非単調変位応答スペクトル適合設計用地震動に対する性能指定設計法

PERFORMANCE-BASED DESIGN FOR A BUILDING SUBJECT TO DESIGN EARTHQUAKE WITH NON-MONOTONIC DISPLACEMENT SPECTRUM

辻 聖晃^{*1}, 永野康行^{*2}, 岡本達雄^{*3}, 上谷宏二^{*4}
Masaaki TSUJI, Yasuyuki NAGANO, Tatsuo OKAMOTO
and Koji UETANI

The purpose of this paper is to propose a new stiffness design method for shear buildings subject to a design earthquake with non-monotonic displacement spectrum. The objective function that is a combination of the fundamental natural period which represents 'cost' and the level of maximum displacements which represents 'performance' is introduced into the design method to find a set of story stiffness under response constraints. An inverse problem formulation is used to find the stiffness such that the shear building would exhibit maximum interstory drifts proportional to specified ones. Several design examples and time-history analyses are performed to demonstrate the validity and the accuracy of the proposed design method.

Keywords : non-monotonic, displacement spectrum, natural period, design earthquakes, performance-based design, stiffness design

非単調, 変位応答スペクトル, 固有周期, 設計用地震動, 性能指定設計, 剛性設計

1. 序

2000 年 6 月に改正された建築基準法では, 地震荷重に対する新しい安全性検定の方法として「限界耐力計算」^[1]が導入され, 建物の高さが 60 メートルを超える高層建物に加えて, これまで静的な地震力に対して安全性を検定していた低層建物に対しても, 建物敷地の地盤状況と地震荷重の動的な性格をより詳細に検討可能な安全性の検定法を適用することが可能となった。これまでの建築基準法でも, 振動特性係数 R_t の導入により, 低層建物に対する設計用地震荷重の決定に際して, 地盤による地震波の増幅効果が考慮されていた。限界耐力計算では, より詳細な検討方法により, 地盤による地震波の増幅効果を考慮することが可能となっているといえる。

設計用地震動あるいはそれに対応する設計用応答スペクトルとしては, 限界耐力計算の場合には次の(1)が, 高層建物に対する動的応答解析においては次の(1)~(3)が, 一般に用いられている。(1)解放工学的基盤面での加速度応答スペクトルに, 地盤特性により異なる増幅係数を乗じた地表面での応答スペクトル。(2)建設地周辺の地盤状況などを考慮して作成した模擬地震波。(3)過去に計測された記録地震波。

これまでに観測された地震における地表面での地震波の変位応答スペクトルは, 全体としてみれば, よく知られているように, 固有

周期の増加に対してその値も同様に増加する傾向を有している^[2]。ところが, 局所的にみれば, 地盤による地震波の増幅効果などにより, 複数の特定の周期にピークを有する「非単調」な様相を呈するのが通例である。また, 上記(1)および(2)の方法により作成された設計用地震の地表面での変位応答スペクトルも, 地盤状況によっては, 固有周期に関して非単調に変化する場合もありうる。

本論文の目的は, 固有周期に関して非単調に変化する変位応答スペクトルを有する地震動を設計用地震動とするせん断型構造物に対して, 合理的な層剛性の決定法を提案することである。なおここでいう「合理的な層剛性の決定法」とは, 構造物がそのモデル化のレベルに応じて設定された設計上の制約を満たし, かつ, ある種の評価尺度が最小 (あるいは最大) となるように, 構造物の剛性を数理的な手法を用いて決定することを指している。

固有周期の増加に関して単調に増加する変位応答スペクトルを有する地震動を設計用地震動とするせん断型構造物に対しては, 当該構造物が指定した層間変位分布をちょうど示すような層剛性分布を 1 次固有振動の卓越性を利用して効率的に見出す手法が既に確立されている^[3,4]。ところが, 固有周期に関して非単調に変化する応答スペクトルを有する地震動を設計用地震動とするせん断型構造物の層剛性を決定する問題に対して, 文献[3]などで提案されている手法を

本論文の一部は, 平成13年日本建築学会近畿支部研究報告集および2001年度日本建築学会大会学術講演梗概集(関東)に発表している。

^{*1} 京都工芸繊維大学工学部造形工学科 助教授・博士(工学)

^{*2} ㈱竹中工務店設計部構造担当 修士(工学)

^{*3} ㈱竹中工務店設計部 部長・博士(工学)

^{*4} 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 教授・工博

Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Design, Faculty of Eng. and Design, Kyoto Institute of Technology, Dr. Eng.
Building Design Dept. Takenaka Corporation, M. Eng.
Senior Manager, Building Design Dept. Takenaka Corporation, Dr. Eng.
Prof., Dept. of Architecture and Architectural Systems, Graduate School of Eng., Kyoto University, Dr. Eng.

直接的に適用しようとする、次の問題点が生じる。(A)指定した層間変位分布をちょうど示すような層剛性分布が存在しない。(B)指定した層間変位分布をちょうど示すような層剛性分布が複数個存在する。(C)指定した層間変位分布をちょうど示すような層剛性分布を有するせん断型構造物よりも柔らかく(つまり剛性に関わるコストが小さく)、かつ、層間変位も小さいような構造物が存在する。

本論文では、上記の問題点を解決するために、せん断型構造物の剛性設計問題に対して、1次固有周期の関数である「コスト」(1次固有周期が大きくなれば、その値が小さくなるように定義する)と、層間変位で代表した「性能指標」(層間変位が小さくなればその値が小さくなるように定義する)の重み付き関数を導入し、その値を最小とするような剛性分布を見出す方法を提案する。この重み付き関数の導入と、固有モード逆問題^[1,3]に対する閉形解の有効な利用により、設計者が指定した層間変位分布と相似な層間変位分布を示し、かつ、コストと性能からなる重み付き関数の値を最小とするようなせん断型構造物の層剛性分布を容易に見出すことが可能となる。

これまでにも、最適設計理論や逆問題型アプローチに基づいて、動的な外乱を受ける建築骨組構造物に対する数理的構造設計手法が数多く提案されてきた^[例えは 6,7,8,9]。しかしながら、それらの方法において、動的な外乱を静的荷重に置き換えるのではなく、直接的に取り扱う場合には、骨組の動的挙動を固有値解析や時刻歴応答解析により直接的に計算し、その設計感度を用いて骨組断面の最適化を行うことを前提としているため、大規模な建築骨組に対しては膨大な計算負荷が必要となると問題点を有している。

この問題点に対して著者らは、最初に、所定の動的応答制約を満たすせん断型構造物の層特性を逆問題型定式化に基づき見出し、続いて、そのせん断型構造物と等価な動特性を有し、かつ、設計用静的荷重に対する応答制約をも満たすような骨組構造物の各部材断面を最適設計理論に基づいて見出すという、二段階からなる数理的構造設計手法を提案している^[10,11,12]。この手法では、骨組構造物の最適設計においてはその静的挙動のみを考慮すればよいと、大きな計算負荷を必要とする動的挙動解析を骨組構造物に対して実行することが不要であり、大規模な建築骨組に対しても、これまでに提案されている手法に比べて格段に少ない計算時間で所定の制約を満たす設計を見出すことが可能となる。

本論文で提案する手法によりせん断型構造物の層剛性が決定できれば、固有周期に関して非単調に変化する応答スペクトルを有する地震動を受ける構造物に対しても、著者らの提案する方法^[10,11,12]により、層剛性を決定したせん断型構造物の原モデルである骨組構造物の各部材断面を、合理的かつ効率的に決定できることとなる。

なお、本論文では、建物に生じる最大応答が弾性範囲内にある場合の設計法を提案しているが、等価線形化手法^[13]を導入して等価剛性と等価減衰を適切に評価することによって、最大応答が弾塑性範囲にまで及ぶ場合についても、本論文で提案する設計法を適用することが可能である。

2. 実務における設計用地震動

構造物の安全性を検定するための設計用地震動の設定方法としては、建築物構造安全性能評価機関である(財)日本建築センターから、時刻歴応答解析建築物構造安全性能評価業務方法書^[14]が出されて

いる。水平方向入力地震動の設定に関する部分を表1に転記する。

実務における設計用地震動の一例として、著者ら^[2,3]が改正基準法^[14]に基づき建築物構造安全性能評価を受けた3つの建築物についての設計採用地震波をサイトごとに分けて表2に示す。また、これらの設計用地震動(極めて稀に発生する地震動のレベル)の変位応答スペクトル(5%減衰)を図1に示す。なお、サイトCは地震動入力位置深さの違いで2種類の入力を考えている。これらから、実務における設計用地震動は非単調な変位応答スペクトル特性を持つ地震動であることがわかる。

表1 時刻歴応答解析時の水平方向入力地震動の設定

(1)	建設省告示第1461号第四号イに定められた解放工学的基盤における加速度応答スペクトルをもち、建設地表面地盤による増幅を適切に評価して作成した地震波(以下「告示波」という。)を設計用入力地震動とする。この場合、告示第四号イに定められた継続時間等の事項を満たし、位相分布を適切に考慮して作成した3波以上を用いること。
(2)	建設省告示第1461号第四号イただし書により、建設地周辺における活断層分布、断層破壊モデル、過去の地震歴、地盤構造等に基づいて、建設地における模擬地震動(以下「サイト波」という。)を適切に作成した場合は、前項の告示波のうち極めて稀に発生する地震動に代えて設計用入力地震動として用いることができる。この場合、位相分布等を適切に考慮して作成した3波以上(告示波を併用する場合は、告示波との合計で3波以上)を用いること。
(3)	上記(1)及び(2)の何れの場合においても、作成された地震波が適切なものであることを確かめるため、次の地震波も設計用入力地震動として併用する。即ち、過去における代表的な観測地震波のうち、建設地及び建築物の特性を考慮して適切に選択した3波以上について、その最大速度振幅を25cm/sec、50cm/secとして作成した地震波を、それぞれ稀に発生する地震動、極めて稀に発生する地震動とする。なお、上記の最大速度振幅の値は建築基準法施行令第88条第1項に定められたZを乗じた値とすることができる。

表2 採用地震波(極めて稀に発生する地震動)

サイト	採用地震波		
	告示波	サイト波	観測地震波
サイトA	2波	1波(上町断層系)	標準3波*
サイトB	3波	1波(大阪市L2 ^[13])	標準3波*
サイトC	2波	1波(生駒断層)	標準3波*

*ここでの標準3波とは El Centro 1940 NS, Taft 1952 EW, Hachinohe 1968 NSを指す。

図1 変位応答スペクトル(5%減衰)

3. 非単調変位応答スペクトル適合設計用地震動

本論文での用語について、以下のように定義しておく。

定義(単調な変位応答スペクトル):異なる固有周期 T_1 と T_2 に対して

$$T_1 < T_2 \quad (1)$$

であるときに、任意の減衰定数 h について

$$S_D(T_1, h) \leq S_D(T_2, h) \quad (2)$$

が必ず成り立つ変位応答スペクトル $S_D(T, h)$ を「単調な変位応答スペクトル」と呼ぶ。また、単調な変位応答スペクトルを有する地震動を「単調変位スペクトル適合地震動」と呼ぶ。さらに、任意の減衰定数 h について

$$S_D(T_1, h) < S_D(T_2, h) \quad (3)$$

が必ず成り立つ変位応答スペクトルを、「狭義に単調な変位応答スペクトル」と呼ぶ。

定義(非単調な変位応答スペクトル):異なる固有周期 T_1 と T_2 に対して、 $S_D(T_1, h)$ と $S_D(T_2, h)$ の間に確定した大小関係が存在しない変位応答スペクトルを「非単調な変位応答スペクトル」と呼ぶ。また、非単調な変位応答スペクトルに適合する地震動群を「非単調変位スペクトル適合地震動」と呼ぶ。

4. 非単調変位応答スペクトル適合設計用地震動に対する設計問題

4.1 構造物モデル

多層建築骨組の層間変位に関わる動特性を表現しうる単純構造物モデルとして、地表面に剛接された N 層並進せん断型構造物モデルを採用する。この構造物モデルを以下では SB (Shear Building) モデルと呼ぶことにする。SB モデルの第 j 層床面集中質量および層剛性をそれぞれ、 m_j および k_j で表す。構造減衰特性は、別途、応答スペクトルの値を評価する際に減衰定数として与えるものとする。

4.2 応答指定型設計問題とその問題点

問題 DBD(Displacement-Based Design for a shear building subject to design earthquakes): SB モデルに対して、各階質量分布および構造減衰特性が与えられたとき、変位応答スペクトルに適合する設計用地震動に対する最大層間変位分布が指定した分布と一致する層剛性分布を決定せよ。

この問題に対して、狭義に単調な変位応答スペクトル適合地震動が与えられたときの解は、1 次モードの卓越性を利用した解法により、ほぼ一意に決定できることが Nakamura and Yamane により既に示されている^[3]。

ところが問題 DBD に対して、非単調変位スペクトル適合地震動が与えられた場合には、次に示すように 3 つの問題点が生じる場合がある。

- (A) 指定した層間変位分布をちょうど示すような層剛性分布が存在しない。
- (B) 指定した層間変位分布をちょうど示すような層剛性分布が複数個存在する。
- (C) 指定した層間変位分布をちょうど示すような層剛性分布を有

するせん断型構造物よりも柔らかく（つまり剛性に関わるコストが小さく）、かつ、層間変位も小さくなるような層剛性分布が存在する。

(A) のように等号制約条件に対して解が存在しないような問題に対しては、制約条件を不等号制約条件に変え、目的関数を最小化するという条件を持ち込めば、最適設計問題に変換することができる。また、(B) のように解が複数個存在するような問題に対しても、最も望ましい解を選択するために、目的関数を最小化するという条件を持ち込めば、最適設計問題に変換することができる。しかしながら、せん断型構造物においては、設計変数である層剛性と、対応する（＝せん断型構造物と等価な）骨組構造物のコストとの関係が明確ではないことと、せん断型構造物を用いている限りは考慮できない実際上の制約条件が存在することなどから、単純に問題 DBD に対して目的関数として層剛性によって代表される層剛性のみを導入して最適設計型の問題に変換しても、指定した範囲内で最大の固有周期のものが選ばれるだけで、実際上意義のある問題となるようには思われない。

4.3 非単調変位応答スペクトルに対する剛性設計問題

実務における動的解析を用いた構造設計の目的は、いくつかの設計用地震動に対して、骨組モデルあるいはそれと等価なせん断型モデルの層間変形角や層塑性率があらかじめ決められた許容値を下回るように、骨組モデルの各部材サイズを決定することであり、決められた許容値とちょうど一致することを要求はしていない。したがって、性能指定型設計法において、もしも許容値とちょうど一致するような応答を呈する解が存在せず、それを下回る解しか存在しないのであれば、その中で最も望ましい解を探索する手法を構成することは実務上意義のあることである。そこで、次に示す問題 DBDNM を設定する。

問題 DBDNM(Displacement-Based Design for a shear building subject to design earthquakes with Non-Monotonic displacement spectrum): SB モデルに対して、各階質量分布および構造減衰特性が予め与えられたとき、以下の制約条件

$$T_L \leq T^{(1)} \leq T_U \quad (4)$$

$$\delta_{j\max} = \alpha \bar{\delta}_j \quad (j=1, \dots, N) \quad (5)$$

$$\alpha \leq 1 \quad (6)$$

$$\beta = 1 - T^{(1)} / T_U \quad (7)$$

を全て満たし、かつ、目的関数

$$f = \gamma_1 \alpha + \gamma_2 \beta \quad (\gamma_1 + \gamma_2 = 1) \quad (8)$$

を最小とするように層剛性分布 $\{k_j\}$ を求めよ。ただし、 γ_1 と γ_2 は正とする。

ここで、 T_L および T_U は建物の 1 次固有周期 $T^{(1)}$ の上限値および下限値、 γ_1 は層間変位に関する重み係数、 γ_2 は 1 次固有周期に関する重み係数、 $\delta_{j\max}$ は非単調な変位応答スペクトルに適合する設計用地震動に対する第 j 層の最大層間変位であり、本論文では応答スペクトル法^[16]により評価するものとする（Appendix 参照）。 T_L は、例えばコストに対する検討や既往類似物件から設定すればよく、 T_U は例えば長期設計のみで決まる場合の固有周期とすればよい。

問題 DBDNM において、 α の値が小さいほど SB モデルの層間変位は小さくなるので、 α は構造物の「性能」を代表するパラメタであるといえる。そこで、 α を本研究では「性能指標」と呼ぶこととする。一方、 β の値が小さいほど SB モデルの 1 次固有周期は長くなるので、(5)式の条件下では β の値が小さいほど層剛性が小さくなることとなる。つまり β は構造物の「コスト」を代表するパラメタであるといえる。したがって、 γ_1 は性能に関する重み係数、 γ_2 はコストに関する重み係数となり、設計者は、性能とコストのどちらを重視するかにより、 γ_1 と γ_2 の値を決めることになる。なお、目的関数 f の定義式(8)は、建物の総合評価と性能代表パラメタ α およびコスト代表パラメタ β がそれぞれ線形の関係にあるという条件のもとで設定した関数である。目的関数 f が α および β の関数でさえあれば、以下の定式化に変更は必要ない。

問題 DBDNM では、設計用地震動に対する最大層間変位の上限を設定するのではなく、(5)式で表現されているように、設計用地震動に対する最大層間変位の分布形状が設計者の指定したものと一致するような制約を設定した。これは、層間変位の上限のみを制約条件とした場合、解であるせん断型構造物が呈する層間変位分布は、かならずしも設定した上限値に一致するとは限らず、その結果として、極めて稀に発生するレベルの地震動に対しては、特定の層に塑性変形が集中する可能性があるためである。また、中間層免震建物などの、特定層の変形を他層に比べ極端に大きくしてその層をエネルギー吸収機構として利用する建物の層剛性の決定問題に対しても、(5)式の制約条件は直接的に対応が可能である。

4.4 問題 DBDNM の解構造

高層建物の水平方向地震動に対する応答においては、よく知られているように、1 次モードがその主たる役割を果たしている。そこで、問題 DBDNM の解がどのような性質を持つのかを明らかにするために、地震時最大応答を 1 次モードのみで評価することとする以下の問題 FMBDNM を考える。

問題 FMBDNM(Fundamental Modal Based Design for a shear building subject to design earthquakes with Non-Monotonic displacement spectrum): SB モデルに対して、各階質量分布および構造減衰特性が予め与えられたとき、制約条件(4)、(6)、(7)および

$$\delta_j^{(1)} = \alpha \bar{\delta}_j \quad (j=1, \dots, N) \quad (9)$$

を全て満たし、かつ、目的関数(8)を最小とするように層剛性分布 $\{k_j\}$ を求めよ。

$\delta_j^{(1)}$ は 1 次モードのみで評価した、設計用地震動に対する第 j 層の層間変位であり、次式で表される。

$$\delta_j^{(1)} = \nu^{(1)} S_D^{(1)} (u_j^{(1)} - u_{j-1}^{(1)}) \quad (10)$$

ここで、 $\nu^{(1)}$ は 1 次の刺激係数、 $S_D^{(1)}$ は 1 次の固有周期と減衰定数に対応する 1 次の変位応答スペクトル、 $u_j^{(1)}$ は 1 次水平変形固有ベクトル成分を表す。

問題 FMBDNM に対する解は、以下のようにして導くことができる。(10)式に対して正規化条件

$$\nu^{(1)} S_D^{(1)} = 1 \quad (11)$$

を導入し、(11)式を考慮すると、

$$\delta_j^{(1)} = u_j^{(1)} - u_{j-1}^{(1)} = \alpha \bar{\delta}_j \quad (12)$$

すなわち(11)式を満足する SB モデルの 1 次固有ベクトル成分として、

$$u_j^{(1)} = \sum_{i=1}^j \delta_i^{(1)} = \alpha \sum_{i=1}^j \bar{\delta}_i \quad (13)$$

を得る。このような固有ベクトル成分をもつ SB モデルの第 j 層の層剛性 k_j は、固有モード逆問題に対する閉形解^[3]を用いて、 β を未知数として以下のように書ける。

$$k_j = \left(\frac{2\pi}{T^{(1)}} \right)^2 \frac{\sum_{i=j}^N m_i u_i^{(1)}}{u_j^{(1)} - u_{j-1}^{(1)}} = \left(\frac{2\pi}{T^{(1)}} \right)^2 \frac{\sum_{i=j}^N m_i \alpha \sum_{\ell=1}^i \bar{\delta}_\ell}{\alpha \bar{\delta}_j} \\ = \left(\frac{2\pi}{T_U - \beta T_U} \right)^2 \frac{\sum_{i=j}^N m_i \sum_{\ell=1}^i \bar{\delta}_\ell}{\bar{\delta}_j} \quad (14)$$

刺激係数 $\nu^{(1)}$ は、その定義式 (Appendix 参照) と、(13)式を考慮すると

$$\nu^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^{(1)}}{\sum_{i=1}^N m_i u_i^{(1)2}} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \alpha \sum_{\ell=1}^i \bar{\delta}_\ell}{\sum_{i=1}^N m_i \left(\alpha \sum_{\ell=1}^i \bar{\delta}_\ell \right)^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\sum_{i=1}^N m_i \sum_{\ell=1}^i \bar{\delta}_\ell}{\sum_{i=1}^N m_i \left(\sum_{\ell=1}^i \bar{\delta}_\ell \right)^2} \\ = \frac{1}{\alpha} \nu^{(1)} \quad (15)$$

と書けるので、正規化条件(11)より、 α と応答スペクトル $S_D^{(1)}$ の間に以下の関係式が書ける。

$$\alpha = \nu^{(1)} S_D^{(1)} \quad (16)$$

ここで、 $S_D^{(1)}$ は $T^{(1)}$ の関数であるから、 β の関数であるともいえる。そこでこれを $\tilde{S}_D(\beta)$ と表すことにすると、

$$\alpha = \nu^{(1)} \tilde{S}_D(\beta) \quad (17)$$

すなわち、 β を与えると、(17)式より、問題 FMBDNM の制約条件のうち等号制約条件(7)式および(9)式を満たす α の値が計算できることになる。(17)式に加えて、不等号制約条件(4)式および(6)式を満足するような α と β の関係を、設計に用いる応答スペクトルの図と対照させて図示すると図 2 のようになる。ただし、この図は、ある非単調設計用応答スペクトルに対して、 $N=10$, $T_L=0.8\text{sec}$, $T_U=1.8\text{sec}$, $\bar{\delta}_j=2.0\text{cm}$ の場合を例として描いたものである。

図 2 変位応答スペクトルと $\alpha - \beta$ の対応関係

目的関数(8)式を最小化するような α と β の解は等高線(8)と(4)(6)(7)(9)式を満たす $\alpha - \beta$ 曲線の接点あるいは端点となる。図 3 に、異なる 3 通りの α と β の組み合わせに対して、目的関数 f が最小となる点を白丸 (O) で示す。

- (i) $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = 1$ 即ち「コスト」重視の場合
- (ii) $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 0$ 即ち「性能」重視の場合

(iii) γ_1, γ_2 の値が設計者が定めた、ある値 (例えば $\gamma_1 = 0.5, \gamma_2 = 0.5$) の場合

図3 $\alpha - \beta$ 曲線と目的関数 f の対応関係図

なお、図3の白抜きで示した実行可能領域に、設計用地震動の応答スペクトルから計算される $\alpha - \beta$ 関係曲線がない場合には、目標とする層間変形角レベルの変更や、制振装置の導入による減衰性能の向上など、構造計画からの再検討が必要であることを意味している。また、 $\alpha - \beta$ 関係曲線と目的関数の等高線が複数箇所て接して、解が複数個存在するようになった場合には、さらに別の評価尺度を導入すればよい。

4.5 問題 DBDNM の解法

前述したように、高層建物の水平方向地震動に対する応答においては、1次モードがその大部分を占めている。したがって、問題 FMNDNM の解は、問題 DBDNM の第一近似解になっていると考えてよい。そこで、問題 DBDNM に対しても、問題 FMBDNM に対する解と、地震応答における1次固有振動の卓越性を有効に利用して、効率的な解法を構成することが可能である。以下にその手順を示す。
[Step0] 地震時最大応答の全てを1次固有振動成分 $\delta_j^{(1)}$ が占めていると仮定して $\bar{\delta}_j^{(1)} = \bar{\delta}_j$ とする。

[Step1] $\bar{\delta}_j = \bar{\delta}_j^{(1)}$ として問題 FMBDNM を解き、SBモデルの層剛性分布を求める。

[Step2] 固有値解析を実行し、応答スペクトル法によりSBモデルの最大層間変位分布を計算する。

[Step3] (5)式が所定の精度で満足されているかどうかを検定する。満足されていればSBモデルにおいて(5)式が満足されているとみなし終了する。(5)式が所定の精度で満足されていなければ、次式

$$\delta_{j, \text{updated}}^{(1)} = (\bar{\delta}_j^{(1)} / \bar{\delta}_{j, \text{max}}) \bar{\delta}_j \quad (18)$$

に従って1次固有振動成分を改修し $\bar{\delta}_j^{(1)} = \delta_{j, \text{updated}}^{(1)}$ として Step1 にもどる。

5. 例題

非単調な設計用変位応答スペクトルの1例として、観測地震波 (Taft 1952EW, 最大速度振幅 25cm/sec) の応答スペクトルを設計用地震動として採用した場合の例を示す。以下の例題において、減衰

は剛性比例型とし、高次の減衰定数 h に対する応答スペクトルの低減は文献[17]にならない、 $h=0.02$ の値を $1.2/(1+10h)$ 倍で変位応答スペクトルを低減することとする。

例題1: SBモデルの諸元を $N=10$ 層, $m_j=1000(\text{ton})$ for all j , 1次の減衰定数 $h=0.02$, $\bar{\delta}_j=2.0\text{cm}$ とし、1次固有周期の範囲を $T_L=0.8\text{sec}$, $T_U=1.8\text{sec}$ とする。また、応答評価法として SRSS 法を採用 (Appendix 参照) する。

まず、問題 FMBDNM に対する解を示す。 $S_D - T$ 関係を表した図上に、 $S_D=0$ と $T=T_U$ を起点として、縦軸に $\alpha/\bar{v}^{(1)}$ を、横軸に βT_U をとることで、制約条件を満足する $\alpha - \beta$ 関係を容易に描くことができる。それを図4に示す。

図4 変位応答スペクトル (2%減衰) と $\alpha - \beta$ の関係1

図4から、目的関数 f を最小とする固有周期は、 γ_1 の変化に対して連続に変化するのではなく、不連続に変化して決定される様子が観察される。

次に、4.5節に示した解法を用い問題 DBDNM に対して求めた層剛性を以下に示す。以下には、 $(\gamma_1, \gamma_2) = (0.0, 1.0), (0.5, 0.5), (1.0, 0.0)$ の3ケース (以下それぞれケース1, ケース2, ケース3と呼ぶ) について求められた層剛性分布及び α の値を表3に示す。

応答評価を、SRSS 法による値と ABS 法による値の平均により行った場合について、ケース1~ケース3について問題 DBDNM に対する、求められた層剛性分布及び α の値を表3にあわせて示す。

表3 層剛性分布 (10層モデル例)

層	層剛性 ($\times 10^7 \text{N/m}$)					
	ケース1		ケース2		ケース3	
	SRSS	平均*	SRSS	平均*	SRSS	平均*
10	22.9	32.3	46.8	55.2	48.5	56.7
9	37.5	47.2	76.6	83.9	79.3	86.3
8	48.8	55.7	97.9	103.5	101.5	106.7
7	58.4	65.3	113.8	119.4	118.5	124.4
6	66.8	71.8	127.2	127.7	133.3	134.0
5	74.2	74.7	140.3	132.8	147.6	140.1
4	81.0	80.7	153.5	146.9	161.5	155.0
3	86.9	86.4	166.0	160.3	174.5	168.4
2	91.7	95.7	176.4	175.9	185.1	184.3
1	94.6	104.4	182.5	189.2	191.2	197.8
α	1.00	1.00	0.52	0.59	0.50	0.58

*表3中「平均」とは、応答評価を、SRSS 法による値と ABS 法による値の平均により評価した場合の層剛性を示す。

表3からわかるように、SRSS法により応答を評価する場合よりも、SRSS法による値とABS法による値の平均により応答を評価した場合の方が、より大きな層剛性が得られている。また、ケース1からケース2、ケース3となるにしたがって、得られる層剛性は大きくなり、その結果 α の値も小さなものとなることもわかる。

例題2：SBモデルの諸元を $N=20$ 層、 $m_j=1000(\text{ton})$ for all j 、1次の減衰定数 $h=0.02$ 、 $\delta_j=2.0\text{cm}$ とし、1次固有周期の範囲を $T_L=1.6\text{sec}$ 、 $T_U=3.6\text{sec}$ とする。本例題では、応答評価法としてSRSS法を採用した場合と、SRSS法による値とABS法による値の平均により応答評価した場合の層剛性分布の両者を示す。

図5 変位応答スペクトル(2%減衰)と $\alpha - \beta$ の関係2

γ_1 と γ_2 の組み合わせは、例題1と同様の3ケースを設定し、例題1と同様にケース1、ケース2、ケース3と呼ぶことにする。ケース1～ケース3について問題DBDNMに対して求められた層剛性分布及び α の値を表4に示す。設計用変位応答スペクトル上に、 $S_D=0$ と $T=T_U$ を起点として、 $\alpha/v^{(1)} - \beta T_U$ 軸を描いたものを図5に示す。図中に示した $\blacktriangle$ は、応答評価法としてSRSS法を評価した場合の各ケースでの $1/v^{(1)}$ の値である。図からわかるように、 $1/v^{(1)}$ の値は、 γ_1 と γ_2 の組み合わせによらず、ほぼ同じ値となっている。

表4 層剛性分布(20層モデル例)

層	層剛性 ($\times 10^7 \text{N/m}$)					
	ケース1		ケース2		ケース3	
	SRSS	平均*	SRSS	平均*	SRSS	平均*
20	12.6	19.7	15.4	31.8	32.9	41.3
19	19.8	28.1	22.7	46.6	55.3	63.9
18	24.5	33.3	28.4	54.0	72.4	79.0
17	27.8	38.6	33.7	59.3	85.8	90.4
16	30.7	43.0	37.9	65.3	96.3	101.1
15	33.6	45.8	41.2	70.4	104.1	108.5
14	36.8	47.7	44.5	73.3	109.8	113.7
13	40.1	51.0	48.0	78.5	114.0	120.4
12	43.3	53.4	51.3	82.4	117.5	123.5
11	46.1	53.9	54.1	79.5	121.1	123.2
10	48.4	55.0	56.5	84.4	125.4	125.0
9	50.4	54.9	58.9	85.5	130.6	125.3
8	52.0	57.2	61.5	89.2	136.8	131.1
7	53.6	60.8	64.2	93.9	143.6	139.4
6	55.3	63.3	66.6	95.6	150.8	145.1
5	57.3	65.6	68.7	97.7	158.0	148.3
4	59.4	67.5	70.8	101.0	165.0	159.8
3	61.4	70.7	73.1	108.3	171.2	169.1
2	63.2	75.8	75.2	117.1	176.0	179.6
1	64.3	80.8	76.6	124.7	178.7	187.9
α	1.00	1.00	0.75	0.79	0.54	0.68

*表4中「平均」とは、応答評価を、SRSS法による値とABS法による値の平均により行った場合の層剛性を示す。

6. 地震応答解析結果との比較

例題1で得られた層剛性分布を持つSBモデルに対して、設計に用いた応答スペクトルの原波(Taft 1952EW, 最大速度振幅25cm/sec)を作用させて時刻歴応答解析を行った。解析アルゴリズムにはNewmark- β 法を用いた。それぞれの設計に対する最大層間変形角分布を図6に示す。

(a)SRSS 応答評価の場合 (b)(SRSS+ABS)/2 応答評価の場合

図6 層間変形角応答(10層モデル例)

例題2で得られた層剛性分布を持つSBモデルに対して、同じ地震波を作用させて時刻歴応答解析を行った。それぞれの設計に対する最大層間変形角分布を図7に示す。

(a)SRSS 応答評価の場合 (b)(SRSS+ABS)/2 応答評価の場合

図7 層間変形角応答(20層モデル例)

図6および図7から、10層モデル、20層モデルのいずれにおいても、層剛性設計時の応答評価をSRSS法により行った場合は、20層モデルのケース1を除く全てのケースにおいて、ほぼ全ての層で時刻歴解析による最大応答値が目標値を上回る結果となり、一方、応答評価をSRSS法による値とABS法による値の平均により行った場合は、時刻歴解析による最大応答値が目標値をほぼ下回る結果となることが観察される。

7. 複数の地震動を設計用地震動とする場合への適用

本論文では、非単調変位応答スペクトルを有する単独の設計用地震動に対する剛性設計問題を設定し、その解法を示した。設計用地震動として複数の地震動を採用する場合には、それらの変位応答スペクトルを包絡するスペクトルを設計用応答スペクトルとすれば、本論文で提案した手法をそのまま適用することが可能である。

8. 結論

本論文で得られた成果は以下のとおりである。

1. 非単調変位応答スペクトルに適合した設計用地震動に対するせん断型構造物の剛性設計問題に、1次固有周期の関数である「コスト」と、層間変位で代表した「性能指標」の重みつき和を目的関数として導入し、その値を最小とするような剛性分布を、固有モード逆問題に対する閉形解を有効に用いて見出す方法を提案した。
2. 表層地盤の増幅などを考慮した設計用入力地震動に対して本論文において提案した手法を適用すれば、今まで経験的に行われてきた構造物の構造設計に対して、「コスト」と「性能」のバランスを定量化した性能指定型の構造設計を行うことが可能となる。

なお本論文では、論理の基本展開を示すために、せん断型構造物モデルを層剛性設計の対象とする構造物モデルとして用いたが、本論文で提案する層剛性設計手法は、粘性ダンパーなどの制振（震）装置を有するせん断型構造物モデルや、立体せん断型構造物モデルなど、設計の対象となる建築骨組に応じたより高度な縮小構造物モデルに対しても容易に拡張することが可能である。

謝辞

竹脇 出 博士（京都大学助教授）、大崎 純 博士（京都大学助教授）から貴重な助言を頂戴した。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- [1] 平成 12 年 6 月施行 改正建築基準法（2 年目施行）の解説、建設省住宅局建築指導課、新日本法規、平成 12 年
- [2] 柴田明徳：耐震耐震構造解析、森北出版（1981）
- [3] T. Nakamura and T. Yamane : Optimum Design and Earthquake-Response Constrained Design of Elastic Shear Buildings, Earthquake Engng. Struct. Dyn., Vol.14, pp.798-815 (1986).
- [4] T. Nakamura and I. Takewaki : Earthquake-Response Constrained Design of Pile-Supported Elastic Shear Buildings for Site-Dependent Response Spectra, Proc. 9WCEE, Tokyo-Kyoto, Japan, V, pp.1043-1048 (1988).
- [5] Gladwell, G. M. L. : The Inverse Mode Problem for Lumped-Mass Systems, Q. J. Mech. Appl. Math., Vol.39, pp.297-307 (1986).
- [6] Cheng, F. Y. and Botkin, M., 'Nonlinear Optimal Design of Dynamic Damped Frames', Proc. ASCE, ST3, Vol.102, pp.609-627 (1976).
- [7] Austin, Mark A. and Pister, Karl S. : Design of Seismic-Resistant Friction-Braced Frames, J. Struct. Engng., ASCE, Vol.111, No.12, pp.2751-2769 (1985).
- [8] 内村均、佐藤和英、和田章、黒正清治：層間変位に注目した鉄骨骨組の部材断面変更法、構造工学における数値解析シンポジウム論文集、第 17 巻、pp.421-426 (1993).
- [9] Chan, Chun-Man, Grierson, Donald E., and Sherbourne, Archibald N. : Automatic Optimal Design of Tall Steel Building Frameworks, J. Struct. Engng., ASCE, Vol.121, No.5, pp.838-847 (1995).
- [10] 竹脇出、杉山哲彦、辻聖晃、上谷宏二：縮約モデル—骨組逆置換法に基づく骨組設計法、日本建築学会構造系論文集、No.512, pp.119-126 (1998).
- [11] 辻聖晃、竹脇出、上谷宏二：せん断型モデルの応答制約設計解を用いた建築骨組の最適設計法、平成 11 年度日本建築学会近畿支部研究報告集、pp.117-120 (1999).
- [12] M. Tsuji, Y. Nagano, M. Ohsaki, and K. Uetani : Optimum Design Method for High-Rise Building Frame with Viscous Dampers, Proc. 12th WCEE, CD-ROM, New Zealand (2000)
- [13] Caughey, T. K., 'Equivalent Linearization Techniques,' J. acous. soc. Am., 35, 1706-1711 (1963)
- [14] (財) 日本建築センター、時刻歴応答解析建築物性能評価業務方法書の変更に関するお知らせ（その 2）(2001.6.27) <http://www.bcej.or.jp/src/hyotei41.pdf>
- [15] 大阪市土木・建築物震災対策技術検討会報告書、平成 9 年 3 月
- [16] Wiegel (Editor), "Earthquake Engineering", Prentice Hall, pp.403-424
- [17] 建築耐震設計における保有耐力と変形性能(1990), 日本建築学会

Appendix SRSS 応答評価法及び ABS 応答評価法について

弾性せん断構造物に対する非減衰固有振動の支配式は次式のよう

$$(-\omega^{(r)2} \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{u}^{(r)} = \mathbf{0} \quad (\text{A-1})$$

ここで、 $\mathbf{M}$ は質量行列を、 $\mathbf{K}$ は剛性行列を表し、 $\omega^{(r)}$ と $\mathbf{u}^{(r)}$ はそれぞれ第 r 次固有円振動数と第 r 次固有ベクトルを表す。 N 層せん断型構造物では、 $\mathbf{M}$ の第 i 行 j 列成分 m_{ij} と $\mathbf{K}$ の第 i 行 j 列成分 k_{ij} はそれぞれ以下のようにになる。

$$m_{ij} = \begin{cases} m_i & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}, \quad k_{ij} = \begin{cases} k_i + k_{i+1} & (i=j) \\ -k_{i+1} & (i=j-1) \\ -k_i & (i=j+1) \\ 0 & (\text{in other cases}) \end{cases} \quad (\text{A-2a,b})$$

水平地動に対する第 r 次刺激係数は、次式のように書ける。

$$\nu^{(r)} = \frac{\mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{M} \mathbf{1}}{\mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{M} \mathbf{u}^{(1)}} = \frac{\sum_{j=1}^N m_j u_j^{(r)}}{\sum_{j=1}^N m_j u_j^{(r)2}} \quad (\text{A-3})$$

ここで、 $\mathbf{1}$ は各成分を 1 とするベクトルである。上添え字 T は転置を表す。水平地動 y_g を受けるときの第 j 層と第 $j-1$ 層の層間変位の時刻歴 $\delta_j(t)$ は、固有円振動数が $\omega^{(r)}$ で減衰定数が $h^{(r)}$ であるような一自由度系の地動 y_g に対する変位応答の時刻歴 $q^{(r)}(t)$ を用いて、以下のモード合成式により表すことができる。

$$\delta_j(t) = \sum_{r=1}^N \nu^{(r)} (u_j^{(r)} - u_{j-1}^{(r)}) q^{(r)}(t) \quad (\text{A-4})$$

ここで、 $u_j^{(r)}$ は $\mathbf{u}^{(r)}$ の第 j 行成分である。

SRSS 応答評価法は、 $\delta_j(t)$ の最大値 $\delta_{j\max}$ を、 $\delta_j(t)$ における各次のモード成分 $\nu^{(r)} (u_j^{(r)} - u_{j-1}^{(r)}) q^{(r)}(t)$ の最大値の二乗和平方により評価する方法であり、 $\delta_{j\max}$ は次式で表される。

$$\delta_{j\max} = \sqrt{\sum_{r=1}^N \{\nu^{(r)} (u_j^{(r)} - u_{j-1}^{(r)}) S_D^{(r)}\}^2} \quad (\text{A-5})$$

ここで、 $S_D^{(r)}$ は $q^{(r)}(t)$ の最大値であり、固有円振動数が $\omega^{(r)}$ で減衰定数が $h^{(r)}$ のときの変位応答スペクトルの値を表す。

一方、ABS 応答評価法は、 $\delta_{j\max}$ を、 $\nu^{(r)} (u_j^{(r)} - u_{j-1}^{(r)}) q^{(r)}(t)$ の最大値の絶対値和により評価する方法であり、 $\delta_{j\max}$ は次式で表される。

$$\delta_{j\max} = \sum_{r=1}^N \left| \nu^{(r)} (u_j^{(r)} - u_{j-1}^{(r)}) S_D^{(r)} \right| \quad (\text{A-6})$$

ABS 応答評価法は、その定義から明らかなように、時刻歴応答解析により得られる最大応答値の上界を与える。

(2001年11月8日原稿受理、2002年1月16日採用決定)