不均等曲げせん断力を受ける H 形鋼梁ウェブの座屈耐力評価

— 周辺単純支持平板としての弾性座屈耐力評価 —

BUCKLING STRENGTH OF SIMPLY SUPPORTED WEB PLATE UNDER THE ACTION OF BENDING SHEAR STRESS

五十嵐 規矩夫*

Kikuo IKARASHI

The purpose of this study is to investigate analytically, using the energy method, the elastic buckling strength of a web plate. The existence of shear forces essentially requires nonuniform bending moment distribution in the longitudinal direction. So the true strength of web plate must be discussed under these combined loading conditions.

As the results, it is shown that there is the aspect ratio limit of which the buckling strength is estimated for pure shear buckling strength. This bound are related to the shear stress ratio to bending stress. Finally, the approximation formula for buckling strength evaluation is proposed.

Keywords : buckling strength, thin plate, shear-bending stress, simple support, aspect ratio

座屈応力, 平板, せん断曲げ, 周辺単純支持, 辺長比

§ 1. 序

板の座屈耐力に関する研究はその歴史が古く, 多くの研究が行われてきており現在までに様々な知見が得られている。またその成果を多くの研究者がまとめており, データベース的な役割を有する文献も文献 1) ~ 3) をはじめ数多く存在する。しかしそれら文献を検討すると, ある限られた範囲のものについての知見であるものも多い。これらは, 時間の経過とともにその適用範囲が曖昧に解されたまま座屈耐力評価値が使用される危険性も伴ってきている。

本研究で対象とする周辺単純支持された平板の座屈耐力に関して言えば, 現在までに明らかにされている座屈耐力は, 平板に作用する応力状態が単純なものが多い。鉄骨ラーメンフレームが地震力等により水平荷重を受けた場合, フレーム内の梁は曲げとせん断力を同時に受けることとなる。これにより当然のことながら梁ウェブも曲げとせん断力を同時に受ける。このような曲げとせん断力が相互に関連しながら作用する平板の座屈耐力評価式が簡便な形で提示されている文献は著者の知る限り見受けられない。

また鋼構造設計規準⁴⁾における梁ウェブの幅厚比制限値は, 純せん断応力を受ける辺長比が無限大の周辺単純支持条件下にある平板の座屈耐力を基本として算出されており, この幅厚比制限値に関しても再考の余地があるという知見も得られている⁵⁾。しかし, ウェブ板の曲げせん断座屈に関する知見は少なく十分な検討がなされていないのが現状である。

ところで, 平板に曲げとせん断力が作用した場合の座屈耐力評価式としては, 良く知られた次式がある⁶⁾。

$$\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{bc}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 = 1 \quad \dots \dots \dots (1.1)$$

ここで, σ_b : 座屈時の平板に作用している曲げ応力度の最大値, σ_{bc} : 均等曲げを受ける平板の座屈時曲げ応力度, τ : 座屈時の平板に作用しているせん断応力度の平均値, τ_{cr} : 純せん断応力を受ける平板の座屈時せん断応力度の平均値である。

しかし, これは曲げとせん断力を分離して考えることが前提としてある。すなわち曲げは均等曲げが作用している場合のみに適応可能であって, この評価式を現実的な梁ウェブの座屈耐力評価式として一般性を持って適応可能かどうかは不明である。

プレートガーダのようにせん断力の影響が大きい梁ウェブにおいては, 中間スチフナが設けられる。通常このようなウェブ板の座屈検定に関しては, フランジと中間スチフナに囲まれた領域で考えられている⁴⁾。この場合の囲まれた領域においては, 曲げ応力は均等であるとしても差し支えないものと考えられ, (1.1) 式の適用が可能であろう。

しかし多様な構造形式の中で, 梁に作用する応力が曲げのみ, あるいはせん断力のみというように分離できないような場合も多く存在し, そのような梁の積極的な使用も検討されつつある^{7), 8)}。

ところで, 本研究で対象としている平板の座屈耐力評価法は, 古

* 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻
助教授・博士(工学)

Assoc. Prof., Dept. of Architecture and Building Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

くは文献10)において示されている。しかしここでは、座屈条件式より求める行列の特徴について示されているのみであり、具体的な座屈耐力評価式までは示されていない。文献11)においては、せん断応力度分布を弾性論に従った応力関数でおき、不均等曲げを受ける板の座屈耐力を評価している。しかしその評価式は煩雑であり、影響因数が明確な形で表現されておらず、応力状態も限られている。

また文献12)では式(1.1)から得られるウェブ座屈耐力を用いて、曲げとせん断の影響が大きな梁の塑性変形能力評価を試みている。しかしその際も、座屈領域における曲げモーメントを平均的な均等モーメントとして近似的におくことで対応するに留まっている。

現在の性能設計的な立場に立って板要素の座屈現象を考えた場合、単に幅厚比の規定値を設けるだけでなく、幅厚比規定を超えたものに対する取り扱いをどのようにするかも考慮する必要がある、実現象に沿った応力状態における座屈耐力曲線を導くことも意義あることと考えた。さらに近年実用化が進められているスチールハウス等に用いられる薄板軽量形鋼ではその弾性座屈耐力を把握しておくことが重要であり、本座屈耐力曲線はその上でも実用的価値を十分持つことになると思われる。そこで本研究では、現実的なH形鋼梁ウェブの弾性座屈耐力を、作用応力度の関係を考慮した形で明らかにすることを目的とする。さらに座屈耐力を評価する上で重要な因子の抽出とそれらを用いた簡便な座屈耐力評価式を提示する。

§ 2. せん断曲げ複合応力を受ける周辺単純支持矩形平板の座屈耐力の導出

平板の座屈耐力を求めるために一般的に取られる方法は、エネルギー法を用いた手法であり、大変有効な手段である¹⁾。本研究でも、エネルギー法を用いて座屈耐力を求めることとする。過去において、せん断曲げ複合応力を受ける矩形平板の座屈耐力は、文献10)において導出されている。しかしここでは、導出までの過程が示されているものの、座屈条件式の係数行列の形式に触れているのみであり、具体的に座屈耐力の導出には至っていない。

ここでは、再度エネルギー法による座屈耐力の導出過程の要点を示すこととする。まずエネルギー法の常道にのっとり、次の式が得

N_x : x 方向の軸方向力, N_{xy} : せん断力, λ : 辺長比 ($=a/b$),
 a : 平板の x 方向 (長辺) 長さ, b : 平板の y 方向 (短辺) 長さ,
 m, p : x 方向の半波の数, n, q : y 方向の半波の数,
 σ_1 : $x=0$ における曲げ応力度の最大値, τ_1 : せん断応力度,
 β : 曲げ応力度勾配, E : ヤング率, ν : ポアソン比

図1 検討対象図及び記号の説明

られる¹⁾。

$$-\frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] dx dy$$

$$= \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy$$

(2.1)

$$\text{ここで, } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.2)$$

これらの式及び以下の式における記号は、図1を参照されたい。

本論文では周辺単純支持平板を取り扱うことから、変位関数を次のようにおく。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.3)$$

また平板に作用する応力状態は、曲げ応力、せん断応力について、それぞれを以下のようにおく。

$$N_x = t\sigma_1 f(x, y) = k t \sigma_e f(x, y) \quad (2.4)$$

$$f(x, y) = \left(1 - \frac{\beta}{a} x \right) \left(1 - \frac{2}{b} y \right) \quad (2.5)$$

$$N_{xy} = t\tau_1 g(x, y) = t\alpha \sigma_1 g(x, y) = k t \alpha \sigma_e g(x, y) \quad (2.6)$$

$$g(x, y) = 1 \quad (2.7)$$

$$\text{ここで, } \sigma_e = \frac{\pi^2 D}{t b^2} \quad (2.8)$$

ところでせん断応力は、断面内に放物線分布を仮定し、力の釣り合いを厳密に表現するべきであろうが、ここでは式展開が煩雑になることを避け、一定値としている。この仮定は、通常の梁ウェブを考えた場合、十分正しい仮定であると判断する。

これらの関係を用いて、 k の値を求めることで座屈耐力を導くことになる。式(2.1)の左辺、右辺をそれぞれ、 I_1 、 I_2 を用いて表すと、以下のように表現できる。

$$I_1 + k I_2 = 0 \quad (2.9)$$

この式において、 k を極小とする条件より次の一次同時方程式が得られる。

$$\frac{\partial I_1}{\partial a_{pq}} + k \frac{\partial I_2}{\partial a_{pq}} = 0 \quad (2.10)$$

この式より係数行列を作り、その行列式を0とおくことにより、 k が求められる。この行列の係数は、次のように表せる。

$$\frac{\partial I_1}{\partial a_{pq}} = \frac{\pi^4}{4b^2 \lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{1mnpq} a_{mn} \quad (2.11)$$

$$C_{1mnpq} = \frac{(P^2 + q^2 \lambda^2)}{\lambda^2} \quad (m=p, n=q) \quad (2.12)$$

$$C_{1mnpq} = 0 \quad (\text{others}) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial a_{pq}} = \frac{\pi^4}{4b^2 \lambda} \frac{128}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{2mnpq} a_{mn} \quad (2.14)$$

$$C_{2mnpq} = \frac{\pi^2}{8} \frac{mnpq}{(n^2 - q^2)^2} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \quad (m=p, n+q=\text{odd}) \quad (2.15)$$

$$C_{2mnpq} = \frac{mp(m^2 + p^2)nq}{(m^2 - p^2)^2(n^2 - q^2)^2} \frac{\beta}{2} + \frac{\pi^2}{4} \frac{mp}{(m^2 - p^2)} \frac{nq}{(n^2 - q^2)} \alpha \lambda$$

($m+p=\text{odd}, n+q=\text{odd}$) (2.16)

$$C_{2mnpq} = 0 \quad (\text{others}) \quad (2.17)$$

しかし直接行列式を0とおき、高次方程式を解くことは合理的ではないため、ここでは、式(2.11)、式(2.14)で形成される行列を A 、 B とおき一般化固有値問題としてもとめた。

ところで、正解値を求めようとすれば変位関数の m 、 n は無限にとることが必要である。しかし、現実問題としてそれは不可能であり、ある程度の範囲までで考える必要がある。本研究では、現実的な梁ウェブの座屈耐力を検討することを目的とするため、辺長比はせいぜい20程度までを考えればよいと判断した。そこで、辺長比が20の場合には m 、 n の範囲としてはそれぞれ40、10とした。

§ 3. 現実的な断面を考慮したH形鋼梁ウェブ板の弾性座屈耐力評価

3.1 H形鋼梁ウェブに作用する曲げとせん断応力度の比率

前節で得られる k は、曲げ応力度とせん断応力度の比を表す α の値により変化する。この α の値は、梁の断面性能により与えられるものであり、現実的なH形断面を考えた場合、その範囲は限られたものになるはずである。

ここで、図1に示すウェブ板に生じる曲げ応力度 σ_1 とせん断応力度 τ の関係は曲げ応力度変化の勾配 β を用いて以下のように表せる。

$$\tau = \frac{\beta}{a} \frac{Z}{A_w} \sigma_1 = \frac{Z}{b A_w} \beta \left(\frac{b}{a} \right) \sigma_1 \quad \dots \dots \dots (3.1)$$

したがって、式(2.6)中の α の値は、式(3.2)のようにおくことができる。

$$\alpha = \frac{Z}{b A_w} \beta \left(\frac{b}{a} \right) = \frac{Z}{b A_w} \frac{\beta}{\lambda} \quad \dots \dots \dots (3.2)$$

この式中のH形鋼の断面形状に関するものを η とおき、若干の操作を行うと、H形断面を構成する板要素の断面積比を用いた形で η は式(3.3)のように近似可能となる。

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Z}{b A_w} \\ &= \frac{2I}{b^3 A_w} \\ &= \frac{A_f}{A_w} + \frac{1}{6} \quad \dots \dots \dots (3.3) \end{aligned}$$

この式(3.3)中に示す η の範囲を現在一般的に使用されている、

あるいは流通可能なH形鋼の諸量を用いて表したのが図2である。この横軸には、式(3.3)中の断面積比を用いた近似値をとっているが、大変良い近似になっているのが分かる。またこの図から、 η の範囲は、0.5～2.25に収まっていることが分かる。したがって、現実的なH形断面を取り扱う場合におけるウェブの座屈耐力算定にあつては、この η の範囲で考えればよいことになる。

ここで考えるウェブの周辺境界条件は単純支持である。しかし現実的なウェブ周辺境界条件はフランジ剛性との関係で決まるものであるが、本研究ではそこまで言及せず、別報にて報告予定である。

3.2 周辺単純支持ウェブの弾性座屈耐力評価

本式展開において、直接求まる座屈係数 k の値は、図1に示す曲げ応力度 σ_1 に対するものである。しかしここでは、ウェブに作用するせん断応力度 τ に対する座屈係数で表現した方が取り扱いが明解であると判断する。曲げ応力度とせん断応力度の関係は、先の式(3.1)で与えられることから、 k をせん断応力度に関する座屈係数に変換することも容易である。以後、本論文では混乱を避けるため σ_1 に対する座屈係数を k_σ 、 τ に対する座屈係数を k_τ として区別することとする。

本研究ではまず基本的な応力状態として逆対称曲げせん断力を受ける場合($\beta=2$)を基本として考えることとする。この $\beta=2$ の場合について得られた k_σ 及び k_τ の値を、幾つかの η 及び辺長比 λ について示したものが表1であり、 k_τ と辺長比の関係を幾つかの η について示した図が図3である。この図3には、比較のため純せん断応力のみが作用している場合の関係も破線で示している。これは η が無限大の場合に相当する。この純せん断を受ける場合の曲線は、辺長比が無限大の時5.34に収束する⁶⁾。

この図では、辺長比として現実的な範囲で示しているが、 η が1.5以下においては、明らかに純せん断応力を受ける場合($\eta=\infty$)よりも、 k_τ の値は大幅に低下することが分かる。この η の値は主に細幅系、中幅系及び外法一定H形断面の一部が属するものであり、これらのH形鋼ウェブの座屈耐力を議論する上では、純せん断応力を受ける場合を想定することは、辺長比によりかなり危険側であり、注意する必要がある。しかし、これら曲線が必ずしも純せん断応力を受ける場合の曲線を下回っているわけではなく、辺長比が小さい

図2 現在使用されているH形断面に対する η の範囲と近似式の精度

表1 曲げ応力度及びせん断応力度に対する座屈係数

η	β =2.0	$\lambda = a/b$												
		1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	14.0	20.0	50.0
0.5	k_τ	10.6	6.65	5.90	5.50	4.98	4.34	3.78	3.33	2.96	2.66	1.88	1.29	0.50
	k_σ	10.6	13.3	17.7	22.0	24.9	26.0	26.5	26.6	26.6	26.6	26.3	25.8	24.9
1.0	k_τ	9.96	6.64	5.95	5.70	5.56	5.43	5.30	5.09	4.83	4.54	3.50	2.51	1.00
	k_σ	4.98	6.64	8.92	11.4	13.9	16.3	18.5	20.4	21.7	22.7	24.5	25.1	24.9
1.5	k_τ	9.75	6.62	5.93	5.70	5.58	5.49	5.43	5.37	5.31	5.20	4.55	3.53	1.49
	k_σ	3.25	4.41	5.93	7.60	9.30	11.0	12.7	14.3	15.9	17.3	21.2	23.6	24.8
2.0	k_τ	9.65	6.60	5.91	5.69	5.58	5.50	5.45	5.42	5.38	5.35	5.03	4.26	1.96
	k_σ	2.41	3.30	4.43	5.69	6.97	8.26	9.54	10.8	12.1	13.4	17.6	21.3	24.5
2.5	k_τ	9.58	6.59	5.90	5.68	5.57	5.51	5.46	5.43	5.40	5.38	5.23	4.72	2.40
	k_σ	1.92	2.64	3.54	4.54	5.57	6.61	7.64	8.68	9.72	10.8	14.6	18.9	24.0
∞	k_τ	9.33	6.55	5.84	5.62	5.53	5.48	5.44	5.41	5.40	5.39	5.36	5.35	5.34
	k_σ	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

範囲においては純せん断応力を受ける場合と同等か、若干上回る傾向にある。このことは、辺長比が小さく、曲げ応力度に対してせん断応力度の影響が大きい場合には、ほぼせん断応力度のみが作用していると考えて良いことを示している。

これは、座屈条件式を構成する式 (2.15), (2.16) から考えることができる。すなわち今考えているように板が面内に逆対称曲げを受ける時、曲げ応力勾配を示す β が2であるが、この場合にはせん断応力度の影響と曲げ応力度の影響は同一に扱うことが可能となる。したがって、式 (2.16) の第一項で表される曲げの項がより大きい、第2項のせん断の項がより大きいということである。

3.3 座屈耐力と座屈モードの関係

このせん断座屈耐力からの低下は、上で述べたように式 (2.16) において曲げの影響が大きくなっていることに起因している。これは図4に示す座屈モードの図からも判る。この図の(a)~(c)は、 η が0.5の場合の辺長比の違いによる座屈モードの変化を示したものであり、(d)は(c)との比較のため、辺長比を6で同じとし、 η の値を2として、よりせん断応力度の影響が大きな場合を示している。これらの図は、最大面外変位量が1となるようにそれぞれで基準化している。また(c), (d)は左側半分のみを示しており、中点においてほぼ点対称な座屈モードである。

応力度比 η が等しい(a)から(c)の変化をみると、(a)は典型的なせん断座屈波形であり、(c)は板両端部に曲げ座屈波形が生じており、板

図3 せん断応力度に対する座屈係数

中央部には座屈波の発生はみられない。(b)の座屈波形は(a)と(c)の中間的な形状をしており、せん断的な波形と曲げ的な波形が混在しているような波形である。このように同一の η においても辺長比により座屈波形の形状が変化する。これは先の式の第1項、第2項について記述したことに関係している。 $\beta=2$ の場合、せん断と曲げの項は同一式内のみに現れ、その相互関係が明確に表現されている。したがって、座屈波形の観察とこの式の特徴から、図2に示す座屈耐力のせん断座屈耐力からの低下は曲げ応力度の影響が大きくなった時点で急激に発生し、曲げとせん断応力度が相互に関係しあう領域はかなり限られたものとなっている。よって、極端にはせん断曲げを受ける板の座屈形式は曲げあるいはせん断と明確に分離することも可能である。ところで、 η の値が大きく2程度になると、(d)に示すように、辺長比が6の場合でも座屈波形はせん断的である。

以上より、板に発生する座屈波形の形状は η と辺長比(λ)に大きく依存することが判り、せん断曲げを受ける板の座屈耐力評価には、これらを適切に取り込む必要がある。

図4 座屈モードの比較

3.4 慣用的に用いられる既往の評価式との比較検討

図5は既往の均等曲げとせん断力を同時に受けた場合の座屈耐力評価式(1.1)と本研究で対象としている逆対称曲げせん断力を受ける板の座屈耐力を比較したものである。ただし図5では、式(3.4)で示す座屈係数比を用いて表している。

$$\left(\frac{k_{\sigma}}{k_{\sigma 0}}\right)^2 + \left(\frac{k_{\tau}}{k_{\tau 0}}\right)^2 = 1 \quad \dots \dots \dots (3.4)$$

ここで、 k_{σ} : 座屈時の平板に作用している曲げ応力度の最大値に対する座屈係数、 $k_{\sigma 0}$: 均等曲げを受ける平板の座屈時曲げ応力度に対する座屈係数、 k_{τ} : 座屈時平板に作用しているせん断応力度の平均値に対する座屈係数、 $k_{\tau 0}$: 純せん断力を受ける平板の座屈時せん断応力度の平均値に対する座屈係数である。

この図には、辺長比が1から50までのものを示している。また辺長比が無限大になった場合には、当然のことながら、座屈耐力としては、 $k_{\sigma}/k_{\sigma 0}=1$ 、 $k_{\tau}/k_{\tau 0}=0$ になる。この図より、現在一般的に使用されている評価式(3.4)は逆対称曲げを受ける周辺単純支持平板の座屈耐力をかなり過小評価することがわかる。したがって式(3.4)あるいは式(1.1)を慣用的にせん断曲げを受ける板に用いることは、座屈耐力を過小評価することになり、不経済な面も有りである。したがって、より精度が良く使い勝手の良い評価式が必要であると考える。次章では不均等曲げせん断を受ける平板の座屈耐力評価近似式を提案する。

§ 4. 不均等曲げせん断力を受ける周辺単純支持平板の座屈耐力評価式

4.1 座屈耐力評価のための近似

現在広く認められている純せん断力を受ける周辺単純支持平板の座屈耐力評価近似式は、辺長比 λ が1以上の場合、式(4.1)で表される。これは、精度の高い大変明瞭な式である⁶⁾。

$$k_{\tau 0} = \frac{4.00}{\lambda^2} + 5.34 \quad \dots \dots \dots (4.1)$$

そこで本研究でも、できる限り簡便な近似式を作成することに主眼をおく。しかし提案式は評価主体の意味が明らかな形で表現す

図6 曲げ応力度影響範囲と座屈係数低減率

図5 慣用的に用いられている評価式との比較

る。またできる限り精度の良いものにするよう努力する。

図3における座屈耐力の考察から、純せん断座屈耐力近似式で評価可能な部分と曲げの影響が顕著にあらわれる範囲に分けて考えることができることが明らかになった。そこで本研究で提案する近似式も範囲を分けて2式で近似することとする。そのため、曲げの影響を受けはじめる辺長比及びそこから曲げの影響を受ける部分の近似法を検討する必要がある。

このような観点から図6のように座屈耐力を評価した。この図は、横軸に辺長比の逆数を取り、縦軸は得られた座屈荷重をその辺長比において純せん断力を受けたとした場合の座屈耐力で除したものである。これらを各 η ごとに示している。当然のことながら、辺長比

図7 限界辺長比

図8 近似曲線の例

の逆数が0, すなわち辺長比が無限大になればせん断座屈耐力は0となる。その傾向は全ての η の場合に現れている。またある辺長比を境に座屈耐力比はほぼ1.0になる。先に述べたように, この座屈耐力比が1.0以下の部分を近似する。

これに先立ち, 曲げの影響が顕著に現れ, 座屈耐力が急激に減少する辺長比を評価しておく必要がある。この辺長比は, 図6において, 基準化された座屈係数が1.0となる辺長比のことであり, ここでは限界辺長比(Λ)と称する。この限界辺長比を η との関係で示したものが図7である。図中には, それぞれの η に対する限界辺長比の数値も示している。これらの値は, ほぼ線形関係にあり, 図中にも示す近似直線, 式(4.2)で近似可能である。

$$\Lambda = 3.0\eta + 2.0 \quad 0.50 \leq \eta \leq 2.25 \quad \dots \dots \dots (4.2)$$

次に, この限界辺長比より大きな辺長比の範囲の座屈係数に対して近似式を導く。ここでは種々検討した結果, 該当領域の規準化した座屈係数の曲線を三次式で近似することとした。その近似関係の一例を図8に示す。理論値を示す実線と近似値を示す一点鎖線は大変良く一致していることが判る。しかし, 各 η に対して近似曲線を当てはめるのは設計式として適用する場合に取り扱いが煩雑になる。そこでここでは少々精度は犠牲にしても統合的な式で表現することを試みた。本研究では, 三次式の形は維持するが, 式(4.3)のような近似式を用いることとした。

$$\frac{k_\tau}{k_{\tau 0}} = R \left(\frac{1}{\lambda} \right)^3 - \left(\Lambda^2 + \frac{2R}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 + \left(2\Lambda + \frac{R}{\Lambda^2} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right) \quad \dots \dots (4.3)$$

ここで, λ : 辺長比 ($=a/b$), Λ : 式(4.2)で定義できる限界辺長比, R : 定数である。

この三次曲線は図8中では破線で示しており, 原点 ($k_\tau/k_{\tau 0}=0$, $1/\lambda=0$) を通り, 限界辺長比の点 ($k_\tau/k_{\tau 0}=1$, $1/\lambda=1/\Lambda$) を頂点とする曲線である。この曲線のパラメータは R のみであり, この一つのパラメータにより近似式表現が可能となる。この R を η の関数として決定することにより座屈耐力評価曲線が求められる。

4.2 近似式の提案

先の方法により, 各 η における近似式から R を求め, その R を各 η ごとに示したのが図9である。○が各 η における R の値であり,

図9 座屈耐力評価式の係数

その近傍に数値を示している。また図中に示す実曲線は, この R の近似線であり, 次式で示される曲線である。

$$R = 107\eta^3 - 233\eta^2 + 342\eta - 149 \quad 0.50 \leq \eta \leq 2.25 \quad \dots \dots \dots (4.3)$$

ただしこの近似式を求めるにあたり, いままでと同じく現実的な η の値における精度をあげるため, $\eta=0.25$, 2.50 のものは除外している。したがって本論文で提案する近似式は, η の値が現実の梁に対応する0.5から2.25程度までの近似式である。このような近似をもとに以下に示すように, 逆対称曲げせん断力を受ける周辺単純支持平板の座屈係数近似式を得る。本研究では, 限界辺長比以下の辺長比においては, 純せん断力を受ける平板の座屈係数をそのまま用いることとした。

$$\lambda \leq \Lambda \quad k_\tau = k_{\tau 0} \quad \dots \dots \dots (4.4)$$

$$\lambda \geq \Lambda \quad k_\tau = \left\{ R \left(\frac{1}{\lambda} \right)^3 - \left(\Lambda^2 + \frac{2R}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 + \left(2\Lambda + \frac{R}{\Lambda^2} \right) \left(\frac{1}{\lambda} \right) \right\} k_{\tau 0} \quad \dots \dots \dots (4.5)$$

ただし, $\Lambda = 3.0\eta + 2.0$

$$R = 107\eta^3 - 233\eta^2 + 342\eta - 149$$

またこの式(4.5)は, $0.5 \leq \eta \leq 2.25$ の範囲で有効である。ここで k_τ : 座屈時平板に作用しているせん断応力度の平均値に対する座屈係数, $k_{\tau 0}$: 純せん断力を受ける平板の座屈時せん断応力度の平均値に対する座屈係数, η : 式(3.3)で与えられるH形断面が有する断面性能である。

§ 5. 不均等曲げせん断力を受けるH形鋼梁ウェブの座屈耐力

前章までは, 逆対称曲げせん断座屈耐力を対象としてその座屈耐力評価を試みた。ここではより一般的な場合を対象として, 曲げ応力度の材長方向応力勾配係数 β を変化させた場合の座屈耐力がどのように表現可能かを検討する。この場合, 逆対称曲げせん断座屈耐力との比較を通して検討する。

板の左右の曲げ応力度比 β も板に作用する曲げとせん断応力度の比に影響を与える。式(3.2)で見たように, H形鋼梁ウェブに作用するせん断応力度と曲げ応力度の比率は, η , β , 辺長比(λ)に関

係する。そこでここでは、 $\eta\beta$ が等しくなるような応力状態で、板の座屈耐力を評価することとした。その結果が図10である。この図には、 $\beta=2.0, 1.5, 1.0, 0.5$ の場合を4種類の $\beta\eta$ ごとに示しているが、 $\beta\eta$ が等しく辺長比が等しい場合には、ほぼ同等な座屈耐力となっている。しかし傾向としては、 β が小さいものほど同じ $\beta\eta$ 、辺長比でも座屈耐力が小さくなっている。その低下割合は、 $\beta=2.0$ のものを規準にして考えれば、約1割程度である。

以上の考察から、先に求めた逆対称曲げを受けるウェブ板の座屈耐力評価式(4.5)が、 β が異なる場合においても適用可能であると判断される。その際の式(4.5)における η の値は、次式(5.1)に示す η' に置き換える必要がある。

$$\eta' = \frac{2.0}{\beta} \eta \quad 0.50 \leq \beta \leq 2.0 \quad \dots \dots \dots (5.1)$$

しかし、ここでは β が小さくなると座屈耐力を高め評価する危険性があるため、式(4.4)、(4.5)から得られる値に1.1程度の安全率を見込む必要がある。

§ 6. 結

本研究は、一般的なH形鋼梁ウェブを不均等曲げせん断力を受ける周辺単純支持平板と捕らえ、その弾性座屈耐力評価式を導くことを目的とした。その際、できるだけ応力分布や境界条件は取り扱いが容易なものとした。変位関数を仮定し、エネルギー法を用いて得られた座屈耐力について、以下のような知見を得た。

まず曲げせん断力の複合荷重を受ける平板の座屈耐力を評価する場合には、ウェブ内に生じる曲げとせん断応力の比率を示す断面性能 η が重要であることを示し、現実的な梁における η の範囲を明らかにした。その上で現行、慣用的に使用されているせん断力と曲げを受ける板の座屈耐力評価式は、逆対称曲げせん断荷重を受ける平板の座屈耐力を過小評価することを示した。この逆対称曲げせん断荷重を受ける平板の座屈耐力は、純せん断応力状態として座屈耐力を評価できる辺長比の範囲と、曲げの影響を考慮しなければならない辺長比の範囲があることを明らかにした上で、その境界となる辺長比 λ を η の関数として表した。

また、せん断座屈耐力を評価する上で曲げ応力の影響を考慮しなければならない範囲においては、近似式を導いた。この近似式では物理的意味を有するパラメータで評価可能であるようにした。さらに、不均等曲げせん断荷重を受ける場合の座屈耐力評価法にも言及し、先の逆対称曲げせん断荷重を受ける場合の座屈耐力評価式を準用することが可能であることを明らかにした。その際の断面性能 η の換算方法について言及し、この場合の注意点を明示した。

図10 曲げ応力度勾配の違いが座屈係数に及ぼす影響

参考文献

- 1) Timoshenko & Gere, Theory of Elastic Stability, 1963
- 2) 長柱研究委員会：弾性安定要覧，昭和44年8月
- 3) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，1996年1月
- 4) 日本建築学会：鋼構造設計規準・同解説，1973年5月
- 5) 鈴木敏郎，五十嵐規矩夫，常木康弘：H形鋼梁ウェブ要素の弾塑性せん断座屈挙動に関する研究，日本建築学会構造系論文集，pp.151～158，第556号，2002.6
- 6) Theodore V. Galambos: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 1998
- 7) 鈴木敏郎，五十嵐規矩夫，東武史，薩川恵一：建築構造用高性能590N/mm²鋼材を用いたウェブ幅厚比の大きな梁の塑性変形能力に関する研究，日本建築学会構造系論文集，pp.113～119，第522号，1999.8
- 8) 東武史：ウェブ幅厚比の大きな高張力鋼梁の設計法の可能性，日本建築学会技術報告集，pp.99～102，第9号，1999年12月
- 9) 鈴木敏郎，五十嵐規矩夫，常木康弘：せん断曲げを受けるH形鋼梁の崩壊形式と塑性変形能力に関する研究，日本建築学会構造系論文集，pp.185～547，第547号，2001.9
- 10) 武藤清，武田明男：矩形ウェブ板の挫屈に関する研究——一般方程式の特性——，建築学会論文集，pp.77～86，22号，昭和16年
- 11) Masatoshi NAKAZAWA, Tetsuo IWAKUMA and Shigeru KURANISHI: Elastic Buckling Strength and Post-Buckling Behavior of a Panel under Unequal Bending and Shear, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.8, No.1, 11s-20s, April 1991
- 12) 鈴木敏郎，小野徹郎，金箱温春：せん断曲げを受ける鉄骨H型断面梁の局部座屈挙動と塑性変形能力，日本建築学会論文報告集，pp.91～98，第260号，昭和52年10月

(2002年10月10日原稿受理，2002年12月9日採用決定)