偏載荷重を受ける単層ラチスドームの座屈応力度と座屈荷重に関する研究

BUCKLING STRESS AND BUCKLING LOAD OF SINGLE LAYER
RETICULATED DOMES UNDER NON-UNIFORM LOADINGS

加藤 史郎*, 金 鍾 敏**, 仁保 裕**

Shiro KATO, Jong-Min KIM and Yutaka NIHO

The authors presented a proportioning method for member sections of single layer reticulated domes in the previous papers based on a second-order elastic analysis. In the first part of the present paper, a method complementary to the above method is proposed based on linear buckling stress obtained from linear buckling analysis, being more familiar than the second-order elastic analysis. The proportioning method based on linear buckling stress is verified through elasto-plastic simulation for roller supported single layer reticulated dome. The second part of the present paper discusses buckling stresses and buckling loads of single layer reticulated domes under non-uniform loadings. The usefulness of this proportioning method under non-uniform loadings is discussed and verified through elasto-plastic simulation for roller supported single layer reticulated domes.

Keywords : single layer reticulated dome, proportioning method for member sections, generalized slenderness ratio, buckling stress, elasto-plastic buckling, non-uniform loading

単層ラチスドーム, 断面算定法, 正規化細長比, 座屈応力, 弾塑性座屈, 偏載荷重

§1. まえがき

単層ラチスドームの設計では座屈が重要な問題¹⁾となる。その座屈性状はドームの形状, 支持条件, 接合部特性, 構成部材の細長比, 部材半開角, 形状初期不整, さらに, 荷重条件にも強く影響される。これらの影響については様々な研究が行われ, 単層ラチスドームの力学的挙動は明らかになりつつある^{1,2)}。

荷重状態によっては, 座屈性状が異なると想定されるものの, 従来の研究では, 固定荷重や等分布積雪荷重に比例するような, 等分布状の荷重を想定したものが多く, 偏載荷重を受ける場合の座屈荷重³⁾や部材座屈応力度^{4,5)}に関する分析はほとんど進んでいない。

筆者らは, 弾性2次解析を採用した前報⁶⁾において, 部材座屈応力度を採用して固定荷重比例型の等分布状の荷重を受ける扁平単層ラチスドームの断面算定法を検討し, 限られた範囲ながらその断面算定法の有用性を議論した。しかし, 等分布荷重以外の荷重について, その有用性は未検討である。

そこで, 本研究では, 偏載荷重を受ける単層ラチスドームの断面算定法を検討するための準備計算として偏載荷重を受ける単層ラチスドームの座屈荷重と座屈応力度を検討する。このため, (1)周辺ローラー支持の扁平な単層ラチスドームに限定し, (2)等分布荷重を受ける場合と偏載荷重を受ける場合において, ラチスドームの線形, 弾性,

弾塑性座屈荷重がどう異なるか, また, (3)座屈荷重を部材座屈応力度として評価する場合に, 座屈応力度がどう異なるかに焦点を当て, 研究を進める。(4)等分布荷重と偏載荷重を受ける場合の座屈荷重の違い等を検討するに当たり, どのような形状や網目, また, 部材特性を検討対象にするかが, ひとつの問題となるが, ここでは, 等分布荷重に対して断面算定されたドームを対象とする。また, (5)断面算定法として, 先に示した弾性2次解析法を採用する方法も考えられるが, この方法は, 断面算定に関する精度が確保されるものの非線形解析が必要となり, 繰り返し計算のいる断面算定法としては, 計算効率性がやや低い。そこで, 弾性2次解析よりも一般化していると考えられる幾何剛性マトリックス法により線形座屈荷重を求め, これから得られる線形座屈応力度を採用して断面算定を進める。

なお, 等分布荷重と偏載荷重等の複数の荷重を同時に考慮して断面算定する方法等についての考察は今後の問題としたい。

§2. 解析モデル

2.1 ラチスドームの分割数, 部材半開角, 部材細長比, 境界条件

解析モデルは, 図1に示す形状に限定する。ラチスドームの規模は稜線(図1のAOD, BOE等)の部材数 n で表され, n が12, 最大スパン約60m程度の円形平面とする。むくりの度合いを表す部材半開角 θ_0 は

* 豊橋技術科学大学建設工学系 教授・工博

** 豊橋技術科学大学機械・構造システム工学専攻
大学院生・工修Prof., Dept. of Architecture and Civil Engineering, Faculty of Engineering,
Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.
Graduate Student, Mechanical & Structural System Engineering, Toyohashi
University of Technology, M. Eng.

図1 ラチスドームと境界条件

2.0°, 2.5°, 3.0°について検討する。

部材は鋼管(弾性定数 $E = 206 \text{ KN/mm}^2$, 降伏応力度 $\sigma_y = 235 \text{ N/mm}^2$)を想定し, 節点で剛接とする。稜線の部材長さ l_0 は 500 cm と固定する。したがって, ラチスドームのスパン L , 中央部の高さ H , ドームの曲率半径 R は表1となる。ラチスドーム部材の曲げ特性を表現するため, 表2のように稜線部材に対して基本細長比 λ_0 を設定し, これを参照し鋼管部材の標準直径 d_0 を式(1)で表す。

$$d_0 = 2\sqrt{2} \frac{l_0}{\lambda_0} \quad (1)$$

λ_0 として, 40, 60, 80, 100 の場合を検討する。§3 で分かるように, この標準直径 d_0 (注1)を断面算定の初期値として用いる。また, テンションリングの標準直径は, 内部の標準直径の2倍とする。したがって, 断面算定された後, 各部材の直径 d_i は, この標準直径と異なると考えてよい。なお, 部材の捩じり剛性は無視する。

境界条件は放射方向にローラー支持とし, 円周方向と鉛直方向の変位はゼロに拘束する。

表1 ラチスドームのスパン L , ライズ H , 曲率半径 R

θ_0 (deg.)	L (cm)	H (cm)	R (cm)
2.0	5827.26	619.31	7163.43
2.5	5731.40	767.86	5731.40
3.0	5615.50	912.29	4776.83

表2 設定した部材細長比 λ_0 , 初期直径 d_0

λ_0	40	60	80	100
d_0 (cm)	35.355 (70.710)	23.570 (47.140)	17.678 (35.356)	14.142 (28.284)

(括弧内はテンションリング材の直径を示す)

2.2 断面算定用荷重条件

前述したように, 等分布荷重と偏載荷重を受ける場合の座屈荷重の違い等を検討するに当たり, 検討対象であるドームがどのような

荷重に対して断面算定されたものかは, きわめて重要であるが, 現在のところ等分布荷重と偏載荷重の両者に対して断面算定する方法はまだ議論されていない。したがって, ここでは, 図2に示す固定荷重比例型の等分布荷重に対して断面算定されたドームを対象とする。等分布荷重として, 鉛直下向きに周辺節点以外のすべての節点に各節点当たり 392 KN (ほぼ 54.3 KN/m^2 で, 各節点当たり 40 tf)を作用させる。この荷重に対して, 断面算定されたドームの耐力がこの値を満足するように, §3に述べる方法で断面を仮定する。

図2 断面算定用荷重条件

§3. 解析モデルの断面算定

前報⁶⁾では弾性2次解析を採用してラチスドームの断面算定を進めたが, ここでは, 前述のように, より一般化している幾何剛性マトリックスにより線形座屈荷重と線形座屈軸力を計算し, これに基づいて断面算定する。先の方法⁶⁾と類似し多少の重複があるが, 断面算定応力の設定の方法に異なりがあること, また, 理解を容易にするため, 断面算定方法を詳述する。

3.1 部材の初期断面の仮定

表1(図1)の部材半開角 θ_0 , 表2の細長比 λ_0 の組合せで得られる12種のラチスドームにおいて, 初期断面は次のように仮定する。構成部材の初期値 d_i は, 表2の標準値 d_0 を用い, テンションリング部材はすべて同一で $2d_0$ とする。各部材の初期管厚 t_i は初期値として 2 cm とする。部材 i の断面性能は, 断面の直径 d_i , 管厚 t_i を用いて次式で近似する。

$$A_{pi} = \pi \cdot d_i \cdot t_i, \quad I_{pi} = \frac{\pi \cdot d_i^3 \cdot t_i}{8} \quad (2a, b)$$

$$N_{pi} = \sigma_y \cdot A_{pi}, \quad M_{pi} = \sigma_y \cdot d_i^2 \cdot t_i \quad (2c, d)$$

ここで, A_{pi} , I_{pi} , N_{pi} , M_{pi} はそれぞれ, 部材 i の断面積, 断面2次モーメント, 降伏軸力, 全塑性モーメントを表す。

3.2 特定部材の座屈応力度 $\sigma_{cr(m)}$ の仮定法

a) 既往の成果に基づく部材座屈応力度の分析

柴田⁵⁾, 庄村⁴⁾, 仁保⁷⁾等の論文では, すべての部材のうち, 線形座屈軸力と部材降伏軸力の比, N_{cr}^{lin} / N_{pi} (i =部材番号)の値が最大となる部材を特定部材(m)と称して, 部材座屈応力度の代表値として, この部材に対して正規化細長比 $\Lambda_{(m)}$ が定義され, $\Lambda_{(m)}$ の関数として部材座屈応力度が計算されている。また, この部材座屈応力度とドームの耐力の関係が議論されている。前論文では, 部材座屈応力度(以下, 圧縮強度)を座屈低減係数 α_0 を介して修正 Dunkerley 式(3a)で表現し, これを断面算定に用いている。座屈低減係数 α_0 は線形座屈荷重に対する弾性座屈荷重の比を表した係数である。圧縮応力度とし

注1) 断面表等で使用される直径 D とは, $D = d + t$ の関係にある。

図3 柴田³⁾の結果(n=12) 図4 庄村⁴⁾の結果 図5 仁保⁷⁾の結果(n=20)

て表現すれば、次式をうる。式(3b)は線形座屈応力度、式(3c)は弾性座屈応力度、式(3d)は塑性範囲を考慮した部材座屈応力度である。

$$\frac{1}{\alpha_0 / \Lambda_{(m)}^2} \left(\frac{N_{cr(m)}^{pl}}{N_{p(m)}} \right) + \left(\frac{N_{cr(m)}^{pl}}{N_{p(m)}} \right)^2 = 1.0 \quad (3a)$$

$$\sigma_{cr(m)}^{lin} = \frac{N_{cr(m)}^{lin}}{A_{p(m)}}, \quad \sigma_{cr(m)}^{el} = \frac{\alpha_0 N_{cr(m)}^{lin}}{A_{p(m)}}, \quad \sigma_{cr(m)}^{es} = \frac{N_{cr(m)}^{pl}}{A_{p(m)}} \quad (3b,c,d)$$

既往の結果(図3, 4, 5)に基づいて、座屈応力度曲線に用いる α_0 を補助変数 ξ との関係进行分析⁷⁾すると、以下のような経験式が得られる。

$$\xi = \frac{12\sqrt{2}}{\lambda_0 \theta_0} \quad (4)$$

$$4.2 < \xi ; \quad \alpha_0 = 0.65 \quad (5a)$$

$$2.4 \leq \xi \leq 4.2 ; \quad \alpha_0 = 0.65 + 0.35 \frac{(4.2 - \xi)}{1.8} \quad (5b)$$

$$\xi < 2.4 ; \quad \alpha_0 = 1.0 \quad (5c)$$

本論文では、座屈応力度の計算では、上記を用いる。

b) 線形座屈解析

線形座屈解析としては、幾何剛性マトリックス法を採用する。ただし、座屈荷重の精度を確保するため、1部材2要素に分割して計算する。節点荷重から作成される荷重マトリックス $\{P_{ult}\}$ に対して線形解析(6a)を実施し、変位 $\{D_0\}$ を求め、これから部材の軸力 N_i を計算する。この部材軸力を用いて幾何剛性マトリックス $[K_G(N_i/l_i)]$ を計算し、式(6b)の線形座屈式を解き、固有値 λ を求め、最小固有値 λ_{cr}^{lin} に対して線形座屈軸力を求める。

$$[K_E]\{D_0\} = \{P_{ult}\} \quad (6a)$$

$$[K_E]\{D\} = \lambda [K_G(N/l)]\{D\} \quad (6b)$$

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 \dots \lambda_n ; \quad \lambda_1 = \lambda_{cr}^{lin}$$

先に述べたように、圧縮部材の内、線形座屈軸力と部材降伏軸力の比、 $N_{cr,i}^{lin}/N_{p,i}$ の値が最大となる部材を特定部材(m)として、特定部

材(m)に対して定められた座屈応力度を部材のすべてに採用する。このようにすべての圧縮部材に共通して同じ座屈応力度を仮定すると、断面算定過程は単純化されるが、果たしてラチスドームの弾塑性座屈荷重(以下、耐力)が妥当なものとなるかについての検討が必要となる。この検討は、§5において検討する。

3.3 断面力 N_i^* , M_i^* の計算方法

前報では算定用応力 N_i^* , M_i^* を弾性2次解析によって幾何学的非線形性を考慮して計算したが、本報では線形弾性解析による式(6a)から求められる部材 i の軸力 N_i 、Y軸とZ軸についての部材両端の曲げモーメント M_{yi} , M_{zi} を用いて、次のように設計用応力 N_i^* , M_i^* を計算する。 i 部材の軸力が圧縮力の場合は、式(3)と(5)で表される特定部材(m)の線形座屈応力度 $\sigma_{cr(m)}^{lin}$ と弾性座屈低減係数 α_0 を用いて、式(7)により計算する。

$$M_{yi}^* = \frac{M_{yi}}{1 - \frac{N_i}{\alpha_0 \sigma_{cr(m)}^{lin} A_{pi}}}, \quad M_{zi}^* = \frac{M_{zi}}{1 - \frac{N_i}{\alpha_0 \sigma_{cr(m)}^{lin} A_{pi}}}, \quad N_i^* = N_i \quad (7a,b,c)$$

$$\text{但し, } \sigma_{cr(m)}^{lin} = \frac{N_{cr(m)}^{lin}}{A_{p(m)}}, \quad \sigma_{cr(m)}^{el} = \alpha_0 \sigma_{cr(m)}^{lin}$$

i 部材の軸力が引張力の場合は次式によって算出する。

$$M_{yi}^* = M_{yi}, \quad M_{zi}^* = M_{zi}, \quad N_i^* = N_i \quad (8a,b,c)$$

3.4 断面算定用最小断面力の設定

設計用最小断面力 N_{min} , M_{min}^* は次のように設定する。

$$N_{min} = \gamma \cdot \max(|N_i|) \quad (9a)$$

$$M_{min}^* = \gamma \cdot \max(|M_i^*|) \quad (9b)$$

$$\text{但し, } M_i^* = \sqrt{(M_{yi}^*)^2 + (M_{zi}^*)^2}$$

構造物の形態によっては応力が極端に小さい部材が生じる。このような応力をそのまま設計に用いると極端に剛性の小さな部材が生じる。このような事態をおこるのを防ぐためである。

また、 M_i , M_i^* は1つの部材の部材に対して両端で2つ計算されるが、この内大きい方を用いる。 γ は設計用最小断面力係数であり、本研究では、0.4, 0.5の2種について検討している。

3.5 断面算定用断面力の設定

設計用断面力 N_{di} , M_{di} は次に式により設定する。

$$N_{di} = f_0 \cdot \max(|N_i|, N_{\min}) \quad (10a)$$

$$M_{di} = f_0 \cdot \max(M_i^*, M_{\min}^*) \quad (10b)$$

ここで, f_0 は断面算定に関する影響係数であり, 部材に圧縮力が作用する時 $f_0 = 1.0$, 部材に引張力が作用する時 $f_0 = 1.2$, ただし, テンションリング材は $f_0 = 1.4$ と仮定する。これは引張部材の接合部の断面欠損等に対する漸定的な配慮から仮定したものである。

3.6 断面の管厚と直径の変更方法

a) 強度相関式による断面算定

部材の断面性能は式(2)より管厚 t_i の関数として表されているので, 断面の主な修正対象は管厚 t_i である。部材算定用の軸力は線形解析の結果 N_{di} を, 曲げモーメントについては幾何非線形の影響を考慮し設計用応力 M_{di}^* をそれぞれ用いる。各部材の管厚 t_i の修正方法は次式の強度相関式を満足するように管厚算定指標 f_i を求める。

$$\left(\frac{N_{di}}{f_i N_{pi}} \right)^2 + \frac{M_{di}^*}{f_i M_{pi}} = 1.0 \quad (11)$$

b) 座屈判定

圧縮部材については付帯条件として, 部材軸力に対して座屈判定を行う。式(3)によって求めた特定部材(m)の座屈応力度 $\sigma_{cr(m)}^{es}$ を用いて座屈判定式(12)を満足するように管厚算定指標 f_i を求める。

$$\left| \frac{N_i^*}{f_i^{es} \sigma_{cr(m)} A_{pi}} \right| = 1.0, \quad f_i = \left| \frac{N_i^*}{\sigma_{cr(m)} A_{pi}} \right| \quad (12a,b)$$

c) 直径, 管厚の修正

引張部材の場合は式(11)から計算される f_i を用いる。圧縮部材については式(11)と(12)の式から f_i を計算し, 大きい方を採用する。この管厚算定指標 f_i を用いて次式で管厚 t_i を修正する。

$$t_i \leftarrow f_i \cdot t_i \quad (13)$$

また, 管厚 t_i が直径 d_0 に対して異常に大きくなる場合には非現実的な断面になるため, 式(14a)の制約条件式を満たす場合, やはり漸定的な配慮として式(14b)の操作で直径 d_i を変更する。

$$t_i \geq 0.2d_i, \quad d_i \leftarrow 1.1d_i \quad (14a,b)$$

d) 収束判定

式(13)で管厚 t_i を算定し, それを再び管厚 t_i として収束計算を行う。全ての構成部材について収束判定指標式(15)を満足するまで式(2)に戻り繰り返し計算する。

$$0.98 \leq f_i \leq 1.02 \quad (15)$$

§ 4. 断面算定されたドームの耐力の分析

4.1 部材断面の分布

§ 3 で述べた方法で得られた断面の一例を図 6 に示す。図には, ドーム内部の部材の内, 最大管厚を基準として正規化した分布を示す。ただし, テンションリングについては, 数字のみ示す。前報と同様に稜線部材(図1のAO,OB,OC,OD,OE,OF)が他の部材よりも管厚が大きい結果となっている。図6の部材上円の中の小さい円は直径

の変更がみられた部材を示す。結果の図は省略するが, $\theta_0 = 2.0^\circ$, 2.5° の場合は $\lambda_0 = 80, 100$ で, $\theta_0 = 3.0^\circ$ の場合は $\lambda_0 = 100$ で, 内部の部材の直径に変更が見られる。また, $\theta_0 = 3.0^\circ$, $\gamma = 0.4$, $\lambda_0 = 100$ については収束しなかった。

図 6 管厚分布 ($\theta_0 = 2.5^\circ$, $\lambda_0 = 80$, $\gamma = 0.5$)

4.2 弾塑性座屈荷重

断面算定されたドームが果たして所定の耐力(各節点当たり 392KN)を有するかどうか検討するため, 弾塑性座屈解析を実施し, 耐力(弾塑性座屈荷重) P_{cr}^{pl} を求めた。解析法は, 前報⁶⁾と同様であり, 詳細は省く。部材のモデルは, 図 7 に示すものであり, 部材の両端と部材の中央に部材降伏を表現するバネが設定されたものである。部材半開角, 標準部材細長比毎に結果を表 3 に示す。

図 7 部材モデル

表 3 弾塑性座屈荷重(KN/node), ラチス材の最大, 最小管厚

		$t_{\max}$ (cm), $t_{\min}$ (cm), テンションリング材の管厚 t_{ring} (cm)									
θ_0	λ_0	ξ	α_0	γ	推定値 P_{cr}^{pl}	解析値 P_{cr}^{pl}	$t_{\min}$	$t_{\max}$	t_{ring}	$\frac{P_{cr}^{pl}}{P_{cr}^{pl}}$	$\frac{P_{cr}^{pl}}{P_{cr}^{pl}}$
2.0	40	12.15	0.65	0.4	389	426	0.73	1.67	4.10	1.10	1.10
				0.5	388	428	0.86	1.55	4.10	1.10	1.10
	60	8.10	0.65	0.4	388	457	1.33	3.17	6.08	1.12	1.12
				0.5	391	463	1.54	2.91	6.09	1.18	1.18
	80	6.08	0.65	0.4	392	469	1.86	3.82	7.31	1.20	1.20
2.5				0.5	392	468	2.14	3.49	7.32	1.19	1.19
				0.4	392	488	2.43	3.80	6.86	1.24	1.24
				0.5	392	476	2.67	3.72	6.91	1.21	1.21
	40	9.72	0.65	0.4	388	442	0.55	1.28	3.20	1.14	1.14
				0.5	393	454	0.66	1.20	3.20	1.16	1.16
3.0	60	6.48	0.65	0.4	387	451	0.95	2.29	4.75	1.17	1.17
				0.5	390	462	1.11	2.12	4.75	1.18	1.18
	80	4.86	0.65	0.4	392	481	1.52	3.17	6.25	1.23	1.23
				0.5	393	495	1.78	2.97	6.26	1.26	1.26
	100	3.89	0.71	0.4	393	493	1.86	3.31	6.45	1.25	1.25
3.0				0.5	391	493	2.12	3.10	6.49	1.26	1.26
	40	8.10	0.65	0.4	389	446	0.43	1.01	2.57	1.15	1.15
				0.5	394	456	0.52	0.95	2.57	1.16	1.16
	60	5.40	0.65	0.4	389	451	0.72	1.74	3.82	1.16	1.16
				0.5	390	467	0.85	1.63	3.82	1.20	1.20
3.0	80	4.05	0.68	0.4	391	471	1.08	2.68	5.04	1.20	1.20
				0.5	391	492	1.27	2.50	5.04	1.26	1.26
				0.4	—	—	—	—	—	—	—
				0.5	393	491	1.51	2.63	5.72	1.25	1.25
	100	3.24	0.84	0.4	—	—	—	—	—	—	—

(但し, 設計荷重 $P_{ult} = 392 \text{ KN/node}$)

表3の $^{es}P_{cr}^{pl}$ は、式(5)の α_0 と特定部材(m)の Λ を式(3a)に代入して得られる部材座屈応力 $^{es}N_{cr(m)}^{pl}$ を用いて、次式で計算した耐力(弾塑性座屈荷重)の推定値である。

$$^{es}P_{cr}^{pl} = P_{ultd} \cdot \left(^{es}N_{cr(m)}^{pl} / N_{(m)} \right) \quad (16)$$

ここで、 $N_{(m)}$ は設計荷重 P_{ultd} に対する線形弾性解析から求められる特定部材の軸力を示す。

表3に示すように、すべての場合にわたり、断面算定されたドームの耐力 P_{cr}^{pl} は、設定した節点荷重 $P_{ultd} = 392\text{KN}$ を満たしている。推定された値と解析値の関係は§5.3で検討する。

§5. 偏載荷重を受けるドームの座屈荷重の分析

等分布荷重に対して断面算定されたラチスドームが偏載荷重を受けると、その座屈荷重は等分布の場合からどう変動するかを分析する。線形座屈は、§3.2の幾何剛性を用いた結果であり、弾性座屈と弾塑性座屈荷重は、§4.2と同じ方法による結果である。

5.1 偏載荷重の仮定、境界条件等

図8 偏載荷重の仮定 ($P_0 = 392\text{KN/node}$, $r_s = 1/4, 2/4, 3/4, 4/4$)

偏載荷重を受けるドームの形状と境界条件は図1の断面算定の解析モデルと同じものである。但し、設計用最小断面力係数は表3の $\gamma = 0.5$ を用いたものである。

ラチスドームの耐力は、作用する荷重形態に大きな影響を受ける。本研究では、積雪の荷重を想定し、図8に示すように鉛直下向きとする。荷重の偏載度を r_s で表記し、 r_s が $1/4, 2/4, 3/4$ 、及び等分布となる $4/4$ について、検討する。基準荷重 P_0 は 392KN/node と設定する。

なお、図8の X', Y' を対称軸とする偏載荷重分布(図A1)に対する結果は図8の荷重分布の場合とはほぼ同じ傾向であり、詳細は省略し、紙面の都合に $\theta_0 = 2.0^\circ$ についてのみ座屈応力度の結果について参考としてAppendixに示す。

5.2 解析結果

解析結果を表4に示す。 α_0 は補助変数 ξ の関数で式(5)で計算した値である。 Λ と Λ_e は、それぞれ、式(17a)と式(17b)を用いて、特定部材(m)の線形座屈軸力から計算される正規化細長比である。

$$\Lambda = \sqrt{\frac{N_{p(m)}}{N_{cr(m)}^{lin}}}, \quad \Lambda_e = \sqrt{\frac{N_{p(m)}}{\alpha_0 N_{cr(m)}^{lin}}} \quad (17a, b)$$

表4の $^{es}N_{cr(m)}^{pl} / N_{p(m)}$ は、 α_0 と Λ を式(3a)に代入して得られる

値である。解析から得られる線形、弾性、及び弾塑性の座屈荷重を、 P_{cr}^{lin} , P_{cr}^{el} および P_{cr}^{pl} として示す。

また、図9,10には、正規化細長比 Λ あるいは Λ_e を横軸に、特定部材(m)の座屈軸力(座屈応力)を縦軸にして、その関係を示す。座屈軸力は、数値解析から計算された弾性座屈荷重 P_{cr}^{el} 、弾塑性座屈荷重 P_{cr}^{pl} から、次式で定める。一般には、非線形性のため軸力と荷重は線形関係にはないが、ここでは、座屈荷重の表現として弾性及び弾塑性の座屈荷重を次式を援用して表現したものである。

$$N_{cr}^{el} = P_{cr}^{el} \cdot (N_{(m)} / P_0) \quad (18a)$$

$$N_{cr}^{pl} = P_{cr}^{pl} \cdot (N_{(m)} / P_0) \quad (18b)$$

5.3 結果の分析

a) 偏載度による座屈荷重の変化

荷重の偏載による線形座屈荷重と弾性座屈荷重の変化が、表4の $P_{cr}^{lin}(r_s) / P_{cr}^{lin}(4/4)$, $P_{cr}^{el}(r_s) / P_{cr}^{el}(4/4)$ で示される。 $r_s = 1/4$ の場合、 $P_{cr}^{lin}(1/4)$ は $P_{cr}^{lin}(4/4)$ の85%程度に低下する。弾性座屈荷重 $P_{cr}^{el}(4/4)$ が $P_{cr}^{lin}(4/4)$ の60~80%程度であったものが、 $P_{cr}^{el}(1/4)$ は、 $P_{cr}^{lin}(4/4)$ の50%程度まで低下する。

$r_s = 1/4$ の場合、座屈荷重の低減度、 $P_{cr}^{lin}(1/4) / P_{cr}^{lin}(4/4)$, $P_{cr}^{el}(1/4) / P_{cr}^{el}(4/4)$, $P_{cr}^{pl}(1/4) / P_{cr}^{pl}(4/4)$ は、それぞれ、85%, 85%, 70%程度となり、弾塑性座屈荷重の低下が大きい。

b) 基準荷重392KNと偏載のある場合の弾塑性座屈荷重の比較

荷重の偏載度 r_s が $1/4$ では、ほとんどの場合($\theta_0 = 2.0^\circ$ の細長比が80と100を除く場合)、 $P_{cr}^{pl}(r_s)$ は、等分布荷重に対して要求した基準荷重392KNより低い。偏載荷重に対して断面を算定していないので、すべての場合に基準荷重を満足する保証は当然にないが、偏載度が $2/4$ 以上では偏載度を考慮せずに等分布荷重に対して断面算定したドームであっても、基準荷重を満たしている。しかし、偏載度 r_s が $1/4$ で基準荷重を満たしていないという事実は、多雪地域のように偏載雪荷重の考慮が必要な地域、あるいは、風荷重による荷重の偏載度がある場合、さらには、非対称の大きな上下地震荷重を受けるような場合には、単に等分布荷重だけでなく荷重の偏載度を考慮した断面算定が必要である、という至極当然な結果を示している。

c) 座屈荷重低減係数 α_0 の分析

等分布荷重に対して、式(5)で定める α_0 を援用して断面算定されたラチスドームに偏載荷重を作用させる。線形座屈と弾性座屈荷重を求め、改めて座屈荷重低減係数 $P_{cr}^{el}(r_s) / P_{cr}^{lin}(r_s)$ を計算した結果を図11に●で示す。この結果には、比較のため断面算定に用いた図3,4,5の値も併せて示す。●の結果は、式(5)の値よりわずかに低めとなり、式(5)は、全体的には平均的な傾向を示す結果となっている。

線形座屈荷重 $P_{cr}^{lin}(r_s)$ と座屈荷重低減係数 α_0 を用いて弾性座屈荷重を推定する場合、本論文で断面算定したドームに適用しうる座屈低減係数としては、式(5)に0.8を乗じた値を使用すれば、本研究で断面算定されたドームの座屈低減係数の下界を押えることが出来る。

d) 座屈応力度の分析

弾塑性座屈荷重を特定部材(m)の座屈軸力に変換し、この座屈軸力を正規化細長比の関係として表現したものが図9である。弾塑性座屈軸力 $N_{cr(m)}^{pl} / N_{p(m)}$ を、等分布と偏載の場合について比較すると、図9(表4)に示されるように同じドームであれば偏載の場合が大

表4 偏載荷重を受けるドームの解析結果および荷重(KN/node)の偏載による座屈荷重(KN/node)の低減度($\gamma=0.5$)

θ_0	λ_0	α_0	r_s	λ_{cr}^{lin}	Λ	Λ_e	推定値 $\frac{N_{cr}^{pl}}{N_{P(m)}}$	解析値 $\frac{N_{cr}^{pl}}{N_{P(m)}}$	$P_{cr}^{lin}(r_s)$	推定値 $^{es}P_{cr}^{pl}$	$P_{cr}^{el}(r_s)$	推定値 $^{es}P_{cr}^{pl}$	$P_{cr}^{pl}(r_s)$	$\frac{P_{cr}^{el}(r_s)}{P_{cr}^{pl}(r_s)}$	$\frac{P_{cr}^{lin}(r_s)}{P_{cr}^{pl}(r_s)}$	$\frac{P_{cr}^{el}(r_s)}{P_{cr}^{pl}(r_s)}$	$\frac{P_{cr}^{el}(r_s)}{P_{cr}^{pl}(r_s)}$	$\frac{P_{cr}^{pl}(r_s)}{P_{cr}^{pl}(r_s)}$	$\frac{P_{cr}^{pl}(r_s)}{P_{cr}^{pl}(r_s)}$
2.0	40	0.65	1/4	3.37	0.53	0.66	0.81	1.01	1322	860	709	301	376	0.54	0.92	0.49	0.87	0.26	0.88
			2/4	3.53	0.56	0.69	0.79	0.92	1383	899	735	340	397	0.53	0.96	0.51	0.90	0.28	0.93
			3/4	3.68	0.58	0.71	0.78	0.86	1442	937	766	371	412	0.53	1.01	0.53	0.94	0.29	0.96
			4/4	3.66	0.60	0.74	0.76	0.84	1435	933	817	388	428	0.57	1.00	0.57	1.00	0.30	1.00
	60	0.65	1/4	2.44	0.65	0.81	0.72	0.94	958	623	551	295	382	0.58	0.91	0.53	0.89	0.36	0.83
			2/4	2.58	0.69	0.85	0.70	0.88	1011	657	572	336	421	0.57	0.97	0.55	0.93	0.40	0.91
			3/4	2.71	0.71	0.88	0.68	0.86	1064	691	596	368	462	0.56	1.02	0.57	0.96	0.44	1.00
			4/4	2.67	0.76	0.94	0.65	0.78	1048	681	618	391	463	0.59	1.00	0.59	1.00	0.44	1.00
	80	0.65	1/4	2.17	0.72	0.90	0.67	0.91	852	554	504	300	403	0.59	0.90	0.53	0.89	0.43	0.86
			2/4	2.30	0.76	0.95	0.65	0.83	904	587	541	341	437	0.60	0.95	0.57	0.95	0.46	0.93
			3/4	2.43	0.78	0.97	0.63	0.81	954	620	560	371	476	0.59	1.01	0.59	0.99	0.50	1.02
			4/4	2.42	0.83	1.03	0.60	0.72	948	616	568	392	468	0.60	1.00	0.60	1.00	0.49	1.00
	100	0.65	1/4	2.05	0.77	0.96	0.64	0.88	803	522	526	306	417	0.66	0.89	0.58	0.94	0.46	0.88
			2/4	2.19	0.81	1.01	0.61	0.84	857	557	549	348	474	0.64	0.95	0.61	0.98	0.52	1.00
			3/4	2.32	0.83	1.03	0.60	0.78	910	591	553	377	489	0.61	1.01	0.61	0.99	0.54	1.03
			4/4	2.31	0.87	1.07	0.58	0.70	904	588	560	392	476	0.62	1.00	0.62	1.00	0.52	1.00
2.5	40	0.65	1/4	3.96	0.47	0.59	0.84	1.11	1554	1010	872	294	388	0.56	0.94	0.53	0.87	0.23	0.85
			2/4	4.16	0.50	0.62	0.83	1.01	1633	1061	908	338	412	0.56	0.98	0.55	0.91	0.25	0.91
			3/4	4.36	0.52	0.65	0.81	0.91	1710	1111	952	381	427	0.56	1.03	0.57	0.95	0.26	0.94
			4/4	4.23	0.55	0.68	0.80	0.92	1659	1078	1000	393	454	0.60	1.00	0.60	1.00	0.27	1.00
	60	0.65	1/4	2.70	0.58	0.73	0.77	1.06	1060	689	642	279	382	0.61	0.90	0.55	0.89	0.33	0.83
			2/4	2.87	0.62	0.76	0.75	0.98	1125	731	713	320	418	0.63	0.96	0.61	0.99	0.36	0.90
			3/4	3.02	0.66	0.81	0.72	0.90	1185	770	727	368	456	0.61	1.01	0.62	1.01	0.39	0.99
			4/4	3.00	0.69	0.85	0.70	0.83	1175	764	722	390	462	0.62	1.00	0.62	1.00	0.39	1.00
	80	0.65	1/4	2.15	0.69	0.86	0.70	0.91	844	549	579	283	371	0.69	0.89	0.61	0.94	0.39	0.75
			2/4	2.28	0.74	0.91	0.67	0.90	895	582	607	323	435	0.68	0.94	0.64	0.98	0.46	0.88
			3/4	2.44	0.78	0.97	0.64	0.85	955	621	610	370	492	0.64	1.01	0.64	0.99	0.52	0.99
			4/4	2.42	0.83	1.03	0.60	0.76	950	618	617	393	495	0.65	1.00	0.65	1.00	0.52	1.00
	100	0.71	1/4	1.82	0.76	0.91	0.67	0.92	714	508	517	279	383	0.72	0.84	0.61	0.91	0.45	0.78
			2/4	2.05	0.79	0.93	0.65	0.87	804	571	511	326	431	0.64	0.95	0.60	0.90	0.51	0.87
			3/4	2.23	0.83	0.99	0.63	0.87	873	620	560	377	492	0.64	1.03	0.66	0.99	0.58	1.00
			4/4	2.16	0.88	1.05	0.59	0.75	846	601	568	391	493	0.67	1.00	0.67	1.00	0.58	1.00
3.0	40	0.65	1/4	4.43	0.43	0.54	0.87	1.17	1737	1129	1025	283	383	0.59	0.94	0.55	0.87	0.21	0.84
			2/4	4.67	0.46	0.57	0.85	1.09	1830	1189	1072	325	415	0.59	0.99	0.58	0.91	0.22	0.95
			3/4	4.88	0.49	0.61	0.83	0.95	1915	1245	1128	380	435	0.59	1.03	0.61	0.96	0.23	0.95
			4/4	4.73	0.51	0.63	0.82	0.95	1856	1206	1177	394	456	0.63	1.00	0.63	1.00	0.25	1.00
	60	0.65	1/4	2.89	0.54	0.67	0.80	1.10	1132	736	774	265	362	0.68	0.90	0.61	0.96	0.29	0.78
			2/4	3.10	0.57	0.70	0.78	1.05	1217	791	811	306	411	0.67	0.96	0.64	1.00	0.32	0.88
			3/4	3.28	0.61	0.75	0.76	0.95	1287	837	819	359	453	0.64	1.02	0.65	1.01	0.36	0.97
			4/4	3.22	0.65	0.81	0.73	0.87	1265	822	809	390	467	0.64	1.00	0.64	1.00	0.37	1.00
	80	0.68	1/4	2.04	0.67	0.81	0.73	0.99	799	542	556	256	349	0.70	0.86	0.60	0.86	0.38	0.71
			2/4	2.30	0.68	0.83	0.71	0.93	904	613	634	301	395	0.70	0.97	0.68	0.98	0.43	0.80
			3/4	2.48	0.73	0.89	0.68	0.89	971	660	660	355	463	0.68	1.05	0.71	1.02	0.50	0.94
			4/4	2.37	0.88	1.00	0.62	0.78	928	630	647	391	492	0.70	1.00	0.70	1.00	0.53	1.00
	100	0.84	1/4	1.66	0.75	0.82	0.72	0.94	650	543	537	261	339	0.83	0.86	0.71	0.91	0.45	0.69
			2/4	1.89	0.76	0.84	0.71	0.93	740	619	558	307	402	0.75	0.98	0.74	0.95	0.53	0.82
			3/4	2.01	0.83	0.90	0.67	0.82	789	660	564	361	440	0.72	1.05	0.75	0.96	0.58	0.90
			4/4	1.92	0.92	1.01	0.61	0.77	753	630	589	393	491	0.78	1.00	0.78	1.00	0.65	1.00

(但し、設計荷重 $P_0=392\text{KN/node}$)

きい値となる。 $r_s=1/4$ の場合の値は、 $r_s=4/4$ の場合値より、10~12%ほど高い。したがって、正規化細長比を横軸に $N_{cr}^{pl}/N_{P(m)}$ を縦軸に表現すると、図9に見られるように偏載荷重の場合の値は、等分布の場合に比べ、やや高めの分布となる。この結果から、偏載荷重の場合の座屈応力度曲線を等分布の場合の座屈曲線で代替しても、安全側の誤差内にあると判断できる。

e) 弾塑性座屈荷重の推定値の分析

弾塑性座屈軸力の分布は、式(3a)において $\alpha_0=1.0$ とした曲線上にあるか、曲線に示す値よりも大きい。式(5)の α_0 の値は、1.0 より小さいから、この式(5)の α_0 を式(3a)に代入して得られる座屈軸力の推定値を援用して弾塑性座屈荷重 $^{es}P_{cr}^{pl}$ を推定すると、この $^{es}P_{cr}^{pl}$ は、解析から得られる弾塑性座屈荷重 P_{cr}^{pl} よりも小さな値となる。この様子を、表4の P_{cr}^{pl} と $^{es}P_{cr}^{pl}$ の値を用いて示したものが、図12である。

今回対象とした偏載荷重のすべての場合にあつて、 $P_{cr}^{pl}/^{es}P_{cr}^{pl} > 1.0$ となり、安全側に弾塑性座屈荷重を推定している。また、 $r_s=1/4$ の場合の $P_{cr}^{pl}/^{es}P_{cr}^{pl}$ の値が1.25から1.4に分布し、等分布の場合よりも10~20%高めの値でより安全側となっている。この理由は、(a) 式(5)の α_0 と式(3a)による座屈応力度曲線が解析による値(図9)よりもやや低いことにあつること、(i) 上述 d) の分析にあるように、 $N_{cr}^{pl}/N_{P(m)}$ の値が、偏載荷重の場合には等分布の場合に比べ、やや高めの分布となることにあつること。

f) 座屈低減係数を反映した正規化細長比 Λ_e による座屈応力度の表現：図10は、弾性座屈軸力の推定値による正規化細長比 Λ_e を横軸にして、座屈軸力を表示したものである。ただし、 α_0 は式(5)で計算する値である。図9の横軸を変換したため解析結果が多少右にずれるが、基本的には図9と変わりがない。 $\alpha_0=1.0$ とした修正 Dunkerley 式

図9 偏載荷重の座屈軸力と正規化細長比 Λ の関係 ($\gamma = 0.5$)

図10 偏載荷重の座屈軸力と正規化細長比 Λ_e の関係 ($\gamma = 0.5$)

図11 α_0 と補助関数 ξ の関係の既往の結果との比較

を描いてあるが、弾塑性座屈解析結果は、図9と同様にこの曲線の上側に位置している。比較のために日本建築学会・鋼構造設計規準の短期圧縮強度曲線を記入してあるが、正規化細長比が1.0程度までは $\alpha_0 = 1.0$ とした修正 Dunkerley 式による曲線とほとんど隔たりのない、

図12 弾塑性座屈荷重の推定値と解析値の比と補助関数 ξ の関係

1.0以上では鋼構造設計規準式はわずかに修正 Dunkerley 式より低い。したがって、鋼構造設計規準式により弾塑性座屈荷重を推定すると、 Λ_e が1.0より大きい領域では、その推定値は、修正 Dunkerley 式よる値より多少低く評価することとなる。

なお、図8の X', Y' についての偏載荷重に関する結果を Appendix に示すが、 X, Y についての荷重に対する結果とほぼ同様な傾向となっている事を付記し、表4等に相当する詳細な結果は省略する。

§6. 結論

偏載荷重を受ける単層ラチスドームの断面算定法を検討するための準備作業として、部材半開角が $2.0^\circ \sim 3.0^\circ$ 、部材細長比が 100 までに限定して周辺ローラー支持のラチスドームの座屈荷重と座屈応力度を検討した。得られた結果は、(あ) $r_s = 1/4$ の偏載荷重による弾性座屈荷重は、等分布荷重時の線形座屈荷重の約 50% であり、(い) r_s の値にかかわらず、弾性座屈荷重は、式(5)の α_0 の 80% の座屈低減係数によりほぼその下界を押えることができる。(う) 偏載荷重時の弾塑性座屈応力度は、等分布のそれよりも多少高めの値となるが、弾塑性座屈荷重は、式(3a)と(5)の等分布時の座屈応力度曲線で代替でき、かつ、安全側に推定できる、とまとめられる。

今後は、等分布と偏載分布など複数の荷重を対象とする断面算定法、部材に中間荷重がある場合の断面算定法など、断面算定法の実用化に向けた研究を進める予定である。

感謝

本研究は、平成9年度の豊橋技術科学大学・学内プロジェクト研究「アルミ型押し材を用いた単層ラチスドームの座屈耐力推定に関する研究」として開始された研究の内、耐力評価に関する成果であり、共同研究者、故半谷裕彦博士、高山誠博士、山田聖志博士、高島英幸博士、中田捷夫博士にご指導を賜りました。ここに厚くお礼申し上げます。

APPENDIX

偏載荷重を受けるドームの座屈荷重が等分布の場合とどう異なるかを分析するための偏載荷重条件として、図8の偏載荷重以外に図A1の偏載荷重も考えられる。等分布荷重で断面算定されたラチスドームの管厚分布は図6に示したように、稜線部材が他の部材より厚くなって、偏載荷重の影響を検討するため部材半開角 θ_0 は 2.0° 、 2.5° 、 3.0° について図8の偏載荷重中心に検討を行ったが、図A1の偏載荷重の結果は図9,10の結果とほぼ同じであり、参考のため、図A1の偏載荷重条件の場合の結果をここに $\theta_0 = 2.0^\circ$ のみ示す。

1. 偏載荷重

偏載荷重を受けるドームの偏載荷重の分布は図A1に示すものであり、すべての条件は図8の解析モデルと同じものである。

2. 偏載荷重を受けるドームの座屈応力度の分析

弾塑性座屈荷重を特定部材(m)の座屈軸力に変換した座屈軸力と正規化細長比の関係を図8の荷重と比較して図A2に示す。部材半開角 θ_0 と細長比 λ_0 にかかわらず、偏載度 r_s に対する結果はほぼ同様の値であり、図8と図A1の偏載荷重の向には明瞭な差はないと考えられる。

図 A1 偏載荷重の仮定 ($P_0 = 392 \text{ kN/node}$, $r_s = 1/4, 2/4, 3/4, 4/4$)

参考文献

- 1) 日本建築学会シェル空間構造運営委員会スペースフレーム小委員会：単層ラチスドームの安定解析-その現状と問題点、日本建築学会、1989.8
- 2) 加藤史郎、柴田良一、植木隆司：剛接合単層ラチスドームの座屈荷重推定法-部材の座屈応力度を用いる方法：日本建築学会構造系論文報告集、第436号、pp91-103、1992.6
- 3) 大沢和雅、山田大彦：分布荷重を受ける剛接合単層ラチスドームの弾塑性耐力-その1 形状初期不整及び偏載荷重の影響：日本建築学会学術講演梗概集(近畿)、pp1105-1106、1996.9
- 4) 加藤史郎、庄村昌明、柴田良一、植木隆司：円形平面を有する単層ラチスドームの座屈荷重の推定：日本建築学会構造系論文報告集、第439号、pp111-119、1992.9
- 5) 柴田良一、加藤史郎、植木隆司：きわめて扁平な剛接合単層ラチスドームの弾塑性座屈荷重-等分布荷重を受ける周辺ピン支持六角形平面ドームの弾塑性座屈応力度曲線について：日本建築学会構造系論文報告集、第449号、pp143-153、1993.7
- 6) 加藤史郎、松永靖二、仁保裕：弾性2次解析を用いた単層ラチスドームの断面算定法についての一考察：日本建築学会構造系論文報告集、第526号、pp93-100、1999.12
- 7) 仁保裕：単層ラチスドームの部材断面算定法に関する研究-部材断面を算定する際に用いる係数の設定法について-、豊橋技術科学大学大学院工学研究科 修士論文、2000.1

図 A2 偏載荷重の座屈軸力と正規化細長比 Λ と Λ_e の関係 ($\theta_0 = 2.0^\circ$, $\gamma = 0.5$)

(2000年5月19日原稿受理、2000年10月25日採用決定)