有限な薄氷盤に囲まれた固定式中空円筒構造物の地震流力弾性解析

SEISMIC HYDROELASTICITY FOR FIXED HOLLOW CYRINDRICAL STRUCTURES SURROUNDED BY THIN ICE SHEET OF FINITE WIDTH

濱 本 卓 司*, 大 西 弘 亮**, 井 上 昌 士***

Takuji HAMAMOTO, Hiroaki OONISHI and Masashi INOUE

The hydroelastic response of fixed hollow cylindrical structures surrounded by thin floating ice sheet of finite width during earthquakes is formulated. The elastic shell theory is used for structures, whereas the potential flow theory is applied to fluid domain. The sea ice is idealized as the annular rigid boundary that is connected with semi-infinite free surface. The hydrodynamic pressure is obtained in closed form by domain division method. Wet mode properties in beam mode of hollow cylindrical structure are evaluated by Rayleigh-Ritz method. Modal superposition approach is used to calculate the earthquake response against horizontal ground motion. Numerical examples are presented to illustrate the changes in hydrodynamic pressures and earthquake responses due to the width of ice sheet.

Keywords : *Sea ice, Earthquake response, Hydroelasticity, Domain division method, Circular cylindrical shell, Rayleigh-Ritz method*

海水, 地震応答, 流力弾性, 領域分割法, 円筒シェル, レーリー・リッツ法

1. 序

日本近海の氷海域はオホーツク海である。オホーツク海の海水は12月初旬に北西部から結氷し、徐々に成長して1月中旬には北海道に達する。さらに3月中旬から下旬にかけて最も成長し、オホーツク海の80%が氷で覆われる。その後、徐々に後退を始め6月には消滅する。したがって、オホーツク海は氷海域といっても、一年の半分は無氷状態、後の半分が海水状態である¹⁾。海水状態は多様で、結氷、破碎氷、堆積氷、流氷など様々であり、さらに各状態は氷の厚さや広がりにより細かく分類することができる。

氷海域に建設される構造物は、このような様々な海水状態における氷荷重に対して十分な抵抗力を有している必要があり、すでに設計規準や指針も整備されている^{2,3)}。また、氷荷重に対する構造物の静的・動的応答に関する研究もロシア、カナダ、フィンランド、アメリカなどで活発に行われている^{4,5)}。しかし、氷海域における地震荷重の検討はまだ十分とはいえない。

オホーツク海中央部の地震活動度は低いが、オホーツク海の東西縁はそれぞれ太平洋プレートと北米プレートの境界および北米プレートとユーラシアプレートの境界になっており地震活動度が高い⁶⁾。このため、オホーツク海に構造物を建設するには、氷荷重の検討だけでなく、地震時の構造物の応答挙動を適切に予測し構造物の耐震安全性を確保することが必要になる。最近のオホーツク海サハリン沖の海底油田開発にともない、わが国でも氷海構造物に関する広範な研究⁷⁾が行われており、Kobayashi・Kawaguchi⁸⁾は特に氷海構造物の地震応答に関する研究のレビューを行っている。

氷海域における構造物の地震応答挙動を予測するには、氷が構造物に与える影響を2つに分けると考えやすい。すなわち、構造物と

氷の相互作用効果と氷の存在による地震荷重の増幅効果である。構造物と氷の相互作用を検討するには、まず構造物と氷の力学特性を把握する必要がある^{9,10)}。特に、氷の力学特性は様々な環境要因により複雑に変化する。このような場合、氷の影響を構造物へのばね効果や質量効果に集約してモデル化することが有効である^{11,12)}。しかし、氷のばね効果や質量効果は両者が接触しているという条件のもとで生じる。オホーツク海の氷は一年氷であり、北極海における多年氷のように氷が厚く成長することではなく、氷厚はオホーツク海北部で約1m、北海道付近で約0.5mと比較的薄い。このように氷盤が薄い場合には、構造物周辺が結氷していたとしても、地震が発生すると氷は破壊し、氷盤のばね効果や質量効果は消失する可能性が大きい。

一方、海水が海面を覆っていると、地震時に氷の下海水領域に発生する動水圧を閉じこめ増大させるが、この影響は氷盤の厚さに関わらず無視できない。清川¹³⁾は剛体円筒構造物を対象に、海面の全領域が結氷した場合の水平地震動に対する動水圧を解析的に求めた。濱本¹⁴⁾は弾性中空円筒構造物を対象に、海面の全領域が結氷した場合の水平地震動に対する動水圧を解析的に求め地震応答挙動への影響を検討した。森田¹⁵⁾は氷盤を有限な弾性体としてモデル化し、剛体軸対称構造物に作用する動水圧を数値解析により求めた。しかし、弾性構造物の周囲に有限な氷盤があるときに生じる動水圧の閉じ込め効果に関する検討はほとんど行われていない¹⁶⁾。

本研究は、オホーツク海のような一年氷の氷海域に建設される固定式中空円筒構造物の地震時流力弾性挙動を予測するための解析的アプローチを示したものである。氷盤のばね効果や質量効果が無視できる薄氷盤を対象とし、有限の広がりを有する氷盤を等価な円環形状と見なすなどの仮定をおいているが、モデル化された世界の中

* 武蔵工業大学工学部建築学科 教授・工博

** 清水建設 修士(工学)

*** 日本設計 修士(工学)

Prof., Dept. of Architecture, Musashi Institute of Technology, Dr. Eng.
Shimizu Corp., M. Eng.
Nihon Sekkei, M. Eng.

では厳密な数値展開を行っている。構造物には弾性シェル理論、海水領域には線形ポテンシャル理論を適用する。氷盤のある海面を剛体境界、氷盤のない海面を自由表面境界とする混合境界値問題として定式化し、構造物に作用する動水圧を領域分割法により解析的に導く。レーリー・リッツ法により梁モードのウェットモード特性を評価した後、モード合成法により氷海域における水平地震動に対する動水圧分布と応答挙動を予測する。数値例題により、海水がある場合とない場合の動水圧と地震応答の違いを明らかにするとともに、周囲の氷盤の広がりや地震応答に与える影響を検討する。

2. 解析モデルと仮定

有限な広がりを持つ海水に囲まれた固定式中空円筒構造物を Fig. 1 に示す。構造物の高さを l 、半径を a 、厚さを h 、設置水深を d とする。海水の閉じ込め効果による動水圧への影響を検討するという観点から、氷盤を構造物に隣接する厚さのない幅 $b-a$ の円環 ($h \ll b$) としてモデル化している。地震動として海底面の水平動を考え、その地盤変位を U_g 、構造物の面外変形を w とする。

本研究で導入する仮定を列記する。

- 1) 構造物の地震応答は線形振動の範囲内である。
- 2) 構造物の応力-ひずみ関係は線形シェル理論に従う。
- 3) 海水は構造物を円環状に囲む剛体と見なすことができる。
- 4) 氷盤は薄くその厚さは無視できる。
- 5) 地震が発生すると構造物周辺の氷盤は破壊し、氷盤のばね効果と質量効果は無視できる。
- 6) 構造物周辺の氷盤の破壊による動水圧の消散効果は無視できる。
- 7) 海水は非粘性・非圧縮性・渦なしである。
- 8) 水深は一定で海水は水平方向に無限に広がっている。
- 9) 海底は剛であり、海底地盤との相互作用は無視できる。
- 10) 地震動は水平成分のみを考え、その定常部の加速度パワースペクトルは修正金井・田治見式で与えられる。

3. 地震荷重

水平地震動を受けると中空円筒構造物は剛体運動と面内および面外の弾性変形で応答する。海底が剛であれば励起される弾性変形は

Fig. 1 Analytical model of hollow cylindrical structure subjected to horizontal ground motion in ice-covered seas

梁モード (円周方向波数 $n=1$) のみである。このとき構造物には水平剛体運動による構造物の慣性力が作用する。Fig. 2(a) に示すように、点 (a, θ, z) に作用する慣性力の軸方向、円周方向、および半径方向成分はそれぞれ以下のように与えられる。

$$p_z = 0, \quad (1a)$$

$$p_\theta = -\rho_s h \sin \theta \cdot \ddot{U}_g, \quad (1b)$$

$$p_r = \rho_s h \cos \theta \cdot \ddot{U}_g, \quad (1c)$$

ここに、 ρ_s は構造物の質量密度、 $\ddot{U}_g$ は水平地盤加速度である。

構造物の外面には常に静水圧が作用しているが、地震時にはさらに Fig. 2(b) に示すように動水圧 p_w が半径方向に作用する。

$$p_w = p_R + p_E, \quad (2)$$

ここに、 p_R は水平剛体運動により生じる動水圧、 p_E は面外弾性変形により生じる動水圧である。

構造物の慣性力と海水の動水圧の和が構造物に作用する地震力となる。動水圧は海面を覆う氷盤の影響を受ける。氷盤の幅 $b-a$ が 0 であれば海面は全領域で自由表面となり、従来の海洋構造物の地震応答解析と同じである。氷盤の幅が大きくなるにつれて動水圧の閉じ込め効果は増加し、海面が全領域で剛体境界となったときの動水圧の値に徐々に収束すると予想される。氷盤の幅は動水圧の大きさだけでなく分布形にも影響を与える。

4. 動水圧の誘導

水平地震動が作用するとき中空円筒構造物の外面に生じる動水圧分布をポテンシャル流れ理論により求める。氷の状態として、無氷状態、全氷状態、部分氷状態を考える。部分氷状態における氷盤の幅 $b-a$ が 0 のとき無氷状態、 ∞ のとき全氷状態となる。

海水領域の速度ポテンシャルを以下のように表す。

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \phi(r, \theta, z) \exp(i\sigma t) \quad (3)$$

ここに、 $\phi(r, \theta, z)$ は速度ポテンシャルの空間項、 $\exp(i\sigma t)$ は時間項、 $i = \sqrt{-1}$ 、 σ は円振動数、 t は時間である。

4-1 無氷状態

海面に氷盤が全く存在しない無氷状態のとき、海面は全流体領域で自由表面境界となる。無氷状態の速度ポテンシャルの空間項に関する境界値問題は以下のように与えられる (Fig. 3 参照)。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad : 0 \leq z \leq d, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi = 0 \quad : z = d, \quad (4b)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad : z = 0, \quad (4c)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \dot{W} \quad : r = a, \quad (4d)$$

Fig. 2 Seismic forces acting on a point (a, θ, z)

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} + ik\phi \right) = 0 \quad : r \rightarrow \infty, \quad (4e)$$

ここに、 g は重力加速度、 $W = U_g + w$ は構造物の面外変位、 k は波数、 $\cdot = d/dt$ である。式(4a)は非粘性、非圧縮性、渦なしの流体場を支配するラプラス方程式、式(4b)は海面における自由表面境界条件、式(4c)は海底面における剛体境界条件、式(4d)は構造物と海水の運動の連続条件、式(4e)は放射条件である。

式(4a~e)を満足する無氷状態の速度ポテンシャルの空間項 ϕ の解は次式で与えられる¹⁷⁾。

$$\phi = 4i\sigma \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{H_n^{(2)}(kr)}{H_n^{(2)}(ka)} \frac{\int_0^d W_n(z) \cosh kz dz}{\sinh 2kd + 2kd} \cosh kz + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{K_n(k_s r)}{K_n(k_s a)} \frac{\int_0^d W_n(z) \cos k_s z dz}{\sin 2k_s d + 2k_s d} \cos k_s z \right\} \cos n\theta, \quad (5)$$

ここに、 $W_n(z)$ は円周方向フーリエ波数 n における面外変位成分 W の軸方向関数、 $K_n(x)$ は n 位の第2種変形ベッセル関数、 $H_n^{(2)}(x)$ は n 位の第2種ハンケル関数、 $'$ は $\partial/\partial(kr)$ あるいは $\partial/\partial(k_s r)$ 、 k と k_s は次式で与えられる超越方程式を満足する波数である。

$$\sigma^2 = kg \tanh kd = -k_s g \tan k_s d. \quad (6)$$

4-2 全氷状態

海面が氷盤により完全に覆い尽くされる全氷状態のとき、海面は全流体領域で剛体境界となる。全氷状態の速度ポテンシャルの空間項に関する境界値問題は以下のように与えられる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad : 0 \leq z \leq d, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad : z = d, \quad (7b)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad : z = 0, \quad (7c)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \dot{W} \quad : r = a, \quad (7d)$$

$$\phi \rightarrow 0 \quad : r \rightarrow \infty, \quad (7e)$$

ここに、式(7b)は海面における剛体境界条件、式(7e)は遠方での減衰条件である。

式(7a~e)を満足する全氷状態の速度ポテンシャルの空間項 ϕ の解は次式で与えられる¹⁴⁾。

$$\phi = i\sigma \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -\frac{a}{n} \left(\frac{a}{r} \right)^n \frac{\int_0^d W_n(z) dz}{d} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{K_n(l_s r)}{K_n(l_s a)} \cdot \frac{\int_0^d W_n(z) \cos l_s z dz}{l_s d} \cos l_s z \right\} \cos n\theta, \quad (8)$$

ここに、 $l_s = s\pi/d$ ($s=1,2,3,\dots$)、 $' = \partial/\partial(l_s r)$ である。

4-3 部分氷状態

構造物周辺の一部の海面が氷盤で覆われる部分氷状態のとき、海面には剛体境界と自由表面境界が同時に存在する。このときの解を領域分割法により以下に解析的に導く。部分氷状態の速度ポテンシャルに関する境界値問題は、Fig. 3に示すように、剛体境界下の近傍領域と自由表面境界下の遠方領域に流体領域を分割し、各領域の速度ポテンシャルの空間項をそれぞれ ϕ_i (添字 i は ice を表わす) と ϕ_f (添字 f は free を表わす) とおくことにより以下のように与えられる。

剛体境界下の近傍領域では、

$$\nabla^2 \phi_i = 0 \quad : 0 \leq z \leq d, \quad (9a)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} = 0 \quad : z = d, \quad (9b)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} = 0 \quad : z = 0, \quad (9c)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial r} = \dot{W} \quad : r = a, \quad (9d)$$

自由表面境界下の遠方領域では、

$$\nabla^2 \phi_f = 0 \quad : 0 \leq z \leq d, \quad (10a)$$

$$\frac{\partial \phi_f}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi_f = 0 \quad : z = d, \quad (10b)$$

$$\frac{\partial \phi_f}{\partial z} = 0 \quad : z = 0, \quad (10c)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \phi_f}{\partial r} + ik\phi_f \right) = 0 \quad : r \rightarrow \infty. \quad (10d)$$

式(9a~c)を満足する近傍領域の速度ポテンシャルの空間項 ϕ_i は次式で与えられる。

$$\phi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \left[B_{n0} \left(\frac{b}{r} \right)^n + C_{n0} \left(\frac{r}{b} \right)^n + \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ B_{ns} \frac{K_n(l_s r)}{K_n(l_s b)} + C_{ns} \frac{I_n(l_s r)}{I_n(l_s b)} \right\} \cos l_s z \right] \cos n\theta, \quad (11)$$

ここに、 B_{n0} 、 C_{n0} 、 B_{ns} 、 C_{ns} は未定係数、 $l_s = s\pi/d$ ($s=1,2,3,\dots$)、 $I_n(x)$ は n 位の第1種変形ベッセル関数である。

式(11)を式(9d)に代入し、区間 $[0, d]$ で積分すると次式を得る。

$$-B_{n0} \frac{n}{b} \left(\frac{b}{a} \right)^{n+1} + C_{n0} \frac{n}{b} \left(\frac{b}{a} \right)^{n-1} = \frac{i\sigma}{d} \int_0^d W_n(z) dz. \quad (12)$$

式(11)を式(9d)に代入し、両辺に $\cos l_s z$ を乗じ区間 $[0, d]$ で積分すると次式を得る。

$$B_{ns} \tilde{K}_{ns} + C_{ns} \tilde{I}_{ns} = i\sigma \frac{2}{d} \int_0^d W_n(z) \cos l_s z dz, \quad (13)$$

ここに、

$$\tilde{K}_{ns} = \frac{K'_n(l_s a)}{K_n(l_s b)}, \quad \tilde{I}_{ns} = \frac{I'_n(l_s a)}{I_n(l_s b)}, \quad (14a, b)$$

である。

式(10a~d)を満足する遠方領域の速度ポテンシャルの空間項 ϕ_f は次式で与えられる。

$$\phi_f = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ D_{n0} \frac{H_n^{(2)}(kr)}{H_n^{(2)}(kb)} \cosh kz + \sum_{s=1}^{\infty} E_{ns} \frac{K_n(k_s r)}{K_n(k_s b)} \cos k_s z \right\} \cos n\theta, \quad (15)$$

ここに、 D_{n0} と E_{ns} は未定係数である。

近傍領域と遠方領域の接続条件は以下のように与えられる。

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial r} = \frac{\partial \phi_f}{\partial r} \quad : r = b, \quad 0 \leq z \leq d, \quad (16a)$$

$$\phi_i = \phi_f \quad : r = b, \quad 0 \leq z \leq d, \quad (16b)$$

Fig. 3 Domain division method

ここに、式(16a)は速度ポテンシャルの半径方向微分の接続条件(物理的には海水の運動の連続条件)、式(16b)は速度ポテンシャルの接続条件(物理的には圧力の連続条件)である。

式(11)と式(15)を式(16a)に代入し、両辺に $\cosh kz$ を乗じ z に関して区間 $[0, d]$ で積分すると次式を得る。

$$\{-B_{n0} + C_{n0}\}d_n + \sum_{s=1}^{\infty} \{B_{ns}\bar{K}_{ns} + C_{ns}\bar{I}_{ns}\}S_{ns} = D_{n0}\bar{H}_n b_n, \quad (17)$$

ここに、

$$b_n = \frac{1}{4k} \{\sinh 2kd + 2kd\}, \quad (18a)$$

$$d_n = \frac{n}{bk} \sinh kd, \quad (18b)$$

$$S_{ns} = \frac{k}{l_s^2 + k^2} \sinh kd \cos s\pi, \quad (18c)$$

$$\bar{K}_{ns} = \frac{K'_n(l_s b)}{K_n(l_s b)} l_s, \quad \bar{I}_{ns} = \frac{I'_n(l_s b)}{I_n(l_s b)} l_s, \quad \bar{H}_n = \frac{H_n^{(2)'}(kb)}{H_n^{(2)}(kb)} k, \quad (18d, e, f)$$

である。

式(11)と式(15)を式(16a)に代入し、両辺に $\cos k_l z$ を乗じ z に関して区間 $[0, d]$ で積分すると次式を得る。

$$\{-B_{n0} + C_{n0}\}d_{nl} + \sum_{s=1}^{\infty} \{B_{ns}\bar{K}_{ns} + C_{ns}\bar{I}_{ns}\}S_{nl} = E_{nl}\bar{K}_{nl}b_{nl}, \quad (19)$$

ここに、

$$b_{nl} = \frac{1}{4k_l} \{\sin 2k_l d + 2k_l d\}, \quad (20a)$$

$$d_{nl} = \frac{n}{bk_l} \sin k_l d, \quad (20b)$$

$$S_{nsl} = \frac{k_l}{k_l^2 - l_s^2} \sin k_l d \cos s\pi, \quad (20c)$$

$$\bar{K}_{nl} = \frac{K'_n(k_l b)}{K_n(k_l b)} k_l, \quad (20d)$$

である。

式(11)と式(15)を式(16b)に代入し、 z に関して区間 $[0, d]$ で積分すると次式を得る。

$$\{B_{n0} + C_{n0}\}d = D_{n0}f_n + \sum_{l=1}^{\infty} E_{nl} \frac{b}{n} d_{nl}, \quad (21)$$

ここに、

$$f_n = \frac{1}{k} \sinh kd, \quad (22)$$

である。

式(11)と式(15)を式(16b)に代入し、両辺に $\cos l_s z$ を乗じ、 z に関して区間 $[0, d]$ で積分すると次式を得る。

$$\sum_{s=1}^{\infty} \{B_{ns} + C_{ns}\} \frac{d}{2} = S_{ns} D_{n0} + \sum_{l=1}^{\infty} E_{nl} S_{nsl}. \quad (23)$$

式(12), (13), (17), (19), (21), (23)は未定係数 B_{ns} , C_{ns} ($s=0, 1, 2, \dots$), D_{n0} , E_{nl} ($l=1, 2, \dots$)に関する無限個の連立方程式を構成する。実際に連立方程式を解くためには、 s と l を適当な項数で打ち切る必要がある。本研究では、収束性を確認し項数はともに20とした。未定係数を決定することにより内部および外部領域の速度ポテンシャルが求まる。

速度ポテンシャルが求めれば、構造物に作用する動水圧 p_w は以下のベルヌーイ式により与えられる。

$$p_w = -\rho_w \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}, \quad : r = a, \quad (24)$$

ここに、 ρ_w は海水の質量密度、 $\Phi_i = \phi_i(r, \theta, z) \exp(i\omega t)$ は近傍領域の速度ポテンシャルである。

5. 自由振動解析

地震動による荷重項、すなわち剛体運動による慣性力と動水圧を0とおき、静穏な氷海域におけるウェットモード自由振動解析をRayleigh-Ritz法により定式化する。水平地震動のときは梁モードのみが励起されるのでウェットモード自由振動解析もこのモードのみに対して行う。

中空円筒構造物の梁モード($n=1$)の弾性変形を軸方向、円周方向、および半径方向変位成分により以下のように表す¹⁷⁾。

$$u = \sum_{j=1}^N U_{m1j} g_j(z) \cos \theta \exp(i\omega_{m1} t), \quad (25a)$$

$$v = \sum_{j=1}^N V_{m1j} f_j(z) \sin \theta \exp(i\omega_{m1} t), \quad (25b)$$

$$w = \sum_{j=1}^N W_{m1j} f_j(z) \cos \theta \exp(i\omega_{m1} t), \quad (25c)$$

ここに、 N は級数の重ね合わせ数、添字 m は軸方向モード次数、 ω_{m1} は $m1$ 次ウェットモード円振動数、 $g_j(z)$ と $f_j(z)$ はそれぞれ以下に示す空中における片持梁の軸方向振動と曲げ振動の j 次正規関数である。

$$g_j(z) = \sin \frac{(2j-1)\pi}{2l} z, \quad (26a)$$

$$f_j(z) = \cosh \alpha_j z - \cos \alpha_j z - c_j (\sinh \alpha_j z - \sin \alpha_j z), \quad (26b)$$

ここに、

$$c_j = (\sinh \alpha_j l - \sin \alpha_j l) / (\cosh \alpha_j l + \cos \alpha_j l) \quad (27)$$

であり、 $\alpha_j l$ は次式で与えられる超越方程式を満足する。

$$\cosh \alpha_j l \cos \alpha_j l + 1 = 0. \quad (28)$$

一般化座標に $U_{m1j}(t) = U_{m1j} \exp(i\omega_{m1} t)$, $V_{m1j}(t) = V_{m1j} \exp(i\omega_{m1} t)$, および $W_{m1j}(t) = W_{m1j} \exp(i\omega_{m1} t)$ を選ぶと、中空円筒構造物の運動は以下のラグランジェ方程式に支配される。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{U}_{m1j}} \right) - \frac{\partial T}{\partial U_{m1j}} + \frac{\partial S}{\partial U_{m1j}} = 0, \quad (29a)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{V}_{m1j}} \right) - \frac{\partial T}{\partial V_{m1j}} + \frac{\partial S}{\partial V_{m1j}} = 0, \quad (29b)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{W}_{m1j}} \right) - \frac{\partial T}{\partial W_{m1j}} + \frac{\partial S}{\partial W_{m1j}} = Q_{m1j}, \quad (29c)$$

ここに、 S と T はそれぞれ構造物のひずみエネルギーと運動エネルギーであり、薄肉シェル理論に基づき以下のように与えられる¹⁸⁾。

$$\begin{aligned} S = & \frac{Eh}{2(1-\mu^2)} \int_0^l \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right)^2 + \frac{a}{2\mu} \frac{\partial u}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) \right. \\ & + \frac{1}{2} (1-\mu) \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{h^2}{12a^2} \left\{ a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)^2 \right. \\ & + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \\ & \left. \left. + 2(1-\mu^2) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] a d\theta dz, \end{aligned} \quad (30a)$$

$$T = \frac{\rho_s h}{2} \int_0^l \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] a d\theta dz, \quad (30b)$$

ここに、 E は構造物のヤング係数、 μ はポアソン比、 ρ_s は質量密度である。式(29c)の右辺の Q_{m1j} は一般化力であり次式で与えられる。

$$Q_{m1j} = \int_0^d \int_0^{2\pi} p_w \cdot f_j(z) \cos \theta \, ad\theta \, dz, \quad (31)$$

式(25a~c)を式(30a, b)に代入し, その結果を式(29a~c)に代入した後, 正規関数の直交性を利用すると, 静穏な氷海域で自由振動する構造物の運動方程式が以下のマトリックス式として得られる。

$$([K] - \Delta([M] + [M_w]))\{\delta\} = 0, \quad (32)$$

ここに, $[K]$, $[M]$, および $[M_w]$ は構造物の剛性マトリックス ($3N \times 3N$), 質量マトリックス ($3N \times 3N$), および構造物と海水の相互作用による付加質量マトリックス ($3N \times 3N$), $\{\delta\} = \{U|V|W\}^T$ はモード振幅ベクトル ($3N \times 1$) で, $\{U\}$, $\{V\}$, および $\{W\}$ はそれぞれ U_{m1j} , V_{m1j} , および W_{m1j} を成分とするベクトル ($N \times 1$), $\Delta = \rho_s \omega_{m1}^2 (1 - \mu^2) a^2 / E$ は振動数パラメータである。

式(32)の振動数方程式は次式で与えられる。

$$|[K] - \Delta([M] + [M_w])| = 0, \quad (33)$$

上式を解くことによりウェットモード振動数とモード形が求まる。

6. 地震応答解析

自由振動解析により求めたウェットモード振動数とモード形を用いて, モード合成法により水平地震動に対する応答解析を定式化する。水平地震動に対する構造物の軸方向, 円周方向, および半径方向応答変位成分は以下のように与えられる。

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} u_{m1}(z) \cos \theta \, q_{m1}(t), \quad (34a)$$

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} v_{m1}(z) \sin \theta \, q_{m1}(t), \quad (34b)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} w_{m1}(z) \cos \theta \, q_{m1}(t), \quad (34c)$$

ここに, $u_{m1}(z)$, $v_{m1}(z)$, $w_{m1}(z)$ はそれぞれ変位成分 u , v , w の $m1$ 次軸方向関数, $q_{m1}(t)$ は $m1$ 次一般化座標である。

地震時の構造物の応答は以下のラグランジェ方程式に支配される。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{m1}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_{m1}} + \frac{\partial S}{\partial q_{m1}} = Q_{Dm1} + Q_{Am1}, \quad (35)$$

ここに, Q_{Dm1} は構造物の材料減衰に関する $m1$ 次一般化減衰力, Q_{Am1} は $m1$ 次一般化力であり次式で与えられる。

$$Q_{Am1} = \int_0^d \int_0^{2\pi} \{ p_z u_{m1}(z) \cos \theta + p_\theta v_{m1}(z) \sin \theta + (p_r + p_w) w_{m1}(z) \cos \theta \} ad\theta \, dz. \quad (36)$$

式(34a~c)を式(35)と(36)に代入し, ウェットモード形の直交性を利用すると以下のモーダル運動方程式が得られる¹⁶⁾。

$$(M_{m1} + M_{m1}^*) \ddot{q}_{m1}(t) + (C_{m1} + C_{m1}^*) \dot{q}_{m1}(t) + K_{m1} q_{m1}(t) = Q_{m1}(t), \quad (37)$$

ここに, M_{m1} , C_{m1} , および K_{m1} は構造物の $m1$ 次一般化質量, 一般化減衰, および一般化剛性, M_{m1}^* と C_{m1}^* は構造物と海水との相互作用による $m1$ 次一般化付加質量と一般化付加減衰, $Q_{m1}(t)$ は $m1$ 次一般化力であり次式で与えられる。

$$Q_{m1}(t) = \rho_s h \pi a \int_0^l \{ -v_{m1}(z) + w_{m1}(z) \} dz \cdot \ddot{U}_g(t) + \int_0^d \int_0^{2\pi} p_R w_{m1}(z) \cos \theta \, ad\theta \, dz. \quad (38)$$

水平地盤加速度の定常部のパワースペクトル密度関数は次式の修

正金井・田治見式で与えられる¹⁹⁾。

$$S_{\ddot{U}_g \ddot{U}_g}(\sigma) = S_0 \left[\frac{1 + 4\xi_g^2(\sigma/\omega_g)^2}{\{1 - (\sigma/\omega_g)^2\}^2 + 4\xi_g^2(\sigma/\omega_g)^2} \right] \cdot \left[\frac{(\sigma/\omega_k)^4}{\{1 - (\sigma/\omega_k)^2\}^2 + 4\xi_k^2(\sigma/\omega_k)^2} \right] : -\infty < \sigma < +\infty, \quad (39)$$

ここに, 右辺の1番目の大カッコは金井・田治見のローパスフィルタ, 2番目の大カッコはClough・Penzienのハイパスフィルタである。また, S_0 はパワースペクトル強度, ω_g と ξ_g はローパスフィルタのパラメータ, ω_k と ξ_k はハイパスフィルタのパラメータである。

定常ランダム応答解析に基づき, 構造物の各変位成分の二乗平均値は以下のように表せる。

$$\bar{u}^2 = \sum_{m=1}^{\infty} u_{m1}^2(z) \cos^2 \theta \bar{q}_{m1}^2, \quad (40a)$$

$$\bar{v}^2 = \sum_{m=1}^{\infty} v_{m1}^2(z) \sin^2 \theta \bar{q}_{m1}^2, \quad (40b)$$

$$\bar{w}^2 = \sum_{m=1}^{\infty} w_{m1}^2(z) \cos^2 \theta \bar{q}_{m1}^2, \quad (40c)$$

ここに, $\bar{q}_{m1}^2$ は $m1$ 次一般化座標の分散であり次式で与えられる。

$$\bar{q}_{m1}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (M_{m1} + M_{m1}^*)^2 \left(\alpha_{m1}^2 + \frac{\beta_{m1}^2}{\sigma^2} \right) |H_{m1}(\sigma)|^2 S_{Q_{m1}Q_{m1}}(\sigma) d\sigma, \quad (41)$$

ここに, $S_{Q_{m1}Q_{m1}}(\sigma)$ は一般化力 $Q_{m1}(t)$ のパワースペクトル密度関数, $|H_{m1}(\sigma)|^2$ は $m1$ 次伝達関数であり次式で与えられる。

$$|H_{m1}(\sigma)|^2 = 1 / (M_{m1} + M_{m1}^*)^2 \{ (\omega_{m1}^2 - \sigma^2)^2 + 4(\bar{\xi}_{m1} + \bar{\xi}_{m1}^*)^2 \omega_{m1}^2 \sigma^2 \}. \quad (42)$$

また, 係数 α_{m1} と β_{m1} は次式で与えられる。

$$\alpha_{m1} = \left\{ \rho_s h \pi a \int_0^l (-v_{m1}(z) + w_{m1}(z)) dz + \pi a \int_0^d m_0^*(z) w_{m1}(z) dz \right\} / (M_{m1} + M_{m1}^*), \quad (43a)$$

$$\beta_{m1} = \pi a \int_0^d c_0^*(z) w_{m1}(z) dz / (M_{m1} + M_{m1}^*) \quad (43b)$$

ここに, $m_0^*(z)$ と $c_0^*(z)$ はそれぞれ動水圧成分 p_R の加速度と速度に同位相な成分の軸方向関数である²⁰⁾。ただし, 無氷状態を除き $\beta_{m1} = 0$ である。加速度成分は $\bar{q}_{m1}^2$ を $\bar{\ddot{q}}_{m1}^2$ に置きかえることにより求まる。

7. 数値結果と検討

有限な広がりをもつ薄氷盤に囲まれた中空円筒構造物の地震時流力弾性応答を検討するために数値例題を示す。構造物の形状寸法は, $l=80\text{m}$, $a=20\text{m}$, $h=0.2\text{m}$ とする。構造物の材料定数は, $E=2.0 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, $\mu=0.3$, $\rho_s=8.0 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 空中での減衰比は各モードとも0.02とする。氷盤の幅として, $b-a=0, 10, 20, 40, 80\text{m}$, および ∞ の場合を考える。すなわち, 氷盤のない完全な自由表面の状態と氷盤が無限に広がっている状態を両極限として, 氷盤の幅を6ケース設定する。 $b-a=0$ のときは文献20), $b-a=\infty$ のときは文献14)の方法により, 部分氷のときは本研究の方法により解を求める。氷盤下の海水の質量密度は $\rho_w=1.02 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ とする。式(25)の級数の項数は $N=7$ とする。水平地盤加速度のパワースペクトル密度関数のパラメータ値は, 硬質地盤として $\omega_g=15.6 \text{rad/sec}$, $\xi_g=0.6$, $\omega_k=1.0 \text{rad/sec}$, $\xi_k=0.6$ を採用し, スペクトル強度は El Centro 1940 NS 成分に相当する $S_0=4.8 \times 10^{-3} \text{m}^2/\text{sec}^3 \text{rad}$ とする¹⁹⁾。

ウェットモード自由振動解析を行い、氷盤の幅がウェットモード特性に与える影響を検討する。Fig. 4に、氷盤の幅をパラメータとして、梁モードのウェットモード振動数の設置水深による変化を軸方向モード次数 $m=1, 2, 3$ に対して示す。一般に、氷盤の幅が大きいほど動水圧の閉じこめ効果により付加質量が増加しウェットモード振動数は低下している。しかし、氷盤の幅が比較的小さいうちから無限氷盤の場合の値に近づき、氷盤の幅が構造物の直径の2倍程度になると各モードとも無限氷盤の場合の値に収束する傾向が見られる。ウェットモード振動数は氷盤の幅によらず1次モードでは水深とともに緩やかに減少するが、2, 3次モードでは設置水深が浅いときに急激な低下が生じている。すなわち、構造物の高さに比して設置水深が浅い場合、高次モードではドライモード振動数に対するウェットモード振動数の変化は大きい。

Fig. 5に、氷盤の幅をパラメータとして、設置水深 $d/l=0.8$ のときの梁モードのウェットモード形の変化を軸方向モード次数 $m=1, 2, 3$ に対して示す。1次モードでは氷盤の幅がモード形に与える影響は極めて小さく、2, 3次モードではその影響が見られるものの顕著ではない。このことは、Fig. 4の設置水深 $d/l=0.8$ のとき、氷盤の幅によるウェットモード振動数の変化が各モードとも比較的小さいことに対応している。

水平地震動を受けたときの地震応答解析を行う。設置水深は $d/l=0.8$ とする。Fig. 6に、水平地盤加速度のパワースペクトルと無氷状態と全氷状態のときの梁モードのウェットモード振動数の関係を示す。両状態とも1次モードのウェットモード振動数は水平地盤加速度のパワースペクトルの主要領域に入っているが、2次以上の高次モードの固有振動数は主要領域から大きく離れている。なお、式(41)の振動数領域における数値積分は、積分領域を $0 \sim 70 \text{ rad/sec}$ 、分割数を200とし、Simpson 則を用いて行った。

Fig. 7に、水平地震動を受けたときの海水の幅による動水圧分布の変化を示す。構造物の剛体運動による動水圧成分、弾性変形による動水圧成分、および両者の和としての全動水圧をrms値として求めた。剛体運動による動水圧成分は氷盤の幅が小さいと海底から海面に向けて単調に減少するが、氷盤の幅が大きくなるにつれて海面付近の動水圧が増加し、氷盤の幅が無限大になると動水圧分布は深さ方向に一定の値となる。弾性変形による動水圧成分は氷盤の幅が大きくなるにつれ海底から海面までの全領域で増加する。全動水圧

に占める割合は弾性変形による動水圧成分が剛体運動による動水圧成分に比べて支配的である。氷盤の幅が構造物の直径の2倍程度になると無限氷盤のときの値にほぼ収束しており、氷盤の幅が比較的小さくても大きな動水圧の閉じ込め効果を有することが確認できる。

Fig. 8に水平地震動を受けたときの氷盤の幅による相対変位と相対加速度のrms応答の変化を示す。定式化で示したように、剛体運動による動水圧成分の増加は荷重項の増加となり、弾性変形による動水圧成分の増加は付加質量の増加となってウェットモード振動数を減少させる。前者は必ず応答を増幅させるが、後者は地震動の周波数特性に応じて応答を増加させる場合もあれば減少させる場合もある。本例題では、Fig. 6に示したように、氷盤の幅が大きくなると $m=1$ のウェットモード振動数が水平地盤加速度のパワースペクトルの主要領域に近づき、相対変位は徐々に増加している。氷盤の幅が構造物の直径の2倍程度になると無限氷盤のときの値にほぼ収束している。一方、相対加速度は2次モードの影響等により応答の増減の傾向が明確ではないが、氷盤の幅に関わらず概ね似たような結

Fig. 4 Change in wet mode frequencies due to ice width

Fig. 5 Change in wet mode shapes due to ice width

果になっており氷盤の幅の影響は小さい。

Fig. 6 The location of wet mode frequencies with and without sea ice in the frequency domain

8. 結び

氷海構造物の設計は、氷荷重に対しては長年の研究とデータの蓄積に基づきかなり整備されてきている。しかし、耐震設計となると、最近注目されてはいるものの、今後の展開に期待するところが大きいというのが実状である。氷海構造物の耐震設計を整備していくためには、地震荷重と地震応答に関する実海域データの蓄積とともに、今後も解析と実験による研究の成果を積み重ねていく必要がある。

氷海構造物の耐震設計は、氷のない海洋構造物の耐震設計を基本として、氷盤が存在することによる地震時の影響を取り込むという方向が妥当と思われる。氷盤の影響は、氷盤による地震荷重の増幅効果と構造物と氷盤の相互作用効果に大別できる。両効果とも構造物と氷盤の幾何学的特性と材料特性に依存する。本研究では、薄氷盤の仮定を設けることにより相互作用効果を見逃し、荷重増幅効果を数理モデルにより評価した。

有限な広がりを持つ薄氷盤に囲まれた固定式中空円筒構造物を対象として、水平地震動を受けるときの動水圧分布と応答挙動を求める解析的手法を示した。また、氷盤の幅をパラメータとしてウェットモード特性と動水圧および地震応答への影響を検討した。本研究

Fig. 7 Change in hydrodynamic pressure distributions due to ice width

Fig. 8 Change in structural response distributions due to ice width

の範囲内で得られた知見を以下に要約する。

- 1) 周囲に氷盤がある場合のウェットモード振動数は一般に設置水深とともに単調減少する。1次モードでは設置水深の増加とともに緩やかに減少する傾向を示すが、高次モードになると構造物の高さに対する設置水深の比が小さい場合に急激な減少を示し、設置水深が増加すると変化は小さくなる。
- 2) 構造物周辺の氷盤の幅が大きいほど、動水圧の閉じこめ効果により付加質量は増加し、ウェットモード振動数の減少量が大きくなる。しかし、氷盤の幅が比較的小さなうちにその減少傾向は止まり、各モードとも氷盤の幅が構造物の直径の2倍程度になると無限氷盤の場合の値に収束する傾向が見られる。
- 3) 構造物のウェットモード形も氷盤の幅の影響を受ける。しかし、構造物の高さに対する設置水深の比が大きな場合には、1次モードでは氷盤の幅の影響をほとんど受けず、高次モードになってもわずかに変化が生じる程度である。
- 4) 水平地震動が作用したときに生じる動水圧は、構造物の剛体運動による動水圧成分に比べ弾性変形による動水圧成分が支配的になる。したがって、構造物に変形が生じる場合には流力弾性解析が不可欠である。
- 5) 氷盤の幅が大きくなると、閉じ込め効果により剛体運動と弾性変形による動水圧成分はともに増加するが、氷盤の幅が構造物の直径の2倍程度になると無限氷盤の場合の値に収束する傾向を示す。
- 6) 定式化を通じて、弾性変形による動水圧成分の増加は付加質量の増加として、剛体運動による動水圧成分の増加は荷重項の増加として評価されることを示した。付加入力が増加は常に応答を増加させるが、付加質量の増加は入力地震動のスペクトル特性に応じて応答を増幅させる場合もあれば減少させる場合もある。構造物の変位応答は氷盤の幅とともに変化し、氷盤の幅が構造物の直径の2倍程度になると無限氷盤のときの値に収束する傾向を示す。一方、加速度応答は氷盤の幅に大きくは依存しない傾向が見られる。

氷海構造物の耐震設計は、構造物と氷盤と海水と地盤が連成する複雑な現象を対象としている。この連成系を数値解析により直接扱うことも考えられるが、モデルパラメータが極めて多くなり、数値結果に基づいて耐震設計のための設計式を導くことは難しい。このような場合、複雑な問題を単純な要素問題に分割し、それぞれの要素問題の一般的傾向を把握し、最後に各結果を統合して設計式を導くことが有効な場合がある。本研究で扱った問題は、氷海構造物の耐震設計に関連した一つの要素問題であり、氷盤の幅をパラメータ

として荷重増幅効果とその流力弾性応答への影響を評価することを目的としている。今後も新たな要素問題を整理・発掘し、その理論的あるいは実験的研究から得られた成果を統合することにより、氷海構造物の耐震設計を整備していくことが望まれる。

参考文献

- 1) 青田昌秋：白い海・凍る海 オホーツク海のふしぎ，東海大学出版会，1993
- 2) API：Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Structures and Pipelines for Arctic Conditions, 1995
- 3) 寒地港湾技術研究センター：氷海域における海岸・海洋構造物設計マニュアル，1996
- 4) Bennett, F.L., Machemehl, J.L.(eds.): Civil Engineering in the Arctic Offshore, ASCE, 1985
- 5) Enkvist, E., Eranti, E.: Development of Arctic Offshore Technology, Technology Development Center TEKES, 1990
- 6) 瀬野徹三：日本付近のプレート運動と地震，科学，No. 66, pp.711-719, 1993
- 7) Kato, K. et al.: Ice and Earthquake Loads on a Structure in the Okhotsk Sea: Annual Report of the JOIA Project, FY1998, Proc. of the 10th Int. Offshore and Polar Engrg. Conf., Vol. 1, pp.545-551, 2000
- 8) Kobayashi, H., Kawaguchi, H.: Evaluation of Seismic Load on Offshore Structure in Ice-Covered Waters, Proc. of the 10th Int. Offshore and Polar Engrg. Conf., Vol. 1, pp.674-678, 2000
- 9) Caidwell, S.R., Crissman, R.D.(eds.): Design for Ice Forces, ASCE, 1983
- 10) Maattanen, M.: Ice Forces, in Offshore Structures, Vol. 1, Krieger Pub., pp.149-159, 1991
- 11) Croteau, P.: Dynamic Interactions Between Floating Ice and Offshore Structures, Report No. UCB/EERC-83/06, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, 1983
- 12) 安達 洋, 中西三和ほか：氷海域における構造物の地震応答に関する研究（その1～17），日本建築学会大会学術講演梗概集，1987～96
- 13) 清川哲志, 黒川 明, 川口靖博：氷海構造物の地震時動水圧解析，第14回海洋工学シンポジウム論文集，日本造船学会，pp.187～194, 1998
- 14) 濱本卓司, 大西弘亮, 井上昌志, 田中弥寿雄：氷海域における円筒シェルの地震応答，構造工学論文集，日本建築学会，Vol. 46B, pp.135-140, 2000
- 15) 森田知志, 西垣 亮, 小林 浩：氷盤に閉ざされた重力式海洋構造物まわりの地震時動水圧の特性，海洋開発論文集，土木学会，Vol. 15, pp.571-576, 1999
- 16) Hamamoto, T., Inoue, M., Tanaka, Y.: Seismic Analysis of Vertical Cylindrical Towers in Ice-Covered Seas, Proc. of the 12th WCEE, Paper No. 1071, 2000
- 17) 濱本卓司, 田中彌壽雄：固定式海洋円筒シェルの動的解析 その1：固有振動解析，日本建築学会論文報告集，第291号，pp.129～141, 1980.5
- 18) Novozhilov, V.V.: Thin Shell Theory, Wolters-Noordhoff Pub., 1970
- 19) Clough, R.W., Penzien, J.: Dynamics of Structures, McGraw-Hill, 1975
- 20) 濱本卓司, 田中彌壽雄：固定式海洋円筒シェルの動的解析 その3：地震応答解析，建築学会論文報告集，第303号，pp.141-154, 1981.5

(2000年7月10日原稿受理，2000年11月15日採用決定)