地震下における骨組の変形応答に及ぼす P-Δ 効果の影響

INFLUENCE OF P-Δ EFFECT ON DEFORMATION RESPONSES OF FRAMES SUBJECTED TO EARTHQUAKES

石鍋 雄一郎*, 半 貫 敏 夫**, 秋 山 宏***

Yuichiro ISHINABE, Toshio HANNUKI and Hiroshi AKIYAMA

The influence of P-Δ effect on structural performance of lumped mass models subjected to earthquakes was discussed. While the stability factor θ (the ratio of the equivalent stiffness to the elastic stiffness of structures) is a general parameter which expresses P-Δ effect, it had been made clear that the stability ratio τ which conveys the information of the critical deformation responses is more appropriate than θ as a parameter to express P-Δ effect. τ is the ratio of the actual θ to θ in case when structures collapse just at the end of earthquake if the plastic energy consumption is one-sided.

Numerical analyses of earthquake responses of lumped mass models were performed parametrically, and the results are summarized as follows:

- a) Increase of damage of a structure by P-Δ effect can be expressed in terms of τ .
- b) The maximum plastic deformation of a structure under the influence of P-Δ effect can be expressed in terms of τ . Empirical formula for average deformation response were presented.
- d) As a value corresponds to the collapse of frames, the critical stability ratio was presented.

Keywords : P-Δ effect, stability factor, stability ratio, energy balance

P-Δ 効果, 安定係数, 安定比, エネルギー釣合

1. はじめに

鉛直荷重と水平変位の積で表される P-Δ 効果は, 通常の設計では無視されているのが実情であるが, 構造物の倒壊につながる重要な量である。骨組レベルの P-Δ 効果は, 負の剛性を持つ弾性バネの効果と同等であることがすでに明らかにされており, 骨組の水平変位が大きくなると, この負の剛性を持つバネに負のエネルギーが蓄積され, 構造物のエネルギー吸収能力が損なわれることになる。

また, この P-Δ 効果を考慮することにより, この P-Δ バネの負の剛性分だけ, 構造物の剛性が低下する。塑性域においては完全弾塑性型復元力特性などの場合, 剛性が負になることもある。これにより, 地震時の塑性変形が片側に偏りやすくなり, 最大変形量も P-Δ 効果は無視したときよりも増大する。

2. P-Δ 効果

水平変位 x を生じた骨組は, 図 1 のように鉛直荷重 Mg の作用により, 付加的なせん断力 ΔQ が構造物の復元力と逆方向に作用し, 構造物の水平抵抗力を損なうことになる。ここで ΔQ は式(1)のように表現できる。

図 1 P-Δ 効果

$$\Delta Q = \frac{Mg}{H} x \quad (1)$$

式(1)より明らかなように, 水平変位 x に比例する量である。したがって, P-Δ 効果は負の弾性剛性を持つバネの効果と同等とみなすことができる。P-Δ 効果を考慮した構造物の単調増加荷重-変位関係は図 2 のようになる。図において $Q=0$ になる時, つまり構造物の復元力と P-Δ 効果による付加的な層せん断力が等しくなったときに終局状態 (倒壊) である。

図 2 P-Δ 効果を考慮した荷重-変形関係

Housner¹⁾は, 構造物の塑性崩壊の要因として, 塑性ひずみエネルギーの累積による“疲労崩壊”に加え, 一方向に偏ったエネルギー (正負の荷重領域における吸収エネルギーの差分) と P-Δ 効果によってなされた仕事の和が内部仕事量を上回った時に構造物が倒壊することを指摘し, 倒壊に及ぼす P-Δ 効果の影響の解析的表現を明快に提案している。

* 日本大学大学院理工学研究科建築学専攻 大学院生

** 日本大学理工学部建築学科 教授・工博

*** 日本大学総合科学研究所 教授・工博

Graduate Student, Architecture Major, Graduate School of Science and Technology, Nihon Univ.

Prof., Dept. of Architecture, College of Science and Technology, Nihon Univ., Dr. Eng.

Prof., University Research Center, Nihon Univ., Dr. Eng.

P-Δ効果を表すパラメータとしては、P-Δ効果による等価バネの剛性 $Mg/H (=k_{PA})$ と構造物の弾性剛性の比がよく用いられ、この比は安定係数 θ と呼ばれる。この安定係数 θ を用いP-Δ効果と応答特性の対応関係を見出すことが試みられてきた。安定係数は次のように表現される。

$$\theta = \frac{k_{PA}}{k} = \frac{Mg}{kH} \quad (2)$$

秋山²⁾は、単調加力下の層せん断力-層間変位関係（スケルトンカーブ）をP-Δ効果を含んだものにしており、履歴則においてはP-Δ効果を無視しても、履歴則においてP-Δ効果を考慮した場合と同等の応答が得られることを示している。これにより骨組が復元力を失って倒壊するまでのエネルギー吸収能力が評価でき、安定係数をパラメータとして、P-Δ効果による構造物のエネルギー吸収能力の低下を定量化し、P-Δ効果を保証するための所要強度の割増率を明らかにしている。

Bernal³⁾は過去のいくつかの地震動記録を用いた解析を元に、ある安定係数 ($0.025 \leq \theta \leq 0.2$) でP-Δ効果を考慮した時に目標とする塑性率 (1, 2, 3, 4, 5, 6) となるような強度と、P-Δ効果を無視した時にその塑性率となるための強度の比を統計的平均値の形で示した。曾我部⁴⁾は、安定係数を層モーメントとP-Δ効果による付加曲げモーメントの比として表現している。これは式(2)の形に塑性率を導入した表現である。この安定係数を用いてP-Δ効果を考慮した時の最大応答変形の増大率の推定式を示した。また、せん断型多層骨組モデルによる検討では、下層部において変位の増大率が顕著であることを指摘している。

この安定係数は異なる地震入力エネルギー、換言すれば想定する累積塑性変形倍率の影響を表現できない。上の報告においては安定係数と共に副次的なパラメータとして塑性率を導入している。山崎⁵⁾は、累積塑性ひずみエネルギーが完全に片側に偏った場合にちょうど復元力が0になるような安定係数を θ_{cr} と定義し、 θ と θ_{cr} の比を安定比 τ として、 $0 \leq \tau \leq 1$ の範囲において τ がP-Δ効果の影響を検討する際の指標として有効であることを示している。完全弾塑性系の θ_{cr} と安定比 τ は次のように表現される。

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2\eta + 1} \quad (3)$$

$$\tau = \frac{\theta}{\theta_{cr}} = \theta(2\eta + 1) \quad (4)$$

ここで η は、累積塑性変形倍率、すなわち入力エネルギーあるいは構造物の損傷（累積塑性ひずみエネルギー）を降伏層せん断力 Q_y と降伏変形 δ_y の積で除した無次元量である。

山崎らの研究においては、P-Δ効果を考慮した系の応答を、それを無視した時との相対関係ではなく、安定比 τ に対する応答塑性率の増大を直接的に評価できるように整理している。

本報ではエネルギーの釣合を論理展開のベースに置き、応答塑性率の幅を生じさせる因子を示し、より一般的、平均的な意味での応答性状と安定比 τ の関係を明らかにし、倒壊現象との関連も考察する。本報では、第1歩として数値解析のモデルとしては1質点系で、復元力特性は全ての基準になるとされる完全弾塑性型に限定する。

また、文献6、7のような鉛直地震動が水平変位応答に与える影響についての諸研究、また上谷⁶⁾による、多層骨組の下層部の特

定の領域への変形集中に関する研究なども、P-Δ効果に深い関わりのある重要な研究である。

3. 最大変形の直接的評価手法

構造物の非線形応答を扱う場合、1つの地震動による構造物への入力エネルギー総量 E は、その総質量、1次固有周期に依存し強度、剛性、質量分布によらない安定量⁷⁾で、その釣合は次式で表される。

$$W_e + W_h + W_p = E \quad (5)$$

ここで W_e : 弾性振動エネルギー

W_h : 減衰による吸収エネルギー

W_p : 累積塑性ひずみエネルギー

いま、 W_e と W_h を無視すれば、 W_p あるいはその無次元量である累積塑性変形倍率 η は既知量であると言える。それに対して、正負の最大塑性変形倍率 μ_m （塑性率から1減じたもの）は、例えば完全弾塑性型の復元力特性を考えた場合、0から η の間でばらつく量であり、次のような表現ができる。

$$1 \leq \frac{\eta}{\mu_m} \quad (6)$$

μ_m が小さければ η/μ_m は無限に大きくなる可能性があるが、一般的に地震動の継続時間や振動のサイクル数を考えれば、もっと狭い範囲で η/μ_m を捉えることができる。文献10により、完全弾塑性型の復元力特性をもつ骨組に、弾性に止まる要素を付加すれば η/μ_m は弾性要素の負担層せん断力の増大にしたがって平均的に8程度まで上昇することが明らかにされている。P-Δ効果とは、このような弾性要素の付加とは逆の効果であり、P-Δ効果により η/μ_m がどの程度低下するかを評価することが焦点になる。

以下でP-Δ効果を考慮したときの最大変形を、安定比 τ の関数として直接的に予測することを試みる。それにより倒壊に対する評価も可能になる。手順は次のようなものである。

まず、入力エネルギーとしての累積塑性変形倍率 η （P-Δ効果を無視した時の損傷としての η と一致する）があらかじめ設定した値となるように入力地震動の加速度を増大させ、そのエネルギー入力の下で強度は一定にし想定した範囲で安定比を変化させて応答解析を行う。解析結果から、何らかのパラメータで η/μ_m を関数化する。P-Δ効果を無視した場合には、この時点で地震による入力エネルギーが既知であれば、 μ_m が評価でき、以下のような形で最大変形が検討できる。ここでの η は損傷としての累積塑性変形倍率、すなわち W_p の無次元量を意味している。

$$W_p = Q_y \delta_y \eta = E \rightarrow \eta = \frac{E}{Q_y \delta_y} = \left(\frac{\eta}{\mu_m} \right) \mu_m$$

$$\therefore \mu_m = \frac{E}{Q_y \delta_y} \left(\frac{\eta}{\mu_m} \right)^{-1} = \left(\frac{\eta}{\mu_m} \right)^{-1} \eta \quad (7)$$

ところが、P-Δ効果によるバネは負の剛性をもち、負のエネルギーを蓄積する。その分だけ構造物のエネルギー吸収能力が減少し、入力エネルギーが等しければ、損傷が増大することになる。したがって地動によるエネルギー入力は安定した量であるが、この負のエネルギーの蓄積量が未知であれば、損傷の評価は不可能である。

P-Δ効果を考慮した場合には、地震終了後の弾性振動エネルギーを無視すれば、式(8)のように最終的に負の弾性バネが蓄えている

負のエネルギー W_{PA} と地震による入力エネルギー E の和が構造物の損傷である累積塑性ひずみエネルギー W_p となる。

$$W_p = E + W_{PA} = E + \frac{k_{PA}}{2} \delta_r^2 = E + \frac{Mg\delta_r^2}{2H} \quad (8)$$

ここで E : 総入力エネルギー

δ_r : 残留変形

したがって最大変形を検討するには η/μ_m だけでなく残留変形、言い換えれば累積塑性変形の偏りも評価して損傷の増大量を把握する必要がある。また、文献 11 によれば前出の文献 10 と同様な弾塑性系への弾性要素の付加により、残留変形が減少する傾向が明らかにされている。このことにより、負の弾性効果を表現する安定比によって残留変形が表現し得ることが示唆される。

残留変形 δ_r に対応する構造物の累積塑性変形倍率の増大量 η_{inc} は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{k_{PA}\delta_r^2}{2} &= Q_y \delta_y \cdot \eta_{inc} = k\delta_y^2 \cdot \eta_{inc} \\ \eta_{inc} &= \frac{1}{2} \frac{k_{PA}}{k} \left(\frac{\delta_r}{\delta_y} \right)^2 = \frac{\Delta\eta^2}{2} \theta = \frac{\Delta\eta^2}{2(2\eta+1)} \tau \end{aligned} \quad (9)$$

ここで $\Delta\eta$: 残留変形倍率 ($=\delta_r/\delta_y$)

結局、入力エネルギーの無次元量としての累積塑性変形倍率を η_E と定義すれば、構造物の損傷としての累積塑性変形倍率 η_D は次のように表現できる。

$$\eta_D = \eta_E + \eta_{inc} = \eta + \frac{\Delta\eta^2}{2(2\eta+1)} \tau \quad (10)$$

η/μ_m と $\Delta\eta$ はいずれも塑性変形倍率の偏り $\mu_m/\bar{\mu}$ (μ_m は正負の塑性変形倍率の大きいほうの値を、 $\bar{\mu}$ は塑性変形倍率の正負の平均を表す。)と安定比 τ の関数で表現することが可能と思われる。これらの値を次のような関数として定義しておく。

$$\left(\frac{\eta_D}{\mu_m} \right) = f_1 \left(\frac{\mu_m}{\bar{\mu}}, \tau \right) \quad (11)$$

$$\Delta\eta = f_2 \left(\frac{\mu_m}{\bar{\mu}}, \tau \right) \quad (12)$$

また、 $\mu_m/\bar{\mu}$ も安定比 τ と関連があるので

$$\left(\frac{\mu_m}{\bar{\mu}} \right) = f_3(\tau) \quad (13)$$

と定義しておけば、式(11)(12)はそれぞれ

$$\left(\frac{\eta_D}{\mu_m} \right) = f_1 \{ f_3(\tau), \tau \} = F_1(\tau) \quad (14)$$

$$\Delta\eta = f_2 \{ f_3(\tau), \tau \} = F_2(\tau) \quad (15)$$

と表現できる。式(15)を式(10)に代入すれば、 η_D は、

$$\eta_D = \eta_E + \frac{F_2(\tau)^2}{2(2\eta+1)} \tau \quad (16)$$

と表現できる。式(16)を式(6)に代入すれば、最大塑性変形倍率 μ_m は、

$$\mu_m = \frac{\eta_E + \frac{F_2(\tau)^2}{2(2\eta+1)} \tau}{F_1(\tau)} \quad (17)$$

と表せるので、最大変形の評価が可能となる。

4. 地震応答解析

4. 1 解析対象

本報においては、弾性固有周期が 0.33~4[s] の 1 質点モデルについて地震応答解析を行った。

解析に用いた地震記録は、El Centro-NS, 八戸-EW, 神戸海洋気象台-NS の 3 種類である。解析方法は線形加速度法(時間刻み 0.00125[s])を用いた。構造物の復元力特性は完全弾塑性を仮定した。減衰は考慮していない。P- Δ 効果のパラメータは以下のように設定した；

$$\theta = 0, 1/(4\eta), 2/(4\eta), 3/(4\eta), 4/(4\eta)$$

安定比 τ で表現すれば式(4)より、おおよそ以下の値に相当する。

$$\tau \approx 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$$

文献 5 においては安定比の範囲は $0 \leq \tau \leq 1$ であり、 $\tau=1$ において塑性変形が完全に片側に偏るとされているが、やや安全側に過ぎると思われるため、安定比の範囲を拡張した。

設定する入力エネルギーとしての η_E は 10, 20, 30, 40 とした。

4. 2 η/μ_m

図 3 に $\mu_m/\bar{\mu}$ と η/μ_m の関係を示す。この 2 つの値には密接な関係があることが分かる。 $\mu_m/\bar{\mu}$ が小さい範囲では、 η/μ_m は τ に関わらず、 $\mu_m/\bar{\mu}$ のみの関数で表すことができ、 $\mu_m/\bar{\mu}$ が大きくなるにつれて、安定比が大きいほど η/μ_m の低下が助長される傾向が見られる。

代表的な値は次のように表現できる。

$$\left(\frac{\eta_D}{\mu_m} \right) = F_1(\tau) = - \left(\frac{\tau+11}{2} \right) \left(\frac{\mu_m}{\bar{\mu}} - 1 \right) + 8 = - \left(\frac{\tau+11}{2} \right) (f_3(\tau) - 1) + 8 \quad (18)$$

4. 3 累積塑性変形の偏り

塑性変形倍率の偏り $\mu_m/\bar{\mu}$ と累積塑性変形の偏り $\eta_m/\bar{\eta}$ (η_m は正負の累積塑性変形倍率の大きいほうの値を、 $\bar{\eta}$ は平均を示す)には正の相関がある(図 4)。また安定比が大なるほど、一定の塑性変形の偏りにおいて、より累積塑性変形の片寄りが助長されることが分かる。平均的な応答について、 $\eta_m/\bar{\eta}$ に対する $\mu_m/\bar{\mu}$ と安定比 τ の影響は次のように表現できる。

$$\frac{\eta_m}{\bar{\eta}} = 1.15 + 0.3(\tau + 0.5) \left(\frac{\mu_m}{\bar{\mu}} - 1 \right)^2 \quad (19)$$

また、

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\eta_m}{\bar{\eta}} - 1 \quad (20)$$

なる関係を用いれば、残留変形倍率 $\Delta\eta$ は次のように得られる。

$$\Delta\eta = F_2(\tau) = (\eta_E + \eta_{inc}) \left\{ 0.15 + 0.3(\tau + 0.5)(f_3(\tau) - 1)^2 \right\} \quad (21)$$

4. 4 $\mu_m/\bar{\mu}$ の実際

$\mu_m/\bar{\mu}$ は非常にバラツキの大きい量であり、 $\tau=0$ でも極大値で

ある 2.0 を採り得るが、平均的には τ と正の相関性があり、次のように表現できる。

$$\mu_m / \bar{\mu} = f_3(\tau) = 1.6 + 0.2\tau \quad (22)$$

η / μ_m と累積塑性変形倍率の偏りは安定比と $\mu_m / \bar{\mu}$ に対して良好な相関性を示すことを述べた。したがって、同一の安定比における応答のバラツキは $\mu_m / \bar{\mu}$ の影響であることが分かる。

5. 最大変形の評価

式(22)を式(18) (21)にそれぞれ代入すれば、

$$\left(\frac{\eta}{\mu_m} \right) = F_1(\tau) = -\frac{1}{8}(\tau^2 + 13\tau + 22) + 8 \approx 5.25 - 1.875\tau \quad (23)$$

$$\Delta\eta = F_2(\tau) \approx 0.04(\eta_E + \eta_{inc})(3\tau^2 + 3\tau + 5) \quad (24)$$

が得られる。これらを式(17)に代入し、式(9)を用いれば、次のように最大変形の直接的表現が得られる。

$$\mu_m = \frac{\eta_E}{5.25 - 1.875\tau} + \frac{\tau^3 \eta_E}{8(5.25 - 1.875\tau)} \quad (25)$$

図 5 に式(25)と実応答の隔たりを示す。

図 3 η / μ_m と $\bar{\mu} / \mu_m$ の相関性

図 4 累積塑性変形倍率の偏りと $\bar{\mu} / \mu_m$ の相関性

図 5 式(25)と実応答値の比較 ($\eta_E = 10, 20$)

バラツキは非常に大きい、いずれの場合においても、式(25)の値は平均的な応答における最大変形を示唆していることがわかる。

6. 倒壊に対する評価

P-Δ効果による負のバネにより復元力が失われたとき、すなわち倒壊となる(図2)。倒壊限界変位 δ_u は次のように表現できる。

$$k\delta_y = k_{PA}\delta_u \rightarrow \delta_u = \frac{k}{k_{PA}}\delta_y = \frac{\delta_y}{\theta} \quad (26)$$

平均的な応答に対しての倒壊限界安定比 τ_u を考える。式(25)を簡単の為、式(27)のように書き換える。この近似関数は $0 \leq \tau \leq 2.0$ の範囲でほぼ式(25)の値を上回る値を示す(応答が安定しない τ が小さい範囲の値をやや強調している)。

$$\mu_m = \eta_E(0.3 + 0.05\tau^4) \quad (27)$$

ここで、最大変形の極大値を平均値の2倍と仮定すれば、

$$\delta_u > 2\delta_m \rightarrow \frac{\delta_y}{\theta} > 2\delta_y(\mu_m + 1) \quad (28)$$

なる安定条件が成り立つ。これを展開すれば倒壊限界安定比 τ_u が求められる。

$$\frac{\delta_y}{\theta} > 2\delta_y(\mu_m + 1)$$

$$\frac{\tau}{(2\eta_E + 1)} < \frac{1}{2\eta_E(0.3 + 0.05\tau^4) + 1}$$

簡単のため、式を次のように変形する。

$$\tau < \frac{1}{(0.3 + 0.05\tau^4)}$$

$$\therefore \tau_u < 1.59 \quad (29)$$

この値は、平均的な応答に対しての限界値である。数値解析では例えば $\tau = 1.5$ 、 $\eta = 40$ の場合倒壊したケースは6.25%あった。 $\tau = 2.0$ で $\eta = 40$ の場合、およそ1/3のケースで崩壊に至っている。

100%の信頼性で非倒壊となるための安定比の条件は入力エネルギーを固定すれば、 $\tau < 1.0$ であるが、P-Δ効果を考慮することにより構造物全体としての剛性が低下するため、固有周期が、

$$\frac{T_{PA}}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\theta}} \quad (30)$$

ここで T_{PA} : P-Δ効果を考慮したときの固有周期

T_0 : P-Δ効果を無視したときの固有周期

のように伸びて、P-Δ効果を無視したときと考慮したときで入力エネルギーが変化し、実効値という意味での安定比と想定したそれとの間にズレが生じることがある。過去の主要な地震動のエネルギースペクトルをみると固有周期が1秒程度までは右上がりに増大するという形のものが多く、したがってこの周期帯においてはP-Δ効果によりエネルギー入力が増大すると考えるのが实际的である。本解析においても $T=0.33[s]$ の場合に、 $\tau=1.0$ でも倒壊に至った例があった。そのため、短周期領域ではP-Δ効果による入力エネルギーの増大を考慮し、安定比を修正する必要があると思われる。しかしながら、固有周期が1秒以下のような低層建物においてはP-Δ効果はあまり大きくならない(安定比が大きくならない)こともまた事実であるため、ここでは安定比の割増については言及しない。

7. まとめ

完全弾塑性系に復元力特性を限定した、1質点系による解析的検討から以下のような知見を得た。

- 1)地震動により構造物に投入されるエネルギーは、ある程度の非線形性を伴えば、1次固有周期と総質量に依存する安定した量であるが、それに対して最大変形は非常にバラツキの大きい量である。このバラツキの要因としては、P-Δ効果や、地震動のスペクトル特性なども考えられる。本報では特にP-Δ効果について考察した。
- 2)P-Δ効果を表現するパラメータとしては、山崎らにより提案された安定比が有効であることを確認した。安定比とは、塑性変形が完全に片側に偏った場合に、地震終了後にちょうど復元力を失うような安定係数に対する実際の安定係数の比である。また、山崎らによれば安定比の範囲は $0 \leq \tau \leq 1$ であるが、安全側に過ぎると思われるため、本報において安定比の範囲を拡張して検討を行った。
- 3)地震動による入力エネルギーは安定した量であるが、P-Δ効果を考慮すれば負の弾性剛性を持つバネが負のエネルギーを蓄積し、入力エネルギーを一定とすればP-Δ効果を無視した時よりも損傷が増大することになる。構造物が吸収しなければならないエネルギー量は、地動による入力エネルギーと地震終了時に負の弾性バネが蓄えている、負のエネルギーの和となる。この付加的エネルギーの評価は残留変形の評価と同義である。残留変形の大小は塑性変形の偏りに依存し、また塑性変形の偏りは安定比に依存する。すなわち、損傷の増大量は安定比の関数で表せる。
- 4)損傷と最大変形の関係も、安定比を介した一定の関係で結びつけられる。入力エネルギーは安定量であり、負のエネルギー蓄積量も安定比により評価可能であるから、構造物の全損傷量が推定できる。その上で上述の関係をを用いれば、最大変形の評価が可能である。
- 5)安定比により、最大変形の直接的な評価が可能となれば、安定比と構造物の倒壊現象を直接的に結びつけることが可能である。ここでは、平均的な応答についての倒壊限界安定比を示した。

参考文献

- 1)G. W. Housner : The Plastic Failure of Frames During Earthquakes, Proceedings of 2nd WCEE VOL.II pp997-1012, 1960
- 2)秋山宏: 鋼構造剛接骨組の耐震性におよぼすP-Δ効果の影響, 日本建築学会論文報告集 第340号, pp11-16, 昭和59年6月
- 3)Dionisio Bernal : Amplification Factors For Inelastic Dynamic p-Δ Effects In Earthquake Analysis, Earthquake Engineering And Structural Dynamics Vol.15, pp635-651, 1987
- 4)曾我部博之, 小高昭夫: 強震を受ける弾塑性質点系のP-Δ効果について, 日本建築学会構造系論文集 第463号, pp19-26, 1994年9月
- 5)遠藤和明, 山崎真司: P-Δ効果が弾塑性地震応答に与える影響(その1) 1質点系モデルによる解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp463-464, 1999年9月
- 6)内田保博, 本坊篤啓, 新徳吏司: 地震外乱を受ける建物の崩壊挙動に及ぼす鉛直地震動の影響, 日本建築学会構造系論文集 第527号, pp139-146, 2000年1月
- 7)山崎真司, 見波進, 見村博明, 宇田川邦明, 吉川優, 成瀬紋子: 鉛直地震動による変動軸力が鋼柱の弾塑性水平地震応答に及ぼす影響, 日本建築学会構造系論文集 第529号, pp167-174, 2000年3月
- 8)上谷宏二, 田川浩: 梁降伏型骨組の動的崩壊過程における変形集中現象, 日本建築学会構造系論文集 第483号, pp51-60, 1999年5月
- 9)秋山宏: 建築物の耐震極限設計, 東京大学出版会, 1980年
- 10)高橋誠, 秋山宏: 地震時における多層骨組の最大変形とエネルギー応答, 日本建築学会構造系論文集 第515号, pp59-66, 1999年1月
- 11)秋山宏, 高橋誠: 地震時における柔剛混合せん断型多層骨組の残留変形, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp397-398, 1999年9月

(2002年2月10日原稿受理, 2002年6月26日採用決定)