大規模スペースフレームの動的解析に対する PC クラスタによる
並列化システムの開発

その 1 改良した反復解法による並列化動的解析手法の効果について

DEVELOPMENT OF THE PARALLEL PROCESSING SYSTEM USING A PC CLUSTER
FOR DYNAMIC ANALYSIS OF LARGE-SCALE SPACE FRAME STRUCTURES

Part 1 On effect of the parallel processing method using the improved iteration technique

村田 賢*, 柴田 良一**, 新帯晃聖***, 望月裕之****

Masaru MURATA, Ryoichi SHIBATA, Kousei SHINTAI
and Hiroyuki MOCHIZUKI

In recent years, large-scale numerical analysis in structural design are increasingly demanded because of the necessity of realizing dynamic response analysis with elastic plastic behaviors in large-scale space frame structures. In order to realize large-scale numerical analysis, the developments of new high performance computing system without super-computers are desired. In several approaches, a parallel computing system is especially gathering the most attention for engineers. Thus the purpose of this study is to develop a parallel processing system for the dynamic analysis by using a PC cluster, which is a group of personal computers connected to a network mutually. Furthermore the calculating ability of the system is investigated by the numerical experiments for single layer lattice domes in this paper. It is demonstrated that the iteration method proposed to the dynamic analysis for structures is suitable for parallel calculations. Accordingly it was found through numerical experiments that the ability of parallel computing in this system produce good results and that parallel calculations using PC cluster with four personal computers reduce total analysis times to about 54% for models with different number of freedoms.

keywords: *parallel processing, PC cluster, dynamic nonlinear analysis, space frame structure, iteration method and rigidly jointed single-layer latticed dome*

並列処理、PC クラスタ、動的的非線形解析、スペースフレーム、反復解法、剛接合単層ラチスドーム

1. はじめに

構造設計における性能規定の導入によって、構造物の崩壊挙動や地震時の弾塑性応答に基づいた設計評価が、より重要となってくる。これに伴い、数値解析の需要はますます増加し、構造設計分野の数値解析でも、

- 1) 構造物の大規模化に伴う自由度の増大
- 2) 弾塑性解析や座屈解析などを考慮し得る複雑なモデル化
- 3) 応力と歪の関係など構成則の高精度化
- 4) 動的応答解析での微小時間刻みによる繰返し回数の増加

等の理由で、大規模化していくものと考えられる。例えば、動的解析では数千自由度規模の解析モデルに対して、数万回の繰返し計算が必要となる。このような数値解析は、合理的な構造設計を実現するために必要不可欠であり、そのため、大規模数値解析を効率的に処理する方法を提案し、数値計算システムを開発することが今後の大きな課題となろう。

計算機の性能向上は著しいものがあり、現在の高性能パーソナルコンピュータは、一昔前の大型コンピュータに匹敵するほどの高速演算を行う。しかし、数値解析規模の拡大は現在もおおいており、解析システムの限界に迫る問題設定が成されるのが実情である。今後、構造解析に要求される条件を考えると、

更なる大規模構造解析の実現が望まれており、現状の解析システムの能力では不十分となることは容易に予想される。

設計の合理化や省力化に伴い、実験的手法による評価はコスト的にも困難になってきているのが現状であり、その代替手段として高性能コンピュータを用いた数値実験、数値シミュレーションが注目されている¹⁾。大規模数値解析を行うコンピュータシステムとして、これまではベクトル型スーパーコンピュータを用いるのが一般的であり、これらを利用した建築構造解析は、和田ら²⁾が報告している。また、機械工学分野では、名取・野寺らが、研究報告³⁾としてまとめている。これらは、いずれもスーパーコンピュータを必要とし、多くの人がその恩恵にあずかれるわけではない。一方、パーソナルコンピュータ（以下 PC と略記）の性能向上とネットワークの普及により、スーパーコンピュータに替わる新しい高性能コンピュータシステムとして、分散並列処理システムが出現しようとしている。例えば、機械工学分野での矢川ら⁴⁾のように、その適用の可能性を模索して、様々な分野で研究・開発が試みられている。今後、PC による分散並列処理を応用した数値シミュレーション技術の発展が大きい期待される。

数値計算で長時間かかる問題として、未知数が極端に多い場合（未知数 10 万元以上）と未知数が小規模でも（未知数数千円

本文の一部は、既に文献11)で発表されたものである。

* 名城大学理工学部建築学科 教授・工博

** 岐阜工業高等専門学校建築学科 助教授・工博

*** 積水ハウス㈱ 工修

**** 名城大学大学院理工学研究科建築学専攻 大学院生

Prof., Dept. of Architecture, Meijo Univ., Dr. Eng.

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Gifu National College of Technology, Dr. Eng.

Sekisui House, Ltd., M. Eng.

Graduate Student, Dept. of Architecture, Meijo Univ.

から1万円前後) 繰り返し計算が非常に多い場合とが存在する。無論、両者を含む問題はさらに時間がかかることになる。後者では、1ステップの計算時間は短くても数万ステップの計算で、膨大な計算時間を必要とする。一般に、並列処理は前者の問題に適しており⁴⁾、現在も多くの研究が成されている。一方、動的問題に見られるような後者の問題は、並列処理には適していないとされており、ほとんど研究が進んでいない。その理由は、未知数が小規模で、サブストラクチャーに分割して計算する手法や他の並列技術を適用したとしても、多くの情報授受が各増分時間に発生するため実行効率率は上がり、単一計算より計算時間を長くすることさえあるためである。そこで筆者らは、この問題に挑戦し、動的問題の並列処理化を試みる。

本研究の目的は、ネットワークで接続された複数のパーソナルコンピュータ (PC クラスタと呼ぶ、付1-1 参照) を用いて、動的解析を並列的に数値計算するシステムを開発することにある。解析手法として、一般に並列処理に適していない陰解法を避け、反復解法を並列処理に適合するように改良して用いる。特に、本論文では、この反復解法が分散並列処理向きであることを示し、その特徴と処理能力の効率化について分析する。解析手法は汎用性があり、有限要素法によるソリッドモデルやシェル構造にも適用可能である。ただし、開発を目指している並列構造解析システムは、線材による立体骨組構造を対象としている。

2. 動的解析手法の並列化

2.1 反復解法の定式化

構造物の動的解析では、数値解析手法として Newmark の β 法が多用されている。同法はパラメータを適切に設定すれば、安定した解が得られ、特に、 $\beta = 1/4$ で無条件安定となることが知られている⁵⁾。一方、大規模行列による数値解析では多量の演算が必要となり、特に、膨大な解析ステップを実行する動的解析では、この部分の効率化が重要となる。そこで、非線形振動方程式を変更して⁶⁾、各増分ステップで反復解法となる手法を提案し、同法が動的解析に対し効果的であること、また分散並列処理向きであることを示す。

一般に、構造物の非線形振動方程式は次式のように表される。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + \{K(y)\} = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} \quad \dots\dots(1)$$

ここで、左辺第1項は慣性力、第2項は減衰項、第3項は幾何学的及び材料非線形性を有する構造物の内力ベクトルである。ベクトル $\{\ddot{y}\}, \{\dot{y}\}, \{y\}$ は、加速度、速度、変位を各々表す。また、右辺第1項は地震による外力、第2項は構造物に直接加わる荷重であり、時間に依存すれば風荷重に、依存しなければ擬似的な静的荷重に対応する。地震加速度ベクトル $\{\ddot{u}_g\}$ は各方向 x, y, z に関する加速度 $(\ddot{u}_g, \ddot{v}_g, \ddot{w}_g)$ である。行列 $[I]$ は、各方向の変位に対応する位置で1に、他は0となるベクトル $\{I_x\}, \{I_y\}, \{I_z\}$ から構成される。

$$\left. \begin{aligned} \{\ddot{u}_g\} &= (\ddot{u}_g, \ddot{v}_g, \ddot{w}_g) \\ [I] &= [\{I_x\}, \{I_y\}, \{I_z\}] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(2)$$

最初に、式(1)中の内力ベクトルの非線形部分を右辺に移項し、左辺には線形項のみ残して、振動方程式を以下のように変更する。

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \\ -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{K(y)\} + [K]\{y\} \quad \dots\dots(3) \end{aligned}$$

さらに、右辺の非線形内力項を増分変位が小さいとして、以下のように書き換える。

$$\{K(y)\} = \{K(\bar{y})\} + [K_T(\bar{y})]\{\Delta y\} = \{Q(\bar{y})\} + [K_T(\bar{y})]\{\Delta y\} \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 $\bar{y}$ は増分時間前の変位であり、 Δy は増分変位である。また、 $\{Q(\bar{y})\}$ は部材応力から求めた節点力ベクトルを、 $[K_T(\bar{y})]$ は増分前の接線剛性を各々示す。右辺の非線形内力項を節点力ベクトルで表すことから、増分前までの不釣り合い力が増分後の右辺項で評価され、方程式を解いた後、増分前の誤差が打ち消され、誤差の増大を防いでいる。上式を式(3)に代入すると、振動方程式は下式のように変更され、反復解法の基礎式が得られる。

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = & -[M][I]\{\ddot{u}_g\} \\ & + \{P_S\} - \{Q(\bar{y})\} - [K_T(\bar{y})]\{\Delta y\} + [K]\{y\} \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

上式に Newmark の β 法を適用する。まず、増分時間 Δt 秒後の変位ベクトル $\{y_{n+1}\}$ と速度ベクトル $\{\dot{y}_{n+1}\}$ を、

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{y}_{n+1}\} &= \{\dot{y}_n\} + \{(1-\delta)\{\ddot{y}_n\} + \delta\{\ddot{y}_{n+1}\}\}\Delta t \\ \{\Delta y_{n+1}\} &= \{\dot{y}_n\}\Delta t + \{(0.5-\beta)\{\ddot{y}_n\} + \beta\{\ddot{y}_{n+1}\}\}\Delta t^2 \\ \{y_{n+1}\} &= \{y_n\} + \{\Delta y_n\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(6)$$

で仮定する。ここで、添え字の n は増分前の値、 $n+1$ は増分後の値、 δ, β は数値計算用パラメータを表す。次に、上式中の係数を

$$\left. \begin{aligned} \{a\} &= \{\dot{y}_n\} + \Delta t(1-\delta)\{\ddot{y}_n\} \\ \{b\} &= \Delta t\{\dot{y}_n\} + \Delta t^2(0.5-\beta)\{\ddot{y}_n\} \\ \{\bar{b}\} &= \{y_n\} + \{b\} \\ \mu_1 &= \Delta t\delta \\ \mu_2 &= \Delta t^2\beta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(7)$$

としてまとめ、式(6)と(7)を反復解法の基礎式(5)に代入すると、増分後の加速度を未知ベクトルとする釣合式が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{y}_{n+1}\} + [C]\{\{a\} + \mu_1\{\ddot{y}_{n+1}\}\} + [K]\{\{\bar{b}\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\}\} \\ = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} \\ - [K_T(y_n)]\{\{b\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\}\} + [K]\{\{\bar{b}\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\}\} \quad \dots\dots(8) \end{aligned}$$

さらに、上式を整理すると、

$$\begin{aligned} [M] + \mu_1[C] + \mu_2[K] \{\ddot{y}_{n+1}\} \\ = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} - [C]\{a\} - [K_T(y_n)]\{b\} \\ + \mu_2([K] - [K_T(y_n)])\{\ddot{y}_{n+1}\} \quad \dots\dots(9) \end{aligned}$$

となる。ここで、係数を以下のように

$$\left. \begin{aligned} [F] &= [M] + \mu_1[C] + \mu_2[K] \\ [G] &= \mu_2([K] - [K_T(y_n)]) \\ \{g\} &= -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} \\ &\quad - [C]\{a\} - [K_T(y_n)]\{b\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(10)$$

とすると、方程式は、

$$[F]\{\ddot{y}_{n+1}\} = [G]\{\ddot{y}_{n+1}\} + \{g\} \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。上式から、ガウス・ザイデル法などと同様、下に示す分離型⁶⁾の反復式が得られる。

$$\{\ddot{y}_{n+1}\}^{i+1} = [F]^{-1}[G]\{\ddot{y}_{n+1}\}^i + [F]^{-1}\{g\} \quad \dots\dots(12)$$

ここで、上添え字 i は、反復回数を表す。

提案する並列処理システムでは、上に示す反復式を効率良く、また記憶領域の少量化を考慮して計算する方法が用いられている。例えば、式(10)中の係数行列 $[F]$ は、行列3つの足し算になっているが、行列を作成した後には求めるのではなく、直接に係数行列 $[F]$ に組み込む方式がとられている。特に、減衰行列 $[C]$ は、レーリー減衰を使用する場合、各部材の剛性行列や節点質量から直接係数行列 $[F]$ に組み込まれる。また、右辺項の行列 $[G]$ とベクトル $\{g\}$ は、共に行列を用いて評価されているが、最終的にはベクトルとして得られれば良く、各行列は全体行列として計算する必要はない。ここでは、下式のように各部材ごとに部材行列を求め、対応する変位、あるいは速度と掛け算し、右辺項ベクトルに組み込むことになる。この方法を用いることによって、大きな記憶領域を必要としなくなる。ここでは、以下のように式(12)を変更して使用する。

$$\left. \begin{aligned} \{\ddot{y}_{n+1}\}^{i+1} &= [F]^{-1}\{z\}^i \\ \{z\}^i &= \sum_{i=1}^m \left([G_i]\{\ddot{y}_{n+1}\}^i + \{g_i\} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

ここで、ベクトル $\{z\}^i$ は、部材毎の $[G_i]$ と対応する加速度 $\{\ddot{y}_{n+1}\}^i$ を掛け算し、また部材の $\{g_i\}$ を加えて、変位の適合を用いて重ね合わせたものである。並列処理では、各スレーブ担当の部材毎に上記のベクトル $\{z\}^i$ を計算し、マスター計算機に集めて総和をとった後、式(13)の方程式を解くことになる。

提案した反復解法を用いると、係数行列 $[F]$ は、線形であるため、一度LDU分解すれば各ステップで用いることができ、解を求めるための計算時間はほとんど要しない。さらに、部材の塑性チェックや応力計算、接線剛性、あるいは反復解法の右辺項の計算等は部材相互に関連しないため、部材毎に独立して計算が可能であり、このことから、ここで提案する反復解法は分散並列処理向きと言える。

2.2 反復解法の初期値

反復式(12)における初期値は、 Δt 秒前の値を用い、Newmarkの β 法を利用して以下のように表す。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y}_{n+1} &= \ddot{y}_n + \ddot{y}_n \Delta t \\ \dot{y}_{n+1} &= \dot{y}_n + \dot{y}_n \Delta t + \delta \ddot{y}_n \Delta t^2 \\ y_{n+1} &= y_n + \dot{y}_n \Delta t + 0.5 \ddot{y}_n \Delta t^2 + \beta \ddot{y}_n \Delta t^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(14)$$

上式を初期値として用いると、 Δt 秒前の変位の3回微分が必要となる。ここでは、 $2\Delta t$ 秒前の加速度 $\ddot{y}_{n-1}$ を利用して下式で与える。

$$\ddot{y}_n = \frac{\ddot{y}_n - \ddot{y}_{n-1}}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots(15)$$

上式を式(14)に代入すると、精度の良い反復式の初期値が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_{n+1} &= \dot{y}_n + \{(1+\delta)\ddot{y}_n - \delta\ddot{y}_{n-1}\}\Delta t \\ y_{n+1} &= y_n + \dot{y}_n \Delta t + \{(0.5+\beta)\ddot{y}_n - \beta\ddot{y}_{n-1}\}\Delta t^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

2.3 反復解法における発散

反復解法では、式(12)より以下に示す反復行列 $[T]$ の特性によって、収束の速さや、また解が発散するか否かが決められる。

$$[T] = [F]^{-1}[G] \quad \dots\dots\dots(17)$$

反復行列 $[T]$ の変化は、式(10)を参考にすると、時間が進んでも行列 $[F]$ は一定であるため、行列 $[G]$ 内の $[K_T(y_n)]$ に依存する。例えば、変位が小さく、接線剛性行列 $[K_T(y_n)]$ が線形の剛性行列に等しいとき、行列 $[G]$ はゼロ行列となり、そのため、式(12)は反復式とならず、一回で解が求まることになる。

反復解法の収束条件は、反復行列のスペクトル半径 $\rho(T)$ によって以下のように表される⁷⁾。

$$\rho(T) = \max |\lambda_i| < 1 \quad \dots\dots\dots(18)$$

ここで、 λ_i は反復行列 $[T]$ の i 番目の固有値である。一般にスペクトル半径を直接求めるには時間がかかり、増分ステップ毎に求めることは当然できない。そこで、以下に示すスペクトル半径の上界を用いて、反復行列の特徴を分析する。反復行列の上界は以下のように表すことができる。

$$\rho(T) \leq \max \sum_{j=1}^n |T_{ij}| = \|T\| \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 $\|T\|$ は行列 $[T]$ のノルムを示す。行列に関するノルムの性質と式(17)、(19)から、スペクトル半径の上限は、

$$\rho(T) \leq \left\| [F]^{-1}[G] \right\| \leq \frac{\|G\|}{\|F\|} = \frac{\|K - K_T\|}{\|F\|} \quad \dots\dots\dots(20)$$

で得られる。

動的解析中における反復行列のノルムの変化は、行列 $[G]$ によって生じる。前述したように、応答が線形振動状態の場合は、行列 $[G]$ はゼロ行列となり、スペクトル半径はゼロで、式(12)は反復式でなくなる。一方、非線形性が強くなると接線剛性行列のノルム $\|K_T\|$ は一般的に小さくなり、その結果、式(20)の分子は大きくなる。さらに、構造物が座屈やメカニズムなど不安定な状態に至るとき、接線剛性行列の固有値のひとつがゼロや負となり、反復行列のスペクトル半径は1に近づいて収束が遅くなることや、場合によっては1を超えて解が発散することもある。

式(20)のノルム $\|F\|$ は、解析途中で増分時間 Δt を変化させなければ解析中変わらない。初期設定で Δt をより小さくすると、 Δt の二乗に比例する剛性項と比較して、一乗に比例する減衰項や定数である質量項が行列 $[F]$ で優位となる。また、行列 $[G]$ も Δt の二乗に比例するため、 Δt を小さくすることが、ノルム $\|F\|$ を相対的にノルム $\|G\|$ より大きくさせ、スペクトル半径を小さくさせることになる。その結果、解の発散を防ぎ、収束範囲を拡大させる。

ここで示した反復解法は、系の非線形性が弱い場合は、収束も早く、陰解法に比較すると有利な点が多い。しかし、系の非線形性が強い場合、特に動座屈や塑性によるメカニズム等を扱う場合は、解が発散する可能性があることを考慮して、次善の策を用意しておく必要がある。例えば、次節で説明する陰解法に切り替える方法、あるいは、解析途中で増分時間を小さくする方法などがあろう。無論、次善の方法で、発散する部分を通りすぎると元の反復解法に戻るようになる。前者は、単一のコンピュータでは、システムの構成上組み込み易くしかも効果的である。しかし、ここで提案している分散

並列処理に陰解法を用いると、接線剛性など多くの情報を PC 間で転送する必要が生じ、それに多くの時間を取られるため並列処理の有効性が相殺される。このため、陰解法を併用する手法は、提案している分散並列処理には適当でないと言える。

一方、後者は、解析途中で増分時間を変化させることによって達成され、増分時間の変化による各種の影響を合理的に処理することが可能であるならば、計算方法が変化するわけではないので、分散並列処理向きと言える。ただし、どの程度 Δt を小さくすべきか、また、変更後発散するかが計算前に明らかではない。これらに対処した上で、分散並列処理システムに同法を組み込む必要があるが、ここでは、 Δt を 1/10 倍に変更して解析を行い、それでも収束しない場合は途中で解析を中止する。

2.4 陰解法との併用

反復解法が発散する場合は、陰解法を併用して用いることも可能である。ここに示す手法は並列処理向きではないが、単一コンピュータで解析する場合は有効なので、計算方法の概略を以下に示す。陰解法で用いる基本的な振動方程式は、式(1)と(4)を用いると

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K_T(\bar{y})]\{\Delta y\} = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(\bar{y})\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

であり、式(6)、(7)を用いて、上式に Newmark の β 法を適用すると、

$$[M]\{\ddot{y}_{n+1}\} + [C]\{\dot{a}\} + \mu_1\{\ddot{y}_{n+1}\} + [K_T(y_n)]\{b\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\} = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} \quad \dots\dots\dots(22)$$

となる。整理すると陰解法の基本式が次のように得られる。

$$[M] + \mu_1[C] + \mu_2[K_T(\bar{y})]\{\ddot{y}_{n+1}\} = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} - [C]\{a\} - [K_T(y_n)]\{b\} \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここで、

$$\begin{aligned} [\bar{F}] &= [M] + \mu_1[C] + \mu_2[K_T(y_n)] \\ \{g\} &= -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} - [C]\{a\} - [K_T(y_n)]\{b\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(24)$$

とすると、線形方程式が次式のように得られる。下式の右辺項ベクトル $\{g\}$ は、反復解法で計算した式(10)中のベクトル $\{g\}$ と同一である。

$$[\bar{F}]\{\ddot{y}_{n+1}\} = \{g\} \quad \dots\dots\dots(25)$$

無論、係数行列は常に変更されることになるが、上式を解くことによって Δt 秒後の加速度が得られる。ただし、ここでは行列 $[K_T]$ が特異に近いことから、係数行列 $[\bar{F}]$ は、擬特異となる場合が多く、そのため高精度で解を求める必要がある。

2.5 ファイバー要素による部材モデル

数値解析で用いている部材は、弾塑性挙動を考慮するため部材両端と中央部に弾塑性ファイバー要素を導入して構成される(図-1)。各ファイバー要素の歪は平面保持を仮定して求められ、またファイバーの応力-歪関係は鋼のパイリニアあるいはトリリニアが、またコンクリートの履歴特性が選択可能である。梁要素は弾性体とし、幾何学的非線形性を考慮した有限要素を用いている。部材両端の変

図-1 部材モデル

位と節点力との関係は、部材内の各要素に関する釣合式を静的縮合することによって導かれる。

断面の分割は、解析精度も考慮して決定する必要があり、ファイバー要素の応力計算や弾塑性チェックは、毎ステップ行うため、断面の分割が細かいとそれだけ時間がかかることになる。また、構造物の部材位置によっても断面の形状や分割を変える必要がある。本システムでは、断面の形状、分割数を部材毎に変えることができ、しかも、記憶域の確保、応力計算、塑性チェックなどが効率良く行えるように設計されている。

2.6 単一コンピュータによる反復解法の処理能力

提案した反復解法の処理能力を陰解法と比較することによって示す。単一のコンピュータを用いて、自由度 500、1000、2000、4000、6000、8000 を各々有する各屋根型円筒ラチスシェル構造物の動的解析を行い、1 ステップに要する時間の平均値を求める。解析は、入力加速度が小さいため非線形性が弱く、収束はほとんど 1 回で終わっている。

図-2 反復解法と陰解法の処理能力の比較

反復解法と陰解法に関する分析結果を図-2 に示す。反復解法では、自由度の数(実際は、部材数)にほぼ比例する形で 1 サイクルの時間が増加している。一方、陰解法では、LDU 分解を毎ステップ行うため、解析時に要する時間が自由度の 2 乗から 3 乗の間で増加している。自由度が増加するに従って、明らかに反復解法が優位となっていくことが分かる。

3. 動的解析システムの検討

3.1 逐次的な動的解析システムの分析

並列処理が可能となる部分を抽出するために、反復解法を基本にした動的解析システムを分析する⁸⁾。標準的な構造物の応答解析を行い、その結果を図-3 に示す。解析モデルは自由度約 2000、 $\Delta t = 0.001$ 秒、解析時間 $T = 10$ 秒である。なお、ここで用いている動的

るため、各種のデータを転送する必要が生じる。転送システムを構築するために、単一処理にはない並列処理特有のプロセスが必要となる。それらを以下にまとめ、その特徴を述べる。なお、マスター・スレーブ間の通信にはWMPiを用いている。(付1-2, 付2参照)

- 1) PC間のネットワークを構築するための環境を設定する。(図-5のA部分: WMPiを使用)
- 2) マスター側で計算コントロールデータや各種のデータを入力し、スレーブ側に転送する。(図-5のB部分: 入力データの一元管理)
- 3) スレーブ側における分担部材に対応する記憶領域の動的確保と釣合式右辺項の計算を行う。(図-5のC部分: スレーブ側の動的領域確保)
- 4) 各種データの送受信するシステムを設定する。(図-5のD部分: データの転送システム)
- 5) 各スレーブが担当する部材と節点に関するデータを分類し、必要とするデータにまとめる、逆にまとめたデータを元の全節点に関するデータに復帰する。(図-5のE部分)

4. 並列構造解析システムの構築

4.1 システムの概要

本研究では、実際の構造設計における計算機環境を考慮した実用的な並列構造解析システムの開発を目的としている。従って、一般に利用されているPCをネットワークにより接続した並列処理用PCクラスタを構築している⁹⁾。システムの有効性を検討するために構築したPCクラスタのプロトタイプの概要を図-6に、その仕様を表-1に示す。ここでは、システムを管理するPCをマスターとし、分担して計算を請負うPCをスレーブとする。また、各PCは、表-1のネットワーク使用にもとづいて結合されている。

本並列処理システムの特徴は、Windows95/98/NT/2000 (以下Windowsと略記) が動作している一般的なPC上に、並列処理用のソフトウェアを起動することにより、並列処理用PCクラスタを構築している点である。他に見られる多くのPCクラスタは、コストや性能を優先してUNIXの利用が一般的であるが¹⁰⁾、ここでは汎用面に重点をおき、GUI (Graphical User Interface) を含めて、Windows上で動作する並列構造解析システムの構築を目指している。

図-6 PCクラスタの構成

表-1 PCクラスタの仕様

PCの仕様	
マスター	Pentium II 450MHz メモリ 386MB
スレーブ①②③	Pentium II 450MHz メモリ 256MB
ネットワーク仕様	
ハブ	100Mbps スイッチングハブ
ケーブル	カテゴリ 5、ツイストペアケーブル
ネットワークカード	100BASE-TX イーサネット

4.2 システムの構成

図-7は、Windowsと並列化構造解析システムとの関係を示す¹¹⁾。並列処理を実現するため、WMPi上のライブラリ(付2参照)が利用され、また通信を管理するため、常駐するプログラムとしてWMPiデーモン(付1-3参照)が起動される。WMPiデーモンはマスターとスレーブ間の送受信を管理し、実行する。実際の通信処理はWMPiが提供するライブラリを用いて行うため、TCP/IP(付1-4参照)に関する複雑な設定を行う必要はない。

図-7 並列構造解析システムの動作環境

図-8 並列構造解析システムの構成

図-8は、並列構造解析システムにおけるモニター、マスター、スレーブの関係とネットワークによるデータ送受信の関係を表す。並列処理システムは、最初モニターが立ち上がり、その後、モニタ

図-9 ウインドウシステムによるGUI出力

一によって、マスターやスレーブが起動させられる。モニター (GUI インターフェイス) の役割は、解析途中でマスターやスレーブと通信を行い、解析経過をユーザーが理解しやすいグラフィック等を用いて情報を提供する。図-9 は解析中のモニターの様子を示すものであり、マルチウインドウ形式で、三次元表示された変形図や節点の変位を時刻歴で表示する。

5. 分散並列システムに関する処理能力の分析

5.1 解析モデルの概要

解析モデルは円形平面を有する剛接合単層ラチスドームとし、その形状と骨組みが図-10 に示される。モデルの規模による並列処理効率への影響を分析するため、各モデルの自由度はおおよそ 500, 1000, 2000, 4000 に設定し、各々その名前を D-500、D-1000、D-2000、D-4000 とする。設定した解析モデルの仕様を表 2 に示す。並列処理を実行するにあたって、担当する部材数はマスターとスレーブ共に同じ割合とし、CPU (Central Processing Unit) 数で等しく分配する。なお、解析は動的応答解析を 0.001 秒刻みで 5 秒間行ったものであり、解析ステップは 5000 回である。

図-10 解析モデルの形状

5.2 並列処理の効果と通信時間の増加

ここでは、PC クラスタの大きさによって、提案した並列処理システムの並列計算効率がどのように変化するか、また、通信量の変化がどのように解析時間全体に影響を及ぼすのか、を分析する。PC クラスタは、1 から 4 までの CPU の数に対応する 4 つのプロトタイプを設定する。

PC クラスタのシステム構成は、CPU 数が 1 の場合は、モニター、マスターとスレーブが、同一 CPU 上に各 1 つのプロセスとして起動される。この場合、プロセス間のデータ通信は WMPI の仕様によりメモリ内で行われる。CPU 数が 2 以上の場合は、マスターとモニターが一つの PC 上に各 1 プロセスとして起動され、また、スレーブは、他の PC に 1 プロセスずつ起動される。複数の CPU で構成される場合、マスターとスレーブ間のデータ通信はネットワーク経由で行われる。

並列処理を行うことによって、各処理時間がどのように短縮されるかについて、解析モデル D-1000 を用いて分析し、その結果を表 3 に示す。同表より、並列処理を導入したファイバー応力の計算と接線剛性作成は、CPU 数の増加に対応して計算時間が短縮されていることが分かる。例えば、CPU 数を 1 から 4 にした場合で、ファイバー応力の計算にかかる時間は 42% に、接線剛性の計算は 32% となっている。ただし、今回の並列化のアルゴリズムではデータ通信量が比較的多いため、総解析時間は CPU の数が多くなるに従って、低減率の鈍化が見られる。一層の効率化を図るためには、更なるデ

表-2 解析モデルの諸元

モデル	スパン	ライズ	部材数	節点数	自由度数
D-500	100	4.4	240	91	456
D-1000	140	17.5	462	169	888
D-2000	200	36.4	960	331	1808
D-4000	300	86.6	2070	721	4056

(スパンとライズの単位はm)

表-3 並列処理における各処理の解析時間 (秒)

	D-1000			
CPU数	1	2	3	4
予備計算	0.43	0.33	0.55	0.66
係数行列作成	0.10	0.11	0.23	0.16
反復解法	147.82	151.66	183.61	184.30
応力の計算	34.52	56.88	38.78	41.38
ファイバー応力計算	425.38	354.83	251.84	178.45
接線剛性作成	349.84	235.46	178.25	114.52
その他の処理	322.04	269.69	321.55	353.83
総解析時間	1220.22	897.38	765.26	646.79

図-11 自由度数と解析時間との関係

ータ通信の性能向上が期待されるところである。

5.3 自由度数の違いによる並列処理の効果

図-11 は、前述した 4 つの解析モデルに対する総解析時間を示す。縦軸は総解析時間 (秒) であり、横軸は自由度の数を示す。図中の印 (○、□、◇、×) は、CPU 数 1, 2, 3, 4 に各々対応する。

前述した (図-2) 陰解法は自由度数の 2 から 3 乗に比例して計算時間を必要とする。一方、反復解法による並列計算の能力は (図-2 と図-11 を比較)、解析時間の増加傾向が単一 CPU の場合と同様で、陰解法と比較して、解析能力の優秀性を実証している。解析モデルの規模が変化しても、解析時間の増加率は自由度数にほぼ比例して得られており、極端に増えることはない。さらに構造物の規模が大きくなり、自由度が増せば、提案した並列構造解析手法は、反復解法の有利さと並列処理による計算速度向上が期待され、一層の優位性が発揮されることになる。

5.4 CPU数の違いによる並列処理の効果

図-12 は、並列処理による解析時間短縮の割合を示す。同図で、横軸はCPU 数を示し、縦軸は、各解析モデルの1CPU で解析した時間に対する低減率を示す。並列度の増加に伴って（CPU 数の増加）、解析時間が減少していること、また、その傾向は自由度数の違いによらず一様であることが分かる。開発した並列構造解析システムにおける解析時間の低減率は、各モデルの平均的な値として、CPU 数が2つで約75%、3つで62%、4つで54%程度となっている。

図-12 CPU 数と解析時間の関係

本システムで並列処理を導入した部分が全体の96% (図-3 参照) を占めるとし、また CPU 数が4の場合、解析時間の効率化の限界を理論的に示す Amdahl の法則によれば⁸⁾、低減率は36%となる (図-12の理論値参照)。ここでの結果は54%程度であり、比較的単純な並列計算アルゴリズムを利用しているにも関わらず効率化が十分に達成されていることが分かる。

CPU 数に対する解析時間の低減率は、CPU 数が4程度になると、並列処理の効果が少し緩やかとなり、鈍化する傾向が見られる。特に、CPU 数が3から4に増加した場合、解析時間の低減する割合は、それほど大きくなっていない。このことから CPU 数が更に多くなると並列処理の効果があまり期待できないことを示している。その原因は、CPU 数の増加によって、CPU 間のデータ通信量が増加し、並列処理の効果を相殺してしまうからである。今後、効率的に多量の情報を送受信可能なPC クラスタを構築する必要がある。

6. まとめ

本研究の目的は、大規模化する構造物を効率的に動的解析するために、PC 群をネットワークで接続したPC クラスタを用いて並列計算するシステムを開発することであり、今回そのプロトタイプを開発した。通常の LAN を用いているため、解析に必要な設定は、ソフトの各 PC へのインストール、及びマスターとスレーブの設定、担当部材の設定、これら以外ほとんど必要なく、単一 PC の計算と何ら変わることがない。特に、ここでは反復解法を並列処理用に改良して用い、その並列処理の実行効率を分析し、その有効性を検討した。以下に、その結果を述べる。解析対象として大規模構造物の例として自由度の異なる単層ラチスドームを用いた。

1) 幾何学的非線形性を考慮した弾塑性応答解析を行う数値計算

手法として反復解法を導入し、同手法が並列処理に適していることを実証した。

- 2) 4台のPC クラスタを用いて行われた数値実験で、並列処理は、単一計算に比較して総解析時間が54%程度となり、十分な効率向上が認められた。
- 3) 大規模なPC クラスタでは、データ通信にかかる時間が相対的に大きくなることが予想され、データ通信量の削減、効率的なデータ通信手法の導入など、更なる改良が必要である。

謝辞

本研究に対し有益な示唆を頂いた豊橋技術科学大学加藤史郎教授に深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 川田重夫、田子精男、梅谷征雄：シミュレーション科学への招待、日経サイエンス社、2000. 3
- 2) 和田章、久保田英之：実規模鋼構造骨組の3次元非線形解析へのスーパーコンピュータの応用、日本建築学会構造系論文報告集 No. 394, pp. 94-104, 1985. 12
- 3) 名取亮、野寺隆：スーパーコンピュータと大型数値計算、共立出版、1987. 11
- 4) 矢川元基、曾根田直樹：パラレルコンピューティング、培風館、1991. 11
- 5) K.J. Bathe, E.L. Wilson, 訳 菊地文雄：有限要素法の数値計算、科学技術出版社、構造工学シリーズ 8
- 6) S. Kato, M. Murata: Dynamic Elasto-Plastic Buckling Simulation System for Single Layer Reticular Domes with Semi-Rigid Connections under Multiple Loadings, Int. Journal of SPACE STRUCTURES Vol.12, Nos.3/4, pp.161-172, 1997.5.
- 7) 仁木混、河野敏行：楽しい反復法、共立出版、1998
- 8) 柴田良一、村田賢、新帯晃聖、加藤史郎：スペースフレーム動的解析の分散並列処理に向けて、京都大学防災研究所共同研究集会論文集、pp.183-190, 1998. 10
- 9) 超並列計算研究会：PC クラスタ超入門、1999. 9
- 10) 湯浅太一、安村道晃、中田登志之：はじめての並列プログラミング、共立出版、1998. 6
- 11) 村田賢、柴田良一、新帯晃聖、望月裕之：スペースフレームの動的解析に対するPC クラスタを用いた並列化手法について、計算工学講演会論文集 Vol.5 No. 2, pp. 639-642, 2000. 5

付1

- 1) 分散処理や並列処理を目的として、ネットワークにより結合されたパーソナルコンピュータ群をPC クラスタと呼ぶ。
- 2) WMPI の詳細については、次の URL を参照されたい。
<http://dsg.dei.uc.pt/wmpi/intro.html>
- 3) デーモンとは、OS 上に常駐するプログラムで、アプリケーションの機能を支援するためサーバーとして動作するソフトである。
- 4) TCP/IP は、現在のインターネットや LAN で標準的に利用されているネットワークプロトコルであり、使用するにあたって、厳密な通信先の指定が必要となる。

付2 並列処理通信ライブラリ

分散型の並列処理システムでは、クラスタ全体として並列処理するため PC 間で多くのデータ送受信が必要となり、このデータ交換をメッセージ通信により実現している。ここでは並列処理通信ライブラリとして MPI(Message Passing Interface)を用いており、本研究では Windows で動作する WMPI (付1-2 参照) を利用している。MPI は、1994 年に MPI フォーラムにより提案された並列処理通信の規格であり、多くの通信機能を規定している。これに基づいて研究グループによるフリーソフトウェアやコンピュータメーカーによるシステムなど、多くの MPI 実装システムが開発、提供されている。プログラミング言語として C, C++, Fortran からの利用が可能であることや、幅広い計算機環境で動作可能であることから、並列処理通信ライブラリとして、本研究では MPI を選択した。