperfection

単層ラチスドーム, 座屈, 減少剛性法, 初期不整

1. はじめに

近年の大規模な単層ラチスドームの建設に関連して, 静的座屈安定性に関する研究²⁾が精力的に実施されてきた。特に, 山田のシェルらしき係数³⁾や, 加藤の特定代表部材の応力度に注目した正規化細長比⁴⁾を用いた座屈耐力評価の考え方は, 力学的観点から非常に有用であると考えられる。基準となる耐力を得るのに非線形解析が必要であったり³⁾, 種々の補正を含めた結果逆に分りにくい⁵⁾等の指摘もあり, 座屈現象の理解と簡便な設計耐力推定法を設計技術者へ提供するには, 未だ不十分な状況にあると考えられる。特に, 形状初期不整(以下, 初期不整と略す)による全体座屈耐力の低下をどの程度に予測するかは, 大きな課題である。この点についてこれまで, ある最大初期不整振幅をもつ不整を一樣乱数として作成し膨大な非線形数値解析を実施して統計的に耐力を予測する方法⁶⁾, 施工時の実情を詳細に検討することで不整振幅の最大値を予測して非線形解析に導入する方法⁷⁾, 代表的な特定の節点に対して鉛直下向きに不整を与え非線形解析的に耐力低下を計算する方法⁸⁾等が試みられている。形状や部材配置等の構造詳細が確定した後の最終的な安全性の確認に当ってはこうした扱いは有用であると考えられるが, 構造設計の初期段階で構成部材断面の概略を決めたり, 境界支持, 荷重, 形態等の種々の検討段階では, 初期不整による耐力低下を既を含んだ形の座屈耐力の評価法が必要になる場合がある。特に, 近年の

最適設計計算法の進歩により, 最適設計計算法を適用して得たラチスドームは, 初期不整に対してさらに敏感性が増大した形態になる危険性があるので, 最適設計する際には, 初期不整の影響を含んだ全体座屈耐力のより簡便な評価法が有用になると考えられる。

本研究では, 初期不整によって低下する座屈耐力の合理的な解析法として, Reduced Stiffness Method(減少剛性法; 以下RS法と略す)に注目している。座屈問題は対象構造物の剛性を扱う問題であり, 何らかの影響で座屈耐力が減少するときには, ある剛性成分の減少が必ず生じている。この減少剛性成分は, シェルの弾性全体座屈問題では面内剛性成分であり, その減少に寄与しているのが主として初期不整であることは, Croll⁹⁾によって詳細に論じられている。その後, RS法の基礎的定式化ならびにその適用性の非線形数値解析的検証が, 外圧を受ける部分円筒シェル¹⁰⁾, 外圧を受ける円筒シェル¹¹⁾, 軸圧縮を受ける円筒シェル¹²⁾を対象に研究され, 弾塑性座屈耐力への応用手法¹³⁾も公表されている。

それら従来のRS法による解析には, 連続体を対象として微分方程式を直接解く方法やエネルギー法による関数離散化法が用いられてきた。また, 離散的に有限要素法(FEM)解析でRS座屈荷重係数値を求める手法も, 比較的自由度の小さい単層ラチス構造に対して適用されてきている^{14,15)}が, RS座屈荷重係数値が初期不整振幅をどの程度としたときに得られるものかなど, 実設計でRS法を利用する際に必要な定量的資料

本論文は文献1)を加筆し整理したものである。

* 豊橋技術科学大学建設工学系 助教授・工博

** ㈱石井鐵工所解析情報管理部 副主査・工修

*** ㈱石井鐵工所解析情報管理部 部長・工修

**** ㈱フジタ建築本部構造設計部 担当課長・工博

Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Civil Engineering, Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.

Engineer, CAE System Development Dept., Ishii Iron Works Co., Ltd., M. Eng.

General Manager, CAE System Development Dept., Ishii Iron Works Co., Ltd., M. Eng.

Manager, Structural Design Division, Fujita Corporation, Dr. Eng.

が不足している。また、実際の大型ラチスドームの座屈設計では、近年、汎用構造解析コードの利用が盛んであるが、そうした市販の解析コードを利用してRS座屈荷重係数を求める手法の開発も期待されている。

以上の観点にたち、本研究では、市販のFEMによる汎用構造解析コード COSMOS/M へのRS法の適用を例として、この種の大規模解析プログラムでエネルギー商を用いたRS座屈荷重係数を求める具体的な手順について論ずる。引き続き、スパン 180 m の剛接合単層ラチスドームに適用し、そのRS座屈荷重係数を求めるとともに、並行して初期不整を考慮した非線形解析を実施し、得られるRS座屈荷重係数は構成ラチス部材の断面二次半径の3倍程度の最大初期不整振幅に対応するものであることを確認する。こうした非線形数値解析的検証を通して、この種の大規模な空間構造の座屈設計を行う上で、RS法も有用な解析手段の一つに成り得ることを明らかにする。

2. エネルギー商を用いたRS法

今、ある設計荷重分布状態に対して、全体に λ 倍の大きさの荷重状態を想定する。以降、本論文では、この λ を荷重係数値(無次元量)と呼ぶことにする。すなわち、 $\lambda = 1$ は、対象としている設計荷重状態を意味する。FEMで設計荷重状態の変形と応力は、全体座標系 (X, Y, Z) に関する節点変位ベクトル $\mathbf{U}$ に関して、次式の連立線形代数方程式を解くことで求められる。

$$\mathbf{K}_L \mathbf{U} = \mathbf{P} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{K}_L$ は線形剛性マトリクス、 $\mathbf{P}$ は設計荷重状態における節点荷重ベクトルを表す。式(1)を解くと設計荷重に対する線形変位 $\mathbf{U}_L$ が求まり、さらにそれをもとに各構成部材の設計応力 $\mathbf{S}_L$ が求まる。

応力状態が $\lambda \mathbf{S}_L$ で表される座屈前平衡状態で近似できるとき、そうした座屈前平衡状態が安定な平衡状態から不安定な平衡状態に移行する臨界状態の荷重係数値は、線形座屈荷重係数値と定義され、任意の微小変位 $\mathbf{u}$ に関する次式の一般固有値問題を解くことで求められる¹⁶⁾。

$$[\mathbf{K}_L + \lambda \mathbf{K}_G(\mathbf{S}_L)] \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{K}_G(\mathbf{S}_L)$ は、設計応力をもとに組み立てられる幾何剛性マトリクスを意味する。式(2)を解くと、固有値として k 次の線形座屈荷重係数値 λ_k^c が、固有ベクトルとして線形座屈固有モード $\mathbf{u}_k^c$ が求まる。得られた λ_k^c と $\mathbf{u}_k^c$ を式(2)に代入して、各項の左から $\mathbf{u}_k^c$ の転置 $(\mathbf{u}_k^c)^T$ を掛け2で除すと、 k 次に関する次式のようなスカラー方程式が得られる。

$$U_k^c + \lambda_k^c V_k = 0 \quad (3)$$

第1項は k 次の線形座屈固有モードに対する「増分線形歪エネルギー」、第2項は「線形化された増分非線形面内歪エネルギー」を意味する¹⁴⁾。すなわち、

$$U_k^c = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_k^c)^T \mathbf{K}_L \mathbf{u}_k^c \quad (4)$$

$$\lambda_k^c V_k = \lambda_k^c \frac{1}{2} (\mathbf{u}_k^c)^T \mathbf{K}_G(\mathbf{S}_L) \mathbf{u}_k^c \quad (5)$$

全体に曲面状をなす単層ラチス構造は、薄肉シェル構造と類似な力学特性を多く有するのでシェルの構造と呼ばれ、初期不整の存在によって座屈荷重は大きく低下すると予想される。その低下の近似的下限を比較的簡単に解析する方法としてRS法があり、具体的な数値解析手順について、これまで種々提案されてきた¹⁴⁾。本研究では、それらの中から、汎用構造解析コードをブラックボックスとして利用する立場から、エネルギー商¹⁵⁾によるRS法を採用することとした。外圧や側圧等の横荷重がシェルやシェルの構造に載荷される場合^{10,11,13,14,15)}には、形状や荷重等の不整が存在することによって損失するのは、増分線形面内(軸)歪エネルギー成分であることが、文献17で理論的に、文献11や文献18で非線形数値解析的検証を通して明らかにされている。そこで、本研究では、この損失分を式(3)の U_k^c から差し引いたエネルギーを U_k^* とし、次式のエネルギー方程式が成立するものと考え、

$$U_k^* + \lambda_k^* V_k = 0 \quad (6)$$

$$U_k^* = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_k^c)^T \mathbf{K}_L^* \mathbf{u}_k^c \quad (7)$$

ここで、 λ_k^* は本研究で対象とするRS座屈荷重係数値である。また、 $\mathbf{K}_L^*$ は減少剛性マトリクスで、一般的には、式(2)中の $\mathbf{K}_L$ の成分のうちの面内剛性成分をゼロに置き直したものであるが、本研究で対象とした梁要素FEM解析では、全ての部材断面積をゼロとして剛性マトリクスを作成することにより容易に得ることができる。

式(3)と式(6)を連立して λ_k^* について解くと、

$$\lambda_k^* = \lambda_k^c \frac{U_k^*}{U_k^c} \quad (8)$$

図1は解析フローを示している。式(4)と式(7)のエネルギー計算ならびに

図1 RS法の解析フロー

式(8)のエネルギー商計算は、通常、汎用構造解析コードには存在しないプロセスで、剛性マトリクス作成時に各々の成分値をデータファイルに保管し、ユーザー定義のプログラム実行時に参照することで計算できる。

3. 解析モデル

図2に、本研究で扱う構造の形状を示す。曲率半径 $R = 139.2 \text{ m}$ 、スパン $L = 180 \text{ m}$ 、ライズ $H = 33 \text{ m}$ で、円形平面の剛接合単層ラチスドームである。図のように、メッシュパターンとしては、正3角形に近い単位ユニットの3方向グリッドを採用し、その構成部材は全て直線材としている。それら構成部材は、溶接接合にて十分に剛な接合要素を介して緊結されていると考え、解析上は、剛接合⁴⁾の部材接合節点(以下、節点と略す)を有するものとしてモデル化する。境界条件としては、円周縁上の節点の全てが、あらゆる軸まわりの回転に対して自由であるような理想的なピン支承で支持していると設定した。頂点で交差する3つの対角線(以下、稜線と呼ぶ)上の部材数 b は各々20である。その稜線上の部材は、投影部材長が同じになるように設定されている。したがって、各部材の実長はそれぞれ異なるが、ライズ比が小さいためにそれほど差はない。平均部材長 l は、次式から、 9.803 m となる。

$$l = R \tan \theta \quad (9)$$

$$\theta = \frac{2}{b} \sin^{-1} \left(\frac{L}{2R} \right) \quad (10)$$

ここで θ は、ドームのむくりを示す部材半交角⁴⁾を表している。投影平面に対して稜線を対角線とする正6角形となる球面上の節点は、投影平面上で正3角形となるように設定されている。一方、正6角形部分からはみ出た部分の球面上の節点は、構成する3角形の面積がほぼ等しくなるように設定されている。

構成部材は、全て、外径 650 mm 、厚さ 25 mm の鋼管とした。その断面積 A は 490.9 cm^2 、断面二次半径 i は 22.11 cm である。また、材料定数として、ヤング係数 E には 2100 tf/cm^2 、ポアソン比には 0.3 の値を使用した。尚、解析対象領域はドーム全体とし、1部材1要素で解析を行った。座標軸は図2に示すように、稜線方向を X 軸、鉛直下向き方向を Z 軸とする右手系の直交直線座標系とした。

図2 解析モデル

設計荷重としては、構成部材の重量(平均 136 kgf/m^2)の他に、屋根葺材分の重量 300 kgf/m^2 を、屋根重量負担領域を考慮して、各々の節点に鉛直集中荷重として載荷することとした。結果として、例えば、中央点の換算節点集中荷重は、 31.5 tf であった。図3は、設計荷重条件下での線形変形・応力に関する解析結果である。稜線に沿った位置での値を例として示している。図3(a)の変位分布図で、鉛直変位の最大は中央部で 3.44 cm となっている。図3(b)において、中央部材の圧縮軸力の大きさは 162.2 tf となっている。鋼管の降伏応力度を $\sigma_y = 3.3 \text{ tf/cm}^2$ と想定すると、部材の降伏軸力は $N_y = 1620 \text{ tf}$ なので、 N_y の10%の軸力となっていることが分かる。また、設計荷重を(実際には鉛直載荷ではあるが)一様外圧 $p_0 = 436 \text{ kgf/m}^2$ と置き換えると、理想モデル¹⁷⁾としての連続体球形シェルの膜応力解に相当する軸力が次式として求まる。

$$N_0 = -\frac{p_0 R l}{2\sqrt{3}} = -172 \text{ [tf]} \quad (11)$$

式(11)を用いて評価した軸力と、図3(b)に示す中央部材のFEM解析値 (-162.2 tf)との差は約5.9%と小さい。図3(c)の曲げモーメント図では、境界に近くなるほど部材の曲げモーメントの絶対値は大きくなるものの、本研究で使用した鋼管部材の縁降伏モーメント $M_y = 244 \text{ tf}\cdot\text{m}$ の5%以下、全塑性モーメント $M_p = 322 \text{ tf}\cdot\text{m}$ の4%以下と小さい。

(a) 稜線に沿った位置での変形分布

(b) 稜線に沿った位置での軸力分布

(c) 稜線に沿った位置での曲げモーメント分布
図3 設計荷重を与えたときの線形解析結果

4. 結果と考察

4.1 RS解析結果

表1に60次までの線形座屈荷重係数値 λ_k^c ($k \leq 60$) とRS座屈荷重係数値 λ_k^* を示す。全体的にみると、 λ_k^c の大きい程、 λ_k^* も大きくなる傾向にあることが分かる。しかし、 $k = 32, 39, 50$ の λ_k^* は、1次のRS座屈荷重係数値 λ_1^* よりもかなり小さい。線形座屈固有モードの幾つかを、例として図4に掲載している。 $k = 3, 29, 50$ は同心円に近い分布形状となっており、稜線方向の卓越半波長の長い(波数の少ない) λ_{50}^* が最も小さく、 $k = 3, 29$ と卓越半波長が短くなるに従って、 λ_k^* は大きくなっていることが分かる。

表1において、例えば、 λ_1^c の1.1倍の範囲に14個の線形座屈固有モードが存在していることが注目される。このことから、本解析モデルのようなラチスドームでは、種々のモードの初期不整が存在すると、座屈時の変位モードは様々に変化すると予想される。初期不整による座屈耐力の低下を検討する際には、従来、線形座屈固有値解析して得られた線形座屈固有モード形状を初期不整分布として採用し、非線形解析的に検討する方法が行われることが少なくない。本問題のように線形座屈固有モードが密に多数存在する場合には、そのあらゆるモードに対して個別に初期不整の影響を検討することは、膨大な計算作業となることが容易に予想できる。一方、 k 次のRS座屈荷重係数値は、初期不整が存在しても減少しない曲げ歪エネルギー成分より得られたもので、その k 次モードで座屈することを仮定した時の最低保証し得る弾性座屈耐力として意味付けられている⁹⁾。表1の $k=3$ の場合のように、 λ_1^c や λ_1^* に各々ほぼ等しい座屈荷重係数値を有しているということは、そのモードで座屈する現象が生じたとしても、初期不整の影響に関する力学的特性は $k=1$ のそれとほぼ同様であることを示唆している。

また、上記の理論的考察の外挿から、 k 次のRS座屈荷重係数値が λ_1^* よりも大きい場合には、その k 次の線形座屈固有モード形状の初期不整分布が座屈現象に及ぼす影響は、 $k=1$ のそれに比して小さく詳細な検討が省略できると推測される。しかしながら、そうした観点を明確に論じた既往の論文は皆無である。本論文では、次節で、 $k=15, 29, 30$ を例として定量的データを提供する。

一方、 k 次のRS座屈荷重係数値が λ_1^* よりも小さい場合には、そのモードで座屈する可能性が存在するか否かの十分な検討が必要となる。例えば、本解析モデルでは、 $k=50$ のモードがその対象となると考えられる。もちろん、 $k=50$ の線形座屈固有モード形状と同じ分布の初期不整を仮

に与えたとしても、(ラチスドームが本質的に座屈によって最も変形移行したいのは1次の線形座屈固有モード形状であると考えられるので)50次の線形座屈固有モードに類似した形で実際に座屈する保証はない。よって、 λ_{50}^* の構造設計上の意義については別途の検討が必要となる。

以上、これらに関する詳細は、次節で幾何学的非線形解析結果をもとに考察する。尚、 $k > 60$ の線形座屈固有モードを初期不整分布とすることについては、 $\lambda_k^c / \lambda_1^c > 1.33$ となっており、そのモード形状で変形しようとする抵抗力(エネルギー)が $k=1$ のその1.33倍以上、すなわち、ある基準化された振幅で比較して1/1.33(75%)以下の剛性撓乱効果であると解釈されるので、本論文では検討の対象外として省略した。

表1 線形座屈解析とRS法による解析結果

k	λ_k^c	λ_k^*	k	λ_k^c	λ_k^*
1	15.74	7.18	31	18.53	9.00
2	15.74	7.18	32	18.73	5.61
3	15.74	7.15	33	18.76	9.38
4	15.91	7.36	34	18.76	9.38
5	15.91	7.36	35	18.86	9.65
6	15.94	7.34	36	18.86	9.80
7	16.94	7.29	37	19.41	9.79
8	16.96	7.40	38	19.41	9.79
9	17.09	7.83	39	19.56	6.35
10	17.09	7.83	40	19.73	10.26
11	17.14	7.32	41	19.75	10.24
12	17.14	7.32	42	19.75	10.24
13	17.26	8.39	43	19.84	8.83
14	17.26	8.39	44	19.84	8.83
15	17.39	8.57	45	19.89	8.22
16	17.57	7.96	46	19.89	8.22
17	17.57	7.96	47	19.97	10.21
18	17.70	8.85	48	19.98	10.65
19	17.84	8.26	49	19.98	10.65
20	18.00	6.50	50	20.06	4.56
21	18.00	6.50	51	20.15	8.79
22	18.00	8.16	52	20.24	9.13
23	18.07	7.87	53	20.39	9.10
24	18.07	7.87	54	20.39	9.10
25	18.17	7.06	55	20.52	10.53
26	18.17	7.06	56	20.63	10.60
27	18.41	9.57	57	20.78	9.67
28	18.41	9.57	58	20.78	9.67
29	18.42	9.59	59	20.85	6.46
30	18.53	9.00	60	20.86	6.94

図4 線形座屈固有モード

4.2 初期不整を考慮した幾何学的非線形解析結果との対応関係

初期不整を考慮した幾何学的非線形解析結果の中から、代表的な曲線を選択して図5～7として示す。初期不整の最大振幅値 $W^0_{\max}$ については、既往の研究^{6,7,8)}を参考に、それらよりもやや大きい振幅レベルである、部材の断面二次半径 i の3倍程度(連続体置換等価殻厚の約1倍程度)までを基本的な対象に設定している。横軸は、仮定した初期不整に対して比較的大きな鉛直下向き方向(Z 方向)変位が生じた節点の Z 方向変位 W であり、その点の初期不整振幅が加算されている。どの図にも参考として、線形座屈係数値 λ_1^c と、RS座屈荷重係数値 λ_1^* 、 λ_k^* を明記している。○印は座屈点であり、荷重・変位曲線上に表れる最初の極大点または分岐点を意味する。尚、本研究で使用した汎用構造解析コードで得られる座屈点⁹⁾が、先に別途作成された梁要素FEM非線形解析コード¹⁴⁾で得られる座屈点に十分近似することは予め確認している。○印のない荷重・変位曲線は、比較的大きな初期不整が与えられたことで、部材の曲げ変形が支配的な(面内歪エネルギー成分の減少した)変形状態に移行し、本研究で対象とした図5～7の荷重・変位の範囲では、座屈現象を生じなかったことを意味している。

図5に、 $k=1$ の場合ならびに λ_1^* と同程度のRS座屈荷重係数値を有する線形座屈固有モードとして $k=8, 11$ を選び、その Z 方向鉛直変位分布と同モードの初期不整分布を採用した結果を示す。 $k=1$ の場合には $W^0_{\max}=3i$ のときの耐力が λ_1^* に良く一致した。一方、 $k=8$ では $W^0_{\max}=1.4i$ で既に弾性座屈下限となり、その値は λ_1^* の約1.2倍、 $k=11$ では $W^0_{\max}=3i$ での座屈荷重係数値も λ_1^* の約1.2倍となっている。図8(a)は、図5(a)の曲線Cの座屈点における増分変位モードで、その主たる凹部の直径は約45mと、図4(a)の線形座屈固有モードの卓越半波長と同程度である。

図6は、 λ_1^* の1.2～1.3倍のRS座屈荷重係数値を有する線形座屈固有モードとして、 $k=15, 29, 30$ を選び、その Z 方向鉛直変位分布を初

期不整として採用したときの結果を示している。 $W^0_{\max}=3i$ を与えたときの座屈荷重係数値は、いずれも λ_1^* の1.2倍以上になっている。図8(b)は、図6(a)の曲線Cの座屈点における増分変位モードで、その主たる凹部は、長径約40m、短径約35mの楕円形となっており、図8(a)の波長よりやや小さくなっていることが分かる。尚、図6(b)に、参考として $W^0_{\max}$ をより大きな値とした場合の結果を示す。弾性座屈下限は $W^0_{\max}=6i$ と、比較的大きな初期不整に対して得られ、かつ、その値は λ_1^* に良く一致している。

図7は、RS座屈荷重係数値が λ_1^* の0.6～0.9倍の $k=50, 32, 20$ を選び、その Z 方向鉛直変位分布を初期不整として採用したときの結果を示している。図7(a)では、 $W^0_{\max}=1.8i$ という、図5(a)よりも小さい初期不整量でほぼ弾性座屈下限となっており、その下限値(曲線Dの座屈点)は λ_{50}^* ではなく λ_1^* に良く近似していることが注目される。この曲線Dの座屈点での増分変位モードの凹部の直径も、図8(c)のように、図8(a)の直径と同等となっている。図7(b)および7(c)においても図7(a)と同様に、曲線Dで λ_1^* に近い値となっている。

以上を総合すると、RS座屈荷重係数値の小さい線形座屈固有モード形状を初期不整分布として採用すると、比較的小さい初期不整振幅で座屈荷重係数値は大きく低下する可能性がある。しかし、その座屈下限値は本研究で採用した構造モデルでは、1次の線形座屈固有モードに対するRS座屈荷重係数値に近似しており、線形座屈解析で得られる低次の線形座屈固有モードに対するRS座屈荷重係数値で設計用座屈耐力評価が可能であると考えられる。大規模なラチスドームでは、線形座屈解析して得られる座屈固有値は極めて多く得られることになるが、それらの全ての線形座屈固有モード形状が初期不整分布として考慮の対象となるとは限らない。本研究で提案しているRS法による解析を実行することは、どの線形座屈固有モード形状が初期不整分布として選択し、分析する対象となり得るかを予測する際の参考になると考察される。

図5 $k=1, 8, 11$ のモード形(図4)を初期不整分布形としたときの非線形解析結果

図6 $k=15, 29, 30$ のモード形(図4)を初期不整分布形としたときの非線形解析結果

 図7 $k=50, 32, 20$ のモード形(図4)を初期不整分布形としたときの非線形解析結果

図8 座屈点での1ステップ前の平衡状態鉛直変位分布からの増分値の分布

4.3 弾塑性耐力評価に関する考察

ラチスドームの弾塑性耐力を簡便に評価する方法として、加藤らは、特定部材の応力度に注目し、正規化細長比⁴⁾と修正Dunkerley式⁹⁾を用いることを提案しており、その合理性を幾何学的非線形性だけでなく材料学的非線形性も考慮した数値シミュレーションにより検討している。一方、部材応力度による評価ではなく耐荷力(座屈荷重係数値)に注目する立場から、加藤の評価法と同様、修正Dunkerley式を応用して評価する手法も提案されている¹⁹⁾。第1著者²⁰⁾は、単層円筒ラチスシェルを対象に、正規化細長比に相当する値の算定を、初期不整のない場合の弾性座屈荷重係数値を用いる¹⁹⁾のではなく、RS座屈荷重係数値を採用することで、初期不整が弾性座屈荷重係数値に及ぼす影響を既に考慮した形として提案している。本論文でもその手法の適用を試みる。即ち、ここでは、初期不整は主として曲げ変形の増大、ならびに、それによる材料塑性化の促進に寄与するものとして扱い、単一圧縮材や圧縮平板における塑性化促進メカニズムと同様に考えると、既往の種々の経験式が利用できる。

その経験式として、例えば式(12a)のような弾塑性相関式⁸⁾を採用する。

$$\frac{\lambda^u}{\lambda^*} + \left(\frac{\lambda^u}{\lambda^{sqh}} \right)^2 = 1 \quad (12a)$$

上式を弾塑性臨界荷重係数値 λ^u の二次方程式とみなし λ^u について解くと、次式のように整理することができる。

$$\frac{\lambda^u}{\lambda^{sqh}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{4 + \Lambda^4} - \Lambda^2 \right) \quad (12b)$$

上式を図に示すと図9の太い実線のようになる。ここで、横軸の Λ は、文献4での正規化細長比に相当する量で、文献20をもとに次式とする。

$$\Lambda = \sqrt{\lambda^{sqh} / \lambda^*} \quad (13)$$

ここで、 λ^* には k 次のRS座屈係数値 λ_k^* を代入する。 λ^{sqh} は塑性耐力の基準値である。今、式(11)で表される曲げ応力を無視した理想的な一様外圧下の応力状態を想定し、その状態のまま材料圧壊する耐力を基準値として採用すると、式(11)において、 N_0 を $A \sigma_y$ 、 p_0 を p^{sqh} とすることで、次式が得られる。

$$\lambda^{sqh} = \frac{p^{sqh}}{p^{design}} = 2\sqrt{3} \frac{A}{Rl} \frac{\sigma_y}{p^{design}} \quad (14)$$

具体的に、設計荷重 p^{design} として436 kgf/m²を採用した場合の式(14)の λ^{sqh} を計算すると、 $\sigma_y = 3.3$ tf/cm²の時は9.18、 $\sigma_y = 2.4$ tf/cm²の時は6.68となる。以下、ここでは、既往の研究で議論されてきた式(12)の経験式が、具体的にどの程度の初期不整振幅に相当する臨界値を評価しているのかについて、非線形解析的に検討する。

図9中の○と△は、図4の $k=1$ あるいは $k=50$ の線形座屈固有モード形状を初期不整として与え、図10の太実線で示すような幾何学的材料学的非線形解析を行い、その荷重係数値の最大値をプロットしたものである。尚、図10における細実線は弾性解析結果で、図5(a)や図7(a)に同じものである。今回使用した汎用構造解析コードによる幾何学的材料学的非線形解析では、歪硬化や部材の座屈は考慮せず、von Misesの降伏条件と塑性流動則が用いられており、要素内の座屈は考慮されていない²¹⁾。応力-歪曲線はバイリニア型が設定されているが、ここではその接線剛性を

1.0×10^{-9} tf/cm²と十分小さくすることで歪硬化のない完全弾塑性体としてモデル化した。

以上、本構造モデルでは、式(12)の弾塑性相関式は、最大初期不整振幅が部材の断面二次半径 i の約3倍のレベルに相当する弾塑性臨界値を評価していると言える。こうした解析結果は、部材応力度を指標とした加藤^{4,8)}と厳密に比較することはできないが、彼らの採用した縦軸の値(座屈応力度と降伏応力度の比)を、図9の縦軸の荷重係数比として読みかえると、本非線形解析結果は文献4でのそれと類似の傾向にあることがわかった。一方、文献8との比較では本結果の方が高い傾向にあるが、これは、文献8が極めて偏平な形状を対象に曲げ変形卓越型に対する結果であることによる相違と考えられる。

図9 弾塑性座屈解析結果と式(12)との関係

図10 幾何学的材料学的非線形解析結果

5. 結び

本研究では、シェルや単層ラチス構造において、初期不整の存在によって低下する全体座屈に対する設計用の弾性座屈下限値を合理的に解析するRS法を対象としている。これまで十分に検討されてこなかった汎用構造解析コードを用いてRS座屈荷重係数値を得る方法として、線形座屈解析結果をもとにエネルギー商でRS座屈荷重係数値を計算する具体的な手順を提案するとともに、スパン 180 m の大規模な剛接合単層ラチスドームに対する適用性について検討した。

線形座屈固有値解析で得られた60次までの線形座屈固有モードを対象に、各々のRS座屈荷重係数値を求めるとともに、それら各線形座屈固有モード形状と同じ分布形の初期不整分布が座屈荷重係数値に及ぼす影響を、幾何学的非線形解析を行って検討した。結果として、RS座屈荷重係数値の小さい線形座屈固有モード形状を初期不整分布として採用すると、比較的小さな初期不整振幅で座屈荷重係数値は大きく低下する可能性のあることが明らかとなった。しかし、その座屈下限値は、本解析モデルでは、1次の線形座屈固有モードに対するRS座屈荷重係数値に近似しており、線形座屈固有値解析で得られる低次の線形座屈固有モードに対するRS座屈荷重係数値を用いて、設計用の座屈荷重係数評価が可能であることを示唆している。大規模なラチスドームでは、線形座屈固有値解析を行って得られる座屈固有値は膨大な数となるが、そうした線形座屈固有モード形状のうちの多くは、初期不整分布として採用する対象には当たらないことを示した。一方、本研究で提案しているRS法は、詳細な分析の対象になる可能性のある初期不整分布形状を識別する観点からも有用であることを強調した。

最後に、弾塑性耐力の評価に当たっては、RS座屈荷重係数値を応用すると、比較的簡潔な形で評価式を得る可能性のあることを明らかにした。即ち、初期不整を有するラチスドームの幾何学的・材料学的非線形解析を行い、最大初期不整振幅が部材の断面二次半径の3倍となる初期不整分布を想定した時の座屈荷重係数値は、式(12)で表される弾塑性相関式にほぼ一致する結果を得ることができた。こうした弾塑性耐力評価法に関しては、本研究では構造対象が限定された条件の下での結果であるため、接合部の半剛接性の影響ならびに荷重条件やメッシュパターンの変化に関する分析についてさらに検討する必要があるが、それらは今後の課題とする。

参考文献

- 1) 山田聖志, 竹内明子, 多田敬幸, 堤和敏: 汎用構造解析コードを用いた単層ラチスドームのRS解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.937-938, 1998.9.
- 2) 日本建築学会: 単層ラチスドームの安定解析, 1989.8.
- 3) M.Yamada, K.Uchiyama, S.Yamada and T.Ishikawa: Theoretical and experimental study on the buckling of rigidly jointed single layer latticed spherical shells under external pressure, Proc. IASS Symp., Osaka, Elsevier, Vol.3, pp.113-120, 1986.9.
- 4) 加藤史郎, 山田聖志, 高島英幸, 柴田良一: 剛接合単層ラチスドームの座屈応力度に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No.428, pp.97-105, 1991.10.
- 5) 日置興一郎: 剛節・ピン節理想単層ラチスドームの全体座屈・個材座屈・節点座屈の表示法について, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.1337-1338, 1993.9.
- 6) 山田大彦, 木村衛: 外圧を受ける三角形ネットワークパターンの単層剛接合ラチスドームの座屈耐力に及ぼす形状初期不整の影響に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.1231-1232, 1989.10.
- 7) 佐橋睦夫, 他: 大規模単層ラチスドーム構造の設計, 日本建築学会大会学術講演梗概集, Vol.B-1, pp.579-582, 1995.8.
- 8) 柴田良一, 加藤史郎, 植木隆司: きわめて扁平な剛接合単層ラチスドームの弾塑性座屈荷重, 日本建築学会構造系論文報告集, No.449, pp.143-153, 1993.7.
- 9) J.G.A. Croll: Towards simple estimates of shell buckling loads, Der Stahlbau, Vol. 44, pp.243-248, 1975.
- 10) S.Yamada and J.G.A.Croll: Buckling behavior of pressure loaded cylindrical panels, J. Engrg Mech., ASCE, Vol.115, pp.327-344, 1989.2.
- 11) S.Yamada and J.G.A.Croll: Buckling and postbuckling characteristics of pressure loaded cylinders, J. Appl. Mech., ASME, Vol.60, pp.290-299, 1993.6.
- 12) 山田聖志, 今泉局女: 形状初期不整が軸圧円筒殻の座屈性状に及ぼす影響, 日本建築学会構造系論文報告集, No.514, pp.155-161, 1998.12.
- 13) S.Yamada: Buckling analysis for design of pressurized cylindrical shell panels, Engrg. Structures, Vol.19, No.5, pp.352-359, 1997.5.
- 14) S.Yamada: Relationship between non-linear numerical experiments and a linear lower bound analysis using finite element method on the overall buckling of reticular partial cylindrical space frames, Computer Applications in Civil and Building Eng., pp.259-266, 1991.7.
- 15) M.Kashani and J.G.A.Croll: Non-linear buckling response of spherical spacedomes, Proc. 10 Years of Progress in Shell and Spatial Structures, 30 Anniversary of IASS, Madrid, Vol. 5, 1989.9.
- 16) 日本建築学会: 構造物の崩壊解析・基礎編, 応用力学シリーズ, 1997.3.
- 17) 山田聖志: 座屈前に幾何学的非線形性を有するシェル構造物へのRS法の適用, 日本建築学会構造系論文報告集, No.390, pp.88-97, 1988.8.
- 18) S.Yamada: Incremental strain energy variations in the nonlinear equilibrium paths of single layer lattice domes, Theoretical and Applied Mechanics, Science Council of Japan, Vol.47, pp.17-23, 1998.10.
- 19) 小河利行, 桑田真理子: 等分布荷重を受ける剛接合単層ラチスドームの弾塑性解析, 計算工学講演会論文集, Vol.3, pp.797-800, 1998.5.
- 20) S.Yamada: An alternative buckling design procedure for single-layer lattice shells, Proc. IASS Int. Symp., Singapore, Vol.2, pp.895-901, 1997.11.
- 21) 榎横河技術情報: COSMOSM 応用編2 Version 1.75 NSTAR, pp.31-34, 1995.6.

(1999年2月9日原稿受理, 1999年6月25日採用決定)