中間に座屈補剛支点を有する圧縮材の弾塑性挙動と必要補剛性能 ELASTO-PLASTIC BEHAVIOR OF COMPRESSION MEMBERS Laterally-Braced AT AN INTERMEDIATE POINT AND BRACING REQUIREMENTS

深尾 英 邦*, 森 野 捷 輔**

Hidekuni FUKAO and Shosuke MORINO

Elasto-plastic analysis was carried out for the behavior of compression members which had initial deflection and load eccentricity, and were braced at an arbitrary intermediate point other than the center. The paper first discusses the results of a parametric study on the effects of bracing stiffness and location on the maximum strength of the member and the bracing force. The numerical analysis was performed by the finite difference method together with the moment-curvature relation prepared beforehand. This method of analysis however fails to solve the post buckling behavior in some cases, and the paper reveals the reason and indicates the limit of application of the finite element method to the present problem, and then introduces the numerical results of the post buckling behavior obtained by the finite element method using iso-parametric elements with 8-nodes. Finally, the paper shows the design recommendations for the laterally-braced compression members.

keywords : Compression members, Flexural buckling, Bracing, Bracing force, Bracing stiffness, Numerical analysis

圧縮材, 曲げ座屈, 補剛, 補剛力, 補剛剛性, 数値計算

1. はじめに

圧縮材の曲げ座屈補剛設計は, 材の中間に横移動拘束する補剛支点を設けることでその座屈長さを短縮し, 部材の軸圧縮耐力を目標の耐力まで上昇させようとするもので, 補剛支点には圧縮材が目標の耐力に達する為の剛性と, この剛性を喪失しないための強度が必要となる。

座屈補剛解析は幾何学的並びに材料的非線形性の強い問題で, 既往の解析的研究の中には変形モードを固定しているため, 耐力がEuler座屈強度を上回るなど解析解に矛盾が見られた。また, 補剛支点が圧縮材中央に限られているなど汎用性に欠けている点が指摘されてきた。最近, これらの問題に取り組んだ研究がいくつか見られるようになり, 小野・石田・下野^{1)~3)}はポテンシャルエネルギー増分の停留原理に基づく有限要素法を用いて広幅H形鋼を対象に補剛材の剛性, 補剛支点位置, 初期たわみを変数に解析を行っている。辻・西野^{4)~7)}はH形鋼断面を5質点モデルで近似し, 平面保持の仮定を導入した1次元有限要素法を用いて, 補剛支点の位置や補剛材剛性などの変数に対して座屈後挙動を考慮した解析を行っている。筆者等も時期を同じくして, 補剛支点の位置や初期不整が補剛材の設計にどの程度影響を及ぼすかを調べる目的で, たわみモードの移行を考慮に入れた差分法を用いて解析を行った^{8)~10)}。本論文では, まず, 構造部材の安定解析

によく用いられ, 適用方法も簡便な差分法を用いた, 鋼構造圧縮材の曲げ座屈補剛に関するパラメトリックな数値実験で得られた所見をもとに, 補剛材に必要な剛性・強度を検討する。次に辻等⁴⁾が指摘しているように差分法を用いた解析法では最大耐力以降の挙動追跡において数値解が収れんしない場合があったので, モーメント-曲率関係に依存する差分法を用いた曲げ座屈補剛解析の限界を指摘する。最後に, 座屈後挙動解析を目的に行った2次元有限要素法による解析結果から, 補剛された圧縮材の座屈後挙動について論じる。

なお, 先述の有限要素法を用いた2つの研究では, 断面に平面保持の仮定を導入した1次元有限要素法を用いていたが, 本研究では将来曲げ材や柱材の補剛問題にも適用できるように局所的な大変形を考慮した2次元有限要素法により挙動解析を行っている。

2. 差分法を用いた解析

2.1 解析モデル

解析は図-1のような元たわみ(y_0)を有して偏心(e)を伴った軸圧縮荷重(P)を受ける正方形断面の両端単純支持圧縮材に, 弾性はねとして作用する補剛支点が任意に設定できるモデルを用い, 材軸方向に線要素に分割した各要素端の力の釣合を満たしながら, 曲率分布を数値

* 三重大学工学部建築学科 助手・工修

** 三重大学工学部建築学科 教授・工博

Research Assoc., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Mie University, M. Eng.

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Mie University, Dr. Eng.

積分することで分割点変位を求める手法を採った。この際、変形は微小であり曲率は変位の2階微分で表されるとし、曲率と変位の関係式として中央差分近似式を用い、局部座屈などの局部変形は考慮していない。また、圧縮材の断面形状が座屈荷重及び座屈後挙動に及ぼす影響は小さいことが知られている¹¹⁾ので、本研究では最も取り扱いの簡単な正方形断面圧縮材を対象とした。補剛支点は剛性(K)を有する弾性ばね支承とし、反力は y 方向のみに作用するものとした。鋼材の応力-ひずみ関係は普通鋼(SS400)を想定し、図-2の様なひずみ硬化域を持つモデルで、圧縮側・引張側とも同様とした。弾塑性域を表す数式表現は、この応力-ひずみ関係を用いて計算した圧縮材の接線係数理論による非弾性座屈応力度が、(1)式で表される学会規準式に一致するように定めたもので、(2)式で表される。

$$\sigma_{cr} = \left\{ 1 - 0.4 \left(\frac{\lambda}{\lambda_p} \right)^2 \right\} \sigma_y \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{1}{1 + e^\alpha} \sigma_y \quad (2)$$

ここに、

$$\alpha = \frac{5}{2} + \ln \left(\frac{2}{3} \right) - \frac{E\varepsilon}{0.24\sigma_y}, \quad \lambda_p = \pi \sqrt{E/0.6\sigma_y}$$

λ : 細長比, σ : 応力, ε : ひずみ

σ_y : 降伏応力, E : ヤング係数

2.2 解析変数

圧縮材の曲げ座屈補剛における主要なパラメータとして、圧縮材の細長比(λ)、初期不整(y_0, e)、補剛支点の位置(l/l)、補剛材の剛性比(k)を考え、補剛支点の数は1つとした。初期不整は偏心量と元たわみの組合せで表-1のように元たわみのみを与えたAシリーズ、偏心量のみを与えたCシリーズ、両方を組み合わせて与えたBシリーズの3シリーズである。圧縮材の細長比は材長 l に対する値で $\lambda = 60, 120, 180, 240, 300$ の5種類、補剛支点位置は圧縮材を l_1, l_2 に分割する位置に設け、 l に対する l_1 の比として $l_1/l = 0.05 \sim 0.95$ まで0.05ピッチで19種類とした。 l_1 は図-1に示すように上側支点から補剛支点までの長さである。補剛材剛性比(k)は補剛支点を設けた元たわみのない理想的な中心圧縮耐力が、(4)式で与えられる長さ l_a で両端単純支持材の中心圧縮耐力に等しくなるための最小のばね剛性 K_{min} ¹²⁾((3)式)に対する比で、 $k = K/K_{min} = 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 8.0$ の5種類とした。 l_a は l_1, l_2 のうち長い方の値をとる。

$$K_{min} = \frac{l_1 + l_2}{l_1 l_2} P_{cr} \quad (3)$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \tau EI}{l_a^2} \quad (4)$$

ここで τ は(2)式から(5)式のように求まる、接線係数比である。

表-1 初期不整の組合せ

Series	偏心量 e	元たわみ y_0
A	0	$\frac{l}{10^3} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \frac{l}{10^4} \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) + \frac{l}{10^5} \sin\left(\frac{3\pi x}{l}\right)$
B	$\frac{i}{20} + \frac{l}{1000}$	$\frac{l}{10^3} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) + \frac{l}{10^4} \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) + \frac{l}{10^5} \sin\left(\frac{3\pi x}{l}\right)$
C	$\frac{i}{20} + \frac{l}{500}$	0

$$\lambda_a < \sqrt{\pi^2 E / 0.6 \sigma_y} \quad \tau = \left(1 - \frac{0.24 \lambda_a^2 \sigma_y}{\pi^2 E} \right) \frac{\lambda_a^2 \sigma_y}{\pi^2 E} \quad (5-1)$$

$$\lambda_a \geq \sqrt{\pi^2 E / 0.6 \sigma_y} \quad \tau = 1.0 \quad (5-2)$$

$$\lambda_a = l_a / i, \quad (i: \text{断面2次半径}) \quad (5-3)$$

また、補剛支点位置が設計式に組み込まれた鋼構造限界状態設計指針・同解説¹³⁾(以後S-LSD指針)の圧縮材の曲げ座屈補剛に関する規定では、(4)式であらわされた P_{cr} の代わりに、S-LSD指針(3.2)式で表される曲げ座屈限界耐力をとり、本定義同様、弾塑性座屈領域を勘案した式となっている。一方、先述の研究^{1)~7)}では、弾性域では本定義と同じ(4)式($\tau=1$)を用いるが、弾塑性域では(4)式の P_{cr} の代わりに軸降伏荷重 P_y を用いているため、本論文で定義した K_{min} が若干小さい値の値を採る。

2.3 基準耐力: P_B および $S-LSD P_{cr}$

補剛材がその機能を果たし、圧縮材の耐力が目標値まで達し得たかどうかを判断するため、補剛支点を有する圧縮材に期待すべき耐力を図-3に示すモデルを用いて計算した。すなわち、表-1の中で l の代わりに l_a (l_1, l_2 の大きい方)を用いて得られる偏心量 $\bar{e}$ および元たわみ $\bar{y}_0$ を与えて、長さ l_a の圧縮材の最大耐力を数値計算し、この最大耐力を基準耐力 P_B とした。既往の研究の中には全材長 l に対し初期不整を与え、補剛材剛性比を無限大として基準となる耐力を数値計算したものがあるが、それに比べると P_B は長さ l_a の部材を切り離し、補剛支点における他材の拘束効果を考慮していないため、若干低い値を採る。また、S-LSD指針(3.2)式から得られる圧縮材の曲げ座屈限界耐力を $S-LSD P_{cr}$ と記し、以後、これら P_B 及び $S-LSD P_{cr}$ を満たすべき補剛材剛性・強度について論じる。

図-2 応力-ひずみ関係

図-1 解析モデル(差分法)

図-3 基準耐力評価モデル

2.4 解析結果

解析では、補剛支点の増分変位を与え、軸圧縮荷重を仮定し、力の釣合から各分割点での曲げモーメントを求め、断面の曲げモーメント-曲率関係から得られる曲率を材長にわたって差分法を用いて数値積分することで各分割点変位を求めた。材軸方向の分割数は上側部材(l_1)、下側部材(l_2)をそれぞれ100等分した。補剛材支点の変位と軸圧縮荷重の関係から次のような特性が得られた。

補剛材剛性比が圧縮材の最大耐力に及ぼす影響 主材の最大耐力は補剛支点位置と補剛材の剛性が同じであれば3つのシリーズの中でAが一番大きく、次いでB、Cの順となった。図-4に各補剛支点位置におけるA、B、Cシリーズの最大耐力比(P_{max}/P_y , P_y : 降伏軸耐力)-補剛材剛性比(k)関係を細長比ごとに示す。曲線の形は補剛支点位置(l_1/l)が中央から離れるに従い直線性が強くなり、逆に中央に近づくにつれて補剛材剛性比(k)の増加に伴って、最大耐力は一定値に収れんする傾向を示している。●印は図-3を用いて求めた基準耐力(P_B)で、この●印に対する補剛材剛性比が補剛材に必要な剛性を表すものと考え、この値は、中央に近づくにつれ、また細長比が小さくなるにつれて増加するが、一般には $k < 2$ の範囲に収まっている。しかし中央を補剛した細長比60のものになるとその値は3.7をとるものもあり、補剛材に必要な剛性は細長比と補剛支点位置の影響を大きく受ける。また、補剛支点位置が中央から離れると基準となる圧縮耐力が低くなるため、補剛材に必要な剛性はあまり高くない。また、○印はS-LSD指針耐力 $S-LSD P_{cr}$ で、一般的に基準耐力 P_B より高く、細長比240のBシリーズやCシリーズの中には補剛材剛性比が8になっても $S-LSD P_{cr}$ を満たさないものもある。これは、S-LSD指針で想定している初期不整がAシリーズのものに近く、B及びCシリーズでは過大に評価しているためである。○印に対する補剛材剛性比はBシリーズ、Cシリーズの中央を補剛した場合を除いて概ね $k = 4$ 以下の範囲に収まっており、その傾向は P_B と類似している。

補剛材剛性比が最大耐力時補剛力に及ぼす影響 軸方向圧縮荷重が最大になったときの補剛支点反力 F を圧縮荷重 P_{max} で除した値(補剛力比: F/P_{max})と補剛材剛性比(k)の関係を図-5に示す。補剛支点が同じ位置の解析結果を見ると、各シリーズとも同様の傾向を示すものの、 k の増加に伴い収れんしようとする値は異なっている。その値は初期不整が最も厳しいCシリーズが最も大きな値を取り、次いでB、Aの順となる。補剛支点位置を中央に限ってみれば細長比に関わらず $k = 4$ 程度で一定値に収れんし、その値はAシリーズでは0.6%に、Bシリーズでは1.7%に、Cシリーズでは1.9%となり、学会の指針等¹⁴⁾で示される2%を下回っている。また中央に補剛支点を設けた既往の研究^{2), 6)}でも同様の結果が得られている。補剛支点位置が中央からずれ、例えば $l_1/l = 0.3$ では細長比によっても補剛力比の収れん値は異なり、中央を補剛した場合に比べずっと大きな値をとる。

補剛支点位置が圧縮材の最大耐力に及ぼす影響 補剛支点位置が主材の最大耐力に及ぼす影響は初期不整と関係が深い。図-6に最大耐力比(P_{max}/P_y)-補剛支点位置(l_1/l)関係を補剛材剛性比ごとに示す。Aシリーズは初期不整として元たわみのみを与えた場合で、この場合補剛材剛性比(k)の増加に伴って最大耐力のピークは中央からずれ、 $l_1/l = 0.45$ 付近に移動している。これはsine波の複合波として与えた元たわみのうち、逆対称モードの1波形状のsine波元たわみが強く影響したためである。Cシリーズは偏心量のみが与えられた場合で、解析結

● P_B : 基準耐力 ○ $S-LSD P_{cr}$: S-LSD指針耐力
実線 上から $\lambda = 60, 120, 180, 240, 300$

図-4 最大耐力 - 補剛材剛性比関係

実線 上から $\lambda = 300, 240, 180, 120, 60$

図-5 補剛力 - 補剛材剛性比関係

図-6 最大耐力 - 補剛支点位置関係

図-7 最大耐力時補剛力 - 補剛支点位置関係

果は $l_1/l = 0.5$ を境に左右対称となり、Aシリーズに比べると最大耐力比は小さな値を示している。Bシリーズは偏心量と元たわみの複合した初期不整が与えられたもので、元たわみによるピーク耐力の移動と偏心量による耐力の低下が見られる。図中の点線は補剛支点位置で切り出した長い方の材を両端ピン支持した初期不整のない理想的な材としたときの理想耐力、すなわち(4)式の P_{cr} を示している。一方、破線は先に述べた基準となる耐力 P_B を、網掛部分はS-LSD指針耐力を満たす領域を示している。図を見ると、その補剛支点位置に関わらず、また細長比に関わらず基準となる耐力 P_B (網線) を確保するためには、補剛材に必要とされる補剛材剛性比は $k=2$ 以上となる。しかし理想耐力 P_{cr} (破線) については、特に中央付近を補剛した場合、補剛材剛性比を相当大きくしてもこれを超えることはできない。一方、S-LSD指針耐力 $S-LSD P_{cr}$ は中央を補剛したBシリーズ、Cシリーズを除くと補剛材剛性比が $k=4$ 以上あれば満たされている。

補剛支点位置が最大耐力時補剛力に及ぼす影響 図-7に最大耐力時の

補剛力比 (F/P_{max}) - 補剛支点位置 (l_1/l) 関係を補剛材剛性比 (k) ごとに示す。細長比 60 以外は、 $l_1/l = 0.5$ 付近で補剛材剛性比 (k) の増加に伴い補剛力比は小さくなるが、0.3 (0.7) 近傍を境に傾向は逆転し、 k が増加するに伴って補剛力も増加している。これは、補剛材を左右の支点付近に設けると、耐力の上昇を期待して剛性の高い補剛材を入れても耐力の上昇はそれほど見込めないこと、逆に最大耐力を少し上昇させるのに相当剛な補剛材を用いなければならないことを示している。細長比 60 では、全域にわたって補剛材剛性比 (k) の増加に伴い補剛力比が増大している。これは細長比 $\lambda = 60$ ぐらいになると曲げ変形が生じにくくなり、補剛材剛性比が増大しても補剛支点変位が効果的に抑制されないためである。一方、従来設計では慣用的に $F/P_{max} = 2\%$ ¹³⁾¹⁴⁾ を用いているが、これは本来、中央に配した補剛材に対して満たされるべき値で、中央以外を補剛した場合には新たに定義してやる必要があり、その形状は図で見られるように放物線と与えるのが望ましい。

2.5 差分法を用いた解析手法の問題点

差分法を用いた解析では、最大耐力以降の荷重と変位の関係が求められない場合があった。その大きな理由は、各増分ステップにおいて刻々変化する軸圧縮荷重に応じて、独立した曲げモーメント-曲率関係から得られる曲率を数値積分して変位を求めている点である。この計算スキームでは、未確定の軸圧縮荷重に依存した断面の曲げ剛性を使っているために、収れん計算を進める過程で荷重経路に整合した曲げ剛性が得られていないため、幾何学的非線形性に富む増分(収れん)ステップで、近接する誤った数値解をとる可能性が大きくなり、本計算でもたびたび誤った解を選択したり、収れんしなかったりした。これらは、中央を補剛したモデルを解析する際に顕著にみられた。

一方で、幾何学的非線形問題に強いとされる弧長法を、釣合微分方程式を差分法を用いて解く計算過程に組み込んだ場合においても、整合のとれた曲げ剛性が評価できない同様の問題におつかり、最大耐力以降の計算値が収れんしない場合があった。これも、各増分荷重に対して曲げモーメント-曲率関係を独立した計算により求めていることに起因している。

この問題は、曲げモーメント-曲率関係を計算の中で未確定因子である増分荷重に対して求めているために生じていることから、曲げモーメント-曲率関係に依存しない解析法を採るか、曲げモーメント-曲率関係から得られる曲げ剛性の整合性をとる新たなパラメータの設定が必要となる。次項では、曲げモーメント-曲率関係に依存しない2次元有限要素を用いた座屈後挙動解析を行い、座屈後挙動を検討する。

3 有限要素法を用いた解析-座屈後挙動解析-

3.1 解析モデル

有限要素法を用いた圧縮材の曲げ座屈補剛解析では座屈後挙動を捉えるため、座屈後の局部変形を考慮したUpdated-Lagrange表記による定式化と、Newton-Raphson法の2次収束を考慮した整合剛性行列作成のための後退型Euler応力積分法¹⁵⁾(Return Mapping Algorithm¹⁶⁾)を導入した。

圧縮材は板厚方向(曲げ構面外)に応力が作用しない平面応力状態

図-8 解析モデル(有限要素法)

で、平面内での曲げ変形を対象とし局部座屈などの面外挙動は考慮していない。要素分割は2次元8節点アイソパラメトリック要素を用いた(図-8参照)。要素分割は板幅方向に3等分(y方向)、材長方向は要素プロポーションが1対1になるよう均等に分割したが、これは同一のモデルに対して板幅方向並びに材長方向の分割数を変えて行った予備解析から、座屈後の変形性状が十分に再現でき且つ計算効率の良い分割数を選択したことによる。鋼材はVon-Misesの降伏条件に従うSS400材で、ひずみ硬化を考慮したBi-linear型でモデル化した(図-9)。差分法では弾塑性域を(2)式を用いて表現したが、有限要素を用いた解析では、2軸応力状態を想定した構成式が簡便に取り扱えるBi-Linear型を採用した。これは、先に行った差分法を用いた解析から(2)式で示した応力-ひずみ関係の弾塑性域が圧縮材の曲げ座屈補剛現象に及ぼす影響は小さいと判断したからである。また、要素剛性行列の作成時にはシアロッキングの影響を考慮し、次数低減積分を図-10に示すガウス積分点に対して行った。

軸圧縮力は節点に作用し、節点の座標を変更することで所定の偏心を与えている。載荷点に於ける応力集中により局部的に塑性化が進行するのを防ぐために、載荷点近傍の要素は常に弾性挙動するものとした。補剛力も節点に作用し、y方向の変形量に応じた補剛力が圧縮材に導入されるものとし、x方向変位による影響は無視している。

3.2 解析結果

有限要素法を用いた解析では、差分法を用いた数値計算で座屈後挙動の得られなかった中央を補剛した圧縮材の座屈後挙動を把握するため、補剛支点の位置は中央のみ($l_1/l = 0.5$)とし、細長比は $\lambda = 60, 90, 120, 150, 180$ の5種類、補剛材剛性比は $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ の8種類の計40例に対して行った。なお、初期不整は表-1のBシリーズで与えられる荷重偏心と元たわみを与えた。

図-9 材料特性

図-10 要素モデル

図-11 最大耐力-補剛材剛性比関係

図-12 補剛力比-補剛材剛性比関係

最大耐力・補剛力 図-11は有限要素法を用いて得られた最大耐力と補剛材剛性比の関係を示した図で、図-12は最大耐力時の補剛力比と補剛材剛性比の関係を示した図であり、それぞれ差分法の図-4、図-5に対応する。両者が示す傾向は類似しており、差分法ならびに有限要素法を用いた解析値は十分な精度を持っていることが伺える。補剛力比-補剛材剛性比関係を示した図-12も差分法を用いた解と同様に、補剛材剛性比の増加に伴い一定値に収れんする傾向がみられ、その値は1.7%を若干下回る結果となった。差分法を用いた解析では、鋼材の応力-ひずみ関係に(2)式で表される弾塑性領域を有していたが、有限要素法を用いた解析では図-9に示したようにBi-Linear型でモデル化しているため、有限要素法を用いた計算結果は最大耐力を若干大きめに評価している。細長比の小さな $\lambda=60$ ではその差は1~2%程度であるが、細長比が大きくなり全体座屈が先行するモデルでは1割近く差がでるものもあった(表-2参照)。補剛力比を比べた場合、分母にくる耐力に違いがあることから更に差が大きくなるものがあった。

荷重-変位関係 図-13は軸圧縮荷重と補剛支点変位の関係で、細長比60, 120, 180のものについて補剛材剛性比を変数に示す。補剛支点変位は材長で除し無次元化してある。一般に、細長比が大きくなるにつれて最大耐力以降の劣化勾配が大きくなる傾向がある。これは、細長比の大きなモデルでは全体座屈が先行し、その後局部的にヒンジを形成しながら変形が進行するためである。細長比の小さなモデルでは明確な全体座屈がみられず、部材軸方向に塑性化が進行し、その後局部的に変形し耐力が低下するメカニズムであった。また、補剛材剛性比が小さなモデルでは全体座屈が先行しsine半波形のたわみ形状を維持しながら変形が進行したが、変形モードがsine1波形状に移行することで補剛支点の変位が大きく戻っている。ただし、細長比が小さくなると、軸方向の塑性化が先行し補剛力も徐々に大きくなる傾向がみられる。

座屈後の補剛力 図-14は補剛力と軸圧縮荷重の関係を示したもので、左側の図の縦軸は補剛力をその時の軸圧縮荷重で無次元化したもの、右側は補剛力を降伏荷重で無次元化したものである。左側の軸圧縮荷重で無次元化した図では最大耐力以降補剛力が増大しているように見えるが、これは分母にくる軸圧縮荷重 P が小さくなるためで、右側の

表-2 解析値の比較

MODEL	P_{max}/P_y (FDM)	P_{max}/P_y (FEM)	FDM FEM	F/P [%] (FDM)	F/P [%] (FEM)	FDM FEM
$\lambda = 60, k = 1$	0.85	0.87	0.98	1.57	1.18	1.34
$\lambda = 60, k = 2$	0.89	0.90	0.98	1.79	1.44	1.24
$\lambda = 60, k = 4$	0.91	0.92	0.98	1.83	1.60	1.14
$\lambda = 60, k = 8$	0.91	0.94	0.98	1.79	1.66	1.08
$\lambda = 120, k = 1$	0.71	0.74	0.95	2.39	2.16	1.11
$\lambda = 120, k = 2$	0.78	0.82	0.94	2.03	1.87	1.09
$\lambda = 120, k = 4$	0.80	0.85	0.94	1.77	1.64	1.08
$\lambda = 120, k = 8$	0.81	0.87	0.93	1.64	1.60	1.02
$\lambda = 180, k = 1$	0.56	0.59	0.95	2.96	3.12	0.95
$\lambda = 180, k = 2$	0.63	0.68	0.92	2.12	2.29	0.93
$\lambda = 180, k = 4$	0.65	0.73	0.89	1.72	1.80	0.96
$\lambda = 180, k = 8$	0.66	0.74	0.90	1.59	1.61	0.99

FDM: 差分法, FEM: 有限要素法

B Series, $l_1/l = 0.5$

図-13 軸圧縮荷重-補剛支点変位関係

図-14 補剛力-軸圧縮荷重関係

図-15 最大耐力時のたわみ形状

図-16 最大耐力以降のたわみ形状

降伏荷重で無次元化した図をみると、細長比の大きなものでは数パーセントの範囲内に収まる傾向がある。これは先に述べたように最大耐力近傍でのメカニズムに大きく依存している。

たわみ形状 図-15は最大耐力時のたわみ形状を各細長比ごとに補剛材剛性比を変数にとり示したもので、補剛材剛性比が4以上あれば類似のたわみ形状をとることが分かる。半分より上側の変形が大きいのは初期不整として与えたsine複合波に含まれる1波形状が影響しているためである。図-16は最大耐力以降荷重が一割づつ減少したときのたわみ形状を、上図は細長比120で補剛材剛性比 $k=1$ の場合と $k=4$ の場合を比較したもの、下図は補剛材剛性比 $k=4$ で細長比60の場合と、180の場合を比較したものである。図中 P_{XX} の添え字 XX は、例えば、 max が最大耐力を、0.9が最大耐力から1割減少したときのたわみ形状をあらわしている。上図の補剛材剛性比を比べた場合、最大耐力以降のたわみ形状に明確な違いがみられ、補剛材剛性比が $k=1$ の場合材軸全体にわたって終始たわみが增大しているが、補剛材剛性比 $k=4$ の場合では最大耐力以降すぐにsine1波形にたわみ形が移行している。下図の細長比を比べた場合、同じ補剛材剛性比でも細長比が小さい $\lambda=60$ の場合では、軸方向の塑性化が先行するため明確なたわみ形状の移行がみられないが、細長比の大きな180の場合は細長比120と同様に明確なたわみの移行がみられる。

4. まとめ

差分法を用いた解法では比較的簡便な方法で補剛支点を有する圧縮材の挙動が得られたが、未確定の増分荷重に応じたモーメント・曲率関係に依存しているため、整合のとれた荷重経路を見いだすことが困難となり、解析解が得られない場合があった。特に、中央を補剛したモデルの座屈後挙動を追跡する場面が多く見られた。2次元有限要素法を用いた解法は、汎用性があり局部変形を考慮することも比較的簡単であるが、差分法に比べ一つのモデルを解くのに多くの時間を必要

とし、多種多様の変数を扱う数値実験には不向きである。しかし、圧縮材の曲げ座屈補剛問題のような複合非線形問題や、連成座屈問題などを取り扱う場合には非常に強力な解法である。

これら2つの解法を用いた鋼構造圧縮材の曲げ座屈補剛解析により以下のことが明らかになった。

- (1) 補剛材に必要な剛性は、細長比や初期不整に関わらず基準耐力 P_B を満たすためには $k=4$ 以上であり、**B**シリーズ、**C**シリーズの中央を補剛した一部のモデルを除けば、 $s-LSDP_{cr}$ を満たすためにも $k=4$ 以上必要である。
- (2) 補剛材剛性比が $k=4$ 以上あれば部材の挙動は類似し、細長比の大きなものでは最大耐力近傍でモードの移行を伴ったたわみ形状・変形状を呈し、細長比の小さな($\lambda=60$)モデルでは材軸方向の塑性化が先行し、その後局部的な変形を伴いながら横方向にたわむメカニズムで耐力が低下していった。
- (3) 補剛材の強度は中央付近を補剛した場合、補剛材剛性比の増加に伴い減少する傾向にあるので必要剛性以上の補剛材を設ければ良く、その値は2%前後である。
- (4) 端部に補剛材を設けた場合には補剛材剛性比の増加に伴って補剛力も増加し、補剛支点が中央から離れるにしたがって放物線状(図-7)に大きくなり、十数パーセントにおよぶものもみられた。

参考文献

- 1) 小野徹郎, 石田交広, 下野耕一: 境界状態を考慮した鋼構造圧縮材及び曲げ材の補剛に関する研究, 日本建築学会構造系, 論文集, 第469, p. 117-125, 1995.3
- 2) 下野耕一, 小野徹郎, 石田交広: 鋼構造部材の座屈補剛に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道), p. 215-216, 1995.8
- 3) T. Ono, T. Ishida, K. Shimono: A Study on Bracing Requirement of Steel Beam-Columns, Proc. 5th Intl. Colloq. on Stability and Ductility of Steel Structures, Nagoya, Vol. 1, pp. 507-514, 1997.7
- 4) 西野孝二, 辻文三: 圧縮材の挙動と補剛材の剛性・強度, 日本建築学会構造系論文集, 第483号, p. 157-163, 1996.5
- 5) B. Tsuji, T. Nishino: Post-Buckling Strength of Compression Members with Elastic Plastic Lateral Bracing, Proc. 5th Intl. Colloq. on Stability and Ductility of Steel Structures, Nagoya, Vol. 1, pp. 515-522, 1997.7
- 6) 辻文三, 西川大介: 圧縮材の構造特性に及ぼす偏心補剛材の剛性・強度, 鋼構造論文集, 第4巻, 第15号, pp. 63-70, 1997.9
- 7) 西野孝二, 辻文三: 補剛された圧縮材の座屈後挙動と補剛材の塑性化, 日本建築学会構造系論文集, 第501号, pp. 135-142, 1997.11
- 8) 深尾英邦, 森野捷輔, 川口淳: 鋼構造圧縮材の座屈補剛に関する解析的研究, 鋼構造年次論文報告集, 第3巻, pp. 15-22, 1995.11
- 9) H. Fukao, S. Morino, J. Kawaguchi: Elasto-plastic Behavior of Laterally-Braced Compression Members, Proc. 5th Intl. Colloq. on Stability and Ductility of Steel Structures, Nagoya, Vol. 1, pp. 499-506, 1997.7
- 10) H. Fukao, S. Morino, J. Kawaguchi: Elasto-plastic Behavior of Laterally-Braced Compression Members, Stability and Ductility of Steel Structures, Elsevier, p. 37-44, 1998.1
- 11) 西野孝二, 座屈補剛された鋼構造圧縮材の挙動特性, 神戸大学博士論文, 1998.8
- 12) 深尾英邦, 鋼構造圧縮材の曲げ座屈補剛に関する研究, 付録B, 平成7年度三重大学大学院工学研究科建築学専攻修士論文
- 13) 日本建築学会: 鋼構造限界状態設計指針・同解説, 1998.10
- 14) 日本建築学会: 鋼構造座屈設計指針, 第2版, 1996.1
- 15) Simo, J. C. and Taylor, R. L.: Consistent Tangent Operators for Rate-Independent Elastoplasticity, Comp. Meth. in Appl. Mech. in Eng., Vol. 48, pp. 101-118, 1985
- 16) Simo, J. C. and Taylor, R. L.: A Return Mapping Algorithm for Plane Stress Elastoplasticity, Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. 22, pp. 649-670, 1986

(1999年7月8日原稿受理, 1999年9月10日採用決定)