曲げを受ける柱の終局耐力式を用いた単層2方向格子シェルの断面設計

MEMBER PROPORTIONING OF TWO-WAY GRID SHELLS USING ULTIMATE STRENGTH FORMULA FOR BEAM-COLUMNS

山下哲郎*, 加藤史郎**
Tetsuo YAMASHITA and Shiro KATO

The present paper proposes a method for designing member sections in a two-way grid shell of single layer against a specified ultimate buckling load. The method is applicable for not only uniform but also unbalanced load. To consider significant bending effects explicitly, a strength formula for beam-columns that is given in the LSD recommendation of AIJ is adopted as the design formula. Moreover, to cope with the significant geometric nonlinear behavior, elastic nonlinear FEM analysis, which becomes easily available today, is applied as the principal tool for the method. The procedure is composed of three principal job steps. First, to obtain the generalized slenderness, the preliminary elastic buckling analysis is performed in which the section of each member in an analyzed model is given proportionally to its axial force. Second, the stress analysis in which the section rigidities in the model are assumed to prevent the excessive geometric nonlinear effect at the design point is performed. Finally, the member sections are determined based on both the generalized slenderness and design stresses applying the ultimate strength formula for beam-columns.

Keywords: Two-way grid shells of single layer, Section design, Beam-column strength formula, Elastic nonlinear FEM analysis, Ultimate buckling strength, Unbalanced load

単層2方向格子シェル、断面設計、曲げを受ける柱の耐力式、弾性非線形有限要素解析、終局座屈強度、偏載荷重

1 はじめに

近年、単層2方向格子シェル(注1)が優れた意匠性から大スパン屋根の構造体¹⁾として注目されているが、その構造設計においては必要な座屈耐力の確保が最も重要な課題であると考えられる。当論文は設計条件として与えられた終局荷重(偏載荷重を含む)に耐え得る単層2方向格子シェルの断面設計の論理を提案し、数値解析によりその適用性を検証する。

既に単層3方向格子シェルについては、圧縮耐力曲線に基づく弾塑性座屈耐力の評価法²⁾を基礎として、弾性2次解析を用いた断面設計法^{3,4)}や線形座屈解析を用いた方法⁵⁾が提案されているが、2方向格子シェルの座屈については研究が少なく、座屈特性に基づく系統的な断面設計法は未だ提案されていない。

単層2方向格子シェルの座屈特性として、①座屈モードは全体座屈で、個材座屈や節点座屈は発生しない^{1,6,7,8)}、②特に荷重の偏載や形状初期不整が存在する場合、座屈前挙動に幾何学的非線形性が顕著に表れ、最大荷重時の変形が大きい^{7,8,9)}、③非線形に増幅する曲げモーメントの塑性化に対する影響が大きい、等が挙げられる。これらに対応し、当設計法においては①断面設計に曲げを受ける柱の耐力式(建築学会鋼構造限界状態設計指針¹⁰⁾の設計式)を援用し、曲げモーメントの影響を陽に考慮する。②部材の圧縮耐力は幾何学的非線形性を考慮した弾性座屈解析を用いて定める正規化細長比よ

り計算し、シェルとしての全体座屈と幾何学的非線形性の影響を考慮する。③設計荷重下の部材応力は弾性非線形解析を用いて得る。

近年、計算機の処理速度の急激な向上や汎用有限要素法ソフトの普及から非線形解析は利用しやすい環境になりつつあるが、材料学的及び幾何学的非線形性の双方を考慮した弾塑性非線形解析は今日でも計算時間や解の収束性の点で問題が多く、適用には経験が必要であり設計実務に使用するには抵抗がある(注2)。従って計算時間、収束精度とも弾塑性非線形解析と比べて格段に有利な弾性非線形解析を主なツールとして用いる。これに対応し、設計法のプロセスを、正規化細長比を得るための「予備解析」→設計応力を計算する「応力解析」→「断面設計」の3段階より構成し、非線形解析と断面設計の繰り返しによる収束計算を避け、汎用有限要素法ソフトを利用しやすい方法とした。

論文は最初に設計法の力学的根拠を論じる。重点として①解析モデルの断面積は軸力に比例して定める、②部材の弾塑性圧縮耐力には修正Dunkerley式²⁾を用いるが、偏載荷重に対しては軸力のみを用いた耐力評価は危険側となる、③応力解析用モデルの断面は設計断面の剛性を予測して定める、等を説明する。次に試設計モデルの弾塑性座屈解析を行い設計法の適用性を検証する。更に、弾塑性座屈荷重の初期不整敏感性を曲げモーメントの影響との関連において評価し、設計における初期不整の取り扱いについて考察する。

* ㈱巴コーポレーション技術開発部・工修
** 豊橋技術科学大学 教授・工博

Engineering Development Division, Tomoe Corporation, M. Eng.
Prof., Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.

図1 設計例形状

表1 設計例形状諸元

Type	R(cm)	S(cm)	H(cm)	H/S	l_0 (cm)
R1	5000	8070*	1628	0.202	500
R2	9000	8340*	966	0.116	500
C1	7500	13393	2989	0.223	750
C2	15000	14459	1742	0.120	750

(*: 対角線方向スパンを表示)

2 試設計例

当断面設計法の対象は以下に記述する試設計例と類似の剛接合単層2方向格子シェルである。

2-1 形状、境界条件

対象構造物は2方向の主曲率が等しく、部材長がほぼ等しくなるようグリッドが定められた扁平な単層2方向格子シェルである。境界剛性や形状の影響を考慮するため、設計例として正方形平面(Type R)と円形平面(Type C)の2種類の形状を想定し(図1)、それぞれに2種類のプロポーシオンを与えた(表1)。ともに鉛直面内の放物線を座標軸に平行移動させて形状を形成する。形状関数(図1内付記)のRは近似的に曲率半径となる。節点座標は、水平投影面に部材がX,Y座標軸に平行となり(Type Cのリング及びリング周辺を除く)、かつ部材実長 l_0 が、Type Rは5m、Type Cは7.5m(リング及びリング周辺を除く)となるよう定める。境界条件はType Rをピン支持、テンションリングを有するType Cをローラー支持とする。

2-2 部材断面、接合条件、材料

部材断面は円形管とする。管径Dは式(1)を用いて部材長 l_0 と細長比 λ_0 から定める。

$$D = \frac{2\sqrt{2}l_0}{\lambda_0} \quad (1)$$

設計例では $\lambda_0 = 20, 40$ の2種類を想定する。管径はテンションリングを含む全部材について均一とし、各部材の肉厚 t を設計対象とする。局部座屈の問題は無視し、径厚比は制限しない。

接合部の曲げ剛性は座屈挙動に大きな影響を及ぼすと考えられるが、今回の設計例では完全剛接合を仮定する。完全剛接を仮定できない接合部ディテールに対して、実験等で評価した接合部剛性を用いて設計する方法の開発が今後の課題として残る。

構造材料にはシェル部材に降伏応力 $\sigma_y^{(0)} = 235 \text{ N/mm}^2$ 、Type Cのテンションリング部材には $\sigma_y^{(0)} = 440 \text{ N/mm}^2$ の鋼材を想定した。ヤン

図2 荷重条件

図3 初期不整量

グ係数 $E = 2.06 \times 10^6 \text{ N/mm}^2$ 、せん断弾性係数 $G = 7.94 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ とする。

2-3 荷重

建築物の屋根構造体として設計する場合、積雪等による偏載荷重を考慮する必要がある。図2に試設計例で想定する荷重モード(等分布U、偏載A,B)、荷重強度 w 及び偏載の程度を示す係数 ε_L の定義を示す。試設計例では $\varepsilon_L = 0.5$ とする。

2-4 形状初期不整

単層格子シェルの座屈耐力は形状初期不整により時に大きく低下するため、これを設計に考慮する必要がある。完全形からの面外最大偏差量 e_0 を設計用初期不整量とする(図3)。既往の研究では、力学的観点から等価連続体板厚 t_e を基準として e_0 を想定する場合が多い^{2,5,13,16})、実際の初期不整は施工上の原因で発生すると考えられる。試設計では、例えば高さ方向の計測誤差により発生すると仮定し、ドームのライズHを基準として $e_0 = H/200$ とする。この値は実際に建設された200m級単層3方向格子シェルの初期不整量の推定値である $e_0 = 5 \text{ cm}$ ¹¹⁾の1~3倍程度となり(表2)、一般的鉄骨構造の許容施工誤差¹²⁾を大きく越えているが、初期不整の影響を明確にするために大き目の値を仮定した。

初期不整の形状は座屈荷重の低下に対する影響が大きいと考えられる線形座屈1次モード比例形を仮定するが、この形状の初期不整が必ずしも弾塑性座屈荷重の下限値を与えるとは限らない¹³⁾。より合理的な初期不整の影響評価は今後の研究課題の一つである。

2-5 利用する有限要素法ソフトウェア

設計に必要な数値解析は、線形解析、線形座屈固有値解析及び幾何学的非線形性を考慮した弾性非線形解析である。ここではこれらの解析に汎用有限要素法ソフトウェアADINA¹⁴⁾を用いる。当ソフトウェアは幾何学的非線形性をUpdated Lagrangian法により導入し、弧長増分法により釣合経路を追跡する。各増分ステップにおいては収束計算が行われる。1部材を軸力と曲げモーメントの相互作用が考慮された1本のBeam-column要素でモデル化する。また設計結果の検証のため弾塑性非線形解析を行う。このとき材料モデルは等方性完全弾塑性体で、ひずみ硬化を無視して理想化したバイリニア形の応力-歪関係を仮定し、Misesの降伏条件を用いる。

2-6 設計例の表示

図4に設計例の表示方法を示す。形状、部材細長比、初期不整量、荷重条件に関する情報が表現される。表2に設計例について想定した設計条件をまとめて示す。

3 設計法

3-1 概要

当設計法では、既に発表された単層3方向格子シェルの断面設計法^{3,4,5)}と同様、各部材の軸力を正規化細長比から計算する圧縮耐力に照合して座屈に対する断面設計を行う。また曲げ、ねじりモーメントを陽に評価して塑性化のチェックを行う。これらの計算には鋼構造限界状態設計指針¹⁰⁾の曲げを受ける柱の終局耐力式を援用する。

また既往の設計法^{3,4,5)}では、線形座屈解析または弾性2次解析と断面設計の繰り返しによる収束計算を用いて断面を定めるが、ここでは、正規化細長比を定める予備解析→応力解析→断面設計、の3段階で設計プロセスを構成して非線形解析を計2回とし、汎用有限要素法解析ソフトを利用しやすい方法とした。

3-2 予備解析と弾性座屈耐力

予備解析は正規化細長比を定めるための線形応力解析及び弾性座屈解析からなる。弾性座屈耐力を確保するため予備解析モデルの断面は軸力に比例させる。以下その力学的根拠と正規化細長比の定め方を論じる。

既往の単層格子シェルの弾塑性座屈耐力評価法^{2,3,4,5,6,10)}では、シェルの座屈特性を代表する部材（以後「特定部材」と呼び、その属性を上添字^(m)で示す）を選択し、その軸力を用いて正規化細長比を

定義する。

$$\Lambda_e \equiv \sqrt{\frac{N_p^{(m)}}{\alpha_o N_{cr}^{lin(m)}}} \quad (2)$$

$N_{cr}^{lin(m)}$ は線形座屈荷重 w_{cr}^{lin} を与えた線形解析で得る特定部材の軸力、 $N_p^{(m)}$ は同部材の全塑性軸力である。特定部材には比 N_p/N_{cr}^{lin} が最小値となる圧縮部材を選択する。 α_o は式(3)で定義される座屈低減係数である。

$$\alpha_o \equiv \frac{w_{cr}^e}{w_{cr}^{lin}} \quad (3)$$

w_{cr}^e は幾何学的非線形を考慮した弾性座屈荷重である。当設計法では、 Λ_e の計算に予備解析結果（上添字^{pre}で示す）を用いる。

$$\Lambda_e = \sqrt{\frac{N_p^{(m)-pre}}{\alpha_o^{pre} N_{cr}^{lin(m)-pre}}} = \sqrt{\frac{N_p^{(m)-pre}}{\alpha_d^{pre} N_d^{lin(m)-pre}}} \quad (4)$$

$N_d^{lin(m)-pre}$ は設計荷重を与えた線形解析で得る特定部材の軸力である。 α_d^{pre} は式(5)で定義される。

$$\alpha_d^{pre} \equiv \frac{w_{cr}^{e-pre}}{w_d} \quad (5)$$

弾性座屈に対しては、部材毎に式(6)を適用して断面を設計する。

$$N_{cr}^{e(i)} \geq N_d^{(i)-str} \quad (6)$$

$N_d^{(i)-str}$ は設計荷重 w_d 下の i 部材（属性を上添字⁽ⁱ⁾で示す）の部材圧縮軸力で、後述の応力解析結果（上添字^{str}で示す）を用いる。 $N_{cr}^{e(i)}$ は Λ_e および全塑性軸力 $N_p^{(i)}$ より次式を用いて計算される弾性座屈耐力である。（図5）。

表2 設計条件

Model	Configuration	λ_o	D (cm)	e_o (cm) (e_o/t_e)	w_d (KN/m ²)	$\sigma_y^{(s)}$ (N/mm ²)	$\sigma_y^{(r)}$ (N/mm ²)	Boundary	Load pattern	ε_L
R1_20_U	R1	20	70.71	8.14 (0.094)	9.8	235	-	Pin	U	-
R1_20_A05									A	0.5
R1_20_B05									B	0.5
R1_40_U	R1	40	35.36	8.14 (0.19)	9.8	235	-	Pin	U	-
R1_40_A05									A	0.5
R1_40_B05									B	0.5
R2_20_U	R2	20	70.71	4.83 (0.056)	9.8	235	-	Pin	U	-
R2_20_A05									A	0.5
R2_20_B05									B	0.5
R2_40_U	R2	40	35.36	4.83 (0.11)	9.8	235	-	Pin	U	-
R2_40_A05									A	0.5
R2_40_B05									B	0.5
C1_20_U	C1	20	106.1	14.9 (0.12)	4.9	235	440	Roller	U	-
C1_20_A05									A	0.5
C1_20_B05									B	0.5
C1_40_U	C1	40	53.03	14.9 (0.23)	4.9	235	440	Roller	U	-
C1_40_A05									A	0.5
C1_40_B05									B	0.5
C2_20_U	C2	20	106.1	8.71 (0.067)	4.9	235	440	Roller	U	-
C2_20_A05									A	0.5
C2_20_B05									B	0.5
C2_40_U	C2	40	53.03	8.71 (0.13)	4.9	235	440	Roller	U	-
C2_40_A05									A	0.5
C2_40_B05									B	0.5

$\lambda_o=20$ $e_o=0.005H$
C2_20_e005_A05
 Configuration: C2
 Load type A $\varepsilon_L=0.5$

図4 設計例の表示

図5 各種圧縮耐力曲線

図6 軸力分布の例 (C1_40_e0、シェル部材のみ表示)

$$\frac{N_{cr}^{e(i)}}{N_p^{(i)}} = \frac{1}{\Lambda_e^2} \quad (7)$$

式(4)～(7)から、部材の必要最小断面積 $A^{(i)}$ を与える式は式(8)となる。

$$A^{(i)} = \frac{I}{\alpha_d^{pre}} \cdot \frac{N_d^{(i)-str}}{N_d^{lin(m)-pre}} A^{(m)-pre} \quad (8)$$

ここで、 $N_d^{(i)-str} \approx N_d^{lin(i)-pre}$ を仮定すると、式(8)は式(9)となる。

$$A^{(i)} = \frac{I}{\alpha_d^{pre}} \cdot \frac{N_d^{lin(i)-pre}}{N_d^{lin(m)-pre}} A^{(m)-pre} \quad (9)$$

いま予備解析モデルにおいて軸力と断面積の比例関係が全シェル部材について成立しているとする、

$$\frac{A^{(m)-pre}}{N_d^{lin(m)-pre}} = \frac{A^{(i)-pre}}{N_d^{lin(i)-pre}}$$

であるため、断面の設計式は式(10)となる。

$$A^{(i)} = \frac{I}{\alpha_d^{pre}} A^{(i)-pre} \quad (10)$$

式(10)は弾性座屈耐力を確保し得る必要最小断面設計式であり、弾性座屈荷重と各部材断面積の単純比例関係を表している。参考に軸力分布（即ち断面積分布）の例を図6に示す。

シェル部材の軸力と断面積の比例関係は式(11)で定める。

$$A^{(i)-pre} = \frac{N_d^{lin(i)-pre}}{\sigma_y^{(s)}} \Lambda_c^2 \quad (11)$$

このとき特定部材を選択する必要はなくなり、正規化細長比の表現は式(12)のように簡略化される。

$$\Lambda_e = \sqrt{\frac{\sigma_y^{(s)} A^{(m)-pre}}{\alpha_d^{pre} N_d^{lin(m)-pre}}} = \frac{\Lambda_c}{\sqrt{\alpha_d^{pre}}} \quad (12)$$

Λ_c は等分布荷重を受ける均一断面シェルの連続体法に基づく正規化細長比の略算値¹⁵⁾で、設計断面と予備解析の断面が極端に異なることを避けるために導入する。

$$\Lambda_c = \lambda_o \sqrt{\frac{R \sigma_y^{(s)}}{9.2 \psi E I_o}}, \quad \psi = 1 + 4 \left(\frac{H}{S} \right)^2 \quad (13)$$

仮に予備解析モデルの断面を全部材均一 ($A^{(i)-pre} = A^{(m)-pre}$) とした

図7 弾塑性圧縮耐力（等分布荷重）

場合には、断面設計式は式(14)となる。

$$A^{(i)} = \frac{1}{\alpha_d^{pre}} \cdot \frac{N_d^{lin(i)-pre}}{N_d^{lin(m)-pre}} A^{(i)-pre} \quad (14)$$

しかしながら、特定部材の定義から式(14)右辺の $N_d^{lin(i)-pre} / N_d^{lin(m)-pre} \leq 1$ (等号成立は軸力も均一に分布する場合) となり、式(10)との比較から弾性座屈耐力は必ずしも確保されないことがわかる。

なお、設計式は直接には断面積を与えるが、2方向格子シェルの弾性座屈荷重は部材の曲げ剛性に関連する^{6,17)}。ここでは断面の径を固定し肉厚を設計対象としているため断面積と曲げ剛性はほぼ比例し、弾性座屈耐力の確保に問題はないが、断面設計の際予備解析で仮定した断面の径を変更する場合は注意が必要である。

シェル内部の引張材（今回の試設計例では極めて少ない）及び Type C のテンションリング部材については、式(15)で予備解析断面を定める。

$$A^{(i)-pre} = \frac{N_d^{lin(i)-pre}}{\sigma_y^{(r)}} \quad (15)$$

3-3 弾塑性圧縮耐力

弾塑性座屈に対しては、式(6)と全塑性軸力を正規化細長比をパラメータに連続させた圧縮耐力曲線を用いて断面を定める（図5）。柱の場合、曲げを受けない単純圧縮柱の実験結果から初期不整等の影響を考慮して圧縮耐力曲線の形が定められているが、ここでは単純圧縮状態に代わるものとして曲げの影響の少ない等分布荷重に対する膜応力状態を想定し、数値実験により曲線の形状を定める。

図7は等分布荷重に対する設計例（後述）の予備解析モデルの弾塑性座屈解析結果である。モデル断面を軸力に比例させて設定した方法は補足にて説明する。Type C の解析ではテンションリングを弾性と仮定した。解析結果の図上へのプロットに際しては、横軸に式(12)、縦軸には荷重と軸力との線形関係を仮定し式(11)から導かれる式(16)を用いる。

$$\frac{N_{cr}^{pre}}{N_p} = \frac{w_{cr}^{pre}}{w_d \Lambda_c^2} \quad (16)$$

w_{cr}^{pre} は弾塑性座屈荷重である。形状初期不整を与えるモデルについては、断面は完全形モデルと同じとし、弾性及び弾塑性座屈解析を不整形モデルで行い横軸、縦軸双方の値に影響を考慮している。また表3に座屈低減係数を示す。偏載荷重を受ける場合、初期不整が

表3 予備解析モデルの座屈低減係数

e ₀	0	0.005H	e ₀	0	0.005H
R1_20_U	0.94	0.78	C1_20_U	0.87	0.76
R1_20_A05	0.88	0.74	C1_20_A05	0.69	0.65
R1_20_B05	0.94	0.85	C1_20_B05	0.84	0.77
R1_40_U	1.00	0.82	C1_40_U	0.90	0.78
R1_40_A05	1.01	0.92	C1_40_A05	0.88	0.81
R1_40_B05	0.96	0.96	C1_40_B05	0.88	0.79
R2_20_U	0.89	0.78	C2_20_U	0.91	0.80
R2_20_A05	0.90	0.79	C2_20_A05	0.80	0.68
R2_20_B05	0.93	0.83	C2_20_B05	0.72	0.68
R2_40_U	0.99	0.86	C2_40_U	0.93	0.81
R2_40_A05	1.00	0.94	C2_40_A05	0.79	0.69
R2_40_B05	1.11	0.89	C2_40_B05	0.76	0.71

図8 弾塑性圧縮耐力 (偏載)

図9 圧縮耐力曲線

図10 設計点と弾性座屈荷重

図11 荷重と部材応力の関係 (C2_40_A05)

なくとも弾性座屈荷重は線形座屈荷重を大きく下回ることがある。

図7の曲線は加藤他が単層3方向格子シェルの圧縮耐力曲線として提案した²⁾修正Dunkerley式(17)であり、等分布荷重を受ける均一断面2方向格子シェルへの適用性も確認されている^{16,17)}。

$$\Lambda_e^2 \left(\frac{N_{cr}}{N_p} \right) + \left(\frac{N_{cr}}{N_p} \right)^2 = 1 \quad (17)$$

この曲線は初期不整の有無に拘わらず解析結果を精度良く近似するため、圧縮耐力曲線として採用する。

3-4 シェル部材の断面設計式

図8は偏載荷重を受ける予備解析モデルの弾塑性座屈解析結果を図7と同様にプロットしたものである。単層3方向格子シェルの場合、偏載荷重を受ける場合でも式(17)の曲線で精度良く弾塑性座屈耐力を近似できるが⁵⁾、今回は多くの場合弾塑性座屈耐力は式(17)の曲線を大幅に下回っている。これは偏載荷重時に強く発生する曲げモーメントの断面の塑性化に及ぼす影響によるものと考えられる。その影響を陽に考慮するため、断面設計には曲げを受ける柱の耐力式¹⁰⁾にねじりに関する項¹⁸⁾を加えて修正した式(18)を用いる。

$$\frac{N_d^{(i)-str}}{N_{cr}^{(i)}} \leq 1, \quad \frac{N_d^{(i)-str}}{N_p^{(i)}} + \frac{0.85M_d^{(i)-str}}{M_p^{(i)}} + \frac{T_d^{(i)-str}}{T_p^{(i)}} \leq 1 \quad (18)$$

シェル内部の引張部材の断面設計には式(19)を用いる。

$$\frac{N_d}{N_p} + \frac{0.85M_d}{M_p} + \frac{T_d}{T_p} \leq 1 \quad (19)$$

部材の圧縮耐力 $N_{cr}^{(i)}$ には、式(17)を応力解析における設計点 (後

述)を考慮して修正した式(20)を用いる (図9)。

$$\frac{N_{cr}^{(i)}}{N_p^{(i)}} = \begin{cases} \frac{-\Lambda_e^2 + \sqrt{\Lambda_e^4 + 4}}{2} & (\Lambda_e < 1.4) \\ \frac{0.8}{\Lambda_e^2} & (\Lambda_e \geq 1.4) \end{cases} \quad (20)$$

3-5 テンションリング部材の設計

Type Cについては、周辺のテンションリングがシェルの座屈に先行して降伏すると構造全体の耐力はそれ以上上昇しない。この点を考慮し、テンションリングの部材断面設計式には余裕係数 Φ_r を導入する。

$$\frac{N_d}{N_p} + \frac{0.85M_d}{M_p} + \frac{T_d}{T_p} \leq \frac{1}{\Phi_r} \quad (21)$$

Φ_r の値については後に考察する。

3-6 応力解析モデル

挙動の幾何学的非線形性を無視できないため弾性非線形解析を用いて設計応力を求めるが、解析で仮定する断面剛性より設計断面の剛性が低いと設計点における非線形性を過小評価する恐れがある。従って設計断面の剛性を安全側に(設計断面より若干低く)予測して予備解析モデルの断面を修正し、応力解析モデルの断面とする。

応力解析モデルのシェル部材の断面積 $A^{(i)-str}$ は式(22)で定める。

$$A^{(i)-str} = \frac{I}{f^{str} \alpha_d^{pre}} A^{(i)-pre} \quad (22)$$

f^{str} は弾性座屈点に対する設計点の位置を定める係数であり (図10)、修正Dunkerley式に基づく弾塑性座屈耐力 (近似的に設計点とみな

図12 設計プロセス

す)と弾性座屈耐力の比として正規化細長比より計算する。

$$f^{sr} = \begin{cases} \frac{-\Lambda_e^2 + \sqrt{\Lambda_e^4 + 4}}{2} & (\Lambda_e \leq 1.4) \\ 0.8 / \frac{1}{\Lambda_e^2} & (\Lambda_e > 1.4) \end{cases} \quad (23)$$

前述のように偏載荷重に対して修正 Dunkerley 式の精度は良くないが、この場合応力解析モデルの剛性は曲げモーメントの影響を考慮した設計断面より小さく、即ち安全側に設定することになるため式(23)をそのまま用いる。また Λ_e が大きく、弾性座屈で耐力が決まる場合設計点が弾性座屈点近傍の極端に非線形性の強い挙動となる懸念がある (図10) ため f^{sr} の上限を 0.8 とした。式(20)はこれに対応して圧縮耐力が弾性座屈耐力の 0.8 倍以下となるよう圧縮耐力曲線を設定したものである ($f^{sr}=0.8$ は $\Lambda_e=1.4$ に対応する)。

Type C のテンションリング部材断面は予備解析断面をそのまま用いることにする。

図11に荷重と部材応力の関係の例を示す。部材の軸力は偏載荷

図13 余裕度 (w_{cr}^{des}/w_d)

荷重U

荷重A

荷重B

図14 設計断面 (管の肉厚) 分布 (C1_40_e0)

重下でも弾性座屈点近傍まで荷重とはほぼ線形関係を保つが、曲げ及びねじりモーメントの非線形性は特に偏載荷重下において著しい。中には設計荷重より低い荷重で曲げモーメントが最大値となる部材 (図11、M45) もあるが、このような部材についても設計荷重における応力を用いて断面設計する。

3-7 設計プロセスのまとめ

図12に断面設計プロセスをまとめてフローチャートで示す。形状初期不整を考慮する場合、その影響を正規化細長比に反映するため、完全形モデルで予備解析断面を定める→線形座屈解析で1次座屈モードを得る→形状不整モデルを作成→形状不整モデルで弾性座屈解析→正規化細長比の計算、というプロセスを適用する。初期不整を考慮する基準については次章で考察する。

4 座屈耐力の検証

設計法の適用性を試設計例の数値実験(弾塑性座屈解析)によって検証すると共に、初期不整の影響について考察する。尚、4-1 及び 4-2 においては、シェルそのものの座屈耐力を論じるためテンションリングを弾性として数値実験を行う。

4-1 完全形モデルの弾塑性座屈耐力

以下試設計例の弾塑性座屈荷重の設計荷重に対する比を余裕度と呼ぶ。初期不整を考慮せず断面設計を行った場合 ($\phi_r=1.2$) の余裕度 w_{cr}^{des}/w_d を図13に示す。余裕度の平均は 1.24、標準偏差は 0.09 であり、当設計法は精度良く設計荷重を満足する断面を与えることがわかる。グラフの横軸は式(24)で定義される設計断面に対する曲げモーメントの影響を表す係数 β_m であり、次に述べるように初期不整敏感度と相関の強いファクターである。

$$\beta_m \equiv \left(\frac{0.85M_d}{M_p} + \frac{T_d}{T_p} \right)_{avr.(s)} \quad (24)$$

下添字 $avr.(s)$ は全シェル部材の平均値であることを意味する。図14に設計断面分布の例を示す。

4-2 形状初期不整の影響評価

4-1 で断面設計したモデルに形状初期不整を与えて弾塑性座屈荷

図 15 余裕度 ($w_{cr}^{des_imp}/w_d$)

図 16 初期不整敏感度

重の初期不整感性を調べる。図 15 に形状不整モデルの余裕度 $w_{cr}^{des_imp}/w_d$ 、図 16 に初期不整敏感度 μ_{ep} ($\equiv w_{cr}^{des_imp}/w_{cr}^{des}$) と β_m の関連を示す。 β_m の値、すなわち曲げモーメントの影響の小さいケース(R.U, R.A05)では、もともと余裕度が低い上に初期不整敏感度も高く、弾塑性座屈荷重の多くが設計荷重を下回っている。

上の数値実験結果に基づき、初期不整が発生し得る場合、以下の設計ルールを定める (適用範囲は $e_0=H/200$ 以下)。

- ・等分布荷重については必ず初期不整を考慮して断面設計する。
- ・偏載荷重については一度完全形で断面設計を行い、 $\beta_m \leq 0.3$ ならば初期不整を考慮して再設計を行う。

以上のルールを適用して再度断面設計したモデルの余裕度 ($w_{cr}^{des_rev}/w_d$) を図 17、そのヒストグラムを図 18 に示す。これらの図から、当設計プロセスにより、設計終局荷重に対して良好な精度でかつ安全側に断面設計できることがわかる。

4.3 テンションリングの引張耐力

Type C のテンションリングの材料を弾塑性として解析した結果を表 4 に示す。ここでは初期不整は考慮しない。

$\phi=1.0$ として断面設計した場合、弾塑性座屈荷重 $w_{cr}^{r1.0}$ はテンションリングの降伏で決まり、先程の w_{cr}^{des} より低いが、設計荷重に対しては概して約 1 割の余裕を有している。 $\phi=1.2$ の場合、弾塑性

表 4 テンションリング強度と重量

Model	$w_{cr}^{r1.0}/w_d$	$w_{cr}^{r1.2}/w_d$	$\Delta w_{s(r)}/w_s$ (%)	$w_{cr}^{r1.0}/w_s^{r1.0}$	$w_{cr}^{r1.2}/w_s^{r1.2}$
C1_20_U	1.09	1.22	4.5	16.5	17.6
C1_20_A05	1.14	1.29	3.0	10.2	11.2
C1_20_B05	1.17	1.32	2.8	10.3	11.3
C1_40_U	1.12	1.23	2.65	9.31	9.97
C1_40_A05	1.14	1.33	1.66	4.85	5.60
C1_40_B05	1.17	1.31	1.61	5.53	6.09
C2_20_U	1.12	1.22	2.7	8.82	9.17
C2_20_A05	1.12	1.30	3.0	5.22	5.88
C2_20_B05	1.14	1.33	2.9	5.00	5.69
C2_40_U	1.08	1.27	1.99	3.47	4.02
C2_40_A05	1.11	1.30	1.28	2.06	2.39
C2_40_B05	1.11	1.29	1.36	2.32	2.66

図 17 余裕度 ($w_{cr}^{des_rev}/w_d$)

図 18 ヒストグラム

座屈荷重 $w_{cr}^{r1.2}$ はほぼ w_{cr}^{des} と等しい。

弾塑性座屈荷重の単位面積あたりの構造体重量 w_s に対する比を材料効率の指標と考える。表 4 を見ると、 ϕ_r を 1.0 から 1.2 に上げるときの重量増加率 ($\Delta w_{s(r)}/w_s$) は数%であるが、これにより材料効率は最大で約 14% 改善される。 ϕ_r の値は安全率も考慮したコストと強度に関する総合的な設計思想から決定すべきであろう。

5. まとめと今後の課題

以上、偏載荷重を含む終局荷重に対する単層 2 方向格子シェルの断面設計法を提案した。

設計法は「予備解析」「応力解析」「断面設計」の 3 段階から構成される。「予備解析」では、設計された構造物の弾性座屈耐力を確保するため、シェル部材の断面剛性と弾性座屈荷重の比例関係 (式 (10)) に基づき断面積を軸力に比例させた解析モデルを用いて弾性座屈解析を行い、式 (12) より正規化細長比を定める。「応力解析」では、設計後の断面剛性を式 (22) で予測して解析モデルの断面とし、弾性非線形解析を行って設計荷重下の部材応力を求める。「断面設計」では、曲げを受ける柱の耐力式 (18), (19), (20) に、予備解析で得た正規化細長比と応力解析で得た部材応力を代入して断面を定める。以上のプロセスの適用により、シェルとしての座屈と幾何学的非線形性の影響を考慮し、所要の終局座屈耐力を満足する断面を設計することができる。

また、試設計例の数値解析結果は、弾塑性座屈荷重の初期不整敏感度が曲げモーメントが断面設計に及ぼす影響を表すファクター (式 (24) にて定義される β_m) と相関することを示す。解析結果から等分布荷重を受ける場合と、偏載荷重下で完全形の設計断面について $\beta_m \leq 0.3$ となる場合については、予備解析に形状初期不整を考慮することとした。

テンションリングの設計には特に余裕を見込む必要はないが、1.2 程度の余裕係数を断面設計時に考慮すれば構造全体の材料効率が大きく改善される。

なお、当設計法の限界および今後の主な課題としては以下の点が考えられる。

- 1) 通常設計においては複数の荷重の組み合わせを考慮する必要があるが、当設計法は直接にはこれに対応していない。

- 2) 設計法は数値実験 (FEM) を用いて検証したが、数値実験は理想化された構造モデルの数値解析であり、形状初期不整以外の、材料、施工等の要因による座屈挙動の不確定性は結果に反映されない。安全率を定める際はこの点を考慮すべきである。
- 3) 接合部は完全剛接合を仮定したが、接合部の力学的特性が座屈耐力に及ぼす影響は無視できないと考えられる。完全剛接合とみなせない接合部ディテールを採用する場合について、その力学的特性を定量的に座屈設計に反映する手法の開発が必要である。

謝辞

(株) 巴コーポレーション岡本哲美、久保寺勲両博士、太田鞆靖氏より、当研究の機会と支援を頂いた。

注1) 当論文における「単層2方向格子シェル」とは、部材同士が偏芯せず接合されており、主材以外の補剛材を持たない形式の構造^{1), 6)~9), 15)~18)}を意味し、編成式シェル¹⁹⁾やブレース補剛シェル²⁰⁾のような構造は当設計法の対象外とする。

注2) 幾何学的及び材料学的非線形解析を設計に用いた例は極めて少ない²¹⁾

補足 予備解析モデル断面の定め方

当論文の設計例においては、予備解析モデルの断面は以下のプロセスで定めた。

- ① 断面の肉厚を一律に2cmとする。
- ② 荷重レベルを w_d として線形解析を行う。
- ③ 式(11), (15)を適用して部材軸力に比例する断面を定める。
- ④ ②, ③を3回繰り返す。

参考文献

- 1) Ban, S., Ito, H., Sasaki, N., Yoshida, A., Higuchi, S. and Onodera, T. (Part I), Tsubota, H., Yoshikawa, S. and Ikeda, K. (Part II): Construction of a Dome over an Existing Stadium Part I: Structural Design and Construction Method, Part II: Verification of Structural Safety, Proceedings of the IASS 40th Anniversary Congress edited by Astudillo, R. and Madrid, A., J., Cedex, Madrid, Sept., Vol. II, pp. J1.15 ~ J1.32, 1999
- 2) Kato, S., Shibata, R., Ueki, T. and Matsushita, F.: Buckling Load Estimation for Single Layer Domes by the Concept of Column Strength Curves, Proceedings of IASS-MSU Symposium, Mimar Sinan Universitesi, Istanbul, pp.507~512, 1993
- 3) 加藤史郎、高嶋英幸、松永靖二: 弾性2次解析を用いた単層円筒ラチスシェルの断面算定法についての一考察、日本建築学会構造系論文集、第511号、pp.107~114、1998.9
- 4) 加藤史郎、松永靖二、仁保裕: 弾性2次解析を用いた単層ラチスドームの断面算定法についての一考察、日本建築学会構造系論文集、第526号、pp.93~100、1999.12
- 5) 加藤史郎、金鍾敏、仁保裕: 偏載荷重を受ける単層ラチスドームの座屈応力度と座屈荷重に関する研究、日本建築学会構造系論文集、第541号、pp.121~128、2001.3
- 6) 加藤史郎、山下哲郎、柴田良一: 連続体近似法による2方向格子シェルの座屈耐力評価、構造工学論文集、日本建築学会、Vol.46B、pp.167~174、2000.3
- 7) Jung, H., M. and Yamada, M.: Buckling of Rigidly-jointed Single-layer Latticed Domes with Square Network: Theoretical and Experimental Basic Study, Proceedings of the third summer colloquium on shell and spacial structures, Taegu, Korea, 1990.8
- 8) 鄭煥穆、王麗、山田大彦: 四角形ネットワークを持つ単層ラチスドームの座屈特性に関する研究、学術講演梗概集(九州)、日本建築学会、構造 I、No.2618、pp.1235~1236、1989
- 9) Borri, C. and Hufendiek, H., W.: Geometrically-Nonlinear Behavior of Gridshells, 3rd International Conference of Space Structures, edited by Nooshin, H., Elsevier applied science publishers, London, pp.452~456, 1984
- 10) 日本建築学会: 鋼構造限界状態設計指針・同解説、1998
- 11) Hisatoku, T., Okamura, K., Soga, Y. and Sahashi, M.: Structural Design and Construction of Large-Scale Single-Layer Latticed Dome of Nagoya Dome, Proceedings of the International Symposium, University of Stuttgart Vol.2, edited by Organizing Committee IASS Symposium Stuttgart 1996, E.Kurz & Co., Stuttgart, pp.1024~1035, 1996.10
- 12) 日本建築学会: 鉄骨工事標準仕様書 JASS6, 1996
- 13) 小河利行、桑田真理子: 形状初期不整の分布形状が剛接合単層ラチスドームの弾塑性座屈荷重に与える影響、日本建築学会構造系論文集、第531号、pp.109~105、2000.5
- 14) ADINA R&D, Inc. Theory and modeling guide-ADINA, ARD 01-7, 2001
- 15) Yamashita, T. and Kato, S.: Ultimate Strength Design of Two-way Grid Shells of Single Layer under Gravity Load, Proceedings of ICSCS'01, Pusan, Korea, Vol.1, pp.149~156, 2001.6
- 16) Yamashita, T. and Kato, S.: Elastic buckling characteristics of two-way grid shells of single-layer and its application in design to evaluate the non-linear behavior and ultimate strength, Journal of Constructional Steel Research, Elsevier Science, Vol.57/12, pp.1289~1308, 2001
- 17) Matsushita, F., Ohya, T., Mukaiyama, Y. and Matsue, Y.: Study of the Elasto-plastic Buckling of Single-layer Domes, Space structures 4. edited by G.A.Parke, Thomas Telford, London, pp.167~175, 1993
- 18) 山下哲郎、加藤史郎: 均一断面2方向格子シェルの弾塑性座屈荷重一柱の設計式を援用した弾塑性座屈荷重の推定一、学術講演梗概集(東北)、日本建築学会、B-1, pp.893~894、2001
- 19) Maeno, T., Wada, M., Nagase, T. and Hisatoku, T.: Structural Design and Construction of Timber Lattice Shell, Proceedings of IASS-MSU Symposium, Mimar Sinan Universitesi, Istanbul, pp.479~488, 1993
- 20) Fujimoto, M., Imai, K., Kushima, S., Kinoshita, R. and Morita, T.: Buckling Design Method of Single Layer Two-way Grid Shells with Diagonal Tension Rod Members -Spherical dome and cylindrical roof-, IASS2001 Extended Abstracts (full-text in CD-ROM), edited by Kunieda, H., Nagoya, Japan, TP088, pp.200~201., 2001.10
- 21) 日本建築学会: 空間構造の耐震設計と設計例, 2001

(2002年6月7日原稿受理、2002年11月11日採用決定)