節付き場所打ちコンクリート杭の節部底面支持力算定式

BEARING CAPACITY FORMULAE FOR NODAL BASE
OF NODULAR CAST-IN-PLACE CONCRETE PILE

八尾 眞太郎*, 伊藤 淳志**, 桒井 健***, 伊藤 仁****

Shintaro YAO, Atsushi ITO, Takeshi MASUI

and Hitoshi ITO

The ultimate bearing capacity formulae for nodal base of nodular cast-in-place concrete pile were led using axisymmetric analytical model based on rigid-plastic theory. In this model ratio of projecting width of node to radius of pile shaft and earth pressure in circumferential direction were considered, so the formulae are useful for calculating the ultimate bearing capacity of circular base of nodular pile. The propriety of the formulae were examined by comparing the calculated values with the results of vertical loading tests on model nodular piles.

Keywords : Nodular pile, Ultimate bearing capacity, Skin resistance, Point resistance, Bearing capacity factor, Axial symmetry

節付き杭, 極限支持力, 周面抵抗, 先端抵抗, 支持力係数, 軸対称問題

1. はじめに

近年、建築物の高層化に伴って、大径の場所打ちコンクリート杭を使用する機会が増加している。しかし、大径の杭は構造的に有利な反面、排土量や鉄筋・コンクリート量などが増大し、コスト削減や近年の環境問題に対する動向などに反する面も生じている。

これらの問題を解決するための方策として、先端支持力の増大を図った拡底場所打ちコンクリート杭や、水平耐力の増大を図った拡頭場所打ちコンクリート杭などが採用されている。これらを鑑みると、図1のごとく場所打ちコンクリート杭の軸部に適当な間隔で拡径した節を設けることによって、周面支持力を増大させるとともに、排土量の減少やコンクリート量の削減を図ることも考えられる。

現在、上述したような節付き場所打ちコンクリート杭は使用されおらず、工場生産の節杭¹⁾を使用しているのが現状である。節杭の支持力機構に関しては、実験的研究として文献^{2~5)}、理論的研究として文献^{6~8)}等がある。特に、石堂^{6,7)}の研究は節杭の支持力機構を理論的に取り上げた最初のものであって、節部底面の極限支持力を2次元の剛塑性論に基づく Prandtl 系の支持力理論によって考察している。これらに対して、節付き場所打ちコンクリート杭の施工性や支持力機構に関する研究はまだ見られないが、工場生産の節杭とは異なることが予想される。

そこで筆者らは、節付き場所打ちコンクリート杭の開発および実用化を前提として、その支持力機構を解明するための研究を行っている。今回その手始めとして、石堂^{6,7)}が平面問題として導いた節部底面の極限支持力式を参考に、軸対称モデルによる極限支持力算定式を誘導したので、本論において報告する。

本論ではまず、節部底面の支持力算定式の誘導過程を示し、支持力係数式の提案を行う。次いで、杭先端の支持力についても、同様のモデルによって導いた算定式を示す。さらに、これらの算定式による理論値と模型実験結果との比較によって、算定式の妥当性の検討を行う。

なお、本論文の一部については文献⁹⁾において報告済みであることをお断りしておく。

図1 杭姿図

* 関西大学工学部建築学科 教授・工博

** 関西大学工学部建築学科 助教授・博士(工学)

*** 関西大学工学部建築学科 専任講師・博士(工学)

**** (株)銭高組 修士(工学)

Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kansai University, Dr. Eng.
Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kansai University, Dr. Eng.Lecturer, Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kansai University, Dr. Eng.
Zenitaka Corporation, M. Eng.

2. 節部底面の支持力式

軸部半径が R 、節部の突出幅が a の節付き場所打ちコンクリート杭について、地表面からの深さが l の節部底面における極限支持力の算定式を誘導する。モデル図を図 2 に示した。図 2(a) に示す微小な角度 $d\theta$ の範囲における節部底面（斜線部分）の支持力を Q_d とし、下部地盤の破壊形として、図 2(b) のごとく $\triangle ABC$ のくさび型領域と ABD の放射状領域（ BD は対数らせん線）を考える。節付き杭の周面支持力としては、節間隔が比較的小さい場合は節の外径に沿った円筒状の地盤のせん断抵抗が、節間隔がある程度大きい場合は節部底面の支圧抵抗が支配的と考えられる¹⁰⁾。本支持力算定式は後者の場合を対象としているが、前者との対応を考慮して AD 面での土圧の釣合をモデル化することとした。その際、軸対称条件の場合にも、平面問題と同様のすべり線が生じるものと仮定した。極限時には節部外周に発生するリングテンションによる地盤の緩みや、杭の半径方向に放射状のクラックの発生などが考えられるためである。 AD 面には受働土圧 p_r が、また円周方向には土圧 p_θ が作用しているものとする。 p_r としては、平面問題における Rankine や Coulomb の受働土圧、軸対称問題における球空洞押上げ理論や円柱空洞押上げ理論の極限内圧¹¹⁾などが考えられるが、ここでは式の簡便さを考慮して、Rankine の受働土圧を採用する。また、 p_θ は Q_d によって生じる円周方向の土圧を考慮したものである。

まず、 p_r を上載圧と粘着力の項 p_{qc} および土の自重の項 p_γ に分けると、 p_r は次式のように表される。

$$p_r = p_{qc} + p_\gamma = (qK + 2c\sqrt{K}) + \gamma zK \quad (1)$$

ただし、

$$K = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \quad (2)$$

ここに、 $q = \gamma l$ 、 c は粘着力、 γ は土の単位体積重量であって、 z は節部底面からの深さとする。したがって、 AD 面における p_r の合力 P_r は次式となる。

$$P_r = P_{qc} + P_\gamma \quad (3)$$

$$P_{qc} = p_{qc} r_1 (a + R) d\theta = r_1 (qK + 2c\sqrt{K}) (a + R) d\theta \quad (4)$$

$$P_\gamma = \int_0^{\eta} p_\gamma (a + R) d\theta dz = \frac{\gamma r_1^2 K}{2} (a + R) d\theta \quad (5)$$

ただし、

$$r_1 = r_0 e^\beta, \quad r_0 = \frac{a}{\cos \alpha} \quad (6)$$

$$\beta = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \tan \phi, \quad \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (7)$$

なお、 ϕ は土の内部摩擦角である。また、円周方向の土圧係数を K_θ とすると、 ABD 面に作用する p_θ の合力 P_θ は式(8)となる。ただし、式の簡便さを考慮して、作用面を $\triangle ABD$ として近似してある。

$$P_\theta = p_\theta \frac{ar_1}{2} = K_\theta \frac{Q_d}{\pi \{(R+a)^2 - R^2\} \frac{d\theta}{2\pi}} \frac{ar_1}{2} \quad (8)$$

ここで、 AB 面に働く垂直力を Q_N 、せん断力を Q_s 、 ABD で囲まれた土の重量を W_1 として、 ABD に作用する力の A 点に関するモー

図2 支持力モデル

メントの釣合を考えれば、以下の式が成り立つ。

$$Q_N \frac{x_0}{\cos \alpha} = P_{qc} \frac{r_1}{2} + P_\gamma \frac{2r_1}{3} - W_1 b - 2P_\theta \frac{d\theta}{2} z_0 + M_c \quad (9)$$

$$Q_s = Q_N \tan \phi + c A_0 \quad (10)$$

ここに、 x_0 は A 点から Q_N および Q_s の作用点（ AB 面の重心位置とする）までの水平距離、 z_0 は A 点から $\triangle ABD$ の重心位置までの深さ、 A_0 は AB 面の面積、 M_c は BD 面の粘着力 c によるモーメントであって、それぞれ次式となる。

$$x_0 = \frac{a(a+3R)}{3(a+2R)} \quad (11)$$

$$z_0 = \frac{r_0 \sin \alpha + r_1}{3} \quad (12)$$

$$A_0 = \frac{r_0}{2} (a+2R) d\theta \quad (13)$$

$$M_c = \frac{c(r_1^2 - r_0^2)}{4 \tan \phi} (a+2R) d\theta \quad (14)$$

また、 b は A 点から W_1 の作用点である ABD の土塊の重心位置までの水平距離である。

次に、 $\triangle ABC$ に作用する力の鉛直方向の釣り合いを考えると、節部底面の支持力 Q_d は次式で表される。

$$Q_d = Q_s \sin \alpha + Q_N \cos \alpha - W_2 \quad (15)$$

ただし、 W_2 は $\triangle ABC$ で囲まれた土の重量である。

したがって、式(9)、式(10)および式(15)より、 Q_d が次式のように得られる。

$$Q_d = (cN_{dc} + qN_{dq} + \gamma N_{dy}) d\theta \quad (16)$$

ここに、

$$N_{dc} = \frac{3a(a+R)(a+2R)e^{2\beta}\sqrt{K}\cos(\alpha-\phi)}{(a+3R)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta ae^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)} + \frac{3a(a+2R)^2(e^{2\beta}-1)\cos(\alpha-\phi)}{4\tan\phi\{(a+3R)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta ae^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} + \frac{a(a+2R)(a+3R)\sin\alpha\cos\phi}{2\{(a+3R)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta ae^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} \quad (17)$$

$$N_{dq} = \frac{3a(a+R)(a+2R)e^{2\beta}K\cos(\alpha-\phi)}{2\{(a+3R)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta ae^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} \quad (18)$$

$$N_{dy} = \frac{a^2(a+R)(a+2R)e^{3\beta}K\cos(\alpha-\phi)}{\cos\alpha\{(a+3R)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta ae^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} - \frac{\cos\alpha}{a} \frac{3(a+2R)\cos\alpha\cos(\alpha-\phi)W'_1b + a(a+3R)\cos\phi W'_2}{(a+3R)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta ae^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)} \quad (19)$$

ただし、 $W'_1 = W_1 / \gamma d\theta$ 、 $W'_2 = W_2 / \gamma d\theta$ とする。

以上より、式(16)の Q_d を θ について積分することによって、軸対称問題での節部底面の極限支持力 Q は次式となる。

$$Q = 2\pi(cN_{dc} + qN_{dq} + \gamma N_{dy}) \quad (20)$$

ここで検討の結果、 W'_1 と W'_2 は Q にほとんど影響しないため、これらを見捨て式(20)の両辺を節部底面積で割り、さらに $\omega = a/R$ と置き換えて無次元化すると、単位面積当たりの支持力 q_d が次式のように得られる。

$$q_d = \frac{Q}{\pi\{(R+a)^2 - R^2\}} = cN_c + qN_q + a\gamma N_\gamma \quad (21)$$

ここに、

$$N_c = \frac{6(\omega+1)e^{2\beta}\sqrt{K}\cos(\alpha-\phi) + (\omega+3)\sin\alpha\cos\phi}{(\omega+3)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta\omega e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)} + \frac{3(\omega+2)(e^{2\beta}-1)\cos(\alpha-\phi)}{2\tan\phi\{(\omega+3)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta\omega e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} \quad (22)$$

$$N_q = \frac{3(\omega+1)e^{2\beta}K\cos(\alpha-\phi)}{(\omega+3)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta\omega e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)} \quad (23)$$

$$N_\gamma = \frac{2(\omega+1)e^{3\beta}K\cos(\alpha-\phi)}{\cos\alpha\{(\omega+3)\cos\alpha\cos\phi + K_\theta\omega e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} \quad (24)$$

式(22)～式(24)の支持力係数 N_c 、 N_q および N_γ と ϕ との関係として、 $K_\theta = 0$ および 0.5 、 $\omega = 0.25$ および 0.5 の場合を図3～図5に示した。また、 $\phi = 35^\circ$ 、 $K_\theta = 0$ の場合の各支持力係数と ω との関係を図6に、 $\phi = 35^\circ$ 、 $\omega = 0.5$ の場合の各支持力係数と K_θ との関係を図7に示した。なお、図6における $\omega = 0$ での各支持力

図3 支持力係数 N_c

図4 支持力係数 N_q

図5 支持力係数 N_γ

 図6 支持力係数 ($\phi=35^\circ$, $K_\theta=0$)

 図7 支持力係数 ($\phi=35^\circ$, $\omega=0.5$)

係数の値は $R=\infty$ の場合を意味しており、布基礎に相当している。また、 $\omega=\infty$ とすると $R=0$ を意味し、次節で述べるように円形基礎の場合に相当している。

3. 杭先端の支持力式

前節で誘導した節部底面の支持力算定式と同様に、図2において $R=0$ とした軸対象モデルを用いて、杭先端の極限支持力算定式を求めた。結果として、杭先端での単位面積当たりの支持力 q_p は次式となる。

$$q_p = cN_{pc} + qN_{pq} + a\gamma N_{py} \quad (25)$$

ここに、

$$N_{pc} = \frac{6e^{2\beta}\sqrt{K}\cos(\alpha-\phi) + \sin\alpha\cos\phi}{\cos\alpha\cos\phi + K_\theta e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)} + \frac{3(e^{2\beta}-1)\cos(\alpha-\phi)}{2\tan\phi\{\cos\alpha\cos\phi + K_\theta e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} \quad (26)$$

$$N_{pq} = \frac{3e^{2\beta}K\cos(\alpha-\phi)}{\cos\alpha\cos\phi + K_\theta e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)} \quad (27)$$

$$N_{py} = \frac{2e^{3\beta}K\cos(\alpha-\phi)}{\cos\alpha\{\cos\alpha\cos\phi + K_\theta e^\beta(\sin\alpha + e^\beta)\cos(\alpha-\phi)\}} \quad (28)$$

ただし、式(25)において a は杭先端の半径を表す。また、式(26)～式(28)の各支持力係数は、前節での式(22)～式(24)において ω を

 図8 支持力係数 N_{pc}

 図9 支持力係数 N_{pq}

 図10 支持力係数 N_{py}

無限大とした式に一致していることが分かる。図 8～図 10 に支持力係数と ϕ との関係を、 $K_0 = 0, 0.1$ および 0.2 の場合について示しておいた。

ここで、本論の支持力算定式による円形基礎 ($\omega = \infty$ の場合) および布基礎 ($\omega = 0$ の場合) の各支持力係数について、建築基礎構造設計指針¹²⁾ (以下、指針と略称) で提示されている支持力係数との比較を行う。同文献での支持力式は直接基礎に関する Terzaghi の支持力式¹³⁾ に基づいており、単位面積当たりの支持力 q_u は次式となる。

$$q_u = a_1 c N_c + \gamma D_f N_q + a_2 \gamma B N_\gamma \quad (29)$$

ここに、

$$N_q = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} e^{\pi \tan \phi} \quad (30)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (31)$$

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4\phi) \quad (32)$$

なお、 B は基礎幅、 D_f は基礎根入れ深さであって、 γD_f は本論での q に相当する。また、 a_1 および a_2 は形状係数で、

$$\text{円形基礎の場合} : a_1 = 1.2, a_2 = 0.3 \quad (33)$$

$$\text{布基礎の場合} : a_1 = 1.0, a_2 = 0.5 \quad (34)$$

となる。

図 11～図 13 に、本論と指針の支持力係数を比較して示した。ただし、本論の値は $K_0 = 0$ としてあり、指針は形状係数を掛けた値としてある。図 11 の N_c および図 12 の布基礎の N_q については、 $\phi = 30 \sim 40^\circ$ の範囲において本論と指針との値が概ね一致しているが、その他については本論の方が大きくなる結果となった。

4. 理論値と実験値との比較

式(21)の節部底面支持力式および式(25)の杭先端支持力式によって、模型節付き杭の鉛直載荷実験¹⁰⁾を対象とした理論計算を行い、実験結果との比較検討を行った。実験に用いた杭はアルミニウム製で、図 14 に示すごとく軸部径 40mm (肉厚 3mm)、節部径 60mm、節の厚さ 20mm であって、根入れ長さ 600mm に対して節数が 3 個 (節間隔 240mm)、5 個 (同 120mm) および 9 個 (同 60mm) の 3 種類がある。なお、軸部内面には、図 14 に示す位置に軸方向力測定のためのひずみゲージを貼り付けてある。地盤は粒径 1.2mm 以下の淀川砂を用いて、直径 1480mm、高さ 1800mm の土槽内に圧力水によるボイリングによって作製した。結果として、相対密度約 35 % ($\gamma = 0.0145 \text{ N/cm}^3$) の地盤となっている。載荷は荷重制御による 1 サイクル方式で、杭頭沈下量が 40mm 以上となるまで載荷した。なお、実験の詳細については文献¹⁰⁾を参照されたい。

節部底面支持力 Q について、節数が 3 個の場合の実験値と理論値との比較図を図 15 に示した。節数が 5 個および 9 個の場合は、節部底面の支持力が極限值に達する以前に、節の外径に沿う地盤に円筒状のせん断滑りが起こっていたものと考えられたため除外した。ここで実験値は、最大荷重時の各節上下の軸方向力差を採用してある。なお、横軸は地盤の粘着力 c とした。実験地盤については、三軸圧縮試験によって $\phi = 34^\circ$ 、 $c = 0.5 \text{ N/cm}^2$ を得ているが、 c についてはある程度試験誤差があると考えられたため、理論値は c

図11 支持力係数 N_c

図12 支持力係数 N_q

図13 支持力係数 N_γ

$= 0 \sim 0.5 \text{ N/cm}^2$ の範囲で算定した。また、2節でも述べたごとく、極限時の地盤の破壊領域、特に地表面付近においては、放射状のクラックなどが生じることを想定して、 $K_\theta = 0$ としてある。同図において、深さ 7cm (上段の節部底面) および 31cm (中段の節部底面) の理論値は、 $c = 0.4 \text{ N/cm}^2$ で実験値と

図14 模型杭姿図 (単位: mm)

よい一致を示しているが、深さ 55cm (下段の節部底面) については実験値に他の深さとは傾向の違いがあり、 K_θ が増加する傾向あるいは $c = 0.1 \text{ N/cm}^2$ 付近で理論値が一致していることが分かる。

図 16 に杭先端支持力 R_p の理論値と実験値とを比較して示した。同図では、 $K_\theta = 0$ および 0.1 の場合の理論値を併記してある。理論値は c および K_θ にかかなり影響されるが、これらの値を適切に評価できれば、十分に適用できるといえる。

5. まとめ

以上本論では、節付き場所打ちコンクリート杭を想定して、軸対称モデルによる節部底面の極限支持力算定式を誘導した。また、模型実験結果との比較によって、算定式の妥当性を確認した。本算定式の特徴を挙げると以下のとおりである。

①本算定式は、軸対称問題の特徴を有しており、軸部半径に対する節の突出幅の比 ω および節部底面下部地盤の円周方向土圧 (土圧係数 K_θ) を考慮していることから、従来の平面問題に基づいた支持力式より適用性が高いものと言える。

②本算定式は、 $\omega = 0$ の場合は布基礎に、また $\omega = \infty$ の場合は円形基礎に相当しており、杭先端の極限支持力式としても適用できる。このことは、従来の円形基礎に対する形状係数による補正を理論的に解明する糸口を与えている。

なお、 K_θ については、極限状態において節部下部地盤のリングテンションによる緩みなどによって比較的小さい値と考えられるが、現時点では定量的に評価しがたい。今後、支持力モデルの検討も含めて、実験やシミュレーション解析などによって明らかにしたい。

本研究は平成 13 年度の中小企業総合事業団が募集した「課題対応技術革新促進事業 (課題対応新技術研究開発事業)」に関して太平洋組株式会社 (共同研究体: 地建工業株式会社) がプロジェクト名「リブ付場所打ちコンクリート杭に関する研究開発」について採択を受け、その一環として実施したものである。

参考文献

- 1) 藪内貞男: 摩擦杭 (節付き), 基礎工, Vol.11, No.6, pp.36 ~ 44, 1983.6
- 2) Mohan, D., Murthy, V.N.S. and Jain, G.S.: Design and Construction of Multi-Under-Reamed Piles, Proc. of 7th ICSMFE, Vol.2, pp.183-186, 1969
- 3) 山肩邦男, 平尾幸太郎, 大杉富美一: 節杭の鉛直支持力, 第 17 回土質

図15 節部底面支持力 ($K_\theta = 0$)

図16 杭先端支持力

工学研究発表会, pp.2101 ~ 2104, 1982.5

- 4) 小椋仁志, 山肩邦男, 岸田英明: 模型実験による節付き円筒杭の支持力特性の検討, 日本建築学会構造系論文報告集, No.374, pp.87 ~ 97, 1987.4
- 5) 藪内貞男, 山下啓明, 上紺屋好行, 平山英喜: 砂中の節杭・コルゲート杭のモデル実験, 第 26 回土質工学研究発表会, pp.1351 ~ 1354, 1991.7
- 6) 石堂稔: 砂地盤における節杭の支持力, 九州産業大学工学部研究報告, 第 6 号, pp.40 ~ 50, 1969.5
- 7) 石堂稔: 粘性土中の節杭の支持力, 九州産業大学工学部研究報告, 第 8 号, pp.12 ~ 23, 1971.6
- 8) 小椋仁志, 山肩邦男: 節杭の荷重～沈下量関係の理論解析手法, 日本建築学会構造系論文報告集, No.393, pp.152 ~ 164, 1988.11
- 9) 伊藤 仁, 八尾眞太郎, 伊藤淳志, 榊井 健: 異形場所打ちコンクリート杭の節部底面支持力算定式について, 日本建築学会大会, B-1, pp.549 ~ 550, 2000.9
- 10) 伊藤淳志, 八尾眞太郎, 榊井 健, 伊藤 仁: 異形場所打ちコンクリート杭の鉛直支持力特性, 第 36 回地盤工学研究発表会, pp.1583 ~ 1584, 2001.6
- 11) 土質工学会: 杭基礎の設計法とその解説, pp.269 ~ 277, 1985.12
- 12) 日本建築学会: 建築基礎構造設計指針, pp.105 ~ 109, 2001.10
- 13) Terzaghi, K.: Theoretical Soil Mechanics, pp.118-134, John Wiley & sons, 1943
- 14) 八尾眞太郎, 伊藤淳志, 伊藤 仁: 砂地盤における異形杭の鉛直荷重～沈下性状に関する模型実験, 日本建築学会大会, B-1, pp.551 ~ 552, 2000.9

(2001年7月9日原稿受理, 2002年3月5日採用決定)