弾塑性地震応答における P-Δ 効果と安定比

STABILITY RATIO AND DYNAMIC P-Δ EFFECTS IN INELASTIC EARTHQUAKE RESPONSE

山崎 真司*, 遠藤 和明**
Shinji YAMAZAKI and Kazuaki ENDO

A stability ratio was applied as an index expressing the P-Δ effects in inelastic earthquake response. The stability ratio includes the characteristics of the vibration system and the amount of energy exerted by an earthquake. The P-Δ effects in inelastic response cause the concentration of plastic strain energy into one side and the increase in ductility factor. The degree of the concentration and the increase can be estimated using the stability ratio as an index. The validity of this estimation method was verified by carrying out inelastic response analyses using SDOF models and MDOF models.

Keywords: P-Δ effect, stability ratio, energy response, cumulative plastic deformation ratio, ductility factor, stability limit state

P-Δ効果, 安定比, エネルギー応答, 累積塑性変形倍率, 塑性率, 安定限界状態

1. はじめに

P-Δ効果についてはこれまで数多くの研究が行われている。Bernal¹⁾は完全弾塑性型の復元力特性を有する1質点系モデルに対して、予め設定した塑性率となる降伏せん断力をP-Δ効果を考慮した場合と無視した場合それぞれについて求め、その比を増大率とし、増大率についての推定式を作成している。これに対し、曾我部、小高²⁾は、Bernalと同様のモデルに対して、降伏せん断力を一定として、P-Δ効果を考慮したことによる最大変位の増大率について推定式を提案している。

秋山³⁾は、柱降伏型鋼構造剛接骨組について、P-Δ効果を考慮した場合と無視した場合の所要降伏せん断力係数の関係を表す式を導いている。一方、鈴木等^{4),5)}は、低層部にソフトストーリーを有するコンクリート造多層骨組について、安定限界状態を保つ条件を導いている。

石山、河上^{6),7)}は、完全弾塑性型の復元力特性を有する1質点系モデルに対して地震応答解析を行い、構造特性係数 D_s の大きさと P-Δ効果による崩壊の可能性との関係を調べている。板矢、松島^{8),9)}は、曲げせん断型多質点系モデルに対する地震応答解析を行い、P-Δ効果の影響が無視できない条件について検討している。

上谷^{10),11)}は、梁降伏型多層多スパン平面骨組の動的崩壊過程にお

ける変形集中現象について理論的に明らかにし、地震応答解析により理論の検証を行っている。

本論文では、P-Δ効果による歪エネルギーのひとつの方向への偏りおよび塑性率の増加現象を推定するための指標として安定比を導入する。安定比は、振動系の特性と入力の大きさを含む指標で、その有効性を1質点系および多質点系モデルに対する弾塑性応答解析を行い検証する。

2. 安定比

図1の様な1質点系モデルを考える。ばねの荷重変形関係は図2に示す様なBi-linear型で、耐力の低下は生じないものとし、塑性勾配係数 α は0以上とする。

P-Δ効果を考慮した振動方程式は次式で表される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Q - k_{pa}x = -m\ddot{x}_0 \quad (1)$$

ここで、

m : 質量、 c : 減衰係数、 Q : ばねの反力、 k_{pa} : P-Δ効果による見かけの剛性低下、 $\ddot{x}_0$: 地動加速度

$Q - k_{pa}x$ がこの系の復元力である。 k_{pa} は次式で与えられる。

$$k_{pa} = mg/l \quad (2)$$

* 東京都立大学大学院工学研究科建築学専攻 教授・工博

** 日本設計(元東京都立大学 大学院生) 修士(工学)

Prof., Dept. of Architecture, Graduate School of Engineering, Tokyo Metropolitan Univ., Dr. Eng.
Nihon Sekkei, M. Eng.

図1 1質点系モデル

図2 ばねの荷重変形関係

ここで、

g : 重力加速度、 l : 質点の高さ (図1参照)

P- Δ 効果の指標として、次式で定義される安定係数 θ が用いられている^{1),12),13)}。

$$\theta = \frac{k_{ps}}{k_E} \quad (3)$$

ここで、

k_E : ばねの弾性剛性

ひとつの地震動に対して、この系に入力するエネルギーのうち、損傷に寄与する量を E_D とし、 E_D を次式による累積塑性変形倍率 η で表わす。

$$\eta = \frac{E_D}{Q_p x_p} \quad (4)$$

ここで、

Q_p : ばねの降伏強度、 x_p : ばねの降伏変位 (図2参照)

振動系は、その復元力が0になったときをもって崩壊とする。崩壊状態のひとつとして、応答における塑性変形増分が完全に一方方向のみに累積し、地震終了時に復元力が0になる場合を考える。図3に

図3 崩壊状態

において、破線がばねの反力、実線が復元力 ($Q - k_{ps}x$) を表しているものとすれば、上記の場合には、地震終了時に復元力は図中のF点に達している。このときの θ を θ_{cr} とする。吸収エネルギーは実線とx軸で囲まれた面積であるから、このときの E_D は次式で与えられる。

$$E_D = \frac{1}{2} Q_p x_p \frac{(1 - \theta_{cr})(1 - \alpha)}{\theta_{cr} - \alpha} \quad (5)$$

(4)、(5)式より、 θ_{cr} と η の関係を表す次式が導かれる。

$$\eta = \frac{(1 - \theta_{cr})(1 - \alpha)}{2(\theta_{cr} - \alpha)} \quad (6)$$

(6)式を θ_{cr} について解けば次式のようにになる。

$$\theta_{cr} = \frac{2\eta\alpha + 1 - \alpha}{2\eta + 1 - \alpha} \quad (7)$$

安定比 τ を次式で定義する。

$$\tau = \frac{\theta}{\theta_{cr}} \quad (8)$$

(7)式を用いれば、 τ は次式で表される。

$$\tau = \theta \frac{2\eta + 1 - \alpha}{2\eta\alpha + 1 - \alpha} \quad (9)$$

τ は振動系の性質 (α および θ) と入力大きさ (η) からなる指標で、振動系を固定して考えれば、入力大きさを表す指標であり、入力を固定して考えれば、P- Δ 効果剛性 (k_{ps}) の大きさを表す指標である。 $\tau=1$ のとき、応答は必ずしも図3のF点の状態に達するとは限らない。F点に達するのは塑性変形が完全に片側に偏った場合であり、一般には最大変位は図3の x_F 以下となる。

ところで、損傷に寄与する入力エネルギー E_D は次式に示す等価な速度 V_D を用いて表される。

$$V_D = \sqrt{\frac{2E_D}{m}} \quad (10)$$

V_D は、ひとつの地震動に対し、減衰定数と固有周期のみで決まる量であることが知られている¹⁴⁾。

ここで、

$$Q_p = mg C_b, \quad x_p = \frac{Q_p}{k_E}, \quad k_E = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m$$

C_b : せん断力係数、 T : 固有周期

の関係を用いれば、(4)、(10)式より次式が導かれる。

$$\eta = \frac{2\pi^2 V_D^2}{C_b^2 g^2 T^2} \quad (11)$$

従って、安定比 τ は地震動の V_D と対応づけることができる。

P- Δ 効果が地震応答に及ぼす影響を表す指標として τ が有効なものであることを、次章以降に示す。

3. 1質点系モデルに対する解析

3.1 P- Δ 効果が弾塑性応答に与える影響

ひとつの地震波による入力エネルギーは質量と固有周期で決まり、復元力特性が異なっても変わらない¹⁴⁾。従って、P- Δ 効果の有無によって入力エネルギー量は変わらない。P- Δ 効果が塑性勾配が非負であるBi-linear型のばね特性を有する振動系の応答に与える影響は、塑性吸収エネルギーのひとつの方向への偏りと、それに伴う塑性率の増大、並びに復元力を失うことによる崩壊の可能性である。

$\tau \geq 1$ のとき、系は崩壊に至る可能性がある。

ここでは、 $0 \leq \tau \leq 1$ の場合を対象として、塑性歪エネルギーの一方方向への偏りと τ の関係並びに塑性率と τ の関係について、数値解析結果に基づき検討する。

3.2 解析条件

ばねの荷重変形関係は鉄骨部材の歪効果を考慮した履歴則¹⁴⁾に従うものとする。基線となるx軸で分けられる2つの領域において $Q-x$ 関係は独立であり、1つの領域における各履歴サイクルの塑性の $Q-x$ を基線x軸に関して平行移動し順次つなぎ合わせたものは単調加力下の $Q-x$ 関係に一致する、という

図4 歪硬化を考慮した履歴則

もので、図4において、破線は単調加力下の $Q-x$ 関係であり、1サ

イクル目のC-D-Eはx軸に平行に移動すれば単調加力下の $Q-x$ 関係におけるO-D'-E'と一致し、同様に2サイクル目のF-G-Hをx軸に平行移動したものはC-B-Hと一致する。

塑性勾配係数 α (図2) は、 $0 \leq \alpha \leq 0.1$ とする。

固有周期 ($k_{ps}=0$ のとき) は、1,2,3,4,5secの5種類とし、減衰定数は2%とする。また、入力地震波は、EL CENTRO NS, TAFT EW, HACHINOHE NS, JMA KOBE NSの4波とし、入力の大さは $\theta=0$ (すなわち $k_{ps}=0$) のときの η が10と20となる様な2種類とする。数値積分にはNewmark β 法 ($\beta=0.25$) を用い、積分時間間隔は0.005secとした。(具体的な解析手順を付録1に示す。)

3.3 解析結果

解析結果を図5に示す。図5(1)~(4)はそれぞれEL CENTRO, TAFT, HACHINOHE, JMA KOBE波に対する結果を示しており、全ての図の横軸は安定比 τ である。図5(1)の4つの図のうち、上段は η が10の場合、下段が20の場合で、それぞれ左側はエネルギーの偏りを、右側は塑性率を表している。図5(2)~(4)についても同様である。解析

値は固有周期1~5secに対し、 $\alpha=0$ と $\alpha=0.1$ の場合についてプロットしている。

1) 歪エネルギーの偏り

エネルギーの偏りを示す図の縦軸は、正側あるいは負側で吸収した歪エネルギーの大きい方 (η') を全歪エネルギー (η) で除した値である。

$\alpha=0$ の場合は、 $\tau>0$ に対して復元力の塑性勾配は負となる。図中の縦の実線は $\alpha=0.1$ で塑性勾配が負とならない限界の τ を示している。応答結果より、歪エネルギーの偏りの程度は復元力特性の塑性勾配の符号に支配されるものではないことが分かる。

図6は $\alpha=0.1$ 、固有周期5sec、EL CENTRO、 $\eta=10$ の

図6 $Q-x$ 関係
 $\alpha=0.1$ 、5sec、
EL CENTRO、 $\eta=10$

場合について、 $\tau=0$ と $\tau=0.7$ の場合の応答を比較したものである。いずれも復元力の2次勾配は正であるが、 $\tau=0.7$ の場合は歪エネルギーの偏りが生じていることが分かる。

2) 塑性率

図3のF点の変位 x_F に対し、次式が成り立つ。

$$\frac{x_F}{x_p} - 1 = \frac{1 - \theta_\alpha}{\theta_\alpha - \alpha}$$

上式の θ_α に(7)式を代入すると、次式が導かれる。

$$\frac{x_F}{x_p} - 1 = \frac{2\eta}{1 - \alpha}$$

$x_F/x_p = \mu_F$ (図3F点の塑性率) とおくと、上式は次のように表される。

$$\frac{(\mu_F - 1)(1 - \alpha)}{2\eta} = 1 \quad (12)$$

塑性率を表す図においては、応答結果より塑性率 μ を求め、 $(\mu - 1)(1 - \alpha)/2\eta$ の値をプロットしている。図3のF点の場合は縦軸が1の値にプロットされる。

3) 解析結果のまとめ

図5より、同一の地震波に対しては、 τ の変化に対するエネルギーの偏りの程度の変化および塑性率の変化共に、入力大きさが異なっても、また α が変化しても概ね等しいことが分かる。従って、 τ はP- Δ 効果の影響を表す適切な指標である。

図5による歪エネルギーの偏りおよび塑性率に関するプロットを重ねたものを図7に示す。P- Δ 効果による歪エネルギーの偏りおよび塑性率の変化は、それぞれ下式により概ね安全側に推定することができる。

歪エネルギーの偏り

$$\frac{\eta'}{\eta} = 0.3\tau + 0.7 \quad (13)$$

塑性率

$$\frac{(\mu - 1)(1 - \alpha)}{2\eta} = 0.8\tau^2 + 0.2 \quad (14)$$

または、

$$\mu = \frac{2\eta(0.8\tau^2 + 0.2)}{1 - \alpha} + 1 \quad (14')$$

ただし、 $0 \leq \alpha \leq 0.1$

図7 τ と η'/η および $(\mu-1)(1-\alpha)/2\eta$ の関係

3.4 Bernalの推定式との比較

Bernalは、完全弾塑性型の復元力特性を有する1質点系モデルに対し、予め設定した塑性率となる降伏せん断力をP- Δ 効果を考慮した場合と考慮しない場合について求め、その比を増大率と定義し、

増大率についての推定式を提案している¹⁾。

本研究では降伏耐力を一定としたときのP- Δ 効果による塑性率の変化を求めているので、この結果を用いて、Bernalの定義している降伏耐力増大率を導き、Bernalの推定式との比較を行う。

設定した μ に対し、P- Δ 効果を無視した場合の η を η_0 、P- Δ 効果を考慮した場合の η を η_{pa} とすれば、(14)、(9)式より次式が導かれる。

$$\frac{(\mu - 1)(1 - \alpha)}{2\eta_0} = 0.2 \quad (15)$$

$$\frac{(\mu - 1)(1 - \alpha)}{2\eta_{pa}} = 0.8 \left\{ \frac{\theta(2\eta_{pa} + 1 - \alpha)}{2\eta_{pa}\alpha + 1 - \alpha} \right\}^2 + 0.2 \quad (16)$$

同一の振動系に対して、P- Δ 効果を考慮した場合と考慮しない場合について応答の塑性率が同じであれば、最大変位点はそれぞれ図8にA、Bで示す様な関係となり、それぞれの入力大きさ η_0 、 η_{pa} は(15)、(16)式を満足する。次にこの系の降伏耐力を a 倍し、 η_0 と同じ入力に対するP- Δ 効果を考慮した応答の塑性率が μ であるとすれば、最大変位点は図8に示すCで示す様な位置となる。このときの応答は、変位及び復元力共に上記の最大変位点がAとなる応答の a 倍になっているので、それぞれの歪エネルギーの比の平方根が a に等しい。すなわち、

$$a = \sqrt{\frac{\eta_0}{\eta_{pa}}} \quad (17)$$

(15)、(16)、(17)式を用いて、設定した μ について、 θ と a の関係を求めることができる。

Bernalは、地震応答解析結果に基づき増大率 a の推定式として次式を提案している。

図8 P- Δ 効果考慮の有無による応答変位の違い

図9 θ と降伏耐力増大率 a の関係

$$a = \frac{1+\gamma\theta}{1-\theta} \quad \gamma = 1.87(\mu-1) \quad (18)$$

なお、Bernalは次式で定める θ の値を θ の限界値としている。

$$\theta = \frac{1}{\lambda\mu} \quad \lambda = 2.5 \quad (19)$$

限界値を越えた範囲については、入力エネルギーの変化に対する応答変位の変動が大きいことを考慮して、P- Δ 効果を考慮しないときの塑性率は μ 、P- Δ 効果を考慮したときの塑性率は $1/(\lambda\theta)$ として増大率を定めているので、本研究においてもそれに従って増大率を求める。

$\mu = 3 \sim 6$ について、Bernalの推定式と本研究より求めた増大率を図9に示す。Bernalの研究では $\alpha = 0$ の場合のみを対象としているが、本研究では α は0に限らないので、本研究結果は $\alpha = 0$ と $\alpha = 0.1$ の場合を示している。

増大率 a に対するBernalの推定式と $\alpha = 0$ のときの本研究結果とはよく一致している。また、 $\alpha > 0$ のときの増大率は、 $\alpha = 0$ のときの増大率より小さいことが分かる。

4. せん断型多質点系モデルに対する解析

4.1 第1層の安定比

P- Δ 効果の影響は建物下層部が大きいと考えられるので、せん断型多質点系の第1層における安定比について考える。層の復元力特性は1質点系の場合と同じとする。

第1層の安定係数 θ_1 は次式で与えられる。

$$\theta_1 = \frac{k_{p\Delta 1}}{k_{e1}} \quad (20)$$

ここで、

k_{e1} ：第1層の弾性剛性、 $k_{p\Delta 1} = mg/l$ 、 m ：建物総質量、 l ：第1層の階高

第1層の θ_{cr1} は、(7)式より得られる。

$$\theta_{cr1} = \frac{2\eta_1\alpha + 1 - \alpha}{2\eta_1 + 1 - \alpha} \quad (21)$$

ここで、 η_1 は第1層で吸収するエネルギーについての無次元量で、次式で定められる。

$$\eta_1 = \frac{E_{D1}}{Q_{p1}x_{p1}} \quad (22)$$

ここで、

E_{D1} ：第1層で吸収する歪エネルギー、 Q_{p1}, x_{p1} ：第1層の降伏せん断力、降伏変位

(20)、(21)式を用いて、第1層の安定比 τ_1 を求めることができる。

$$\tau_1 = \theta_1 / \theta_{cr1}$$

(21)式による η_1 は、(11)式で与えられる全歪エネルギーの無次元表示である η とは一般に異なった値となる。次に η_1 と η の関係及び安定比の有効性について検討する。

4.2 単純化した建物モデルに対する検討

次の様な建物モデルを考える(図10)。

- ・1次固有振動モードは直線とする。
- ・高さ方向の質量分布は一定とする。

・固有周期 T (sec)と高さ H (m)の関係、固有周期と層数 N の関係は以下とする。

$$T = 0.025H \quad (23)$$

$$T = 0.1N \quad (24)$$

このモデルに対する安定係数 θ_1 を求める。

基礎位置の転倒モーメント M_1 と層間変形角 ϕ の関係、

$$M_1 = K\phi \quad (25)$$

とする。基礎位置における質量慣性2次モーメント I は総質量を m 、高さを H とすれば、

$$I = mH^2/3$$

であるから、固有周期 T は次式で与えられる。

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{mH^2}{3K}} \quad (26)$$

第1層のせん断力を Q_1 とすれば、 Q_1 と M_1 の関係は、

$$Q_1 = \frac{3}{2H}M_1 \quad (27)$$

であるから、(25)、(26)、(27)式より、

$$Q_1 = \frac{2\pi^2 Hm}{T^2}\phi \quad (28)$$

となる。第1層の弾性剛性 k_{e1} は、第1層の層間変位が ϕl であるから、次式で与えられる。

$$k_{e1} = \frac{Q_1}{\phi l} = \frac{2\pi^2 Hm}{T^2 l} \quad (29)$$

第1層のP- Δ 剛性 $k_{p\Delta 1}$ は、

$$k_{p\Delta 1} = \frac{mg}{l}$$

であるから、(29)式を用いれば、 θ_1 は次式で表される。

$$\theta_1 = \frac{k_{p\Delta 1}}{k_{e1}} = \frac{gT^2}{2\pi^2 H} \quad (30)$$

次に、 η_1 と η の関係を求める。

文献15)によると、多層建物の場合の層のエネルギー集中を考慮すると、建物全体で吸収する歪エネルギー E_D と第1層で吸収する歪エネルギー E_{D1} の関係は、弾性エネルギーを無視すると、復元力特性が完全弾塑性型の場合、次式で表される。

$$E_D = \gamma_1 E_{D1} \quad (31)$$

γ_1 は次式で与えられる。

$$\gamma_1 = 1 + 0.64(N-1)p_d^{-n}$$

ここで、

$$p_d = 1.185 - 0.0014N$$

$$n = 12$$

$15 \leq N \leq 50$ の場合、上式で γ_1 を求めると、ほぼ次式の値となる。

$$\gamma_1 = 0.16N \quad (32)$$

(10)、(11)式より V_D を消去すると、次式が得られる。

図10 建物モデル

$$E_D = \frac{(mgC_b)^2 \eta}{(2\pi/T)^2 m} \quad (33)$$

一方、第1層の降伏耐力を Q_{p1} とすれば、 E_{D1} は次式で与えられる。

$$E_{D1} = \frac{Q_{p1}^2}{k_{E1}} \cdot \eta_1 \quad (34)$$

$Q_{p1} = mgC_b$ であるから、(29)式を用いれば、(34)式は次式に書き換えられる。

$$E_{D1} = \frac{(mgC_b)^2 T^2 l}{2\pi^2 H m} \cdot \eta_1 \quad (35)$$

(31)、(33)、(35)式より、

$$\eta = \gamma_1 \frac{2}{H/l} \eta_1 \quad (36)$$

$H/l = N$ であるから、(32)式を用いれば、次式が得られる。

$$\eta_1 = \frac{\eta}{2 \times 0.16} = 3\eta \quad (37)$$

4.3 応答解析

(1) 解析モデル

応答解析に用いたモデルの概要は以下である。

- ・ $N = 50$ 、 $T = 5$ (sec)、 $H = 200$ (m)、 $l = 4$ (m)とする。
- ・ 質量分布は均等とする。
- ・ 水平剛性分布は直線分布とし、最上層と最下層の剛性の比は1:3とする。
- ・ 各層の降伏せん断力の分布は耐震規定のAi分布とする。
- ・ 減衰は剛性比例型とし、1次振動に対する減衰定数は2%とする。
- その他については、1質点系モデルの場合と同様である。

(2) 解析結果

a) η_1 と η の関係

EL CENTRO波及びTAFT波を用い、 $\eta = 10$ の入力に対して行った解析結果より求めた η_1/η を図11に示す。プロットが無いのは崩壊した場合である。予想されるように、 α が大きくなると η_1/η は小さくなる傾向がある。 $\alpha = 0$ の応答結果は概ね(37)式に対応している。

図11に示す結果から、ここに示した解析モデルの場合、 η_1/η と α の間には近似的に次式が成り立つ。

$$\frac{\eta_1}{\eta} = 3 - 15\alpha \quad (38)$$

η_1/η は $\alpha = 0$ とすれば安全側の値となり、文献15)の方法で推定することができる。

b) 安定比

(38)式を用いて、 α と安定比の関係を求めると図12のようになる。

図12より、 $\alpha < 0.05$ では τ_1 は1を越えており、 $\alpha = 0.05$ では τ_1 はほぼ1、 $\alpha = 0.1$ では τ_1 は約0.5である。

図13は $\eta = 10$ の入力に対する応答から求めた各層の累積塑性変形倍率の分布を示したものである。プロットがないのは崩壊した場合である。 $\tau_1 \geq 1$ の場合は崩壊していることが分かる。

EL CENTRO地震動の場合について、第1層に関する τ と η'_1/η_1 および τ と $(\mu_1 - 1)(1 - \alpha)/2\eta_1$ の関係を図14に示す。

図14の結果は図7と類似の結果であり、安定比は、せん断型多質点系モデルの場合についてもP- Δ 効果を示す指標として有効であ

図12 α と τ_1 の関係

図11 α と η_1/η の関係

図13 $\eta = 10$ の入力に対する応答から求めた各層の累積塑性変形倍率の分布
EL CENTRO

図14 第1層の安定比と歪エネルギーの偏りおよび塑性率の関係

ることが分かる。

5. 梁降伏型骨組モデルに対する解析

梁降伏型骨組の地震時の動的崩壊過程における変形集中現象が上谷により指摘されている。

上谷は、変形が集中する高さを予測する理論を示し¹⁰⁾、地震応答解析結果との対応を確認している¹¹⁾。

上谷の理論により、変形集中領域については明らかにされたが、入力地震動の大きさとこの様な不安定崩壊が発生する条件との関係が不明である。本研究では、安定比を用い、入力の大きさと変形集中現象による変形量および崩壊との関係について検討する。

5.1 変形集中領域における安定比

図15(a)に示す様な1本の柱と両側の梁から成るモデルを用いる。柱は降伏しないものとする。

変形集中領域の層数は文献11)によれば次式を満足する最小の n_b

図15 梁降伏型骨組モデル

図16 変形モード

図17 代表層の荷重変形関係
(P-Δ効果を考慮しないとき)

図18 骨組の置換

である。

$$\bar{m}g \geq \frac{\pi^2 EI_c}{(n_b \cdot l)^2} + \frac{2\alpha_s k_s}{l} \quad (39)$$

ここで、

EI_c : 柱の曲げ剛性、 $\alpha_s k_s$: 梁の降伏後の $dM_s/d\theta_s$ (図15(b)参照)、 $\bar{m}$: $n_b/2$ 層から頂部までの質量の総和

変形モードを図16の様に折れ線で仮定する。代表層の荷重変形関係は図17の様であるとする。代表層の復元力およびP-Δ効果剛性 ($\bar{k}_{ps}$) はそれぞれ第1層から第 n_b 層までの復元力およびP-Δ効果剛性の平均値とする。

代表層の安定係数 $\bar{\theta}$ は次式で定められる。

$$\bar{\theta} = \bar{k}_{ps} / \bar{k}_E \quad (40)$$

変形集中領域で吸収する歪エネルギー $\bar{E}_D$ の系全体で吸収する歪エネルギー E_D に対する比を ξ とする。

$$\bar{E}_D = \xi E_D \quad (41)$$

代表層の累積塑性変形倍率 $\bar{\eta}$ は、 $\bar{E}_D$ を用いて次式で表される。

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{E}_D}{n_b \bar{Q}_p^2 / \bar{k}_E} \quad (42)$$

(10)、(41)、(42)式より、 $\bar{\eta}$ は次のように書ける。

$$\bar{\eta} = \frac{m \bar{k}_E \xi}{2 n_b \bar{Q}_p^2} V_D^2 \quad (43)$$

代表層について、塑性勾配係数 $\bar{\alpha}$ (図17参照)、(40)式による安定係数 $\bar{\theta}$ 、(43)式による $\bar{\eta}$ を、それぞれ(9)式の α 、 θ 、 η に代入すれば、変形集中領域における安定比 $\bar{\tau}$ が定まる。

5.2 応答解析

(1) 解析モデル

40層の梁降伏型骨組を対象として応答解析を行う。解析において、P-Δ効果は層レベルで考慮している。全ての柱および全ての梁の断面はそれぞれ同一とする。解析骨組は16層以下は1層を1質点とし、変形集中が生じない16層以上は4層を1質点とする様な集約モデルとした (図18参照)。質量分布は均等とし、梁の塑性勾配係数 α_s (図15(b)参照) は0とした。入力地震波として、EL CENTRO NS波を用いた。

(39)式を満たす最小の n_b の値は以下である。

$$n_b = 11$$

(2) 解析結果

応答時の骨組全体の変形を図19に示す。図19は $\bar{\tau} = 0.94$ の場合に

図19 骨組全体の2秒毎の変形
($\bar{\tau} = 0.94$) 図20 代表層の荷重変形関係
($\bar{\tau} = 0.94$) 図21 代表層の安定比と ξ の関係

図22 代表層の安定比と歪エネルギーの偏りおよび塑性率の関係

ついて、2秒毎の変形を画いている。

応答による代表層の層せん断力 ($\bar{Q}$)、層間変位 ($\bar{x}$) は、第1層から第 n_b 層までの刻々の応答せん断力、応答層間変位の平均値より求めた。 $\bar{\tau}=0$ および $\bar{\tau}=0.94$ の場合について、 $\bar{x}$ と $\bar{Q}$ の関係を図20に示す。

図21は応答結果より求めた $\bar{\tau}$ と ξ の関係である。この振動系においては ξ は約0.8である。

代表層の応答結果より求めた $\bar{\tau}$ と $\bar{\eta}'/\bar{\eta}$ および $\bar{\tau}$ と $(\bar{\mu}-1)(1-\bar{\alpha})/2\bar{\eta}$ の関係を図22に示す。ここで、 $\bar{\eta}'$ 、 $\bar{\mu}$ は代表層における η' 、 μ である。

図22の結果は図7に示す結果と類似であり、安定比が梁降伏型骨組の変形集中現象に対しても有効な指標であることが分かる。

架構が与えられたとき、 n_b と共に予め ξ を推定することができれば、想定した地震入力 (V_b) に対して(43)式を用いて安定比が定まる。安定比を用いて、変形集中領域における歪エネルギーの一方への偏りと塑性率を予測することができる。 ξ の推定法を検討することは今後の課題である。 $\xi=1$ とすれば、安全側の予測が得られる。

6. 結論

弾塑性地震応答における P- Δ 効果の影響を表す指標として安定比 τ を導入した。安定比は振動系の特性と入力の大きさを含む指標で、 τ を用いることにより P- Δ 効果を考慮した歪エネルギーのひとつの方向への偏りおよび塑性率について予測することができる。

1質点系モデル、せん断型多質点系モデル、梁降伏型骨組モデルに対して応答解析を行い、安定比の有効性を検証した。

参考文献

- 1) Bernal, D. : Amplification Factor for Inelastic Dynamic P- Δ Effects in Earthquake Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.15, pp.635-651, 1987.
- 2) 曾我部博之, 小高昭夫: 強震を受ける弾塑性質点系の P- Δ 効果について, 日本建築学会構造系論文集, 第463号, pp.19-26, 1994年9月
- 3) 秋山宏: 鋼構造剛接骨組の耐震性におよぼす P- Δ 効果の影響, 日本建築学会論文報告集, 第340号, pp.11-16, 1984年6月
- 4) 文雪峰, 鈴木計夫他2名: 低層部にソフトストーリーを有するコンクリート多層骨組構造の不安定予測 (その1) 安定限界の誘導, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.431-432, 1993年9月
- 5) 蘇道遠, 鈴木計夫他2名: 低層部にソフトストーリーを有するコンクリート多層骨組構造の不安定予測 (その2) 動的解析による検証, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.433-434, 1993年9月
- 6) 河上勝博, 石山祐二: 耐震設計における構造特性係数の最小値 (その1) 解析方法と結果, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.67-68, 1994年9月
- 7) 石山祐二, 河上勝博: 耐震設計における構造特性係数の最小値 (その2) ベースシャー係数スペクトルの考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.69-70, 1994年9月
- 8) 板矢崇志, 松島豊: 高層建築物の地震応答における P- Δ 効果, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 II, pp.685-686, 1995年8月

- 9) 板矢崇志, 松島豊: P- Δ 効果を考慮した高層建築物の弾塑性地震応答, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 II, pp.495-496, 1996年9月
- 10) 上谷宏二: 繰返し水平載荷を受ける多層多スパン平面骨組の塑性崩壊挙動 (その1) 多層多スパン平面骨組の対称限界理論, 日本建築学会構造系論文集, 第435号, pp.61-70, 1992年5月
- 11) 上谷宏二, 田川浩: 梁降伏型骨組の動的崩壊過程における変形集中現象, 日本建築学会構造系論文集, 第483号, pp.51-60, 1996年5月
- 12) Sun, C. K., Berg, G. V. and Hanson, R. D. : Gravity Effects on Single-Degree Inelastic System, ASCE Vol.99, No.EM1, pp.183-200, February 1973.
- 13) Applied Technology Council : Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings, National Bureau Standards, 1978.
- 14) 秋山宏: 建築物の耐震極限設計 第2版, 東京大学出版会, 1987年
- 15) 日本建築学会: 建築耐震設計における保有水平耐力と変形性能 (1990), 1990年10月

付録1 1質点系モデルの解析手順

具体的な解析手順を以下に示す。

減衰定数は2%とする。 m を設定する。

入力地震動 (4種類) を変えて繰り返す。

η の概略値 η_0 が10および20の場合について繰り返す。

T が1,2,3,4,5(sec)の場合について繰り返す。

・ k_E を定める。 $(k_E = (2\pi/T)^2 m)$

・ $\alpha = 0$ 、P- Δ 効果なしの条件で、累積塑性変形倍率が η_0 となる様な C_s を求める。

・ Q_p を求める。 $(Q_p = mgC_s)$

α が0および0.1の場合について繰り返す。

τ の概略値 τ_0 が0,0.1,0.2,...,1.0の場合について繰り返す。

・ θ を求める。 $(\theta = \tau_0 \frac{2\eta_0\alpha + 1 - \alpha}{2\eta_0 + 1 - \alpha})$

・ k_{ps} を求める。 $(k_{ps} = \theta k_E)$

・ 以上で全ての解析条件が決定する。弾塑性応答解析を行い、 η 、 η' 、 μ を算出する。

・ η と η_0 がほぼ等しいことを確認する。

・ 応答結果による η を用いて、 τ を定める。

$(\tau = \theta \frac{2\eta + 1 - \alpha}{2\eta\alpha + 1 - \alpha})$

・ τ と η'/η および $(\mu-1)(1-\alpha)/2\eta$ の関係を図にプロットする。(図5)

m および入力地震動の大きさはそれぞれの様に設定しても図5のプロットは変わらないので、任意の値に設定してよい。また、図5に□で示す η は、上記の η_0 である。

(1999年4月10日原稿受理, 1999年8月16日採用決定)