組み合わせ荷重を受ける構造物の限界状態設計法

—残存構造システムの耐力の統計量を用いた拡張 2 次モーメント法—

PROBABILITY-BASED LIMIT STATES DESIGN OF STRUCTURES
UNDER LOAD COMBINATIONS—Advanced first-order and second-moment method with the statistics
of the resistance of survived structural systems—

洪 起*

Ki KOH

This paper presents a new analytical method in the evaluation of the safety index and the load and resistance factors of framed structures with resistance deterioration due to aging under load combinations consisting of dead, live, snow, wind and earthquake loads, applying the advanced first order and second moment method with the statistics of the resistance of framed structures which has survived up to time τ , instead of evaluating the exceedance probability of the maximum value of combined loads. The expected value of the load and resistance factors of framed structures modeled as series system is suggested, and the effect of resistance deterioration and correlation coefficient between the resistance of the elements on it is described with numerical examples.

Keywords: safety index, load combinations, series system, correlation coefficient, resistance deterioration
信頼性指標、組み合わせ荷重、直列システム、相関係数、耐力劣化

1. はじめに

組み合わせ荷重を受ける構造物の信頼性設計では、構造物の一般的耐力、または構造要素の耐力と作用する荷重からなる性能関数を定義し、基準期間中に予想される組み合わせ荷重の和の最大値の統計量を工学的または経験則的な判断に基づく数学的手法により求め、設計上必要な構造物の信頼性指標や荷重・耐力係数が設定されている。

しかしながら、Turkstra による経験則的な判断に基づく解析手法以外の他の手法は、計算過程が複雑であったり、組み合わせ荷重の和のレベル超過率を求める必要があるため、多重積分というかなり面倒な数値計算が必要であった。また、耐力の時間的な変化はない時間非依存型信頼性解析によって定式化された^{1),2),3),4),5),6)}。

耐力に時間的な変化がある時間依存型信頼性解析では、時系列上で非破壊効果と耐力劣化効果を考慮する必要があるため、確率論的な数式展開が複雑になり、解析的研究は少ない^{7),8),9),10),11)}。筆者は、構造物の基準期間中に予想される荷重の和の最大値を求める代わりに、年当たりの荷重の統計量を一定にして、基準期間中に受ける時系列上の荷重履歴に対して構造物は崩壊しないという条件のもとでの耐力

(基準期間中の荷重履歴によって崩壊した構造物を取り除いた残存構造物の耐力⁸⁾)の密度関数を時間の連続関数として求めることによって、基準期間中の荷重の最大値が一度作用したときの信頼度関数が確率的に等価な確率量として求めることができることを示し、このような残存構造物の耐力の確率量を導入することで、比較的簡便な時間依存型信頼性解析を可能にした⁸⁾。また、組み合わせ荷重を受ける場合の信頼性解析に、残存構造物の耐力の統計量を用いた拡張 2 次モーメント法 (AFOSM 法) を適用することにより、組み合わせ荷重時に直面する多重積分演算を回避することができ、信頼性指標および荷重・耐力係数が比較的容易に評価されることを示した⁹⁾。さらに、このような信頼性解析手法は、骨組構造物、すなわち、一つの構造システムと見なした場合への適用も可能であることを示した¹⁰⁾。

本稿は、構造システムが組み合わせ荷重を受ける場合に応用したもので、構造要素の場合と同様に、構造システムの信頼性指標や荷重・耐力係数が比較的容易に評価され、また、構造システムを構成する要素耐力が時間的な変化を有する時間依存型構造システムに対しても容易に拡張することが可能であることを示したものである。

* 長岡造形大学環境デザイン学科 教授・工博

Prof., Dept. of Environmental Design, Nagaoka Institute of Design, Dr. Eng.

2. 荷重の確率モデルと構造要素の安全性規範

本稿で用いた荷重の確率モデルは、文献 9) と全く同じモデルであり、荷重と耐力の記号と基本統計量をまとめて表 1 に示す。

表 1 荷重と耐力の基本統計量

	生起率	作用時間	平均値	変動係数	荷重強さの密度関数
W_D	—	—	$\bar{W}_D$	V_D	正規
W_{LA}	—	—	$\bar{W}_{LA}$	V_{LA}	極値 I 型
W_{LT}	$\bar{v}_{LT}$	—	$\bar{W}_{LT}$	V_{LT}	対数正規
W_S	v_S	μ_S	$\bar{W}_S$	V_S	対数正規
W_W	v_W	μ_W	$\bar{W}_W$	V_W	対数正規
W_E	$\bar{v}_E$	—	$\bar{W}_E$	V_E	対数正規
R_i	—	—	$\bar{R}_i$	V_{R_i}	対数正規

W_D : 固定荷重, W_{LA} : 常時の積載荷重, W_{LT} : 時間依存の積載荷重
 W_S : 雪荷重, W_W : 風荷重, W_E : 地震荷重, R_i : i 要素の初期耐力

表 1 に示した荷重は統計的に独立と仮定し、時間依存荷重 W_{LT} , W_S , W_W , W_E の統計量は年当たりの最大値から得られるものとする。生起率と作用時間は年を単位とし、 v_S, μ_S, v_W, μ_W は確定値を表し、 $\bar{v}_{LT}, \bar{v}_E$ は平均値を表す。

鋼構造荷重・耐力係数設計法試案¹³⁾では、終局限界設計と使用限界設計に対する設計規範が次のように規定されている。「構造物または構造要素が、それぞれの限界状態に対して、定められた時間区間(以下、基準期間と呼ぶ)中に少なくとも一度限界状態に達するであろう確率(限界状態確率)に等しいか、または小さくしなければならない」この限界状態確率は、あくまでも構造物または構造要素の中の一つの要素耐力を確率変数で表した場合の設計規範がその評価の前提になっていると思われる。しかしながら、構造物をはり、柱、壁等からなる骨組構造物を対象にする場合は、「骨組構造物の崩壊モードの中の少なくとも一つの崩壊モードまたは骨組構造物を構成する構造要素の中の少なくとも一つの要素が、それぞれの限界状態に対して、基準期間中に少なくとも一度限界状態に達するであろう確率に等しいか、または小さくしなければならない」と記述されるだろう。このように、構造物を一つのシステムでモデル化する場合の構造物の限界状態確率は、前述の構造物または構造要素の中の一つの要素耐力のみを対象にする場合とは明かに異なることになる。

本稿は、骨組構造物を一つのシステムと見なし、その設計規範として、「システムを構成する構造要素の中の少なくとも一つの要素が基準期間中に少なくとも一度限界状態に達するであろう確率に等しいか、または小さくしなければならない」と規定したときのシステムの信頼性指標および荷重・耐力係数の評価手法について述べたものであり、また、システムを構成する要素耐力が経年とともに耐力劣化する場合、これらの設計上必要な係数に及ぼす耐力劣化の影響について数値的に考察したものである。

骨組構造物を一つのシステムでモデル化する場合、前述の設計規範に従うと、システムを構成する構造要素の中の少なくとも一つの要素が限界状態に到達するか否かによって信頼性指標が評価されるから、直列システム(series system)でモデル化することができる。以下、単にシステムと表記する。

固定荷重と積載荷重に対する i 要素の安全条件は次式で表される。

$$R_i > c_D W_D + c_{LA} W_{LA}$$

時刻が正のときに作用する時間依存荷重を加えた 6 種類の荷重の組み合わせ⁹⁾に対するそれぞれの i 要素の安全性規範は次式で表されるものとする。(APPENDIX A 参照)

$$(1) \quad R_i / c_{LT,i} > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + W_{LT}$$

$$(2) \quad R_i / c_{S,i} > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + W_S$$

$$(3) \quad R_i / c_{W,i} > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + W_W$$

$$(4) \quad R_i / c_{E,i} > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + W_E$$

$$(5) \quad R_i / c_{W,i} > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + c_S W_S + W_W$$

$$(6) \quad R_i / c_{E,i} > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + c_S W_S + W_E$$

ただし、 $c_{X,i}, c_{XY}$: 荷重と要素に生じる応力を関連付ける係数

3. システムの信頼度関数

まず最初に、荷重の組み合わせが (1) の場合について述べる。

システムは m 個の構造要素からなり、それぞれの要素の限界耐力を $R_1, R_2, \dots, R_m$ とする。 t 年までにシステムに作用する荷重(荷重と応力を関係付ける係数を用いているので実際は応力)は、 $t = 0$ の W_0 ($W_0 = c_D W_D + c_{LA} W_{LA}$) および $t > 0$ で作用する時間依存荷重を加えた荷重列 $W_{T,k}$ ($W_{T,1}, W_{T,2}, \dots$) である。この荷重列 $W_{T,k}$ は $W_{T,k} = c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + W_{LT,k}$ で表され、 $W_{LT,k}$ は時間軸上の k 番目の時間依存の積載荷重で、その強さは W_{LT} と同じ密度関数を有する。

時刻 0 で作用する固定荷重と常時の積載荷重によるシステムの崩壊荷重はある程度小さいとして、非破壊効果を見れば、ある時刻でのシステムの信頼度関数は、時刻 0 での安全の確率と時刻が正のときの組み合わせ荷重を加えた荷重に対する安全の確率の積で表される。 t 年でのシステムの信頼度関数は、要素のすべての耐力がそれまでに受けた荷重履歴によって生じたそれぞれの要素の応力より大きくなければならないという条件の積事象で表され、次式になる。

$$P_{SS}(t) \approx P_r \left[\left(R_1 > W_0 \cap R_2 > W_0 \cap \dots \cap R_m > W_0 \right) \cdot P_r \left[\left(R_1 / c_{LT,1} > W_{T,1} \cap R_2 / c_{LT,2} > W_{T,1} \cap \dots \cap R_m / c_{LT,m} > W_{T,1} \right) \cap \left(\dots \cap R_1 / c_{LT,1} > W_{T,k} \cap R_2 / c_{LT,2} > W_{T,k} \cap \dots \cap R_m / c_{LT,m} > W_{T,k} \right) \cap \left(\dots \right) \right] \right] = P_r \left[\min_{i=1}^m (R_i) > W_0 \right] \cdot P_r \left[\min_{i=1}^m \left(\frac{R_i}{c_{LT,i}} \right) > W_{T,1} \cap \dots \cap \min_{i=1}^m \left(\frac{R_i}{c_{LT,i}} \right) > W_{T,k} \cap \dots \right] \quad (3-1)$$

ただし、 $P_{SS}(t)$: t 年でのシステムの信頼度関数

$W_0 = c_D W_D + c_{LA} W_{LA}$, $W_T = c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + W_{LT}$
 上式で、 $R_i, R_i / c_{LT,i}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) のそれぞれの最小値を表す新しい確率変数 $R_{\min,0}, R_{\min}$ を導入すると、次式になる。

$$P_{SS}(t) \approx P_r \left[R_{\min,0} > W_0 \right] \cdot P_r \left[R_{\min} > \max \{ W_{T,1}, W_{T,2}, \dots, W_{T,k}, \dots \} ; 0 < \tau \leq t \right] \quad (3-2)$$

ただし、 $R_{\min,0} = \min_{i=1}^m (R_i)$, $R_{\min} = \min_{i=1}^m \left(\frac{R_i}{c_{LT,i}} \right)$

(3-2)式は t 年間に予想される組み合わせ荷重の和の最大値が一度作用したときの信頼度関数を表すが、また、この関数は t 年間に予想さ

れる組み合わせ荷重のすべてが作用したときの信頼度関数に等しい⁹⁾。

(3-2)式から得られる信頼度関数は次の2つの式で近似的に表すことができる。尚、精度については文献8)で触れてある。

$$P_{S_S}(t) \approx P_{S_S}(0) \exp \left\{ - \int_0^t \bar{\lambda}_S(\tau) d\tau \right\} \quad (3-3)$$

$$\bar{\lambda}_S(\tau) = \int_0^\infty \lambda_S(\tau | R_{\min} = r) p_{R_{\min}}(r) dr \quad (3-4)$$

$$\text{ただし、} p_{R_{\min}}(r | \tau) = \frac{P_{S_S}(\tau | R_{\min} = r) p_{R_{\min}}(r)}{\int_0^\infty P_{S_S}(\tau | R_{\min} = r) p_{R_{\min}}(r) dr}$$

上式中の $\lambda_S(\tau | R_{\min} = r)$ は τ 年での条件付危険率で、組み合わせ荷重 W_T のレベル超過確率から得られる値で、一般に、多重積分式で表される。本稿で扱う組み合わせ荷重に対する積分式は文献9)に記述されている。 $\bar{\lambda}_S(\tau)$ は条件付危険率の期待値である。この期待値演算に用いる耐力の密度関数 $p_{R_{\min}}(r | \tau)$ は τ 年まで崩壊しなかったという条件下でのシステムの耐力（以下、残存システムの耐力と表記）を対象にして定義される $R_{\min}$ の密度関数である。このように、システムの信頼度関数は残存システムのみを対象にした条件付危険率の期待値によって評価されることになる。 $p_{R_{\min}}(r)$ は構造要素の初期耐力から得られる $R_{\min}$ の密度関数であり、 $p_{R_{\min}}(r | \tau)$, $p_{R_{\min}}(r)$ の評価方法は次項で述べる。

また、(3-3)式の $P_{S_S}(0)$ は、固定荷重と常時の積載荷重の和に対する安全の確率であるから、拡張2次モーメント法を用いると、次のようになる。

$$P_{S_S}(0) = \Phi[\beta_0] \quad (3-5)$$

$$\text{ただし、} \beta_0 = \frac{\bar{R}_{\min,0}^N - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N}{\sqrt{\sigma_{R_{\min,0}}^2 + c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2}}$$

$\Phi[-]$ ：標準正規分布関数、 $\bar{W}_X^N, \sigma_{W_X}^2$ ：基本変数 W_X の等

価正規変数変換による期待値と分散

以上述べた信頼度関数評価のための式は荷重の組み合わせ(1)を対象にしたものであるが、他の組み合わせに対しても前述のそれぞれの要素の安全性規範を用いて同様な定式化を行えば、信頼度関数は(3-3)式および(3-4)式と全く同じ表現式で表される。

4. 残存システムの耐力の密度関数^{8),9),10)}

システムを構成する要素の耐力劣化係数がある任意の連続な非増加確定関数 $g(r)$ で表される場合の残存システムの耐力の密度関数は、既に、文献9),10)で求められている。本稿では、時刻0での固定荷重と常時の積載荷重による非破壊効果を見捨てるから、次式で表すことができる。

$$p_{R_{\min}}(r | \tau) = \frac{p_{R_{\min}}\left(\frac{r}{g(\tau)}\right) \exp \left\{ - \int_0^\tau \lambda_\tau \left(\frac{r}{G(\tau, u)} \right) du \right\}}{\int_0^\infty p_{R_{\min}}\left(\frac{r}{g(\tau)}\right) \exp \left\{ - \int_0^\tau \lambda_\tau \left(\frac{r}{G(\tau, u)} \right) du \right\} dr} \quad (4-1)$$

ただし、 $G(\tau, u) = g(\tau) - g(u) + 1$

耐力劣化を見捨てる場合は、無論、 $g(\tau) = 1$ とすればよい。この場

合は、組み合わせ荷重履歴により、システムの母集団の中で耐力の弱いシステムは早く崩壊し、時刻の経過とともに生き残ったシステムの耐力は徐々に強くなるという非破壊効果のみを考慮した残存システムの耐力の密度関数を表す。

(4-1)式の $R_{\min}$ の密度関数は要素の初期耐力の密度関数から得られるが、要素間の耐力の相関係数が、一般に ρ_{ij} で表される場合は、その数値的評価は大変困難である。しかしながら、 $\rho_{ij} = \rho$ で表される場合は、比較的簡単な式で表され、次式になる¹⁰⁾。

$$p_{R_{\min}}(r) = \frac{1}{r} \left(\sum_{1 \leq i \leq m} \frac{\phi(\alpha_i)}{\zeta_{R_i}} - \frac{1}{\sqrt{1-\rho}} \left\{ \int_{-\infty}^\infty \sum_{1 \leq i < j \leq m} \frac{\phi(x) \phi(A_i) \phi(A_j)}{\zeta_{R_i}} dx + \int_{-\infty}^\infty \sum_{1 \leq i < j \leq m} \frac{\phi(x) \phi(A_i) \phi(A_j)}{\zeta_{R_j}} dx \right\} + \dots \right) \quad (4-2)$$

$$\text{ただし、} \Phi[A_i] = \int_{-\infty}^{A_i} \phi(t) dt, A_i = \frac{\alpha_i - \sqrt{\rho} x}{\sqrt{1-\rho}}, \alpha_i = \frac{\ln(c_{X,i} r) - \lambda_{R_i}}{\zeta_{R_i}}$$

$$\zeta_{R_i}^2 = \ln(1 + V_{R_i}^2), \phi(x) : \text{標準正規密度関数}$$

$$\lambda_{R_i} = \ln \bar{R}_i - 0.5 \zeta_{R_i}^2, \bar{R}_i, V_{R_i} : R_i \text{の期待値と変動係数}$$

このように、 $R_{\min}$ の密度関数を求めることができれば、(4-1)式から残存システムの耐力の密度関数が得られる。同様に、(3-2)式の $R_{\min,0}$ は、(3-2)式から分かるように、(4-2)式で $c_{X,i} = 1$ とすれば簡単に得られる。

5. 残存システムの耐力の統計量を用いた AFOSM 法⁹⁾

(3-3)式の関数に含まれる条件付危険率とその期待値は、一般に多重積分式で表されるから、数値計算は大変困難であるが、残存システムの耐力の統計量を用いた AFOSM 法の適用により、多重積分を回避した数値的評価が近似的に可能になることを示す。詳細は文献9)で記述されているので、以下、前述の荷重の組み合わせに対して簡単に述べる。

(1)の場合：システムの初期耐力 $R_{\min}$ と荷重の組み合わせ(1)から設定される限界状態面までの最短距離を求める式は、 $R_{\min}$ の統計量の代わりに τ 年での残存システムの耐力の統計量を用いるならば、限界状態面 $r_{\min} - c_D W_D - c_{LA} W_{LA} - W_{LT} = 0$ への原点からの最短距離 $\beta_{DLALT}(\tau)$ を求める式になり、次のように表される。

$$\beta_{DLALT}(\tau) = \frac{\bar{R}_{\min}^N(\tau) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_{LT}^N}{\sqrt{\sigma_{R_{\min}}^2(\tau) + c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_{LT}}^2}} \quad (5-1)$$

上式中の τ 年での残存システムの耐力の統計量は、(4-1)式で表される耐力の密度関数とその分布関数を用いた等価正規変数変換から評価される。また、この $\beta_{DLALT}(\tau)$ から得られる超過確率は、荷重の統計量は単位年当たりとし、耐力の統計量は生き残った残存システムのみを対象にして評価されるから、 τ 年での残存システムの耐力が引き続き単位年間に初めて上記の限界状態面上に到達する確率を表すことになる。AFOSM法による条件付危険率の期待値は、時間依存の積載荷重の生起率は $\bar{v}_{LT}$ であるから、(5-1)式から得られる超過確率と生起率 $\bar{v}_{LT}$ から得られ、次のようになる。

$$\lambda_S^*(\tau) \approx \bar{v}_{LT} \Phi[-\beta_{DLALT}(\tau)] \quad (5-2)$$

ただし、 $\lambda_S^*(\tau)$ ：AFOSM法による(3-4)式の近似値

(2) の場合 :

$$\lambda_s^*(r) = \Phi[-\beta_{DLAS}(r)] \quad (5-3)$$

$$\text{ただし, } \beta_{DLAS}(r) = \frac{\bar{R}_{\min}^N(r) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_S^N}{\sqrt{\sigma_{R_{\min}}^2(r) + c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_S}^2}}$$

(3) の場合 :

$$\lambda_s^*(r) = \Phi[-\beta_{DLAW}(r)] \quad (5-4)$$

$$\text{ただし, } \beta_{DLAW}(r) = \frac{\bar{R}_{\min}^N(r) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_W^N}{\sqrt{\sigma_{R_{\min}}^2(r) + c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_W}^2}}$$

(4) の場合 :

$$\lambda_s^*(r) \approx \bar{v}_E \Phi[-\beta_{DLAE}(r)] \quad (5-5)$$

$$\text{ただし, } \beta_{DLAE}(r) = \frac{\bar{R}_{\min}^N(r) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_E^N}{\sqrt{\sigma_{R_{\min}}^2(r) + c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_E}^2}}$$

(5) の場合 :

$$\lambda_s^*(r) = \Phi[-\beta_{DLAWS}(r)] \quad (5-6)$$

$$\text{ただし, } \beta_{DLAWS}(r) = \frac{\bar{R}_{\min}^N(r) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - c_S \bar{W}_S^N - \bar{W}_W^N}{\sqrt{\sigma_{R_{\min}}^2(r) + c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + c_S^2 \sigma_{W_S}^2 + \sigma_{W_W}^2}}$$

(6) の場合 :

$$\lambda_s^*(r) \approx \mu_S \bar{v}_E \Phi[-\beta_{DLASE}(r)] \quad (5-7)$$

$$\text{ただし, } \beta_{DLASE}(r) = \frac{\bar{R}_{\min}^N(r) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - c_S \bar{W}_S^N - \bar{W}_E^N}{\sqrt{\sigma_{R_{\min}}^2(r) + c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + c_S^2 \sigma_{W_S}^2 + \sigma_{W_E}^2}}$$

以上のように、(4-1)式から残存システムの耐力の統計量を評価することができれば、それぞれの荷重の組み合わせに対して、積分を回避した AFOSM 法による条件付危険率の期待値の数値的評価が可能になる。

残存システムの耐力の統計量は(4-1)式の密度関数から算出されるが、そのためには条件付危険率を表す $\lambda_r(r)$ を求めなければならない。

一般に、この条件付危険率は多重積分を含む式で表現されるため、数値計算を精度良く実行することは大変難しい。しかしながら、前述の条件付危険率の期待値の場合と同様に、従来型の AFOSM 法において、耐力の期待値の代わりに一定値 r を用い、その分散を 0 とする特別な状態面への最短距離を想定することにより、多重積分を回避した条件付危険率の数値的評価が可能になる⁹⁾。

以下、それぞれの荷重の組み合わせに対して、簡単に説明する。

(1) の場合 : $\lambda_r(r)$ は固定荷重と常時の積載荷重および時間依存の積載荷重の和がレベル r を超過する単位年当たりの確率であるから、まず、耐力が一定値 r を有する状態面 $r - c_D w_D - c_{LA} w_{LA} - w_{LT} = 0$ への原点からの最短距離 $\alpha_{DLALT}(r)$ を次式を用いて、収束計算により求める。

$$\alpha_{DLALT}(r) = \frac{r(\tau, u) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_{LT}^N}{\sqrt{c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_{LT}}^2}} \quad (5-8)$$

$$\text{ただし, } r(\tau, u) = \frac{r}{G(\tau, u)}$$

(5-8)式で得られた $\alpha_{DLALT}(r)$ を用いると、荷重の生起率は $\bar{v}_{LT}$ であるから、 $\lambda_r(r)$ は次式になる。

$$\lambda_r(r) \approx \bar{v}_{LT} \Phi[-\alpha_{DLALT}(r)] \quad (5-9)$$

このように、(5-8)式と(5-9)式を用いると、指定した r 毎に収束計算が必要になるが、多重積分を回避した条件付危険率の数値的評価が可能になる。

(2) の場合 : (1) と同様にして、雪荷重の生起率は 1 であるから次のようになる。

$$\lambda_r(r) = \Phi[-\alpha_{DLAS}(r)] \quad (5-10)$$

$$\text{ただし, } \alpha_{DLAS}(r) = \frac{r(\tau, u) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_S^N}{\sqrt{c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_S}^2}}$$

(3) の場合 :

$$\lambda_r(r) = \Phi[-\alpha_{DLAW}(r)] \quad (5-11)$$

$$\text{ただし, } \alpha_{DLAW}(r) = \frac{r(\tau, u) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_W^N}{\sqrt{c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_W}^2}}$$

(4) の場合 :

$$\lambda_r(r) \approx \bar{v}_E \Phi[-\alpha_{DLAE}(r)] \quad (5-12)$$

$$\text{ただし, } \alpha_{DLAE}(r) = \frac{r(\tau, u) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - \bar{W}_E^N}{\sqrt{c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + \sigma_{W_E}^2}}$$

(5) の場合 :

$$\lambda_r(r) = \Phi[-\alpha_{DLAWS}(r)] \quad (5-13)$$

$$\alpha_{DLAWS}(r) = \frac{r(\tau, u) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - c_S \bar{W}_S^N - \bar{W}_W^N}{\sqrt{c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + c_S^2 \sigma_{W_S}^2 + \sigma_{W_W}^2}}$$

(6) の場合 :

$$\lambda_r(r) \approx \mu_S \bar{v}_E \Phi[-\alpha_{DLASE}(r)] \quad (5-14)$$

$$\text{ただし, } \alpha_{DLASE}(r) = \frac{r(\tau, u) - c_D \bar{W}_D - c_{LA} \bar{W}_{LA}^N - c_S \bar{W}_S^N - \bar{W}_E^N}{\sqrt{c_D^2 \sigma_{W_D}^2 + c_{LA}^2 \sigma_{W_{LA}}^2 + c_S^2 \sigma_{W_S}^2 + \sigma_{W_E}^2}}$$

以上のように、AFOSM 法の応用により多重積分を回避した条件付危険率とその期待値の数値的評価が近似的に可能になる。実際の数値計算においては、ステップ毎に収束計算が必要になるが、前ステップの収束値を初期値として次のステップに進めば収束は大変早い。

6. 残存システムの耐力の統計量を用いた AFOSM 法

による荷重・耐力係数とその期待値⁹⁾

条件付危険率の期待値は、荷重の統計量を単位年当たりとし、残存システムのみを対象にして評価された耐力の統計量を用いた AFOSM 法の適用により、限界状態面への最短距離から得られる超過確率から τ の連続関数として評価される。また、そのとき、 τ の連続関数として同時に得られる残存システムの耐力と荷重の設計点 $r_{\min}^0, w_X^0 (X = D, LA, LT, S, W, E)$ は、 τ 年で初めて限界状態面上に到達するときの値である。設計点 $r_{\min}^0$ は、耐力劣化がない場合を対象とすれば、非破壊効果により時刻の経過とともに徐々に上昇する。結局、基準年間 T 年でのシステムの耐力の崩壊領域を一度の最大荷重で限界状態面に到達させるための設計点は、 T 年での値で $r_{\min}^0(T)$ となる。

また、荷重の設計点も AFOSM 法により唯一決定まり、 $w_X^0(T)$ になる。結局、耐力劣化がない場合の i 要素の耐力係数と荷重係数を次式で表すことができる。

$$\phi_i(T) = \frac{c_{Y,i} r_{\min}^0(T)}{R_{i,n}}, \gamma_X(T) = \frac{w_X^0(T)}{W_{X_n}} : X = D, LA, LT, S, W, E \quad (6-1)$$

ただし、 $R_{i,n}, W_{X_n}$: それぞれの基本変数 R_i, W_X の公称値

上式は、条件付危険率の期待値の積の項を微小項として無視すれば、組み合わせ荷重の和の最大値が一度作用したときに設定される従来型の考え方に基づく荷重・耐力係数に等しくなる。

一般に、耐力劣化等のシステムの耐力に時間的な変化がある場合、耐力の統計量は耐力劣化を表す関数に依存する。そのため、従来型の最大荷重に対する評価手法では、最大荷重が T 年中のどの時刻に作用するかによって耐力の統計量が異なり、結果として得られる荷重・耐力係数も異なるので一意的に定められない。同様に、本稿で述べた荷重履歴による評価方法も、設計点は耐力劣化を表す関数に依存し、唯一の値として設定できない。しかしながら、以下で述べる荷重・耐力係数の期待値という概念は、耐力の時間的な変化の有無に関わりなく、統一的に設定できるという利点がある。

本稿で論じた時系列上の荷重履歴を対象にした場合の荷重・耐力係数は、前述のように、残存システムの耐力と組み合わせの荷重の和からなる限界状態面上に到達する時刻 τ の関数で表される。一般に、この τ は確率変数である。基準期間中に少なくとも一度限界状態面上に到達する場合を設計対象とし、 τ の密度関数として τ が基準期間 T 年以下であるという条件のもとで少なくとも一度限界状態面上に到達する時間の密度関数 $p(\tau|\tau \leq T)$ を用いれば、 τ 年での荷重・耐力係数 $(\phi_i(\tau), \gamma_X(\tau))$ が生じる確率は $p(\tau|\tau \leq T)d\tau$ である。この係数 $\phi_i(\tau), \gamma_X(\tau)$ は τ 年で初めて限界状態面に到達するときの耐力と荷重の設計点を表す。組み合わせ荷重の同時作用を条件とすれば、限界状態面上への到達を確率事象と見なしたときの荷重・耐力係数の期待値 $E[\phi_i], E[\gamma_X]$ は次式で表すことができる。

$$E[\phi_i] = \int_0^T \phi_i(\tau) p(\tau|\tau \leq T) d\tau = \phi_{i,0} q_0 + \int_0^T \phi_i(\tau) h(\tau) d\tau \quad (6-2)$$

$$E[\gamma_X] = \int_0^T \gamma_X(\tau) p(\tau|\tau \leq T) d\tau = \gamma_{X,0} q_0 + \int_0^T \gamma_X(\tau) h(\tau) d\tau \quad (6-3)$$

$$\text{ただし、} \phi_i(\tau) = \frac{c_{Y,i} r_{\min}^0(\tau)}{R_{i,n}}, \gamma_X(\tau) = \frac{w_X^0(\tau)}{W_{X_n}}$$

$$p(\tau|\tau \leq T) = q_0 \delta(\tau) + q(\tau), \quad \delta(\tau): \text{デルタ関数}$$

$$q_0 = \frac{1 - P_S(0)}{1 - P_S(T)}, q(\tau) = \frac{P_S(0) \lambda_S^*(\tau) \exp\left[-\int_0^\tau \lambda_S^*(t) dt\right]}{1 - P_S(T)}$$

上式中の $\phi_{i,0}, \gamma_{X,0}$ は固定荷重と常時の積載荷重の和に対する荷重・耐力係数である⁹⁾。 $\lambda_S^*(t)$ は、(1)～(6)までの荷重の組み合わせに応じて、(5-2)式、(5-3)式、(5-4)式、(5-5)式、(5-6)式および(5-7)式を用いて算出すればよい。以上のように、時刻 τ に関する期待値演算により、耐力に時間的な変化がある場合への適用が可能になる。

(6-2)式と(6-3)式において、 τ の密度関数として時刻 T 年で確率 1 で限界状態面上に到達する密度関数を想定するならば、耐力に時間的

な変化がない場合の(6-2)式と(6-3)式は(6-1)式に等しくなる。それ故、従来型の荷重・耐力係数は、時系列上で予想される組合せ荷重の和の最大値が時刻 T 年で一度作用し、確率 1 で限界状態面に到達することを想定して決められた値と見なすことができる。本来、構造物は時系列上の荷重履歴を受けるものであり、構造物の耐力の限界状態面への到達は確率事象と見なされるから、耐力の時間的な変化の有無に関わりなく、荷重・耐力係数の期待値による設計点の評価の方が自然であるように思われる。

7 数値計算例

この項では、骨組構造物を直列システムでモデル化した場合の荷重・耐力係数とその期待値、および経年等による耐力劣化がこれらの係数に及ぼす影響を数値的に考察する。荷重に関する係数は文献 12) 記載されている値を用いた。尚、係数 $c_{X,i}, c_{X,Y}$ はすべて 1 とした。

それ故、以下に述べる数値結果は APPENDIX で記述されている近似操作の影響を受けない。図中の記号は $\eta_X = \bar{W}_X / \bar{W}_n$ を表す。

システムを構成する要素の耐力劣化を表す関数は線形関数を用い、 $g(\tau) = 1 - a\tau$ とした。要素の耐力はすべて同じ値とし、 $\rho_{ij} = \rho$ とした。また、 i 要素の耐力の公称値 $R_{i,n}$ として一要素の平均値 $\bar{R}_i$ を用い、耐力係数の期待値を $E[\phi_i] = E[\phi]$ として図示した。

Figs.1,2 は荷重の組み合わせがそれぞれ(4),(5),(6)の場合のシステムの荷重・耐力係数とその期待値を図示した。システムの信頼性指標 β_T は、基準期間 $T = 50$ 年で $a = 0$ のときの値としてそれぞれ 1.5, 2, 1.5 とした。現実のシステムを構成している要素耐力間の相関係数を 0.8 程度と仮定し、 ρ が 0 と 0.8 の 2 つの場合を図示した。

Fig.1 は $m = 3, \rho = 0$ であり、Fig.2 は $m = 3, \rho = 0.8$ である。図中の一点鎖線は(6-1)式の従来型の荷重・耐力係数を表し、実線、破線、点線はそれぞれ $a = 0, a = 0.002, a = 0.004$ のときの荷重・耐力係数の期待値(6-2)式と(6-3)式を表す。 $a = 0$ は耐力劣化がない場合であり、 $a = 0.002, 0.004$ は $T = 50$ 年で耐力劣化率がそれぞれ 10%, 20% の場合を表す。構造物をシステムと見なした場合の荷重・耐力係数の期待値も、 $m = 1$ の場合の図(文献 9)の Fig.3) とほぼ同様の傾向を示し、一定値に収束してゆく。耐力劣化が及ぼす影響は主荷重と耐力に現れ、他の係数への影響はほとんどない。

主荷重が卓越する領域での実線の一点鎖線に対する差異は、荷重の組み合わせ(4),(5),(6)に対して、 $\rho = 0$ の場合は 0.28%, 0.45%, 0.32% であり、 $\rho = 0.8$ の場合は 0.47%, 0.73%, 0.46% となっている。他の荷重係数の場合はさらに小さくなり、ほぼ等しい値を示す。

耐力係数の期待値を表す実線の一点鎖線に対する差異は、同様にして、 $\rho = 0$ の場合は 0.26%, 0.3%, 0.22% であり、 $\rho = 0.8$ の場合は 0.42%, 0.56%, 0.39% となっている。 $m = 5$ の場合も相関係数の値に関わりなく同程度の結果が得られた。以上のことから、構造要素からなるシステムに対しても、文献 9) で示した $m = 1$ の場合と同様に、信頼性指標が 1.5, 2 程度であれば、耐力劣化がない場合の荷重・耐力係数の期待値と従来型の荷重・耐力係数はほぼ等しい値を有する。

Figs.3,4,5 は、荷重の組み合わせ(4),(5),(6)を対象にして、 m が 3, 5 の場合に主荷重が卓越する $\eta_W = 2.5, \eta_E = 2.5$ のときの荷重係数と耐力係数のそれぞれの期待値に及ぼす耐力劣化および相関係数 ρ の影響を図示したものである。図中の実線、破線、点線は、同様に

Fig.1 システムの荷重・耐力係数とその期待値 (実線: $a = 0$, 破線: $a = 0.002$, 点線: $a = 0.004$)

Fig.2 システムの荷重・耐力係数とその期待値 (実線: $a = 0$, 破線: $a = 0.002$, 点線: $a = 0.004$)

Fig.3 荷重・耐力係数の期待値に及ぼす相関係数の影響

Fig.4 荷重・耐力係数の期待値に及ぼす相関係数の影響

Fig. 5 荷重・耐力係数の期待値に及ぼす相関係数の影響

Fig. 6 荷重・耐力係数の期待値に及ぼす要素の数の影響

$a=0, a=0.002, a=0.004$ のときの値を表す。まず、主荷重の荷重係数の期待値に及ぼす耐力劣化の影響を、荷重の組み合わせ(4),(5),(6)を対象にして、 $\rho=1, a=0$ (構造要素で $a=0$ のときの値) のときの値に対する低下率で表し、その値を表一2に示した。

表一2 主荷重係数の期待値の耐力劣化による低下率 (単位は%)

m の数(荷重の組み合わせ)	$\rho=0$ $a=0.002$	$\rho=0$ $a=0.004$	$\rho=0.8$ $a=0.002$	$\rho=0.8$ $a=0.004$
3 (4)	4.0	10.7	5.2	11.7
3 (5)	2.8	10.8	5.2	12.7
3 (6)	4.2	11.4	5.5	12.5
5 (4)	3.6	10.4	5.2	11.7
5 (5)	1.8	10.1	5.1	12.6
5 (6)	3.7	11.0	5.5	12.5

文献9)で示した構造要素の場合の低下率は10%と20%の耐力劣化

に対して概ね6%,13%であるから、相関係数が0.8の表中の値は構造要素を対象にした場合の値とあまり変わらない結果になった。

主荷重の荷重係数の期待値に及ぼす相関係数の影響は、これらの図から ρ の減少とともに徐々に増加するが、その度合いは十分小さい。これは、ある一定な信頼性指標を有する限界状態面に耐力を到達させるためには、相関係数が小さいほど荷重を多少大きくする必要があることを意味する。表一3は、 $\rho=1$ のときの主荷重の荷重係数の期待値に対する増加率を示した。

表一3 主荷重係数の期待値の相関係数による増加率 (単位は%)

m の数(荷重の組み合わせ)	$\rho=0$ $a=0$	$\rho=0$ $a=0.002$	$\rho=0$ $a=0.004$
3 (4)	1.9	1.7	1.5
3 (5)	3.7	3.2	2.7
3 (6)	2.1	2.0	1.7
5 (4)	2.3	2.1	1.8
5 (5)	4.9	4.3	3.5
5 (6)	2.7	2.5	2.2

次に、耐力係数の期待値に及ぼす耐力劣化の影響について考察する。 $\rho=1, a=0$ のときの耐力係数の期待値に対する低下率を表一4に示した。構造要素の場合の低下率は、それぞれの剛性低下に対して5%および11%程度であるから⁹⁾、システムを対象にした耐力係数の期待値の低下率はかなり大きくなり、構造要素の場合の値と異なってくる。また、相関係数が大きいほど低下率は小さくなるようである。

表一4 耐力係数の期待値の耐力劣化による低下率 (単位は%)

m の数(荷重の組み合わせ)	$\rho=0$ $a=0.002$	$\rho=0$ $a=0.004$	$\rho=0.8$ $a=0.002$	$\rho=0.8$ $a=0.004$
3 (4)	13.0	18.3	9.5	15.0
3 (5)	10.0	16.4	8.8	14.6
3 (6)	13.2	18.5	9.6	15.0
5 (4)	16.1	21.3	11.3	16.6
5 (5)	12.8	18.8	10.4	16.1
5 (6)	16.4	21.6	11.3	16.6

耐力係数の期待値に及ぼす相関係数の影響は次のようになる。耐力係数の期待値は ρ の減少とともに徐々に小さくなり、 $\rho=0$ のときに最小になる。これは、 ρ が小さくなると、システムの耐力の最小値 $R_{\min}$ も小さくなり、システムを構成する全要素の中の少なくとも一つが崩壊するときの設計点も小さくなることを意味する。表一5は $\rho=1$ の耐力係数の期待値に対する相関係数による低下率を示した。

表一5 耐力係数の期待値の相関係数による低下率 (単位は%)

m の数(荷重の組み合わせ)	$\rho=0$ $a=0$	$\rho=0$ $a=0.002$	$\rho=0$ $a=0.004$
3 (4)	8.3	8.4	8.6
3 (5)	5.5	5.8	6.4
3 (6)	8.5	8.6	8.8
5 (4)	11.5	11.7	11.9
5 (5)	8.0	8.4	9.0
5 (6)	11.9	12.0	12.3

表から、要素数の増加とともに低下率が大きくなるが、これは、要

素数が増加すると、 $R_{\min}$ も小さくなる可能性が高くなるからである。

Fig.6 は、荷重の組み合わせ(4)の場合のシステムを構成する要素の数と耐力劣化が荷重・耐力係数の期待値に及ぼす影響を、現実のシステムを構成する要素耐力間の相関係数を仮に 0.8 程度と仮定して図示した。図から分かるように、荷重係数は、それぞれの a の値に対してほぼ一定値を示し、要素の数の影響をほとんど受けない。

表一六は、 m が 1 のときの耐力係数の期待値に対する $m = 3, 5, 10$ ($\rho = 0.8$) のときの値の低下率を示した。表中の括弧内の数値は $\rho = 0$ のときの低下率である。要素の数の増加とともに低下率が大きくなる。特に、 $\rho = 0$ のときの低下率が大きくなる。耐力劣化の度合いがこの低下率に及ぼす影響は非常に小さいようである。

表一六 耐力係数の期待値の低下率 (単位は%)

m の数	$a = 0$	$a = 0.002$	$a = 0.004$
3	4.8 (8.3)	4.8 (8.4)	4.9 (8.6)
5	6.6 (11.5)	6.6 (11.7)	6.7 (11.9)
10	8.8 (15.5)	8.8 (15.7)	8.8 (15.9)

現在、文献 12),13) で記述されている荷重・耐力係数は、「構造要素が、基準期間中に少なくとも一度限界状態に達するであろう確率に等しいか、または小さくしなければならない」という設計規範の下で設定されているが、今、設計対象を構造要素からシステムの中の少なくとも一つの構造要素と位置付けた場合は、以上の結果から考察すると、荷重係数はあまり変わらないが、耐力係数は要素の数に影響するので、その値はかなり異なってくるだろう。

8. 結論

本稿を要約すると次のようになる。

- 1) 時系列上の荷重履歴を受けて生き残った残存システムの統計量を用いた AFOSM 法の適用により、限界状態面上への到達を確率事象と見なしたときに設定されるシステムの荷重・耐力係数の期待値の算定手法を定式化し、荷重に関する標準的係数値¹²⁾を用いたときの要素の耐力劣化とシステムを構成する要素数および要素耐力間の相関係数がこの期待値に及ぼす影響を、 $\rho_{ij} = \rho$ および荷重と応力を関係付ける係数をすべて 1 とする特別な条件のもとで数値的に考察した。結果は下記ようになる。システムを対象にした場合の主荷重の荷重係数の期待値に及ぼす耐力劣化による低下率は、要素耐力間の相関係数が 0.8 であれば、構造要素を対象にした場合の低下率とあまり変わらない結果を示す。主荷重の荷重係数の期待値に及ぼす相関係数の影響は、相関係数の小さい領域で多少大きくなる程度であり (最大で 4.9%)、 $\rho = 0.8$ の場合は要素数に関わり無く、ほぼ一定値になる。耐力係数の期待値に及ぼす要素数の影響は、要素数の増加とともに値が小さくなり、 $m = 1, a = 0$ のときの値と比べて、 $m = 10, \rho = 0.8, a = 0$ のときの低下率は 8.8%、また、 $m = 10, \rho = 0, a = 0$ のときの低下率は 15.5% となり、相関係数が及ぼす影響は大きい。この低下率に及ぼす耐力劣化の影響は小さいようである。
- 2) 組み合わせ荷重の和のレベル超過率を表す条件付危険率と、システムの耐力を時間に依存する確率変数と見なしたときの限界状態面への超過率を表す条件付危険率の期待値、この 2 つのパラメータの数値的評価に AFOSM 法を適用することにより、多重積分を回避した

比較的簡便な数値計算手法を提案し、組み合わせ荷重を受ける時間依存型構造システムの信頼性解析を可能にした。

- 3) 本稿で展開した残存骨組構造物の耐力を用いた AFOSM 法は、過去の地震経験や経年等による耐力劣化を有する既存骨組構造物の信頼性評価および補強後の信頼性評価問題への適用も可能であろう。

APPENDIX

荷重の組み合わせが (1) の場合

固定荷重と積載荷重に対する i 要素の安全条件は次式になる。

$$R_i > c_{D,i} W_D + c_{LA,i} W_{LA} \quad (A-1)$$

ただし、 $c_{D,i}, c_{LA,i}$: 荷重と要素 i の応力を関係付ける係数

要素 i に生じる応力を過大評価して、(A-1)式は次式

$$R_i > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} \quad (A-2)$$

ただし、 $c_D = \max(c_{D,1}, \dots, c_{D,m}), c_{LA} = \max(c_{LA,1}, \dots, c_{LA,m})$

で表されるものと仮定する。また、時刻が正のときに作用する積載荷重 W_{LT} を受ける場合の安全条件は次式になる。

$$R_i > c_{D,i} W_D + c_{LA,i} W_{LA} + c_{LT,i} W_{LT} \quad (A-3)$$

主の荷重 W_{LT} が他の荷重に比べて十分大きく、システムの崩壊は $c_{LT,i}$ の値が大きい要素で生じる場合を解析対象とし、要素に生じる応力を過大評価すれば、(A-3)式は次式で表すことができる。

$$\frac{R_i}{c_{LT,i}} > c_D W_D + c_{LA} W_{LA} + W_{LT} \quad (A-4)$$

ただし、 $c_D = \max\left(\frac{c_{D,1}}{c_{LT,1}}, \dots, \frac{c_{D,m}}{c_{LT,m}}\right), c_{LA} = \max\left(\frac{c_{LA,1}}{c_{LT,1}}, \dots, \frac{c_{LA,m}}{c_{LT,m}}\right)$

(A-2)式と(A-4)式の c_D, c_{LA} は、一般的に異なる値を有するが、同

じ記号を用いた。他の荷重の組み合わせに対しても、係数は上式と同様な考え方で決められるものとする。無論、 $c_{D,i} = c_{LA,i} = c_{LT,i} = 1$ とする場合は、上記の仮定や操作は不要である。

参考文献

- 1) C.J.Turkstra : Theory of Structural Design Decision, Study No.2, Soil Mechanics Division University of Waterloo, Ontario, Canada, 1970
- 2) Y.K. Wen : Statistical combination of extreme loads, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.103, May, 1977
- 3) R.D. Larabee and C.A.Cornell : Upcrossing rate solution for load combination, Journal of the Structural Division ASCE, Vol.105, pp.125-132, Jan., 1979
- 4) Y.K. Wen : System Reliability under Time Varying Loads - I, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.115, No.4, pp.808-823, April., 1989
- 5) 河野 守、坂本 順、青木 和雄 : 荷重の確率過程の組み合わせにおける超過確率の理論解とその応用に関する考察、日本建築学会構造系論文報告集、No.405、pp.31-40、1989年11月
- 6) 河野 守、坂本 順 : 荷重の組み合わせと荷重効果に関する考察、日本建築学会構造系論文報告集、No.415、pp.117-126、1990
- 7) 森 保宏 : 耐力劣化する構造物の信頼性評価法 : 日本建築学会構造系論文集、第465号、1994年11月
- 8) 洪 起 : 強度劣化を有する構造物の耐用年数中の崩壊確率について、日本建築学会構造系論文集、No.512、1998年10月
- 9) 洪 起 : 組み合わせ荷重を受ける構造物の限界状態設計法 - 残存構造要素の耐力の統計量を用いた拡張2次モーメント法 -、日本建築学会構造系論文集、No.537、2000年11月
- 10) 洪 起 : 時間依存型構造システムの信頼度関数、JCROSSAR 2000
- 11) 野中 桃子、森 保宏 : 耐力劣化を考慮した構造部材の荷重・耐力係数設計法、JCROSSAR 2000
- 12) 鋼構造限界状態設計規準 (案)・同解説、日本建築学会、1990
- 13) 鋼構造荷重・耐力係数設計法試案、日本建築学会構造委員会鋼構造分科会、1986年

(2000年12月8日原稿受理、2001年3月22日採用決定)