領域縮小法による3次元丘地形の地震応答解析

SEISMIC RESPONSE OF A THREE DIMENSIONAL HILL ANALYSED
BY THE DOMAIN REDUCTION METHOD

吉村智昭*, 前田寿朗**

Chiaki YOSHIMURA and Toshiro MAEDA

This article presents the domain reduction method, a two-step finite element methodology for modeling earthquake ground motion in highly heterogeneous localized regions, and its application to hill topography. Four hill models, considering a surface weathered soft layer and layered system under the hill, are excited by a point source and plane waves. The amplification of seismic ground motion on and around 3-dimensional hills are compared to those of 2-dimensional hills and simple 1-dimensional amplification. The complicated pattern of amplification generated by collaboration of hill topography with layers are illustrated and quantified. The peak values and peak frequencies of amplification factor around the top of 3-D hills are larger than those of 2-D hills and 1-D amplification. It suggests that 1-D approximation of subsurface structure under a hill is inadequate when 3-D effect is significant.

Keywords: 3D finite element method, Substructure method, Local geography, Topography, Amplification factor, Strong ground motion

3次元有限要素法, サブストラクチャー法, 局所地形, 地表地形, 増幅率, 強震動

1. はじめに

地震動には、地盤構造や地形の不整形性の影響が含まれており、中でも丘地形が原因で周囲より大きな地震動が生じたと考えられる観測例が多数ある。それらには、Geli et al. (1988)¹⁾が挙げる1985年Chili地震までの例に加えて、1987年Whittier Narrows地震のPuente hillsの被害²⁾、1989年Loma Prieta地震のRobinwood Ridgeの被害³⁾、1993年釧路沖地震の気象台記録^{例え4), 5)}、1994年Northridge地震のTarzanaの記録^{6), 7)}、兵庫県南部地震の神戸海洋気象台^{例え8)}などがあり、それぞれ解析的な説明が試みられている。

このような丘地形の増幅特性を定量的に把握することは工学的に重要であると考えられるが、Geli et al. (1988)、Kawase (1993)⁹⁾、Bard (1995)¹⁰⁾が共通して指摘するように、理論解析結果は観測結果に定性的に一致する傾向を示すが、定量的には十分一致しないという問題点がある。すなわち、両者で一致する定性的傾向として、丘地形頂部で基部に比べて増幅する点、形状比(丘の高さ/半幅)が大きいほど増幅が顕著となる点、増幅率の大きな振動数は丘の幅相当の波長に対応する点などが認められるが、定量的には、理論解析で予測されるよりもはるかに大きな増幅率が観測されている。

増幅率の定量的な不一致の原因として、Geli et al. (1988)は、地形の3次元性、丘頂部の風化、薄い低速度層の被覆、隣り合う丘

陵の影響、丘浅部の不均一な速度構造、入射波の複雑さが計算に反映されていない点が原因であると解釈した。Kawase (1993)は、地表付近の低速度層による長い継続時間が大きな増幅率を生んだと解釈できる事例を挙げている。以上より、丘地形の増幅特性を定量的に評価するには、地形の3次元性、複雑な地盤構成、波動の3次元性等を考慮する必要があると考えられるが、従来の解析的な研究では2次元モデルもしくは非常に単純化された3次元地盤モデルで検討されている例が多く、入射波についても多くの場合鉛直平面波が用いられており、震源を含む大領域での解析例はほとんど見られない。

近年の計算機の発達により、震源・伝播経路・サイトを含めた3次元モデルを用いて、差分法¹¹⁾や有限要素法¹²⁾¹³⁾により地震波動を計算することが可能となった。しかしながら、サイト周辺に低速度の媒質があり、不整形性も含めた数Hzの振動数域での影響を同時に検討するには、伝播経路に関する波長数百mに有効なモデルとサイト特性に関する波長数十m～数mに有効なモデルを整合させる必要がある。このような観点から、非一様差分格子¹⁴⁾や不連続格子¹⁵⁾を用いた差分法も提案されているが、それらでは一般に複雑な地形効果のモデル化が困難であり、また更なる計算の効率化も望まれる。

震源とサイト周辺の局所地形との両者を含む問題に対しては、局所地形を除いた地盤モデルと局所地形周辺の詳細モデルに分けてモ

本論文は文献21)に新たな計算を加え、さらに検討を進めたものである。

* 大成建設技術センター 副主任研究員・工修

** 早稲田大学理工学部建築学科 助教授・博士(工学)

Research Engineer, Taisei Corporation, M. Eng.

Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Waseda University, Dr. Eng.

デル化する、サブストラクチャー的方法が有効と考えられる。佐藤・長谷川¹⁶⁾は薄層要素法を用いて震源を含む大域的成層地盤と局所的盆地構造をモデル化し、福和ほか¹⁷⁾は境界要素法により周辺地盤をモデル化したハイブリッド手法により地震観測シミュレーションを行っている。これらはいずれも振動数領域の解法であるため、各サブストラクチャーは線形弾性であるのに対し、源栄ほか¹⁸⁾や林ほか¹⁹⁾による時間領域でのサブストラクチャー法は、動的相互作用問題において構造物の非線形応答の取り扱いを可能とするが、それらは震源を含む問題にまでは拡張されていない。

同様なサブストラクチャー的な方法として、吉村ほか²⁰⁾、吉村ほか²¹⁾は、局所地形をモデル化した3次元有限要素モデルに Bielak and Christiano(1984)²²⁾の入射境界層を設け、遠方の震源と等価な有効地震力を節点力として局所地形モデルに入射する適用例を示し、この方法を領域縮小法と呼んでいる。この方法は、非線形の導入が可能な時間領域解法であり、節点力の計算が入射境界を構成する有限要素ごとに簡便に効率的に行える利点や、地表地形および地下構造を有限要素法で柔軟にモデル化できるという利点がある。

本論文では、領域縮小法の利点を生かして3次元丘地形の地震応答計算に適用し、Geli et al. (1988)が従来の解析では不十分であると指摘している、地形の3次元性、表層風化層や地層構造といった地盤の複雑性が、丘地形の増幅特性に及ぼす影響を検討した。入射場が鉛直平面入射とそれに近似できる点震源の場合の計算を行い、2次元モデルと増幅率の違いを比較した。なお、局所地形部分の外側の大域的な地盤は成層地盤とし、点震源による3次元波動場の計算には、久田の方法²³⁾による成層地盤のグリーン関数法を用いた。

2. 領域縮小法

領域縮小法に用いられる入射境界層の定式化は、もともと地盤-構造物相互作用問題において Bielak and Christiano(1984)²²⁾により考案され、1次元問題²²⁾や2次元平面入射問題²⁴⁾、²⁵⁾に適用された。吉村ほか²⁰⁾はこれを震源を含む3次元問題に拡張し、成層地盤のグリーン関数法²³⁾で計算した大域的地盤の3次元波動場を局所地形モデルに入射する例で手法の検証を行っている。吉村ほか²¹⁾は3次元丘地形への適用について予備的な検討を行っている。以下に領域縮小法の定式化の概要および本論文で行った有効地震力の具体的な計算法を示す。

図1に解くべき原問題として、震源断層、大域的な地盤、局所地形を含む半無限領域を模式的に示す。大域的な地盤の物性は線形で弾性とするが、局所地形部分の表層地形ならびに地盤構造や地盤物性は任意である。図2(a)に示す仮想の境界 Γ により、局所地形領域 Ω と、断層を含む外側の半無限領域 Ω^+ とに分割する。 Γ^+ は計算上導入される便宜的な境界であり、以下の議論には本質的に関与しない。

図2(b)で示される内領域 Ω 、外領域 Ω^+ について、運動方程式はそれぞれ(1)および(2)式ようになる。

$$\begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii}^{\Omega} & C_{ib}^{\Omega} \\ C_{bi}^{\Omega} & C_{bb}^{\Omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_b \end{Bmatrix}, \text{ in } \Omega \quad \cdots(1)$$

図1 震源断層、大域的な地盤、局所地形を含む原問題

図2 仮想境界 Γ の導入

図3 Ω を Ω_0 に置き換えた補助問題

$$\begin{bmatrix} M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{bb}^{\Omega^+} & C_{be}^{\Omega^+} \\ C_{eb}^{\Omega^+} & C_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_b \\ \dot{u}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b \\ u_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_b \\ P_e \end{Bmatrix}, \text{ in } \Omega^+ \quad \cdots(2)$$

ここで M 、 C 、 K は質量、減衰、剛性の部分行列である。下添字 i 、 e 、 b は内領域、外領域、それらの境界を意味する。上添字 Ω 、 Ω^+ はそれぞれの行列が定義される領域を示す。 P_b は領域 Ω^+ から Ω に伝達された節点力であり、 $-P_b$ はその反力である。地震力 P_e は、運動学震源としてあらかじめ規定され、断層をまたがる変位の不連続として記述される。この地震力は、物体力として記述される (Aki and Richards, 1980²⁶⁾)。

全領域 ($\Omega \cup \Omega^+$) に対する運動方程式は(1)と(2)を加えることにより、(3)式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} & 0 \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} + M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii}^{\Omega} & C_{ib}^{\Omega} & 0 \\ C_{bi}^{\Omega} & C_{bb}^{\Omega} + C_{bb}^{\Omega^+} & C_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & C_{eb}^{\Omega^+} & C_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_b \\ \dot{u}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} & 0 \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} + K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_e \end{Bmatrix} \quad \dots (3)$$

ここで、新たに図3に示す補助問題を考える。図3(a)に示すように、外領域 Ω^+ と震源断層は原問題と同じであるが、内側の領域 Ω_0 は補助問題の全領域($\Omega_0 \cup \Omega^+$)が簡単に解けるような、単純な構造を選ぶ。補助問題の外領域 Ω^+ に対する運動方程式は、原問題と区別するため未知数に上添字0をつけて(4)式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_b^0 \\ \ddot{u}_e^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{bb}^{\Omega^+} & C_{be}^{\Omega^+} \\ C_{eb}^{\Omega^+} & C_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_b^0 \\ \dot{u}_e^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b^0 \\ u_e^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_b^0 \\ P_e \end{Bmatrix} \quad \dots (4)$$

ここで、質量、減衰、剛性の部分行列および震源力 P_e は(2)式と同じである。

(4)の第2式から、震源力 P_e は、(5)式のように補助問題の波動場と関連づけて表現することができる。

$$P_e = M_{eb}^{\Omega^+} \ddot{u}_b^0 + M_{ee}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 + C_{eb}^{\Omega^+} \dot{u}_b^0 + C_{ee}^{\Omega^+} \dot{u}_e^0 + K_{eb}^{\Omega^+} u_b^0 + K_{ee}^{\Omega^+} u_e^0 \quad \dots (5)$$

局所地形のある原問題の外領域での変位 u_e は、単純な補助問題に対して得られる u_e^0 に、局所地形が存在することにより生じる残差場 w_e を加えたものであると考え、(6)式に示す変数変換を用いる。

$$u_e = u_e^0 + w_e \quad \dots (6)$$

(6)式を(3)式に代入し、補助問題の波動場を含む項を右辺に集めると(7)式となる。

$$\begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} & 0 \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} + M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{w}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii}^{\Omega} & C_{ib}^{\Omega} & 0 \\ C_{bi}^{\Omega} & C_{bb}^{\Omega} + C_{bb}^{\Omega^+} & C_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & C_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_b \\ \dot{w}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} & 0 \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} + K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ w_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{be}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 - C_{be}^{\Omega^+} \dot{u}_e^0 - K_{be}^{\Omega^+} u_e^0 \\ P_e - M_{ee}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 - C_{ee}^{\Omega^+} \dot{u}_e^0 - K_{ee}^{\Omega^+} u_e^0 \end{Bmatrix} \quad \dots (7)$$

最後に(5)式の P_e を(7)式に代入すると(8)式が得られる。

$$\begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} & 0 \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} + M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{w}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ii}^{\Omega} & C_{ib}^{\Omega} & 0 \\ C_{bi}^{\Omega} & C_{bb}^{\Omega} + C_{bb}^{\Omega^+} & C_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & C_{eb}^{\Omega^+} & C_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_b \\ \dot{w}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} & 0 \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} + K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ w_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_i^{eff} \\ P_b^{eff} \\ P_e^{eff} \end{Bmatrix} \quad \dots (8)$$

(a)

(b)

図4 領域縮小法の2段階の手続き

ここで(8)式の右辺は(9)式で示す節点力となる。これは(3)式の右辺で与えられた遠方の震源力を補助問題の波動場を用いて等価に変換したものであり、有効地震力 P^{eff} と呼ぶことにする。

$$P^{eff} = \begin{Bmatrix} P_i^{eff} \\ P_b^{eff} \\ P_e^{eff} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{be}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 - C_{be}^{\Omega^+} \dot{u}_e^0 - K_{be}^{\Omega^+} u_e^0 \\ M_{eb}^{\Omega^+} \ddot{u}_b^0 + C_{eb}^{\Omega^+} \dot{u}_b^0 + K_{eb}^{\Omega^+} u_b^0 \end{Bmatrix} \quad \dots (9)$$

(9)式で定義した有効地震力 P^{eff} に含まれる部分行列 M_{be} 、 M_{eb} 、 C_{be} 、 C_{eb} 、 K_{be} 、 K_{eb} は、 Γ に接して Ω^+ 側に位置する有限要素一要素分のみを考えればよく、これが入射境界層を形成し、この部分の節点位置でのみ補助問題の波動場 u_b^0 、 u_e^0 を保存し P^{eff} を計算すればよい。また、(8)式を解くにあたり、外側領域 Ω^+ の未知数 w_e は外向き残差場であるため、内側領域 Ω の解のみが欲しい場合には、外側領域の大部分を省略したモデルで計算することが可能である。

以上に示した領域縮小法の手続きを模式的にまとめると図4のようになる。ステップIでは、局所地形を除いた補助問題($\Omega_0 \cup \Omega^+$)の波動場を計算し、入射境界層(Γ と有限要素一要素分外側の Γ_e との間)に存在する節点について u_b^0 、 u_e^0 を保存しておく。なお、補助問題を解く手法は有限要素法に限らず、補助問題の性質に合わせてどのような方法を用いても良い。ステップIIでは、 $\Omega \cup \hat{\Omega}^+$ の領域で計算を行う。局所領域は含み、震源断層は含まない。外領域 $\hat{\Omega}^+$ は Ω^+ を切りとったものである。有効地震力 P^{eff} は、ステップIの u_b^0 、 u_e^0 を用いて(9)式により求められる。 P^{eff} が得られたならば、(8)式を解くことにより u_i 、 u_b 、 w_e が得られる。領域 $\hat{\Omega}^+$ において全波動場 u_e が必要な場合は、 $u_e = w_e + u_e^0$ により求めればよい。なお、(8)式は領域を縮小したことにより自由度が減っている。また、 $\hat{\Gamma}^+$ には、残差場を吸収するために粘性境界や吸収境界を設置する必要がある。

なお、3章以降の計算例では(8)式の計算を時間領域で行い、時間微分を中央差分で離散化した(10)式¹²⁾を用いた。

$$(M + \frac{\Delta t}{2} C) u_{t+\Delta t} = \Delta t^2 f_t - (\Delta t^2 K - 2M) u_t - (M - \frac{\Delta t}{2} C) u_{t-\Delta t} \quad \dots (10)$$

ここで Δt は時間増分、下添字 $t-\Delta t$ 、 t 、 $t+\Delta t$ は3つの連続する時間ステップであることを示す。各時間ステップにおいて、補助問

題で保存した変位から(9)式により P^{eff} を計算し、(10)式の外力項 f_i に読み込みながら計算を進めた。収束計算に必要な Δt に合わせて補助問題の変位を保存するとデータ量が多くなるので、粗い時間間隔で保存したものを補間しながら用いた。

また、(9)式の P^{eff} の計算は Γ と Γ_e との間にある要素ごとに計算して足し合わせる事が可能である。さらに、用いる有限要素や減衰の導入方法により非常に簡単になる。本論文で用いた例を示すと、(9)式を有限要素一つに適用すれば(11)式ようになる。

$$\begin{Bmatrix} P_b^{eff} \\ P_e^{eff} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -M_{be}^E \\ M_{eb}^E & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_b^0 \\ \ddot{u}_e^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -C_{be}^E \\ C_{eb}^E & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_b^0 \\ \dot{u}_e^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -K_{be}^E \\ K_{eb}^E & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b^0 \\ u_e^0 \end{Bmatrix} \quad \dots(11)$$

ここで E は要素の部分行列であることを表し、 $[\]$ 内は一つの要素の質量、減衰、剛性行列の対角部分行列をゼロとし、一部にマイナス符号を付したものである。ここで、集中質量行列を用いると、対角要素以外の M_{be}^E 、 M_{eb}^E はゼロである。さらに、減衰に(12)式の Rayleigh 型減衰を用いるとすると、(11)式は(13)式ようになる。

$$C^E = \alpha M^E + \beta K^E \quad \dots(12)$$

$$\begin{Bmatrix} P_b^{eff} \\ P_e^{eff} \end{Bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} 0 & -K_{be}^E \\ K_{eb}^E & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_b^0 \\ \dot{u}_e^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -K_{be}^E \\ K_{eb}^E & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b^0 \\ u_e^0 \end{Bmatrix} \quad \dots(13)$$

質量比例減衰、すなわち $\beta=0$ の場合には(14)式となり、さらに簡単に有効地震力を求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} P_b^{eff} \\ P_e^{eff} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -K_{be}^E \\ K_{eb}^E & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b^0 \\ u_e^0 \end{Bmatrix} \quad \dots(14)$$

(14)式の操作を Γ と Γ_e との間の要素数だけ繰り返して足し合わせるにより、必要な P^{eff} 全体が得られる。

3. 地盤モデルと震源モデル

3.1 地盤モデル

地形の3次元性、表層風化層や地層構造といった地盤の複雑性が、丘地形の増幅特性に及ぼす影響について検討を行うために、図5に示す表層風化層と2層地盤構造の組合せを考慮した4つのモデルを設定した。丘地形は軸対称形であり、丘半径を L 、高さ $h=0.4L$ 、地表平坦部レベルの丘頂部直下に座標原点を設定し、原点からの水平距離を L で除した無次元半径 r により高さ分布を $h(1-3r^2+2r^3)$ で与えた。なお、ここで設定した地形の断面の輪郭および形状比(丘の高さ/半幅)は、Geli et al. (1988)において2次元解析で用いられたものと同等である。図6にModel 4の有限要素モデルの外観を、図7に X 軸に沿った鉛直断面を示す。図5～図7中の点線は有効地震力 P^{eff} の入力位置を示す。モデルの底面と側面には、残差場を吸収するための粘性境界を配した。

地盤物性に関し、丘体部分のS波速度を β 、風化層を $\beta/2$ 、2層地盤の基盤層を 2β とし、P波速度をS波速度の2倍に、密度一定に設定した。S波速度 β の媒質は長さ L に対して25個の四面体要素を配置した。1波長あたり10要素必要(線形補間要素で95%の精度¹²⁾)とすると、表現できる最小のS波波長は $\lambda=10L/25$ となる。無次元振動数 η を丘直径 $2L$ と波長 $\lambda=\beta/f$ の比で定義すると、 $\eta=2L/\lambda$

図5 4つの3次元丘モデルの鉛直断面

図6 有限要素モデルの外観 (Model 4)

図7 有限要素モデルの $Y=0$ を含む鉛直断面 (Model 4)

(a) 鉛直入射平面波 A と点震源 B (c) 点震源の滑り速度関数

図8 震源および入射波のモデル化

図9 平面波Aに対する4つのモデルの変位応答

$=2L \cdot f / \beta$ であり、最大有効無次元振動数は $\eta=5$ となる。S波速度 $\beta/2$ 、 2β の媒質は、長さ L あたりそれぞれ50個、12.5個の要素を配置して同じ振動数を確保した。無次元振動数 $\eta=5$ の具体的なイメージは、 $L=100\text{m}$ 、 $\beta=500\text{m/s}$ の丘で $f=12.5\text{Hz}$ となり、 $L=500\text{m}$ 、 $\beta=1000\text{m/s}$ の丘では $f=5\text{Hz}$ となる。また、無次元時間 τ は時間 T を用いて $\tau=\beta/(2L) \cdot T$ と表現される。なお、これらのモデルの要素数は250万~400万である。今回の解析では、減衰を考慮していない。

3.2 震源モデル

図8に震源および入射波モデルを示す。AはX方向に振幅を有する鉛直平面波で、無次元中心周期0.35のRicker波を2回積分した波形を用いた。BはXZ平面内のダブルカップルの点震源であり、紙面に鉛直奥行き方向のY軸正を北と見なしたときのメカニズム(strike, dip, rake)は(0, 0, 90)度であり、滑り速度関数は無次元時間0.35の幅を有する三角形とした。Aは一次元波動論により、Bは久田²³⁾の成層地盤のグリーン関数法を用いて、図5~7の点線の位置にある節点で変位波形を計算し保存した。

4. 丘地形の応答

4.1 平面波入射と点震源の比較

図9に、これらの4モデルに鉛直平面波Aを入射したときの、X軸に沿った地表でのX成分の変位応答結果を示す。振幅は、それぞれのモデルで丘と風化層がない場合の地表面でのX成分の最大振幅で基準化した。同図より、丘地形により回折波が生じ、表層風化層

図10 点震源Bに対するModel 1の応答変位

図11 平面波Aと点震源Bによる増幅率の比較 (Model 1)

や2層構造による重複反射により、波動の増幅と継続時間の伸びが生じる様子が見られる。

図10に、Model 1の点震源Bに対するX成分の変位応答を示す。振幅は丘のない場合の丘頂点直下平坦部位置の最大振幅で基準化した。点震源Bに対する応答は平面波Aに対する応答(図9の1段目)に類似している。

図11に、丘の頂部($X=0.0L$)、中腹($X=0.52L$)、麓($X=1.0L$)の3点における、平面波Aと点震源BによるX成分の増幅率の比較を示す。平面波Aの増幅率は、丘のない場合の地表の応答を、点震源Bの増幅率は各点で丘がない場合の同一水平位置の地表の応答を基準にした。これらを比較すると両者はほぼ一致している。点震源Bのメカニズムは、直上でX成分のS波が卓越するよう選んだが、ここで設定した距離(8L)では球面波の影響は小さく、地表応答の特徴をほぼ平面波入射により検討できるものと考えられる。なお、増幅率の曲線は、振動数幅 $\Delta\eta=0.5$ のParzen Windowで平滑化されており、以下の増幅率の図でも同様である。

4.2 モデル化の次元の影響

図12に、X方向に振幅を有する平面波Aに対するModel 1の応答の振動数特性について、2次元モデルと3次元モデルの比較を示す。(a)は3次元モデルのX軸に沿った地表6点でのX成分の増幅率と対応する2次元モデルのSV波入射に対する増幅率の比較を、(b)は3次元モデルのY軸に沿った地表6点でのX成分の増幅率と、同様な2次元モデルでGeli et al. (1988)が求めたSH入射による増幅率の比較を示す。

これらの図より、頂部付近(点1および2)では2次元と3次元の増幅特性に顕著な違いが見られ、麓に近づくにつれてそれらの差がなくなっていく一般的傾向が見られる。これは、麓に近づくにつれて、モデルの次元を問わず同一の半無限地盤となるため妥当な傾向である。また、頂部付近ではSVおよびSHタイプの入射のいずれにおいても、 $\eta=1$ あたりで3次元モデルの増幅率にピークが見られ、そのピーク値は対応する2次元モデルに比べて3割増程度となることに注意が必要である。

図13はModel 2~4について、3次元と2次元SV入射の結果を

(a) X 軸($Y=0$)上の点と 2 次元 S V 入射との比較 (b) Y 軸($X=0$)上の点と 2 次元 S H 入射との比較

図 12 3 次元 (Model 1) と 2 次元の増幅率の比較

比較したものである。いずれも図 12 の一様地盤と同様に、頂部付近でモデルの次元による違いが顕著であり、 $\eta=1$ あたりで 3 次元モデルの増幅率が 2 次元より大きく、麓に近づくほど両者は類似する傾向にある。Model 2, 4 (図(a)(c)) の頂部付近では、風化層による影響が地形効果に加味されて、高振動数域で更に 3 次元モデルの応答が 2 次元よりも大きくなる傾向が認められる。

4.3 成層性と風化層の影響

図 14 に、平面波 A に対する X 軸に沿った地表での X 成分の増幅率を上述の 4 モデルで比較した結果を示す。Model 2~4 は表層風化層や 2 層構造により複雑な増幅を示すが、地形効果のみを表す Model 1 の増幅率を基調にして変動することがわかる。一様地盤である Model 1 の増幅率が最大約 2 倍であることと比べ、成層地盤あるいは風化層を有するモデルの丘頂部での増幅率は 5 倍に達することより、地形効果に関する検討を行う場合には地盤構造の把握が必須であることがわかる。また、麓に近づくに従って、成層地盤のみを有する Model 3 は Model 1 に急速に漸近するのに対し、風化層を有するモデルでは位置を問わず顕著なピークが見られるのが特徴的である。

図 15(a) に、風化層が水平成層として存在した場合の 1 次元増幅率を示す。この図で $\eta=1$ 付近ではほとんど増幅しないのに対し、図 14 の Model 2 の頂部 (点 1) では Model 1 に対して 2 割強の増幅率の増大が見られ、地形効果と風化層による増幅が相乗的に作用することが考えられる。

図 15(b) に、2 層構造の Model 3 の頂部と麓において、直下の地盤構造が水平成層であると見なした場合の基盤露頭波に対する増幅率を示す。斜面でも同様の計算を行い、次の図 16 で 2 次元、3 次元

(a) 3 次元 (Model 2) と 2 次元 S V 入射との比較

(b) 3 次元 (Model 3) と 2 次元 S V 入射との比較

(c) 3 次元 (Model 4) と 2 次元 S V 入射との比較

図 13 3 次元 (Model 2~4) と 2 次元の増幅率の比較

図 14 地盤構造の異なる 3 次元モデルの増幅率の比較

との比較に用いる。

図 16 は、Model 3 について、基盤露頭波に対する増幅率を 1 次元、2 次元、3 次元で比較したものである。頂部付近では、1 次元に比

(a) 風化層による増幅率 (b) 成層地盤の基盤露頭波
に対する増幅率

図 15 局所的な 1 次元モデルの増幅率

図 16 基盤露頭波に対する増幅率の解析次元による比較 (Model 3)

べて、2次元、3次元となるにつれてピーク振動数およびピーク値が増大し、1次元近似がなりたないことが分かる。3次元モデルの増幅率は $\eta = 1$ 付近で 3.5 に達し、1次元あるいは2次元による近似では増幅率が過小評価されることとなる。

図 17 に、震源 B による入射に対する X 軸に沿った地表での X 成分の増幅率の、振動数に関する変化を示す。各点で丘がない場合の同一水平位置の応答を基準にして求め、スムージングは行っていない。Model 1 は地形の影響のみを示し、丘頂部付近で増幅率が大きく、その両側で増幅率 1 以下となる傾向であるが、高振動数ほど増幅する範囲が狭くまた白・黒の筋が多数現れることから、回折波の干渉による一種の振動モードが形成されているものと考えられる。Model 2 では表層風化層の影響により増幅率が增大しているが、Model 1 の増幅率に図 15(a) の増幅率をかけ合わせたような単純なものにはならず、地形と風化層が作用しあって複雑なパターンを生ずることがわかる。Model 3 では成層構造による重複反射の影響により増幅率が增大する部分、および増幅率が 1 より小さくなる部分が、縦軸に平行な帯状パターンとなって現れる。Model 2, 3 にも Model 1 と同様なパターンが基調となって現れており、風化層および成層性による増幅が地形効果に付加されている様子が見られる。Model 4 は Model 2 と 3 が重なり合ったような分布を示す。

図 18 に点震源 B による X 成分の地表増幅率の分布を、Model 1 ~ 4 と無次元振動数 $\eta = 1, 2, 3, 4$ の組合せで示す。各モデルの増幅率は、丘と風化層がない場合の同一水平位置の地表での地震動を 1 として求め、スムージングはしていない。 $\eta = 1$ では丘頂部で増幅率が大きい、高振動数になると複雑な増幅率分布が生じ、 $Y=0$ 上と

図 17 X 軸($Y=0$)に沿う地表面での増幅率 (点震源 B)

図 18 地表面での増幅率分布 (点震源 B)

$X=0$ 上では分布が異なり、例えば $\eta=2$ の場合 $Y=0$ 上ではあまり増幅がないが $X=0$ 上では両斜面部分の増幅が大きい。いずれのモデルでも、回折波の干渉によると考えられる同心円状のパターンが認められ、Model 3, 4 では層構造も波動干渉のシステムに含まれることによりその傾向はさらに顕著となる。

5. まとめ

本論文では、領域縮小法を 3 次元丘地形に適用した。表層風化層と丘体直下の層構造の組合せを考慮した 4 つの丘モデルと、鉛直平面波入射および点震源を用いた検討を行い、また、1次元、2次元モデルとの比較も行い、丘地形の 3 次元性や地盤の複雑性が地震波の増幅特性に与える影響について、以下の知見を得た。

- 1) 丘地形のモデル化において、モデルの次元が上がるにつれて頂部付近での増幅率のピーク振動数およびピーク値は増大する傾向にあり、高さ/半幅比 0.4 程度の丘地形では 1 次元モデルによる近似はほぼ不可能である。
- 2) 丘地形による増幅効果は第一義的に回折波の干渉により生じると考えられるが、表層風化層や層構造による重複反射により増幅は相乗的に増大するため、地形効果の検討においては地盤構造の詳細なモデル化が必須である。
- 3) 本検討で用いた高さ/半幅比 0.4 程度の丘地形について、3 次元性や風化層を考慮に入れることにより得られる増幅率の増大に関して以下のような定量的な値が得られた。
 - ・ 波長が丘の直径に等しい振動数($\eta = 1$)において、3 次元の均質な丘の頂部での増幅は、2 次元の丘に比べて 3 割増しであった。
 - ・ 波長が丘の直径に等しい振動数($\eta = 1$)において、風化層のある丘の増幅率は、風化層のない丘の 2 割増しであった。
 - ・ 風化層を有する 3 次元の丘は、2 次元モデルに比べて高振動数では更に大きな増幅率を示し、その値は 5 倍に達した。
- 4) 本検討で使用した丘地形直下の点震源モデルに関する限り、平面波鉛直入射を用いて十分に丘地形における波動伝播特性の検討が可能である。

なお、本検討で設定した、丘の形状、丘の高さ/半幅比、風化層や層構造の設定、震源の位置やメカニズムは限られた組合せのものであり、さらに一般的な丘の増幅特性を定量化するには、これらのパラメーターを変動させる必要がある。また、本検討においては地盤の減衰を含めていないため、今後の課題として減衰の影響も含めた検討が挙げられる。

謝辞

Carnegie Mellon 大学の Bielak 教授にご助言をいただきました。工学院大学の久田嘉章助教授に成層地盤のグリーン関数法のプログラムを使わせていただきました。記して感謝いたします。

参考文献

- 1) Geli, L., P.Y. Bard, B. Jullien: The effect of topography on earthquake motion: A review and new results, Bull. Seism. Soc. Am., 78, pp.42-63, 1988.
- 2) Kawase, H., K. Aki: Topography effect at the critical SV-wave incidence: Possible explanation of damage pattern by the Whittier narrows, California, earthquake of 1 October 1987, Bull. Seism. Soc. Am., 80, pp.1-22, 1990.
- 3) Hartzell, S.H., D.L. Carver and W. King: Initial investigation of site and topographic effects at Robinwood Ridge, California, Bull. Seism. Soc. Am., 84, pp.1336-1349, 1994.
- 4) 上林宏敏: 釧路 JMA 周辺域の地形・地盤構造の不整形性が地震動に及ぼす影響、強地震動予測に関する総合研究(第 2 年度)、平成 6 年度科研費補助金(総合研究 A)研究成果報告書(研究代表者 入倉孝次郎)、pp.95-102, 1995.
- 5) 神田克久、源栄正人: 不均質・不整形および入力コヒーレンスが地震動特性に及ぼす影響評価—釧路地方気象台敷地の場合—、日本建築学会構造系論文集、第 476 号、pp.85-94, 1995.10.
- 6) Spudich, P., M. Hellweg and W.H.K. Lee: Directional topographic site response at Tarzana observed in aftershocks of the 1994 Northridge,

- California, Earthquake: Implications for mainshock motions., Bull. Seism. Soc. Am., 86(1B), pp.S193-S208, 1996.
- 7) Bouchon, M., J.S. Barker: Seismic response of a hill: The example of Tarzana, California, Bull. Seism. Soc. Am., 86, pp.66-72, 1996.
- 8) Pitarka, A. and K. Irikura: Modeling 3D surface topography by finite-difference method: Kobe-JMA station site, Japan, case study, Geophysical Res. Lett., Vol.23, No.20, pp.2729-2732, 1996.
- 9) Kawase, H.: Earthquake motion and ground conditions Part1., 3.3 Effects of surface and subsurface irregularities, pp.118-155, Edited and published by The Architectural Institute of Japan, 1993.
- 10) Bard, P.Y.: Effects of surface geology on ground motion: Recent results and remaining issues, 10th European Conference on Earthquake Engineering, pp.305-323, 1995.
- 11) Graves, R.W.: Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, Bull. Seism. Soc. Am., 86, pp.1091-1106, 1996.
- 12) Bao, H., J. Bielak, O. Ghattas, L.K. Kallivokas, D.R.O'Hallaron, J. Shewchuk and J. Xu: Large-scale simulation of elastic wave propagation in heterogeneous media on parallel computer, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 152, pp.85-102, 1998.
- 13) Bielak, J., O. Ghattas and H. Bao: Ground motion modelling using 3D finite element methods, Proceedings of the second international symposium on the effects of surface geology on seismic motion, Yokohama, Japan, 1-3 December 1998, Vol.1, pp.121-133, 1998.
- 14) Pitarka, A.: 3D elastic finite-difference modelling of seismic motion using staggered grids with nonuniform spacing, Bull. Seism. Soc. Am., 89, pp.54-68, 1999.
- 15) Aoi, S. and H. Fujiwara: 3D finite difference method using discontinuous grids, Bull. Seism. Soc. Am., 89, pp.918-930, 1999.
- 16) 佐藤俊明・長谷川正幸: 三次元薄層要素と軸対称有限要素のハイブリッド法を用いた理論地震動の計算方法、日本建築学会論文報告集、第 414 号、pp.89-98, 1990.8.
- 17) 福和伸夫・佐藤俊明・川瀬博・中井正一: 不整形性を有する沖積地盤の地震観測シミュレーション—BEM と FEM の結合解法による解析—、構造工学論文集、Vol.31B, pp.1-10, 1985.
- 18) 源栄正人・永野正行: 非線形構造物と地盤の動的相互作用問題におけるコンボリューション積分の再帰的評価法とその応用、日本建築学会論文報告集、第 436 号、pp.71-80, 1992.6.
- 19) 林康裕・勝倉裕: 地盤・周波数領域の地盤剛性や地盤柔性を有した地盤・建屋相互作用系の時刻歴応答解析、日本建築学会論文報告集、第 413 号、pp.65-74, 1990.7.
- 20) 吉村智昭、J. Bielak、久田嘉章: 3 次元有限要素モデルに成層地盤のグリーン関数法で計算した 3 次元波動場を入力する地震波動解析、日本建築学会大会学術講演梗概集、B-2, pp.27-28, 2001.
- 21) 吉村智昭、J. Bielak、久田嘉章: 3 次元有限要素法による 3 次元丘地形の地震応答解析、日本建築学会大会学術講演梗概集、B-2, pp.203-204, 2002.
- 22) Bielak, J. and P. Christiano: On the effective seismic input for non-linear soil-structure interaction systems, Earthquake eng. struct. dyn., 12, pp.107-119, 1984.
- 23) 久田嘉章、成層地盤における正規モード解及びグリーン関数の効率的な計算法、日本建築学会構造系論文集、第 501 号、pp.48-57, 1997.11.
- 24) Cremonini, M.G., P. Christiano and J. Bielak: Implimentation of effective seismic input for soil-structure interaction system, Earthquake eng. struct. dyn., 16, pp.615-625, 1988.
- 25) Loukakis, K. and J. Bielak: Seismic response of two-dimensional sediment-filled valleys to oblique incident SV-waves calculated by the finite element method, Proceedings of the fifth U.S. national conference on earthquake engineering, July 10-14, 1994, Chicago, Ill., Vol. III, pp.25-34, 1994.
- 26) Aki, K., P.G. Richards: Quantitative seismology theory and method, W.H. Freeman and company, New York, 1980.

(2002年6月10日原稿受理, 2002年11月20日採用決定)