ラチスドームの Push-over analysis に基づく地震応答推定に関する一考察

2つのモードが支配的な空間構造物に対する検討

A STUDY ON SEISMIC RESPONSE ESTIMATION BASED ON PUSH-OVER ANALYSIS
APPLIED TO RETICULAR DOMES

Investigation in case of domes with two predominant vibration modes

小西 克尚*, 加藤 史郎**, 中澤 祥二**, 倉本 洋**

Yoshinao KONISHI, Shiro KATO, Shoji NAKAZAWA
and Hiroshi KURAMOTO

The present paper discusses and proposes the estimation method of the dynamic response of a reticular dome supported by a sub-structure based on push-over analysis considering the effects of the second mode. The investigation shows that in most cases of ordinary reticular domes the sum of the effective masses for the first and second mode is greater than 90% of the total mass even if the effective mass for the first is as small as 30% of the total mass. Under such condition of small effective mass of the first mode the accuracy of the estimation is investigated through comparison between those based the present estimation and the results based on direct dynamic nonlinear response analysis, leading to a conclusion that the present estimation method is fur efficient than that previously proposed by the same authors neglecting the contribution from the second mode.

Keywords: reticular domes, spatial structures, push-over analysis, equivalent lumped mass model

ラチスドーム、空間構造、静的増分解析、等価質点簡易モデル

1 はじめに

筆者らは、(1) ラチスドームに関して El Centro NS 地震動(最大加速度 $A_{max}=500\text{cm/s}^2$)のような極めて大きい地震動に対して下部構造を早期に降伏させることにより上部構造の地震応答を大きく低減できることを示した¹⁾。また、(2)上部構造弾性、下部構造の柱頭は同時変位という仮定の基に上部構造をモード分解することにより、効率的に下部構造の弾塑性を考慮した応答解析が可能である等価質点簡易モデルを提案し、その精度を検討した²⁾。次に、(3)デブスが大きいラチスドームは、弾性時の1次モード有効質量比が0.80以上となるような変形性能に優れた比較的剛性が小さい下部構造に支持された場合、1次モード支配型の振動性状であることを示した。さらに、等価質点簡易モデルを用いた限界耐力計算法^{3, 4)}の提案を行い、推定精度の検討を行った³⁾。その結果、等価1自由度系への縮約⁵⁾を行うことにより、応答スペクトルを用いた弾塑性応答の推定が可能となることを示した。

しかしながら、複層ドームのデブスが大きい場合でも下部構造の剛性が大きくなると図1に示すような2つの振動モードが励起されることが多い。この場合、下部構造に支持された空間構造の振動モードは剪断2質点系の振動モードと同様の性状を有する。すなわち、1次モードでは下部と上部構造は同じ方向に振動するのに対して、2次モードでは上部構造と下部構造が相反する方向に振動しようとする。

下部構造の弾性剛性が大きく、弾性時においては2次モードが支配的な構造物においても、下部構造が降伏することで下部構造の剛性は

図1 下部構造に支持された空間構造の振動モード

低下し、1次モード支配型の振動性状に移行すると考えられる。除荷曲線剛性が弾性剛性と等しい場合、下部構造の塑性変形量が大きく塑性変形が進行中には1次モードが支配的な応答性状となり、最大変形付近で下部構造が除荷方向に変形すれば、再び2次モードが支配的となる。このように、2つのモードが支配的な構造物では、1次モードが支配的な応答性状と2次モードが支配的な応答性状とが混在して現れる複雑な弾塑性振動性状となりえる。

既往の研究^{10, 13)}において、層状構造物の高次振動モードの影響を考慮した地震応答推定法の提案がなされている。しかしながら、層状構造物で通常想定される構造物は、1次モードが支配的、高次モードが付加的な振動性状であり、弾性時2次モード有効質量が弾性時1次モード有効質量よりも大きいといった構造物に関する検討はない。

本研究では、(1)1次モードと2次モードが互いに独立であると仮定し、モード適合型静的増分解析^{12, 13)}により等価1自由度系への縮約を行い、応答スペクトルと代表加速度が釣り合う点を求める。ただし、2次モードはステップごとに1次モード成分を除去する方法を新たに提案する。さらに、(2)得られた2つのモード応答をRSSにより重ね合わせ最大応答を推定¹¹⁾する。次に、前報³⁾と同様にブレース架構を有す

* 豊橋技術科学大学 大学院生・修士(工学)
** 豊橋技術科学大学 工博

Graduate Student, Toyohashi University of Technology, M. Eng.
Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.

る下部構造に支持されたラチスドームを対象とし、本研究で提案する下部構造塑性化後の刺激関数の計算法、弾塑性地震応答推定法の精度を検証する。最後に、有効質量に注目した応答推定修正のための係数を新たに提案し、修正係数によりどの程度応答推定精度が改善するかを示し、提案した修正係数の妥当性を示す。

2. 等価質点簡易モデルの等価 2 自由度系への縮約

2.1 下部構造の層履歴力特性

前報³⁾と同様に図2に示す下部構造を対象とする。(1)降伏後の剛性が0である座屈補剛ブレースと弾性フレームから成る混合架構が環状に連なり、(2)混合架構は面内方向のみに剛性を有し、(3)下部構造の柱頭のX方向変位は同一と仮定する^{注1)}。図2のように、混合架構の初期剛性を k_1 、2次剛性を k_2 とし、初期剛性に対する2次剛性の比を $r=k_2/k_1$ とする。下部構造の降伏層剪断力 Q_y に対する層剪断力 Q_B の比を $\alpha=Q_B/Q_y$ 、下部構造塑性変位 δ_y に対する下部構造変位 δ_0 の比を塑性率 $\mu=\delta_0/\delta_y$ とする。 α は文献3)において下部構造が弾性である場合は、

$$\alpha = \mu \quad (1-a)$$

であり、下部構造が塑性化した場合、

$$\alpha = \left\{ \frac{2\theta_0}{\pi} (1-r) - \frac{1-r}{\pi} \sin 2\theta_0 + r \right\} \mu + \frac{4(1-r) \cos \theta_0}{\pi} \quad (1-b)$$

$$\text{ただし、} \sin \theta_0 = \delta_y / \delta_0 = 1 / \mu \quad (2)$$

であることを示した。 θ_0 は図3の塑性範囲を示す。また、下部構造の初期層剛性 K_0 に対する剛性低下率 κ は、次式となる。

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{K_{eq}}{K_0} = \frac{Q_B / \delta_0}{Q_y / \delta_y} = \frac{\alpha}{\mu} \\ &= \left\{ \frac{2\theta_0}{\pi} (1-r) - \frac{1-r}{\pi} \sin 2\theta_0 + r \right\} + \frac{4(1-r) \cos \theta_0}{\pi \mu} \end{aligned} \quad (3)$$

図2 単位混合架構

図3 塑性範囲

2.2 上部構造の等価簡易質点化

文献2)を基に、部材レベルで構成された上部構造をモード分解し、図4のように等価質点簡易モデルに置換する。上部構造の採用モード数を p 、等価質点系における等価質点番号を s とし、低次のモードから $s=1, 2, \dots, p$ と呼ぶことにする。また、 $s=0$ は下部構造層間変位自由度を指す。ドーム質量を m_d 、テンションリング質量を m_r とすると、 s 次モードの質量 m_s 、剛性 k_s とテンションリング位置の質量 m_0 は、

$$m_s = \eta_s^2 m_d, \quad k_s = \omega_s^2 \cdot \eta_s^2 m_d, \quad m_0 = m_r + (1 - \sum_{s=1}^p \eta_s^2) m_d \quad (4)$$

となる。 m_d は上部構造の総質量、 ω_s は上部構造 s 次モードの固有円振動数である。また、 η_s は上部構造 s 次モードの刺激係数であり、上部

構造の質量マトリックス $[M_d]$ を介して、 $\{D_s\}^T [M_d] \{D_s\} = m_d$ で正規化された上部構造振動モード $\{D_s\}$ を用いて求める。文献2)では、構造の有効質量比 $\bar{M}_d / m_d = \sum_{s=1}^p \eta_s^2$ を0.90以上となるように、モードを採用することにより精度よく解析できることが示されている。上部構造の変位 $\{D\}$ は、等価質点の変位 δ_s と下部構造変位 δ_0 を用いて

$$\{D\} = \{\{\xi\} - \{\xi^*\}\} \cdot \delta_0 + \sum_{s=0}^p \eta_s \{D_s\} \cdot \delta_s \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \{\xi^*\} = \sum_{s=0}^p \eta_s \{D_s\} \quad (6)$$

により得られる。ここで、等価質点の変位 δ_s は基礎からの変位であり、下部構造との相対変位ではない。また、 $\{\xi\}$ は加振方向Xの自由度を1、他方向の自由度を0としたベクトルである。

図4 等価質点簡易モデルへの置換

2.3 下部構造塑性化後の振動モードの算定方法

前述のように2つのモードが支配的である構造物においては、単一のモードが支配的である構造物と較べて、下部構造が塑性化することによる振動モードの変化が大きいと考えられるため、それを考慮する必要がある。荷重モードを刻々変更させるモード適合型静的増分解析を行い塑性率に対する割線剛性で等価剛性を評価し、下部構造塑性後の刺激関数を計算する方法を示す。

本研究は、下部構造の塑性率を増分させ静的解析を行い、荷重ベクトルとして前ステップの刺激関数比例型荷重を設定する。 j 次モードの応答変位 $j\delta_s$ は代表変位 $j\delta_d$ を用いて

$$j\beta \cdot jU_s \cdot j\delta_d = j\delta_s \quad (7)$$

と表すことができる。 i ステップの j 次刺激関数 $(j\beta \cdot jU_s)_i$ は、 i ステップの静的荷重に対する変位 $j\delta_{s,i}$ と、 i ステップの代表変位 $j\delta_{d,i}$ を用いて

$$(j\beta \cdot jU_s)_i = j\delta_{s,i} / j\delta_{d,i} \quad (8)$$

とする。第1ステップでは、弾性剛性を用いて固有値解析して求めた刺激関数を用いるものとする。次に、 $i+1$ ステップでは、 i ステップの刺激関数 $(j\beta \cdot U_s)_i$ に比例した荷重を仮定する。ただし、2次モードでは、次の方法で $i+1$ ステップの1次刺激関数成分を取り除き1次刺激関数と直交ベクトルになるように修正を行う^(付録1)。

$$(2\beta \cdot 2U_s)_i = (2\beta \cdot 2U_s)_i - \frac{\sum_{s=0}^p m_s \cdot (1\beta \cdot 1U_s)_{i+1} \cdot (2\beta \cdot 2U_s)_i}{\sum_{s=0}^p m_s \cdot (1\beta \cdot 1U_s)_{i+1}^2} \cdot (1\beta \cdot 1U_s)_{i+1} \quad (9)$$

ここで、 $(2\beta \cdot 2U_s)_i$ は修正前の i ステップの2次刺激関数であり、修正後を $(2\beta \cdot 2U_s)_i$ とする。 j 次モード比例型荷重 $jP_{s,i+1}$ は、

$$jP_{s,i+1} = j\lambda \cdot m_s \cdot g \cdot (j\beta \cdot jU_s)_i \quad (10)$$

となる。 $j\lambda$ は荷重倍率であり降伏層剪断力係数を α_y とすると、

$$j\lambda = \frac{jQ_B}{m_s \cdot g \cdot j\beta \cdot jU_s} = \frac{M \cdot g \cdot \alpha_y}{\sum_{s=0}^p m_s \cdot (j\beta \cdot jU_s)_i^2 \cdot g} \cdot \alpha \quad (11)$$

となる。 $i+1$ ステップの式(8)に対する下部構造変位 $j\delta_{0,i+1}$ と等価質点の変位 $j\delta_{s,i+1}$ ($s=1 \sim p$)は

$$j\delta_{0,i+1} = j\mu \cdot \delta_y \quad j\delta_{s,i+1} = j\mu \cdot \delta_y + j\lambda g \cdot (j\beta \cdot jU_s)_i / \omega_s^2 \quad (12)$$

となる。静的増分解析において、増分量が十分に小さければ、各自由度において

$${}_j\Omega_s^2 \cdot ({}_j\lambda \cdot g) = {}_jP_{s,i+1} / {}_j\delta_{s,i+1} \quad (13)$$

で定められる ${}_j\Omega_s^2$ が概ね一定に収束し、 ${}_j\Omega_s$ と ${}_j\delta_{s,i+1}$ は、 $i+1$ ステップの層間変形に対するベースシアと原点を結ぶ割線を等価剛性とし見なした場合の固有値と固有モードとなる。 j ステップ同様に、 $i+1$ ステップの刺激関数 $({}_j\beta \cdot {}_jU_s)_{i+1}$ は、

$$({}_j\beta \cdot {}_jU_s)_{i+1} = {}_j\delta_{s,i+1} / {}_jS_{d,i+1} \quad (14)$$

とする。

2.4 各モードの1自由度系への縮約

図5 1自由度系への縮約

文献4, 5)を基に、1次モードと2次モードを1自由度系へ縮約する。一般に j 次モードの有効剛性と有効質量は、

$${}_j\bar{M} = {}_j\beta \cdot \{U\}^T [M] \beta \cdot \{U\} \quad (15), \quad {}_j\bar{K} = {}_j\beta \cdot \{U\}^T [K] \beta \cdot \{U\} \quad (16)$$

により得られる。ここで刺激係数は、

$${}_j\beta = \{U\}^T [M] \{1\} / \{U\}^T [M] \{U\} \quad (17)$$

である。層剪断力に対する代表加速度と代表変位の関係は有効剛性と有効質量を用いて

$${}_jQ_B = {}_j\bar{M} \cdot {}_jS_a \quad (18), \quad {}_jQ_B = {}_j\bar{K} \cdot {}_jS_d \quad (19)$$

となる。代表加速度と代表変位は固有周期を用いて次のように関連付けられる。

$${}_jT = 2\pi \sqrt{{}_jS_d / {}_jS_a} \quad (20)$$

式(14)を刺激係数式(17)に代入すると

$${}_jS_{d,i+1} = \frac{\sum_{s=0}^p (m_s \cdot {}_j\delta_{s,i+1}^2)}{\sum_{s=0}^p (m_s \cdot {}_j\delta_{s,i+1})} \quad (21)$$

となる。また、式(14), (21)を有効質量式(15)に代入すると、

$${}_j\bar{M}_{i+1} = \frac{(\sum_{s=0}^p m_s \cdot {}_j\delta_{s,i+1})^2}{\sum_{s=0}^p (m_s \cdot {}_j\delta_{s,i+1}^2)} \quad (22)$$

となる。有効質量と代表加速度の関係式(18)から

$${}_jS_{a,i+1} = {}_jQ_B / {}_j\bar{M} = {}_jQ_B \cdot \frac{\sum_{s=0}^p (m_s \cdot {}_j\delta_{s,i+1}^2)}{(\sum_{s=0}^p m_s \cdot {}_j\delta_{s,i+1})^2} \quad (23)$$

を得る。式(12)を式(22), (23)に代入して、等価質点簡易モデルの j 次モードの代表加速度と代表変位を得る。

$${}_jS_{a,i+1} = \frac{m_0({}_j\mu\delta_y)^2 + {}_j\lambda^2 \sum {}_jF_{1,i+1} + 2{}_j\mu\delta_y \cdot {}_j\lambda \sum {}_jF_{2,i+1} + \bar{M}_d({}_j\mu\delta_y)^2}{(m_0 \cdot {}_j\mu\delta_y + {}_j\lambda \sum {}_jF_{2,i+1} + \bar{M}_d \cdot {}_j\mu\delta_y)^2} \cdot {}_jQ_B \quad (24)$$

$${}_jS_{d,i+1} = \frac{m_0({}_j\mu\delta_y)^2 + {}_j\lambda^2 \sum {}_jF_{1,i+1} + 2{}_j\mu\delta_y \cdot {}_j\lambda \sum {}_jF_{2,i+1} + \bar{M}_d({}_j\mu\delta_y)^2}{m_0 \cdot {}_j\mu\delta_y + {}_j\lambda \sum {}_jF_{2,i+1} + \bar{M}_d \cdot {}_j\mu\delta_y} \quad (25)$$

但し、

$$\sum {}_jF_{1,i+1} = \sum_{s=1}^p \eta_s^2 m_d \left\{ \frac{g \cdot ({}_j\beta \cdot {}_jU_s)_i}{\omega_s^2} \right\}^2, \quad \sum {}_jF_{2,i+1} = \sum_{s=1}^p \eta_s^2 m_d \frac{g \cdot ({}_j\beta \cdot {}_jU_s)_i}{\omega_s^2} \quad (26)$$

であり、 $\sum {}_jF_{1,i+1}$, $\sum {}_jF_{2,i+1}$ は毎ステップ更新する必要がある。

2.5 等価減衰定数と応答スペクトルの修正

塑性率の起点を、下部構造減衰定数算定用に仮定する。本研究では、

現ステップの変形 $\mu\delta_y$ における接線剛性と初期剛性とが交わる点を、塑性率の起点と仮定する^{注2)}。

$$\mu^* = \mu \cdot \delta_y / \delta_y^* \quad (27)$$

図6 下部構造の塑性率の起点

次に、既往¹⁰⁾の研究成果に基づき、下部構造の減衰定数 h_{eq0} は式(28)を採用し、最大変形時の各部材の歪エネルギー W_s にその部材の減衰定数を重み付けし j 次モードの減衰定数 h_e を求める。

$$h_{eq0} = 0.25 \cdot (1 - 1/\sqrt{\mu^*}) + h_0 \quad (28)$$

$$h_e = \{ {}_j h_{eq0} \cdot 0.5 \kappa K_0 ({}_j\mu\delta_y)^2 + \sum_{s=1}^p h_0 \cdot {}_j W_s \} / \{ 0.5 \kappa K_0 ({}_j\mu\delta_y)^2 + \sum_{s=1}^p {}_j W_s \} \quad (29)$$

ここで、本研究では構造減衰定数 h_0 を 0.02 とする。 j 次モードの減衰定数 h_e による加速度応答スペクトルの修正式 F_h として建研式⁹⁾を採用し、加速度応答スペクトルを修正する。

$$S_a(jT, {}_j h_e) = {}_j F_h(jT, h_e) \cdot S_a(jT, h_0) = \frac{1.5}{1 + 10 {}_j h_e} \cdot S_a(jT, h_0) \quad (30)$$

2.6 応答推定法

図7 応答推定のフロー

図7に応答推定手順を示す。まず、各モード応答が互いに独立であると仮定して各モードの応答推定を行う。[1]下部構造塑性率 $\mu (= \mu_1 = \mu_2)$ を漸増させ、ベースシア $Q_B (= Q_B1 = Q_B2)$ を求める。[2]モード適合型静的増分解析を行い式(24), (25)を用いて各モードの代表加速度 ${}_j$

$S_{a,j+1}$ 、代表変位 $jS_{d,j+1}$ を求める。[3]式(20)を用いて固有周期 T 、式(28)、(29)を用いて減衰定数 h_e を求め、式(33)により加速度応答スペクトル $S_d(T, h_e)$ を求める。[4]代表加速度 $jS_{a,j+1}$ と加速度応答スペクトル $S_d(T, h_e)$ を比較して代表加速度が大きくなったステップを釣り合い点(収束値)とし、そのステップの荷重に対する変位を j 次モード最大応答 δ_j とする。2つのモードが釣り合い点に達するまで[1]~[4]を繰り返す。各モードの等価質点簡易モデルの変位 δ_j を式(5)に代入し、 j 次モードの上部構造変位 D_k を求める。ここで、 k は上部構造フルモデルにおける自由度番号である。各モードの釣り合い点におけるベースシア Q_B と上部構造変位 D_k をRSS法により重ね合わせて最大応答推定値を求める。

$$|Q_B|_{\max} = \sqrt{\sum_{j=1}^2 (jQ_B)^2}, \quad |D_k|_{\max} = \sqrt{\sum_{j=1}^2 (jD_k)^2} \quad (31)$$

3 応答推定精度の検討

3.1 解析モデル

提案した応答推定法の結果と時刻歴応答解析の結果とを比較することにより応答推定精度の検討を行う。本研究では、前報と同様に図8に示すブレース架構に支持された複層ドームを対象とする。

図8 ブレース架構に支持された複層ドーム

表1 解析パラメータ

	$L=50\text{m}$	$L=100\text{m}$
デブスパン比 L/d	30, 40, 50, 60	30, 40, 50, 60
柱の高さ H [m]	2, 3, 4, 5	4, 6, 8, 10
ブレース降伏応力 σ_y [MPa]	235, 125	235, 125
2次剛性比 $r(k_2/k_1)$	0.2, 0.5, 0.7, 1.0	0.2, 0.5, 0.7, 1.0

表2 下部構造パラメータ

L [m]	H [m]	W_s [kN]	ϕ [deg]	ℓ_b [m]	$\sigma_y=235\text{MPa}$			$\sigma_y=125\text{MPa}$		
					A_b [cm ²]	K_0 [kN/cm]	δ_j [cm]	A_b [cm ²]	K_0 [kN/cm]	δ_j [cm]
50	2	229	33.1	3.66	2.45	2320	0.500	4.61	4360	0.266
	3	343	44.6	4.29	2.96	1728	0.692	5.56	3250	0.368
	4	458	52.5	5.04	3.58	1300	0.946	6.73	2440	0.503
	5	572	58.5	5.86	4.29	987	1.281	8.07	1860	0.681
100	4	916	33.1	7.32	12.7	6010	1.00	23.9	11300	0.531
	6	1370	44.6	8.58	15.3	4470	1.38	28.8	8400	0.734
	8	1830	52.5	10.0	18.3	3320	1.90	34.4	6240	1.011
	10	2290	58.5	11.7	21.8	2510	2.56	41.0	4720	1.361

上部構造は、線形弾性と仮定する。スパン $L=50\text{m}$ 、 100m 、ドーム半開角はすべてのモデルにおいて 35deg とする。表1に示すようにデブス d を解析パラメータとし $L/30$ 、 $L/40$ 、 $L/50$ 、 $L/60$ に対して検討を行う。ドーム重量は、デブス d に依らずスパン L に応じて一定とし、 $L=50\text{m}$ では $W_D=3643\text{kN}$ 、 $L=100\text{m}$ では $W_D=19200\text{kN}$ とする。前報と同様に、上部構造を固有値解析し、刺激係数が大きなモードを30個採用して等価質点簡易モデルを作成した。この場合、上部構造の有効質量を0.90以上考慮されていることは前報により既に確認済みである。

下部構造は前述のようなフレームと座屈補剛されたブレースからなる混合架構とし、柱頭は同時変位を仮定する。ブレースの履歴特性は2次剛性が0であるバイリニア型とした。柱の高さ H を解析パラメータとし、スパン 50m のモデルでは2, 3, 4, 5[m]、スパン 100m のモデルでは4, 6, 8, 10[m]に対して検討を行う。すべてのモデルにおいて降伏層剪断力係数 $\alpha_f=0.3$ と仮定する。座屈拘束ブレースを他の部材より早期に降伏させるために、ブレース部材において塑性化させる部分を特定しその部位の断面積を小さくする、あるいは低降伏点鋼を用いる場合がある。これを踏まえ、本研究では前報と同様のブレースの降伏応力 $\sigma_y=235\text{MPa}$ のモデルに加えて、 $\sigma_y=125\text{MPa}$ のモデルを設定した。下部構造壁の単位面積重量を 1.47kN/m^2 と仮定し、下部構造質量の半分を柱頭に集中質量として仮定した。また、単位混合架構の数は $n=48$ とした。仮定した下部構造パラメータを表2に示す。

応答推定するときに行うモード適合型静的増分解析の下部構造塑性率増分値 $\Delta\mu$ は、0.005と十分小さくした。

3.2 入力地震波

本研究では、前報と同様に El Centro NS, Hachinohe NS, Kobe NS, Miyagi NS, Taft EW の位相特性を有し、安全限界レベルのスペクトル⁸⁾に適合させた人工地震波を入力地震波として採用する。図9は、 $h=0.02$ 、 0.05 、 0.10 に対する5波の加速度応答スペクトル平均値と目標スペクトルを建研式により修正した値との比較である。両者は良好に一致しているといえる。

図9 作成地震波の平均値とターゲットスペクトルとの比較

3.3 固有値解析結果

下部構造を弾性とし構造物全体の固有値解析を行った。弾性時の1次と2次有効質量を総質量 M で除した値を弾性時1次有効質量比 ${}_{1}\overline{m}el={}_1\overline{M}el/M$ 、弾性時2次有効質量比 ${}_{2}\overline{m}el={}_2\overline{M}el/M$ 、1次と2次の弾性時有効質量比の和を ${}_{12}\overline{m}el={}_1\overline{m}el+{}_2\overline{m}el$ とし、表3に示す。本研究で対象とする範囲においては、弾性時1次有効質量比が小さいモデルは、それを補うように弾性時2次有効質量比が大きくなり、両者の和はすべてのモデルにおいて0.82以上となることが確認できる。下部構造の剛性が大きい場合でも、上部構造のデブスが $L/60$ 程度あれば、構造物全体の支配的なモードは2つに限定されることを示している。

次に、 $L=100\text{m}$ 、 $d=L/60$ 、 $H=4\text{m}$ 、 $\sigma_y=125\text{MPa}$ のモデルに注目し、図10には上部構造と等価質点簡易モデルのモード図をそれぞれ1次と2次について示した。また、表4に等価質点簡易モデルの1次と2次の刺激関数を示す。前述のように等価質点番号 s は質点自身の固有周期 T_s ($=2\pi/\omega_s$)が長いものから列挙しており、 $s=0$ は下部構造水平方向自由度を示している。 s が大きい質点の刺激関数は $s=0$ の刺激関数と近い値となっている。これは、構造物全体の1次、2次モードにおいて、ドームの高次モードはあまり励起されていないことを示している。1次

表3 弾性時の有効質量比

L[m]	H[m]	L/d	$\alpha_y=235\text{MPa}$			$\alpha_y=125\text{MPa}$		
			$\bar{m}_1^{el}$	$\bar{m}_2^{el}$	$\bar{m}_3^{el}$	$\bar{m}_1^{el}$	$\bar{m}_2^{el}$	$\bar{m}_3^{el}$
50	2	60	0.2737	0.6527	0.9264	0.1310	0.7118	0.8428
		50	0.3459	0.5892	0.9351	0.1630	0.7173	0.8803
		40	0.4652	0.4722	0.9374	0.2305	0.6588	0.8893
		30	0.6739	0.2602	0.9341	0.4045	0.4849	0.8894
	3	60	0.4631	0.4854	0.9485	0.1711	0.7101	0.8812
		50	0.5538	0.3983	0.9521	0.2160	0.6843	0.9003
		40	0.6616	0.2911	0.9527	0.3051	0.6000	0.9051
		30	0.8029	0.1474	0.9503	0.5115	0.3920	0.9035
	4	60	0.7325	0.2337	0.9662	0.2582	0.6565	0.9147
		50	0.7857	0.1815	0.9672	0.3274	0.5958	0.9232
		40	0.8329	0.1343	0.9672	0.4439	0.4812	0.9251
		30	0.8922	0.0727	0.9649	0.6540	0.2684	0.9224
	5	60	0.8903	0.0880	0.9783	0.4337	0.5066	0.9403
		50	0.9067	0.0717	0.9784	0.5241	0.4195	0.9336
		40	0.9199	0.0582	0.9781	0.6355	0.3086	0.9341
		30	0.9405	0.0358	0.9763	0.7842	0.1570	0.9412
100	4	60	0.2636	0.6578	0.9214	0.1327	0.6938	0.8265
		50	0.3242	0.6099	0.9341	0.1644	0.7132	0.8776
		40	0.4479	0.4902	0.9381	0.2280	0.6633	0.8913
		30	0.6474	0.2899	0.9373	0.3915	0.5018	0.8933
	6	60	0.4369	0.5095	0.9464	0.1712	0.7024	0.8736
		50	0.5099	0.4422	0.9521	0.2130	0.6875	0.9005
		40	0.6405	0.3132	0.9537	0.2995	0.6087	0.9082
		30	0.7821	0.1703	0.9524	0.4925	0.4159	0.9084
	8	60	0.7011	0.2642	0.9653	0.2526	0.6592	0.9118
		50	0.7454	0.2223	0.9677	0.3115	0.6130	0.9245
		40	0.8188	0.1492	0.9680	0.4317	0.4964	0.9281
		30	0.8808	0.0858	0.9666	0.6315	0.2956	0.9271
	10	60	0.8743	0.1035	0.9778	0.4137	0.5256	0.9393
		50	0.8872	0.0916	0.9788	0.4864	0.4587	0.9451
		40	0.9133	0.0654	0.9787	0.6181	0.3283	0.9464
		30	0.9350	0.0425	0.9775	0.7656	0.1792	0.9448

図10 振動モード ($L=100\text{m}$, $d=L/60$, $H=4\text{m}$, $\alpha_y=235\text{MPa}$)表4 弾性時の刺激関数 ($L=100\text{m}$, $d=L/60$, $H=4\text{m}$, $\alpha_y=235\text{MPa}$)

s	ω_s	η_s^2	$1\beta_1 U_s$	$2\beta_2 U_s$
1	10.86	0.0719	1.884	-0.845
2	16.36	0.2977	0.172	1.075
3	18.60	0.4342	0.148	0.765
4	21.63	0.0066	0.131	0.608
5	28.06	0.0033	0.116	0.492
6	47.65	0.0013	0.105	0.416
7	49.84	0.0020	0.105	0.413
8	52.68	0.0026	0.104	0.410
9	53.09	0.0014	0.104	0.410
10	54.90	0.0017	0.104	0.408
...	...	...	...	...
30 (=p)	175.42	0.0031	0.100	0.387
0	—	—	0.100	0.385

図11 下部構造の剛性低下に伴う刺激関数の変化 ($L=100\text{m}$, $H=4\text{m}$, $r=0.2$, $\alpha_y=235\text{MPa}$) 図12 下部構造の剛性低下に伴う有効質量比の変化 ($L=100\text{m}$, $H=4\text{m}$, $r=0.2$, $\alpha_y=235\text{MPa}$)

刺激関数はすべて正方向の成分であるのに対して、2次刺激関数は $s=1$ の質点自由度のみが負方向となる。 $s=1$ は図10に示すように複層ドームが1波で振動するモードである。このように構造物全体の振動モードにおいて1次、2次ともドームが一波で振動するモードはあるものの、互いに逆位相となる。

3.4 下部構造の剛性低下に伴う刺激関数推定精度の検討

モード適合型静的増分解析による下部構造塑性化を考慮した刺激関数推定精度の検討を行う。比較のために $\mu=1, 2, 3, \dots, 10$ に対して式(3)で剛性低下率 k を求め、あらかじめ下部構造の剛性を低下させた構造物に対して個別に固有値解析を行い、刺激関数と有効質量を求めた。 $L=100\text{m}$, $H=4\text{m}$, $r=0.2$, $\alpha_y=235\text{MPa}$ で $d=L/30, L/40, L/50, L/60$ の複層ドームを対象にして、図11は等価質点簡易モデル自由度番号 $s=0$ (下部構造水平方向自由度), $s=1$ (ドーム一波の振動モード) の刺激関数と下部構造

塑性率の関係を、図12は1次と2次の有効質量比と下部構造塑性率の関係を、提案した手法と固有値解析結果とを比較したものである。同図には、前報³⁾で行ったモードを適合させない通常の静的増分解析を基とした刺激関数と有効質量の計算値も併せて示した。但し、前報の手法は1次モードのみを対象としているため、計算値も1次モードの結果のみを示す。下部構造塑性率が大きくなるに伴い1次刺激関数は1.0に、2次刺激関数は0.0に、また1次有効質量は1.0に、2次有効質量は0.0に漸近する。すなわち、上部構造は剛体的に水平に振動するモードが支配的になる。また、提案した手法は個別に行った固有値解析結果とよく一致している。一方、前報の手法では、弾性時1次モード有効質量が小さいモデルで個別に行った固有値解析結果と大きく異なる。本手法を用いることにより、下部構造塑性化に伴う刺激関数の変動を精度よく計算することが可能であるといえる。

3.5 時刻歴応答解析結果と応答推定結果との比較

上部構造が部材レベルでモデル化されたモデルを時刻歴応答解析した結果と、等価質点簡易モデルを対象とした本応答推定の結果とを比較し応答推定精度を検討する。ここで、応答推定評価値として次の3つを採用する。

C_i 推定精度評価値 = 応答推定値 / 5 波の時刻歴応答解析の平均値
 $r=1$: ドーム一般部材の最大軸力
 $r=2$: テンションリング部材の最大軸力
 $r=3$: 下部構造最大層間変位

図13 推定精度と1次モード有効質量比の関係

下部構造の塑性化に伴う振動モードの変動の度合いは、弾性時1次有効質量比 m_{el}^1 に依存することから、弾性時1次有効質量比 m_{el}^1 と応答推定精度 C_i の関係を調べる。図13に弾性時1次有効質量比と3つの推定精度値 C_i の関係について示す。 r が1.0に近いほど等価線形近似誤差が少ないため、精度よく応答推定がされており、 $r=0.5, 0.7, 1.0$ のケースでは良好な応答推定値であるといえる。一方、 $r=0.2$ のケースでは、ドーム部材軸力 C_1 とテンションリング軸力 C_2 を過大に推定し、下部構造層間変位 C_3 も過大に推定されているが、 m_{el}^1 が非常に小さいケースだけは過小に評価している。

図14 弾性時1次有効質量比と1次モード塑性率の関係

図14に弾性時1次有効質量比と1次モード塑性率の関係を示す。本研究で対象とした構造物の弾性1次固有周期加速度応答スペクトル値はすべて $S_a(T, h_0)=1500[\text{cm/s}^2]$ である。一方、降伏層間断力係数 α_y は0.3と仮定したため、1次有効質量比が $m_{el}^1 *$ 以下の場合、1次モードは弾性時において釣り合い点に達する。ここで、 $m_{el}^1 *$ は、

$$m_{el}^1 * = M^* / M = \alpha_y \cdot g / S_a(h_0, T) = 0.3 \cdot g / 1500 = 0.196$$

により計算できる。図15に $m_{el}^1 = 0.172$ である例 ($L=100\text{m}$, $d=L/60$, $H=6\text{m}$, $\alpha_y=125\text{MPa}$) の塑性率 μ に対する1次代表加速度 S_a と1次有効質量比 m の関係を示す。 S_a は、 $\mu < 1.0$ では m が一定であるため増加し、 $1.0 < \mu < 6.0$ では m が小さくなることにより減少し、 $\mu > 6.0$ では m の増加量は頭打ちになるため再度増加する。本応答推定手法は、各モードが独立と仮定しており、釣り合い点 ($\mu=0.88$) 以降は、1次モード応答塑性率は増加しないことになる。本来、弾塑性系振動ではモ

ードの直交性が成立しないため、他モードの影響により下部構造塑性率が大きくなることで、1次モード代表加速度が低下し再び1次モードが釣り合うことが考えられる。しかしながら、本研究では下部構造を早期に降伏させ上部構造の応答低減効果を狙った構造物を対象としており、1次モード応答が弾性範囲で釣り合うような構造物は対象外とし今後の課題としたい。

3.6 有効質量比を基とした応答推定修正係数の提案

下部構造が塑性化すると、1次有効質量比 m は増加し、2次有効質量比 m_2 は減少する。 m の増加が m_2 の減少よりも大きい場合には、釣り合い時の有効質量比の和 m_{12} が1.0より大きくなることが考えられる。図16に有効質量比の和 m_{12} と推定精度 C_i の関係を示す。評価値 $C_1 \sim C_3$ において、有効質量比の和 m_{12} が1.0を超えるケースでは応答を過大に評価しており、また、 C_3 では有効質量比の和 m_{12} が1.0より小さい場合に、応答を小さく推定していることがわかる。ただし、図16の○で囲ったケースは、本研究では対象外とする弾性時1次有効質量比 m_{el}^1 が0.196以下のケースである。

図16 推定精度と有効質量比の和

有効質量比の和 m_{12} を基とした修正係数 v を新たに提案する。

$$v = 1.0 / m_{12} \quad (32)$$

修正係数とRSS法を用いて応答推定ベースシア $|Q_B|_{\max}$ 、応答推定変位 $|D_k|_{\max}$ を次式のように推定する。

$$\left. \begin{aligned} |Q_B|_{\max} &= v \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^n (j Q_B)^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v \cdot j Q_B)^2} \\ |D_k|_{\max} &= v \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^n (j D_k)^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v \cdot j D_k)^2} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

各モード応答を検討する場合も、修正係数をかけた値 ($v_j Q_B$, $v_j D_k$) を採用する。このような、有効質量比に着目した修正係数は限界耐力計算法における q 値⁹⁾と同様の考え方である。

修正係数 v を考慮した推定精度を図17に示す。修正係数を考慮しない場合と同様に、弾性時1次有効質量比と推定精度評価値 C_i との関係について示した。また、定量的な値は表5に示した。修正係数を考慮することで、特に、2次剛性比 $r=0.2$ の応答を過大に推定してしまう誤差が改善されている。

図17 修正係数を考慮した推定精度と1次モード有効質量比の関係³⁾

表5 $\bar{m}^d > 0.196$ を対象とした推定評価値の平均(標準偏差)

2次剛性比	修正係数	C_1	C_2	C_3
$r=0.2$	なし	1.3316 (0.1301)	1.2622 (0.1559)	1.3062 (0.1297)
	あり	1.1239 (0.0867)	1.0655 (0.1175)	1.1016 (0.1209)
$r=0.5$	なし	1.1748 (0.1159)	1.1224 (0.1043)	0.9484 (0.1109)
	あり	1.1149 (0.1076)	1.0692 (0.1381)	0.8893 (0.0908)
$r=0.7$	なし	1.0631 (0.0920)	1.0315 (0.0895)	0.8491 (0.0689)
	あり	1.0644 (0.1012)	1.0354 (0.1263)	0.8365 (0.0636)
$r=1.0$	なし	1.0254 (0.0657)	1.0601 (0.0506)	0.9411 (0.0355)
	あり	1.0563 (0.0898)	1.0920 (0.0784)	0.9497 (0.0362)

最後に、弾性時1次モード有効質量比 $\bar{m}^d=0.5099$ の標準的なモデル $L=100\text{m}$, $d=L/50$, $H=6\text{m}$, $\sigma_s=235\text{MPa}$ の式(32)の修正係数 ν を採用した応答推定結果を示す。図18に1次、2次の代表加速度-代表変位関係 S_a-S_d を、また、図19に1次、2次の有効質量比と下部構造塑性率との関係を示す。 $r=0.2$ の S_a-S_d は下部構造塑性化により鋭角に折れ曲がっている。これは、前述のように1次有効質量が増加するためである。また、1次モードの下部構造塑性率は、2次剛性比 r が小さくなるにつれて大きくなるのに対して、2次モードでは逆に小さくなる。これは、2次剛性比 r が小さい場合、下部構造塑性化に伴い2次有効質量が急激に減少するため2次モード代表加速度が相対的に大きくなることに起因する。図20に注目する節点における時刻歴応答解析によって求めた最大変位と本応答推定法によって求めた最大変位との比較を示す。応答推定結果と時刻歴応答解析結果は非常に良好に一致している。下部構造塑性率が大きい場合、水平変位は1次モード応答が、鉛直変位は2次モード応答がより支配的になる。図21に注目する部材における時刻歴応答解析によって求めた最大軸力と本応答推定法によって求めた最大軸力との比較を示す。最大部材軸力に関しても非常に良好に応答推定されていることがわかる。下部構造塑性率が大きくなると、上弦材稜線部材や下弦材放射材などの主に鉛直荷重に対して抵抗する部材の軸力応答は2次モード応答がより支配的となる。

4 まとめ

2つの振動モードが支配的な下部構造エネルギー吸収型複層ドームを対象に下部構造の塑性化に伴う振動モードの変化を考慮した地震応答推定法の提案を示した。次に、複層ラチスドームを対象に、時刻歴応答解析と提案した応答推定を行い、両者の結果を比較した。最後に、有効質量比を基とした応答推定修正のための係数を提案しその妥当性を示した。得られた結論を以下に示す。

- (1)モード適合型増分解析を行うことにより、下部構造塑性率と下部構造塑性化後の刺激関数、モード応答の関係を効率良く計算できる。
- (2)1次、2次モードをそれぞれモード適合型静的増分解析により1自由度系へ縮約し、応答スペクトルからモード応答値を求めた。さらに、両者のモード応答をRSS法により重ね合わせ最大応答を推定した。下部構造2次剛性比が小さいほど過大な応答推定となるものの、概ね安全側に応答推定ができる。
- (3)釣り合い点における有効質量比の和を基とした修正係数を設定し、応答推定することにより、少ない誤差で応答推定できる。

本研究で使用した等価減衰定数や減衰定数によるスペクトル修正法は、パラメータ解析を基とした経験則であり、多くの研究によりその適用性は明らかにされている。一方、本研究において新たに提案した修正係数も、同様に経験則である。なお、本研究の成果の適用範囲は、

- (1)等価質点モデルに置換された系であり、下部構造はバイリニア型履歴特性を仮定した座屈補剛ブレースと弾性フレームの混合架構であること、
- (2)1次と2次の弾性時有効質量比の和が0.82以上であり、かつ1次モード応答塑性率は1.0より大きい場合である。

謝辞

本研究は、豊橋技術科学大学学内プロジェクト“空間骨組み構造の構成法と性能規定型設計法に関する研究(代表研究者:加藤史郎、RA:小西克尚)”，ならびに、平成14年度科学研究費補助金・基盤C(代表者:加藤史郎)の一部として行われた研究成果を含みます。また、(株)巴コーポレーション植木隆司博士ならびに前田建設工業(株)立道郁生博士から、実務設計に関する貴重なご意見を賜りました。

参考文献

- 1)加藤史郎、中澤祥二：下部構造エネルギー吸収型単層ラチスドームの地震動的崩壊性状、日本建築学会構造系論文集、第548号、pp.81-88, 2001.10
- 2)加藤史郎、小西克尚、中澤祥二、向山洋一、打越瑞昌：下部構造に支持された空間構造の振動解析用質点簡易モデル、日本建築学会構造工学論文集、Vol.48B, pp.37-47, 2002.3
- 3)加藤史郎、小西克尚：ラチスドームのPush-over analysisに基づく地震応答推定に関する一考察—1次モード支配型の空間構造物に対する検討—、日本建築学会構造系論文集、第561号、pp.153-160, 2002.11
- 4)倉本洋、勅使川原正臣、小堀紀英、五十田博：多層建築物の等価1自由度系縮約法と地震応答予測精度、日本建築学会構造系論文集、第546号、pp.79-85, 2001.8
- 5)山内泰之監修：限界耐力計算法の理解と活用、建築技術、2001.4
- 6)柴田明徳著：最新耐震構造解析、森北出版
- 7)政令：建築基準法施行令第82条
- 8)建設省告示：平12建告第1457号
- 9)改正建築基準法施行令新耐震基準に基づく構造計算指針・同解説、(財)日本建築センター、1981
- 10)島崎和司：等価線形化法を利用した応答変位推定法による構造特性係数 D_s の評価、日本建築学会論文報告集、第516号、pp.51-71, 1999.2
- 11)T.F. Paret, K.K. Sasaki, D.H. Eilbeck and S.A. Freeman: Approximate Inelastic Procedures to Identify failure Mechanisms from Higher Mode Effects, Proceedings of 11 WCEE, June 1996, Paper No.966 (CD-ROM)
- 12)Joseph M. Bracci, Sashi K. Kunnath and Andrei M. Reinhorn: SEISMIC PERFORMANCE AND RETROFIT EVALUATION OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES, ACI Structural Journal, Vol. 123, No. 1, Jan. 1997, pp.3-10
- 13)松本和行、倉本洋：多層RC造建築物のモード適合型非線形荷重増分解析、コンクリート工学年次論文集、第24巻、第2号、pp.1111-1116, 2002.6

- 注1)3方向グリッドドームは面内剛性が大きい、水平方向並進モードが支配的となり得る。そのため、本研究においては下部構造柱頭の変位をすべて同一変位と仮定した。この仮定が成り立つ条件に関しては今後の課題とする。
- 注2)塑性率の起点は、前報³⁾とは異なることに注意されたい。本手法は、前報よりも減衰定数が大きく算定される。修正係数を用いずに応答推定する場合、前報手法より、精度よく応答推定できるため採用した。
- 注3)最も危険側に判断された結果は C_3 の0.758である。本論文で対象とする範囲において、応答推定により下限値を抑えるには、 $1/0.758=1.32$ 程度の倍率を見積もる必要がある。

付録1)固有値解析法の一つである反復法⁹⁾の説明をする。まず、固有モード $\{\bar{u}\}$ を仮定し、質量マトリックス $[M]$ を用いて荷重 $\{P\}$ を作成する。

$$\{P\} = [M]\{\bar{u}\} \quad (\text{付録式1})$$

次に、作成した荷重 $\{P\}$ を用いて

$$\{P\} = [K]\{u\} \quad (\text{付録式2})$$

における変位 $\{u\}$ を求める。ここで、 $[K]$ は剛性マトリックスである。 $\{u\}$ は $\{\bar{u}\}$ より真の固有モードに近づく。そして、修正係数を用いずに応答推定する場合、前報手法より、精度よく応答推定できるため採用した。

注3)最も危険側に判断された結果は C_3 の0.758である。本論文で対象とする範囲において、応答推定により下限値を抑えるには、 $1/0.758=1.32$ 程度の倍率を見積もる必要がある。

$$\{2\bar{u}\} = \{2u\} - \frac{\{1u\}^T[M]\{2u\}}{\{1u\}^T[M]\{1u\}} \{1u\} \quad (\text{付録式3})$$

収束計算で2次モードを算定する場合には、そのつど(付録式4)を用いて荷重ベクトルから1次モード成分を取り除く必要がある。また、最初に仮定する固有モード $\{\bar{u}\}$ が、真の固有ベクトルに近ければ非常に早く収束する。

一般的に固有値解析においては、真の固有モードと概ね等しい仮定モードを設定することができないため、得られたベクトルで再度(付録式1)により荷重を作成して収束計算を行う必要がある。本研究の手法では、仮定ベクトルとして前ステップの刺激関数を使用しており、静的増分値が十分に小さいことを前提とし、仮定ベクトルが真の固有モードと概ね等しいため収束計算を行わない。

図 18 設計用応答スペクトルと構造性能曲線 ($L=100\text{m}$, $d=L/50$, $H=6\text{m}$, $\sigma_s=235\text{MPa}$)

図 19 塑性率と有効質量比の関係 ($L=100\text{m}$, $d=L/50$, $H=6\text{m}$, $\sigma_s=235\text{MPa}$)

図 20 変位応答による限界耐力計算と地震応答解析の比較 ($L=100\text{m}$, $d=L/50$, $H=6\text{m}$, $\sigma_s=235\text{MPa}$)

図 21 軸力分布による限界耐力計算と地震応答解析の比較 ($L=100\text{m}$, $d=L/50$, $H=6\text{m}$, $\sigma_s=235\text{MPa}$)

(2002年12月10日原稿受理, 2003年5月2日採用決定)