確率分布の歪み度を考慮した信頼性解析手法

—荷重係数および耐力係数の簡便な評価法—

RELIABILITY ANALYSIS CONSIDERING SKEWNESS OF DISTRIBUTION

—Simple evaluation of load and resistance factor—

宇賀田 健*

Takeshi UGATA

The load and resistance factor format is one of the practical format for the reliability based design for structures. However, it is generally difficult to calculate those factors, because loads should be treated as a time dependent random variable with a skewed probability distribution function. In order to calculate those factors more conveniently, this paper shows a simple method which can evaluate them considering both time dependency and skewness of random variable, utilizing the load coincidence method and the third moment method.

keywords : Reliability-based design, Skewness of distribution, Third moment method, Load coincidence method,

Load and resistance factor design

信頼性設計法, 確率分布の歪み度, 3次モーメント法, ロード・コインシデンス法, 荷重耐力係数設計法

1. はじめに

およそ自然界に存在する現象は不確定性を有するので, 構造物の安全性も絶対ということはありません。そのため, 構造物を設計する際には, 作用する荷重の大きさや頻度, あるいは構造物の耐力等の変動を考慮する必要があります。設計法の中にさまざまな形で含まれている「安全率」あるいは「裕度」といった概念も, このような変動を考慮した結果であると考えられるが, より積極的に, 確率・統計理論を前面に押し出して荷重や耐力の変動を考慮して構築した設計法を総称して「信頼性設計法」と呼ぶことが多い¹⁾。信頼性設計法は, 確率・統計理論の取り扱い方によっていくつかのレベルに分類されている¹⁾が, 文献2においても採用されている「荷重耐力係数設計法」は, 荷重の変動や耐力の変動を荷重係数および耐力係数という形で評価することにより, 設計者が確率・統計理論を意識することなく簡便に構造物を設計できるという点において, 信頼性設計法の中でも極めて実用性の高いものであると考えられる。

荷重係数および耐力係数を評価するためには, 目標安全性の設定, 荷重および耐力の統計量の評価等が実用上の問題となるが, 仮にこれらが所与のものであるとしても, 各係数の値を計算するためには数値積分や収束計算といった数値解析が必要な場合が多く, 簡単に算定できないのが実状である。例えば, 文献2における荷重係数および耐力係数を評価するために用いられている不規則時間区間における最大値に基づく手法³⁻⁵⁾は, 地震のように稀にしか作用しない荷重のマクロ的な時間変動を考慮した荷重係数および耐力係数を評価することが可能であるが, 荷重組み合わせごとに閾値超過確率の理論解を展開する必要があるとともに, 数値解析的に最小値問題を解かなくてはならない。

今までのように, 設計者は与えられた規準に基づき設計するだけ

であれば, 一度荷重係数および耐力係数を決めてしまえば問題はないかもしれないが, 今後, 建築基準法の改正(1998年6月改正)に伴い, 設計者が独自の承認規準を構築し, よりフレキシブルに設計を行うようになる可能性が高い。この場合, 設計者自身(あるいはクライアント)が要求する安全性を実現するために, 独自の荷重係数および耐力係数を評価する必要性が生じる可能性がある。

よって, 今後, ある程度の精度を有しながらも, より簡便に荷重係数および耐力係数を評価する必要性が高まるものと予想される。そこで, ここでは, Load Coincidence 法⁶⁾⁷⁾および3次モーメント法⁸⁾⁹⁾を用いて, 荷重の時間的変動を考慮でき, かつ荷重(効果)および耐力が任意の確率分布に従う場合でも, 特別な数値解析を用いずに, いわゆる手計算レベルで荷重係数および耐力係数を評価できる手法を構築し, 算定例を通して既提案手法による結果との対応を検討した。

2. 簡便な荷重・耐力係数評価法の構築

2.1 AFOSM 法による荷重・耐力係数評価法の改良

n 種類の荷重が構造物に作用する場合, 「荷重 i による荷重効果 S_i の線形和が耐力 R を超えない確率を目標安全確率 P_{sa} 以上とする」という設計条件式は次式のように書ける。

$$\Pr \left[R - \sum_{i=1}^n S_i \right] > P_{sa} \quad (1)$$

(1)式に対応する限界状態関数(性能関数)は,

$$g(R, S_i) = R - \sum_{i=1}^n S_i \quad (2)$$

と表現できる。これを非正規分布の標準正規変換を用いた AFOSM 法(以下, 単に AFOSM 法と称す)によって, 耐力 R および荷重効

* 大成建設原子力設計グループ 工修

Nuclear Facilities Planning & Design Group, Taisei Co., M. Eng.

果 S_i の公称値 R_n および $S_{n,i}$ に対する荷重耐力係数型設計フォーマット

$$\phi \cdot R_n > \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot S_{n,i} \quad (3)$$

の形に展開すると、荷重係数 γ_i および耐力係数 ϕ は、次式のよう
に評価できる¹⁰⁾。

$$\phi = \frac{H_R^{-1}(-\alpha_R \cdot \beta_a)}{R_n}, \quad \gamma_i = \frac{H_{S,i}^{-1}(\alpha_{S,i} \cdot \beta_a)}{S_{n,i}} \quad (4)$$

ここで、 H_R および $H_{S,i}$ は、それぞれ耐力 R および荷重効果 S_i の確率分布を平均値 0、標準偏差 1 の正規分布 $N(0,1)$ に正規化する正規化関数、 α_R および $\alpha_{S,i}$ は分離係数、 β_a は目標安全性指標で標準正規分布関数 Φ を用いれば、次式のように表される。

$$\beta_a = \Phi^{-1}(P_{Sa}) \quad (5)$$

(4)式を用いて荷重係数および耐力係数を評価するためには、正規化関数 H_R および $H_{S,i}$ の逆関数の評価、および分離係数 α_R および $\alpha_{S,i}$ の評価が必要となる。

まず、正規化関数の逆関数は、確率分布の歪み度をも考慮し、かつ簡便に評価できることから、3 次モーメント法⁸⁾⁹⁾を用いることにする。3 次モーメント法は、確率分布の歪み度

$$v_X = E[X(2)^3] = E[(X - \mu_X)^3] / \sigma_X^3 \quad (6)$$

を考慮し、次式によって任意の確率分布を近似的に正規化する手法である。

$$\begin{cases} H(x) = \frac{\zeta_X}{2} + \frac{\ln\{1 + \zeta_X \cdot x(2)\}}{\zeta_X}, & v_X \neq 0 \\ H(x) = x(2), & v_X = 0 \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 $x(2) = (x - \mu_X) / \sigma_X$ で、添え字(2)は 2 次のモーメント(平均値 μ_X 、標準偏差 σ_X)まで正規化されていることを示す。よって、3 次モーメント法による正規化関数(7)式の逆関数は、

$$\begin{cases} H^{-1}(x) = \sigma_X \frac{\exp\{\zeta_X(x - \zeta_X/2)\} - 1}{\zeta_X} + \mu_X, & v_X \neq 0 \\ H^{-1}(x) = \sigma_X \cdot x + \mu_X, & v_X = 0 \end{cases} \quad (8)$$

と評価できる。なお、この式は対数正規分布における対数標準偏差と超過確率との関係を拡張して導き出したものであるが、式中の ζ_X は対数正規分布の対数標準偏差に相当する。対数標準偏差と歪み度 v_X の関係は図 1 の太線のようにになるが、確率分布が右側に歪んでいる場合も考慮できるように、それを同図中の太点線のように歪み度が負の範囲まで拡張する。この関係は $\zeta_X = a \cdot \tan^{-1}(v_X)$ (a

図 1 歪み度と ζ_X の関係

は任意の定数)等で近似することができ、文献 8 および 9 では対数正規分布による関係の原点における傾きである $a=1/3$ としているが、歪み度が小さい範囲では正規分布に近似して差し支えない場合が多く、むしろ歪み度が大きいところで近似できる方がよいので、ここでは $a=1/2$ で近似することにする(図 1 参照)。

一方、分離係数は AFOSM 法によれば正規化された限界状態関数

$$g(u_R, u_{S,i}) = H_R^{-1}(u_R) - \sum_{i=1}^n H_{S,i}^{-1}(u_{S,i}) = 0 \quad (9)$$

の設計点 $(u_R^*, u_{S,i}^*)$ (正規化された限界状態関数が原点と最短距離をとる点)における偏微係数

$$\partial g^* / \partial u_R = \frac{\partial g(u_R^*, u_{S,i}^*)}{\partial u_R}, \quad \partial g^* / \partial u_{S,i} = \frac{\partial g(u_R^*, u_{S,i}^*)}{\partial u_{S,i}} \quad (10)$$

を用いて、

$$\alpha_R = \frac{\partial g^* / \partial u_R}{\sqrt{(\partial g^* / \partial u_R)^2 + \sum_{i=1}^n (\partial g^* / \partial u_{S,i})^2}}, \quad \alpha_{S,i} = \frac{-\partial g^* / \partial u_{S,i}}{\sqrt{(\partial g^* / \partial u_R)^2 + \sum_{i=1}^n (\partial g^* / \partial u_{S,i})^2}} \quad (11)$$

と評価できる。(9)式における正規化関数の逆関数は、3 次モーメント法を用いれば(8)式のようなので、(10)式に(8)および(9)式を代入すれば、設計点における偏微係数は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \partial g^* / \partial u_R &= \sigma_R \exp\{\zeta_R(u_R^* - \zeta_R/2)\} \\ \partial g^* / \partial u_{S,i} &= -\sigma_{S,i} \exp\{\zeta_{S,i}(u_{S,i}^* - \zeta_{S,i}/2)\} \end{aligned} \quad (12)$$

これを(11)式に代入すれば分離係数が評価できるわけであるが、ここで問題となるのは、設計点 $(u_R^*, u_{S,i}^*)$ の設定である。AFOSM 法によれば、設計点は正規化された限界状態関数が原点と最短距離をとる点として定義されるが、この点を求めるためには特別な場合を除き収束計算を必要とする。そこで、ここでは近似的に、荷重効果および耐力がすべて正規分布に従う場合の設計点

$$u_R^* = -\frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{S,i}^2}} \beta_a, \quad u_{S,i}^* = \frac{\sigma_{S,i}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{S,i}^2}} \beta_a \quad (13)$$

を用いることにする。なお、(11)~(13)式により評価される分離係数は、 $\zeta_R = \zeta_{S,i} = 0$ 、すなわち耐力と各荷重効果の確率分布に歪みがない場合は、 $\partial g / \partial u_R = \sigma_R$ および $\partial g / \partial u_{S,i} = -\sigma_{S,i}$ となるので、正規分布に従う場合の理論解と一致する。

ただし、荷重係数および耐力係数を評価する場合、各荷重効果の平均値が与えられて、耐力の平均値は目標安全確率に対応するように設定しなくてはならない。すなわち、耐力の平均値 μ_R が依然として未知数となっているわけである。限界状態関数の歪み度を考慮して目標安全確率に対応する μ_R を評価することは困難なので、ここでは、2 次モーメント法を用いて目標安全確率に対応する μ_R を評価する。すなわち、2 次モーメント法による目標安全性指標 β_a は、

$$\beta_a = \left(\mu_R - \sum_{i=1}^n \mu_{S,i} \right) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{S,i}^2} \quad (14)$$

と表されるので、(14)式を μ_R について解けばよいわけであるが、式の展開を容易にするために、耐力のばらつきは荷重のそれに比べると相対的に小さいと仮定し、 $\sigma_R = 0$ として(14)式を解き、 μ_R を次式で近似する。

$$\mu_R \approx \sum_{i=1}^n \mu_{S,i} + \beta_a \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{S,i}^2} \quad (15)$$

2.2 荷重の時間的変動(発生頻度)の考慮

前節で示された荷重係数および耐力係数は、「複数の荷重が同時に作用(発生)している場合」のものであった。しかしながら、実際の荷重は時間的に変動しているため、常に同時に作用しているとは限らず、地震荷重と雪荷重の組み合わせのように、ごく稀にしか同時に発生しない荷重の組み合わせもある。一般に目標安全性は、そのような「荷重が同時に作用していない状態」も含めて設定されるので、荷重係数および耐力係数を評価する場合でも、荷重の時間的な変動(発生頻度)を考慮しなければならない。

このような荷重の時間的な変動を考慮する手法はこれまでにいくつか提案されているが、ここでは、「手計算レベルで計算できる」という主旨から、簡便ではあるものの荷重の発生頻度が粗のときは比較的精度良く荷重の時間的な変動を評価できる Load Coincidence 法⁶⁾⁷⁾(以下、LC 法と称す)を用いることにする。LC 法を荷重・耐力係数の評価に用いる方法は文献 13 にも示されているが、以下に概説する。まず、LC 法によれば、複数の荷重の期待同時発生確率 λ は、荷重が 2 あるいは 3 の場合、以下のように評価される。

$$\begin{aligned} \lambda_{ij} &= \lambda_i \lambda_j (d_i + d_j) \\ \lambda_{ijk} &= \lambda_i \lambda_j \lambda_k (d_i d_j + d_j d_k + d_k d_i) \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 λ_i および d_i は荷重 i の生起確率および平均継続時間である。この期待同時発生確率 λ を用いれば、時間区間 $(0, T)$ において、複数の荷重が同時に発生した場合の荷重の大きさが任意の荷重レベル s を超える確率 ${}_c P_m(T; s)$ を次式で近似することできる¹³⁾。

$${}_c P_m(T; s) \approx \frac{P_m(T; s)}{\lambda_m \cdot T} \quad (17)$$

ここで、 $P_m(T; s)$ は荷重が同時に発生していない状態も含めた場合の超過確率であり、 P および λ の添え字 m は荷重組み合わせ(荷重がひとつの場合も含む)を表す。(17)式における超過確率を基準期間 T に対する目標損傷確率と読み替え、安全性指標 β と損傷確率 P_f の関係 $P_f = 1 - \Phi(\beta)$ を用いれば、(17)式から次式が得られる。

$${}_c \beta_{a,m}(T) \approx \Phi^{-1} \left[1 - \frac{1 - \Phi\{\beta_{a,m}(T)\}}{\lambda_m \cdot T} \right] \quad (18)$$

(a) 荷重効果 1 の歪み度が 2 の場合

期待同時発生確率を用いることで、個々の荷重組み合わせに対して、荷重が同時に発生していない状態も含めた場合の目標安全性指標 $\beta_{a,m}$ から、荷重が同時に発生したという条件下での条件付き安全性指標 ${}_c \beta_{a,m}$ が評価できることが示された。この条件付き安全性指標に対して前節で示した方法で荷重係数および耐力係数を評価すれば、荷重の時間的な変動(発生頻度)を考慮することができることになる。(以下、特に断りのない限り添え字 m を省略し、 β_a は個々の荷重組み合わせに対する目標安全性指標を示す。)

3. 既往評価法との対応

2 章で示したように、本提案手法は、

- ① AFOSM 法における設計点の評価を荷重効果および耐力がすべて正規分布に従うとして評価
- ② 非正規分布の標準正規変換を 3 次モーメント法により評価
- ③ 荷重の時間的な変動を LC 法により評価

という点に特徴がある。そこで、本章では、これらの設定が既往の評価法とどの程度対応するのかを簡単な算定例を用いて検討した。本提案手法と比較する既往の評価手法としては、文献 2 および文献 5 で示されている不規則時間区間における最大値に基づく手法(以下 MRI 法と称す)を用いた。本提案手法を MRI 法と比較した理由は、この手法が、荷重を方形パルスあるいはインパルスとしてモデル化し、それらにより構成される確率過程の組み合わせにおける状態確率を適切に組み入れた理論解⁴⁾を用いて、荷重の時間的な変動と同時に荷重の大きさの確率分布型をも理論的に取り扱って得られたもので、既往の評価法の中でも精度が良いもののひとつであると考えられるからである。ただし、この手法も限界状態関数から荷重係数および耐力係数を評価する部分については AFOSM 法を用いている¹⁰⁾。

3.1 設計点(分離係数)の検討

本提案手法において設計点を求める部分((13)および(15)式に対応)を検討するために、ここでは設計点より求められる分離係数に

表 1 分離係数の比較に用いた諸元

	平均値	変動係数	歪み度
耐力	—	0.2	-0.6 および 0.6
荷重効果 1	1	0.5	-2 および 2
荷重効果 2	2	0.8	-3 ~ 3

(b) 荷重効果 1 の歪み度が -2 の場合

図 2 AFOSM 法および本提案手法による分離係数の比較 ($\beta_a = 2.0$)

ついて、簡単な算定例を用いて AFOSM 法の結果と比較した。荷重効果は 2 つ (荷重効果 1 および 2)、耐力、荷重効果 1 および 2 の諸元は表 1 のように設定した。また目標安全性指標は $\beta_d = 2.0$ とした。なお、確率分布が対数正規分布に従う場合、ここで使用した変動係数 0.2、0.5 および 0.8 に対応する歪み度は、それぞれ 0.608、1.625 および 2.912 である。従って、ここで示した例は対数正規分布と同程度か若干歪み具合が大きい確率分布であると言える。

結果を図 2 に示す。AFOSM 法における標準正規化関数は 3 次モーメント法を用いているので、両者の違いは設計点の採り方のみで、AFOSM 法では収束計算、本提案手法では (13) および (15) 式を用いて評価していることになる。図 2 によれば、耐力に対する分離係数 α_R および相対的に変動係数が大きい荷重効果 2 に対する分離係数 $\alpha_{S,2}$ が、歪み度の影響を受けて大きく変動している。AFOSM 法と本提案手法とを比較すると、荷重効果 2 の歪み度が負側に大きい範囲で若干異なっているが、本提案手法による結果は AFOSM 法による収束計算による結果の傾向をうまく追従している様子が分かる。

3.2 荷重の時間的変動がない場合の荷重・耐力係数の検討

本提案手法を用いて荷重の時間的変動がない場合の荷重・耐力係数を評価し、それらを AFOSM 法によって得られる結果と比較した。

荷重の種類とその基本統計量、荷重組み合わせおよび目標安全性指標は、3.3 節での検討と対応をとるために、文献 2 および文献

5 に示されているものとまったく同じにした。算定に用いた各荷重の基本統計量を表 2 に、荷重組み合わせと目標安全性指標を表 3 に示す。なお、表 2 における歪み度は、荷重および耐力が全て対数正規分布に従うと仮定して評価している (Appendix A 参照)。算定結果を図 3 に示す。ただし、ここでは、表 3 の荷重組み合わせのうち、風荷重時 ($W_D + W_L + W_W$) および地震荷重時 ($W_D + W_L + W_E$) に対して、終局限界状態設計に対応する目標安全性指標を用いた場合の結果のみを示した。両者の結果は非常によく一致しており、近似的な設計点を用い、3 次モーメント法により確率分布の歪み度を考慮した本提案手法は AFOSM 法とほぼ同等な荷重係数および耐力係数を与えることが確認された。

3.3 荷重の時間的変動を考慮した場合の荷重・耐力係数の検討

次に、本提案手法を用いて荷重の時間的変動を考慮した場合の荷重係数および耐力係数を評価し、MRI 法による結果と比較した。MRI 法による荷重係数および耐力係数は文献 2 および文献 5 で示されている結果を用い、同文献と算定条件を合わせるため、本提案手法で算定する場合も同文献と同じ荷重の基本統計量 (表 2) および荷重組み合わせと目標安全性指標 (表 3) を用いた。

まず、表 2 で示された各荷重の生起率および作用時間から、各荷重組み合わせに対する期待同時発生確率を (16) 式により算定する。固定荷重 W_D と持続的積載荷重 W_{LS} は常に作用しているので、これらと雪、風および地震荷重単独との組み合わせの場合の期待同時発生確率は、それぞれの荷重の生起率に等しい。また、風荷重 W_W と

表 2 基本統計量の標準値

荷重	生起率 λ (/年)	作用 時間 d (年)	平均値 公称値 $\bar{W}/W_n$	変動 係数 cov	歪み度*3 v
W_D	—	—	1.0	0.10	0.301
W_L	W_{LS} *1	$1/8$ *2	0.36	0.40	1.264
	W_{Le} *1	1 *2	0.25	0.55	1.816
W_S	1	$1/3$	0.45	0.48	1.551
W_W	1	—	0.42	0.47	1.514
W_E	$1/3$ *2	—	0.42	0.80	2.912
構造要素 の耐力 R	—	—	1.10	0.15	0.453

注) *1) W_{LS} : 持続的積載荷重, W_{Le} : 一時的積載荷重

*2) 平均生起率, 平均作用時間を表す。

*3) 対数正規分布を仮定した場合の値。

表 3 荷重組み合わせと基準期間および目標安全性指標

荷重組み合わせ	目標安全性指標 β_d	
	終局限界状態設計 (基準期間 $T=50$ 年)	使用限界状態設計 (基準期間 $T=8$ 年)
$W_D + W_L$	2.5	1.0
$W_D + W_L + W_S$	2.0	1.0
$W_D + W_L + W_W$	2.0	1.0
$W_D + W_L + W_E$	1.5	-0.35
$W_D + W_L + W_W + W_S$	2.0	1.0
$W_D + W_L + W_E + W_S$	1.75	0.4

注) W_D : 固定荷重, W_L : 積載荷重, W_S : 雪荷重

W_W : 風荷重, W_E : 地震荷重

(a) $W_D + W_L + W_W$

(b) $W_D + W_L + W_E$

図 3 荷重の時間的変動がない場合の荷重係数および耐力係数の比較 (終局限界状態設計)

雪荷重 W_S の組み合わせは、文献 2 および 5 の条件では積雪期間中 (1/3 年=4 ヶ月) の冬の季節風を想定し、両者は年に一度、常に同時に作用すると仮定しているため、算定条件を合わせるために、同文献にならない、この荷重組み合わせの期待同時発生確率を 1/年とした。地震荷重 W_E と雪荷重 W_S の組み合わせでは、(16) 式から以下のように期待同時発生確率が評価される。

$$\lambda_{ES} = \lambda_E \lambda_S (d_E + d_S) = 1/3 \times 1 \times (0 + 1/3) = 1/9$$

各荷重組み合わせの期待同時発生確率と、(18) 式より評価される条件付きの目標安全性指標を表 4 に示す。本提案手法で計算した各荷重組み合わせに対する荷重係数および耐力係数を、同条件で算定された MRI 法による結果²⁾⁵⁾と比較したものを図 4 に示す。局所的には異なるところがあるが、全体的には良い対応を示している。

また、3.2 節で算定した荷重の時間的変動を考慮しない場合の結果と比較すると (図 3(a) と図 4(3a), 図 3(b) と図 4(4a)), 荷重の時間的変動および基準期間を考慮することにより、風荷重あるいは地震荷重に対する荷重係数の値が非常に大きくなる一方、その他の荷重係数と耐力係数の値はほとんど変わらないことが分かる。また、MRI 法による結果と本提案手法による結果の差は、荷重の時間的変動を考慮しない場合の差より大きくなっており、本提案手法で荷重の時間的変動を考慮するために採用した LC 法は、MRI 法と若干差があることが確認された。

3.4 確率分布型が異なる場合の検討

3.3 節の算定例では、荷重の確率分布型はすべて対数正規分布に従うと仮定していた。しかしながら、地震荷重や風荷重のように、年最大値の統計量として取り扱う場合は極値分布を用いる方が合理的である場合が多い。文献 11 によれば、確率分布型が異なることによって荷重係数は大きく変動することが確かめられている。そこで、対数正規分布以外の確率分布型に仮定した場合でも、本提案手法が良好な近似結果を与えることを確認する。

極値分布は原確率変数の裾野の形状パターンおよび最大値の極値か最小値の極値かによって計 6 種類に分類されるのが一般的である¹²⁾。荷重をどの分布に近似すべきかは非常に難しい問題であり、平均値やばらつき具合のみならず、上(下)限值についても議論する必要があるが、ここでは確率分布型は所与であるものとして、分布

表 4 期待同時発生確率と条件付き目標安全性指標

荷重組み合わせ	期待同時発生確率 (/年)	条件付き目標安全性指標 $c\beta_a$	
		基準期間 $T=50$ 年	基準期間 $T=8$ 年
$W_D + W_L$	1	3.66	2.06
$W_D + W_L + W_S$	1	3.32	2.06
$W_D + W_L + W_W$	1	3.32	2.06
$W_D + W_L + W_E$	1/3	2.65	0.71
$W_D + W_L + W_W + W_S$	1	3.32	2.06
$W_D + W_L + W_E + W_S$	1/9	2.45	0.29

(1a) $W_D + W_L$ (終局限界状態設計)

(1b) $W_D + W_L$ (使用限界状態設計)

(2a) $W_D + W_L + W_S$ (終局限界状態設計)

(2b) $W_D + W_L + W_S$ (使用限界状態設計)

図 4 MRI 法と本提案手法による荷重係数および耐力係数の比較 (その 1)

 (3a) $W_D + W_L + W_W$ (終局限界状態設計)

 (3b) $W_D + W_L + W_W$ (使用限界状態設計)

 (4a) $W_D + W_L + W_E$ (終局限界状態設計)

 (4b) $W_D + W_L + W_E$ (使用限界状態設計)

 (5a) $W_D + W_L + W_W + W_S$ (終局限界状態設計)

 (5b) $W_D + W_L + W_W + W_S$ (使用限界状態設計)

 (6a) $W_D + W_L + W_E + W_S$ (終局限界状態設計)

 (6b) $W_D + W_L + W_E + W_S$ (使用限界状態設計)

図4(続き) MRI法と本提案手法による荷重係数および耐力係数の比較 (その2)

型が異なることによる荷重係数の値の変化を本算定法がどの程度追従できるかのみを検討する。具体的には、3.3節とまったく同じ条件で、 $W_D + W_L + W_W$ および $W_D + W_L + W_E$ の荷重組み合わせにおける地震荷重と風荷重を、最大値の極値分布である極値Ⅰ型 (Gumbel) 分布と極値Ⅱ型 (Fréchet) 分布に変えた場合 (両分布とも下限値は 0 とした) について算定してみた (式の定義については Appendix A 参照)。表 5 には、平均値/公称値および変動係数を表 2 の条件と同じにした場合の確率分布型ごとの歪み度を示している。なお、極値Ⅱ型では、パラメータ k がモーメント次数より小さい場合、その次数のモーメントを理論的に評価することができないが¹²⁾、地震荷重の平均値/公称値=0.42、変動係数=0.80 となるような極値Ⅱ型のパラメータ k は 2.77 となるので、3 次のモーメント、すなわち歪み度を理論的に評価することができない。そこで、極値Ⅱ型とした場合の地震荷重の歪み度は $v=\infty$ 、すなわち $\zeta=\pi/4$ として本提案手法に適用した。

結果を図 5 に示す。MRI 法と本提案手法の結果を比較すると、図 4 の対数正規分布の場合と同様に、両者は若干差があるものの全体的には良好な対応を示していることが分かる。また、確率分布型を対数正規分布とした場合の図 4(3a) および図 4(4a) の結果に比べると、地震荷重係数および風荷重係数の値の大小は、表 5 に示される歪み度の大小と相関があることが分かる。

4. まとめ

本提案手法を用いれば、荷重および耐力が任意の確率分布に従う場合でも簡単に荷重係数および耐力係数を算定することができ、その結果は、荷重のマクロ的な時間的変動を理論的に考慮した結果²⁾⁵⁾と良好な対応を示すことが確認された。

両者の算定結果の間には最大で 2~3 割程度の差が見られたが、荷重係数および耐力係数の値は、荷重間の相対的な大小関係や、ばらつきの大きさ等に対して変化するものの、実際の設計ではそれらの代表的な値を用いることになるので、この程度の差は、設計上十分許容され得る範囲であると考えられる。また、荷重の大きさは年最大値として取り扱われることが多いので、その確率分布は極値分布に従うと考えられるが、本提案手法は、対数正規分布以外の任意の歪みをもった確率分布に対しても、荷重のマクロ的な時間的変動を理論的に考慮した結果²⁾⁵⁾と良好な対応を示すことを確認した。

なお、Appendix A には代表的な確率分布の歪み度の算定式、

表 5 歪み度の比較

	変動係数 cov	歪み度		
		対数正規	極値Ⅰ型	極値Ⅱ型
風荷重	0.47	1.51	1.14	7.06
地震荷重	0.80	2.91	1.14	—

*) パラメータ k がモーメント次数 3 より小さくなり、理論的に歪み度を評価できない¹²⁾

(1a) 極値Ⅰ型 ($W_D + W_L + W_W$)

(1b) 極値Ⅱ型 ($W_D + W_L + W_W$)

(2a) 極値Ⅰ型 ($W_D + W_L + W_E$)

(2b) 極値Ⅱ型 ($W_D + W_L + W_E$)

図 5 確率分布を極値分布とした場合の荷重係数および耐力係数の比較 (終局限界状態設計)

Appendix B には本提案手法による荷重係数および耐力係数の算定手順をまとめたものを示しておく。

謝辞

本研究をまとめるにあたり、名古屋大学助教授・河野守氏から貴重な資料(河野守:建築物の構造信頼性解析に関する研究, 1990年10月)をいただきました。また、匿名査読氏から貴重なコメントをいただきました。ここに感謝の意を評します。

参考文献

- 1) 星谷勝, 石井清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, 1986年
- 2) 日本建築学会: 鋼構造限界状態設計規準(案)・同解説, 丸善, 1990年
- 3) 坂本順: 荷重の確率過程モデルについて, 日本建築学会構造系論文報告集, 第393号, pp.62-70, 昭和63年11月
- 4) 河野守, 坂本順, 青木和雄: 荷重の確率過程の組み合わせにおける超過確率の理論解とその応用に関する考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第405号, pp.31-41, 1989年11月
- 5) 河野守, 坂本順: 荷重の組み合わせと荷重係数に関する考察, 日本建築学会構造系論文報告集, 第415号, pp.117-126, 1990年9月
- 6) Y.K.Wen: Statistical combination of extreme loads, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.103, No.ST5, pp.1079-1093, May, 1977,
- 7) H.T.Pearce, Y.K.Wen: Stochastic combination of load effects, ASCE, Vol.110, No.ST7, pp.1613-1629, July, 1984
- 8) 宇賀田健: 3次モーメント法の提案, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 20004, pp.7-8, 1997年9月
- 9) T.Ugata, K.Moriyama: Simple method of evaluating the failure probability of a structure considering the skewness of distribution, Nuclear Engineering and Design

160, pp.307-319, 1996

- 10) 日本建築学会: 建築物荷重指針・同解説, 丸善, pp.65-80, 1995年
- 11) 宇賀田健: 確率分布の違いが荷重係数に与える影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 20001, pp.1-2, 1999年9月
- 12) A.H-S.Ang, W.H.Tang: 土木・建築のための確率・統計の応用, 丸善, 1988年
- 13) H.Hwang, S.Kagami, M.Reich, B.Ellingwood, M.Shinozuka: Probability-based load combinations for the design of concrete containments, Nuclear Engineering and Design 86, pp.327-339, 1985

Appendix A 確率分布の歪み度の算定式

代表的な確率分布に対する歪み度 v の評価式を以下に示す。

- ・正規分布 $v = 0$
- ・対数正規分布 $v = \text{cov}(3 + \text{cov}^2)$
- ・最大値の極値Ⅰ型分布(Gumbel分布) $v = 1.1395$
- ・最大値の極値Ⅱ型分布(Fréchet分布)

$$v = \frac{\Gamma(1-3/k) - 3\Gamma(1-2/k)\Gamma(1-1/k) + 2\Gamma^3(1-1/k)}{\{\Gamma(1-2/k) - \Gamma^2(1-1/k)\}^{3/2}}$$

$$\text{ただし, } F(x) = \exp\left\{-(x/u)^{-k}\right\}, \quad 0 \leq x < \infty$$

$$\Gamma(\cdot): \text{ガンマ関数, } k > 3$$

- ・最小値の極値Ⅲ型分布(Weibull分布)(下限値が0の場合)

$$v = \frac{\Gamma(1+3/k) - 3\Gamma(1+2/k)\Gamma(1+1/k) + 2\Gamma^3(1+1/k)}{\{\Gamma(1+2/k) - \Gamma^2(1+1/k)\}^{3/2}}$$

$$\text{ただし, } F(x) = 1 - \exp\left\{-(x/u)^k\right\}, \quad 0 \leq x < \infty$$

Appendix B 本提案手法による荷重係数および耐力係数の算定手順のまとめ

$$(\text{耐力係数}) \phi = \frac{\mu_R}{R_n} \left[\text{cov}_R \frac{\exp\{\zeta_R(-\alpha_R C \beta_a - \zeta_R/2)\} - 1}{\zeta_R} + 1 \right], \quad (\text{荷重係数}) \gamma_i = \frac{\mu_{S,i}}{S_{n,i}} \left[\text{cov}_{S,i} \frac{\exp\{\zeta_{S,i}(\alpha_{S,i} C \beta_a - \zeta_{S,i}/2)\} - 1}{\zeta_{S,i}} + 1 \right]$$

$$\text{ただし, } \zeta_R = 0 \text{ のときは } \phi = \frac{\mu_R}{R_n} \{\text{cov}_R(-\alpha_R C \beta_a) + 1\}, \quad \zeta_{S,i} = 0 \text{ のときは } \gamma_i = \frac{\mu_{S,i}}{S_{n,i}} \{\text{cov}_{S,i}(\alpha_{S,i} C \beta_a) + 1\}$$

ここで,

(分離係数)

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R \theta_R}{k_\theta}, \quad \theta_R = \exp\left\{\zeta_R \left(-\frac{\sigma_R}{k} C \beta_a - \zeta_R/2\right)\right\}, \quad \zeta_R = \frac{1}{2} \tan^{-1}(v_R)$$

$$\alpha_{S,i} = \frac{\sigma_{S,i} \theta_{S,i}}{k_\theta}, \quad \theta_{S,i} = \exp\left\{\zeta_{S,i} \left(\frac{\sigma_{S,i}}{k} C \beta_a - \zeta_{S,i}/2\right)\right\}, \quad \zeta_{S,i} = \frac{1}{2} \tan^{-1}(v_{S,i})$$

$$k_\theta = \sqrt{(\sigma_R \theta_R)^2 + \sum_{i=1}^n (\sigma_{S,i} \theta_{S,i})^2}, \quad k = \sqrt{\sigma_R^2 + \sum_{i=1}^n \sigma_{S,i}^2}$$

$$(\text{耐力の平均値}) \mu_R = \sum_{i=1}^n \mu_{S,i} + C \beta_a \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{S,i}^2}$$

$$(\text{条件付き目標安全性指標}) C \beta_a = \Phi^{-1} \left[1 - \frac{1 - \Phi(\beta_a)}{\lambda \cdot T} \right], \quad (\text{荷重の期待同時発生確率}) \lambda = \prod_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \left(\prod_{k=1}^n d_k / d_j \right)$$

なお、式中の記号については本文を参照のこと。

(1999年5月7日原稿受理, 1999年10月8日採用決定)